55095/B
Vol. 2

55750

# ELEMENTA MATHESEOS UNIVERSÆ.

## TOMUS II, QUI

OPTICAM, PERSPECTIVAM, CATOPTRICAM, DIOPTRICAM, SPHÆRICA ET TRIGONOMETRIAM SPHÆRICAM, ASTRONOMIAM, GEOGRAPHIAM ET HYDROGRAPHIAM, CHRONOLOGIAM, GNOMONICAM, PYROTECHNIAM, ARCHITECTURAM MILITAREM ATQUE CIVILEM, ET COMMENTATIONEM DE SCRIPTIS MATHEMATICIS COMPLECTITUR.

AUTORE

CHRISTIANO WOLFIO,

POTENTISSIMI REGIS BORUSSIÆ CONSILIARIO AULICO, MATHEMATUM PROFESSORE PUBLICO ET ORDINARIO, SOCIETATUM REGIARUM BRITANNICÆ ATQUE BORUSSICÆ SODALI.

---

*CUM PRIVILEGIO POLONIARUM REGIS ET SAXONIÆ ELECTORIS.*

---

*HALÆ MAGDEBURGICÆ, A. MDCCXV.*

PROSTAT IN OFFICINA RENGERIANA.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

VIRIS
ILLUSTRISSIMIS ET EXCELLENTISSIMIS
DOMINO
ERNESTO BOGISLAO
de KAMECKE,
REGIÆ MAJESTATIS BORUSSICÆ
MINISTRO STATUS INTIMO,
ORDINIS REGII AQUILÆ NIGRÆ EQUITI,
ÆRARII REGII PRÆSIDI,
REI VEREDARIÆ MAGISTRO SUPREMO
ACADEMIÆ REGIÆ ARTIUM ET SCIENTIARUM
MECHANICARUM PROTECTORI,
TERRÆ BUBLICENSIS PRÆFECTO,
HÆREDITARIO in Hohenfelde/ Cordeshagen & Strippo.
cætera.

DOMINO
EHRENREICHIO BOGISLAO
de CREUTZ,
REGIÆ MAJESTATIS BORUSSICÆ
MINISTRO STATUS ET BELLI INTIMO,
RATIONUM REGIARUM CURATORI
GENERALI ATQUE SUPREMO,
CÆTERA.

DOMINIS SUIS GRATIOSIS,

FELICITATEM PERPETUAM.

# VIRI
# ILLUSTRISSIMI ATQUE
## EXCELLENTISSIMI

CUr vobis offeram Matheſeos univerſæ Tomum alterum, non e longinquo mihi petenda eſt ratio. In eo enim Mathemata ad Naturæ cognitionem & ad Remp. applicantur. Illud ingenii ſublimitatem aperte loquitur: huic vero magna ſalutis publicæ pars ſuperſtruitur. Placent vobis, quæ ingenium ſpirant ſublime; curæ vobis cordique ſunt, quæ pacis ac belli temporibus

pro-

promovent Reip. ſalutem. Quod ſi in publicum conſtiterit, Veſtro judicio Mathemata probari, tum quod ſublimia tractent, tum quod ad Remp. adminiſtrandam utilia deprehendantur, ad ea tractanda generoſa atque excelſa ingenia inflammabuntur. Ita demum aſſequar, quem operi meo præfixi, ſcopum. Quamobrem permittite, ut ſub veſtris auſpiciis in publicum prodeat Mathematum a me illuſtratorum Tomus alter atque conaminibus meis favete.

VIRI ILLUSTRISSIMI ATQUE EXCELLENTISSIMI

Dabam Halæ, ipſis Calendis Aug. 1715.

Cliens veſter devotiſſimus
CHRISTIANUS WOLFIUS.

# PRÆFATIO.

IN his Matheſeos Univerſæ Elementis, quorum nunc Tomus alter prodit, id potiſſimum operæ dedi, ut Mathemata palmaria cum theoretica, tum practica continuo nexu inter ſe cohærentia methodo accurata traderem & rigori ac perſpicuitati ita ſtuderem, ne prolixitate forem moleſtus. Accurata methodo opus fuit, non ut tyronibus ſtudium Matheſeos facilius redderetut (tyronibus enim luſus videtur nimia accuratio); ſed ut ad formanda judicia inſerviret lectio elementorum noſtrorum & vis demonſtrationum intimius perſpiceretur, quem ego maximum ſemper judicavi fructum a ſtudio Mathematico exſpectandum. Ea nimirum methodi accuratæ lex eſt, ut nulla voce utamur niſi explicata, nec quicquam admittamus tanquam verum niſi demonſtratum: quomodo vero utrumque fieri debeat, noſtra de methodo commentatio abunde docet. Utrumque ſtricte obſervavimus in Arithmeticæ ac Geometriæ elementis, cum ea ſint Mathemata proprie ſic dicta & cœterorum fundamenta: in diſciplinis reliquis more communi interdum aſſumſimus ſine demonſtratione, quæ ſchematis inſpectio ſtatim ſuggerit, ne lectorem rerum cognoſcendarum avidum nimis diu detineremus nec ejus patientiam fatigaremus. Si quis enim ex Arithmetica

& Geometria rigoris ideam hauſit; defectum accurationis propria meditatione ſupplebit, nec exigua inde voluptate perfundetur, dum proprii ingenii vires intuebitur. In Pyrotechnia, Architectura militari atque civili methodus demonſtrativa equidem raro admodum locum habet: id tamen minime obſtare exiſtimavi, quo minus regulas iſtarum diſciplinarum in definitiones, theoremata atque problemata perſpicuitatis gratia digererem. Abſit autem, ut quis ſibi perſuadeat, me vel mihi perſuaſiſſe, vel aliis perſuadere voluiſſe, quaſi juxta methodum Geometrarum has diſciplinas expoſuerim. Neque enim vis methodi Geometrarum in eo conſiſtit, ut ſingulis veritatum generibus ſuos præfigas titulos; ſed ut demonſtrandi rigorem ſollicite obſerves. Invitamus itaque ad elementorum noſtrorum lectionem, quotquot intellectus perfectionem curæ cordique habent, neque dubitamus fore, ut exiguo temporis intervallo majori judicii acumine beentur, quam quo ante fuerant uſi. Eodem vero tempore mathematum ſolida cognitione imbuetur animus eorundem: quæ enim ex Geometria elementari atque Arithmetica ſcitu neceſſaria ſunt, in utraque diſciplina explicata dedi. Quæ non quotidiani ſunt uſus, nec tamen prorſus ignorari poſſunt, ſi quis in Matheſi cum laude verſari decreverit; in Elementis Analyſeos una tradidi, quibus etiam non modo Conicorum doctrinam, ſed & alia Geometriæ ſublimioris dogmata inſerui, ut una eademque opera & ſublimiora Matheſeos puræ, & artificia analytica addiſcantur. In Elementis nimirum Arithmeticæ, Geometriæ, Trigonometriæ, Sphærico-

rico-

ricorum & Analyſeos continetur, quicquid in Matheſi pura utile ac ſcitu neceſſarium occurrit. Neque minori induſtria in diſciplinis Mathematico-phyſicis cœteriſque, quæ a Matheſi pura diſtinguuntur, expoſui, quicquid vel a veteribus, vel a recentioribus inventum cognoſci meretur & ad aliorum cognitionem viam ſternit: ut adeo ex hoc uno opere hauriantur, quæ per plurimos libros paſſim diſperſa reperiuntur. Quotquot igitur ſcripta Mathematicorum tam veterum, quam recentiorum expedite evolvere, ac horum inprimis inventa, quæ paſſim in Eruditorum Diariis & Societatum Scientiarum Monumentis publicantur, non ſine voluptate cognoſcere, immo ipſimet Matheſin novis inventis augere geſtiunt; in Elementis noſtris evolvendis aſſiduam operam collocent, per ea enim & ad aliena cognoſcenda, & ad propria invenienda aditum patere animadvertent. Cum vero ipſe abunde fuerim expertus, quam tædioſum, quam difficile, quamque moleſtum ſit ex variorum ſcriptis Mathemata diverſa addiſcere, quoniam ſubinde ab Autore uno ſupponuntur in hac diſciplina, quæ ab altero in iſta fuerant prætermiſſa, interdum quæ ſupponuntur non ſtatim in memoriam recurrunt; non ingratam operam me præſtitiſſe confido Matheſeos ſtudioſis, quod Mathemata omnia cum Arithmetica & Geometria atque inter ſe connexa exhibuerim: ita enim neque ullibi ſupponuntur, niſi in antecedentibus tradita, nec quæ ſupponantur ignorari poteſt, quoniam ubique citantur. Citationes demonſtrationes non parum contrahunt, multas nimirum præmiſ-

miſſarum in memoriam commode revocantes, quæ diſertis verbis propoſitæ neſcio quam difficultatis ſpeciem mentiuntur. Iis adeo debetur, ut demonſtrationes brevitate placeant, quæ alias prolixitate diſplicerent; eædem præſtant, ne brevitas obſit rigori, nec officiat perſpicuitati. Elementa igitur noſtra diligenter legant relegantque, qui ſine difficultate ſolida Mathematum cognitione animum imbuere cupiunt. Si qui vero fuerint, qui, neglecta omni theoria (quod tamen non ſuaſerim, cum praxis perfectior a theoriæ perfectione pendeat) ad praxin unice adſpirant; eorum quoque conatibus reſpondebunt elementa noſtra, cum practica non minus, quam theoretica in omni diſciplinarum genere uberius, quam vulgo fieri ſolet, expoſuerimus & a theoreticis adeo manifeſte diſtinxerimus, ut, cæteris neglectis, iisdem unice inhærere liceat. Equidem Muſicæ elementa adhuc deſiderantur, nec inutilis videri poterat mathematum ad varias quæſtiones phyſicas & ad varios caſus vitæ humanæ atque ad Remp. applicatio; ſed ea hac vice addere prohibemur, ne in molem nimiam excreſcat Tomus Elementorum alter. Quodſi Deus vitam atque vires conceſſerit; dabimus forſan aliquem ſupplementorum tomum, quæ Mathematum uſum præclarum in Naturæ ac Artis cognitione & in ipſa etiam vita humana efficaciſſime perſuadebunt. Cæterum ſi in tanta rerum tam arcto temporis ſpatio a nobis explicatarum varietate quædam occurant, quibus lima opus eſſe judicabitur; ea hac vice æquibonique conſulat lector æquus, quem ſatis convictum iri confidimus, quod iis non obſtantibus ſola elementorum noſtrorum lectione ac meditatione eos intra biennium vel triennium facere liceat progreſſus in ſtudio Mathematico, etiamſi nonniſi binas, ad ſummum tres per diem horas eidem impendere voluerit, quos antehac per annos complures pari labore conſequi paucis datum erat. Hæc vero non eum in finem a me dicuntur, ut mihi aliquid laudis promeruiſſe videar; ſed ut ad ſtudium tam neceſſarium, tam utile, tam jucundum invitem, qui ab eo abhorrent, quod ob vaſtum mathematum ambitum totum poſtulare hominem & ob librorum rariorum ac ſplendide impreſſorum copiam valde pretioſum judicetur. Vale, Lector benevole, atque his noſtris fruere. Dabam in Academia Halenſi A. 1715 ipſis Calendis Maji.

OPTI-

# ELEMENTA
# OPTICÆ.

# PRÆFATIO.

NOn temere fit viſio, ſed certis legibus adſtringitur, quas violari Natura non permittit. Equidem ideo haud raro contingit, ut quædam videantur, quod non ſunt; qui tamen ſecundum apparentiam per præcipitantiam de rebus judicans in errorem incidit, fruſtra fallacias ſenſuum incuſat. Homini enim ratio data eſt, cujus lumine leges viſionis abſconditæ deteguntur. Ratione qui utuntur, ſecundum has leges de rebus pronunciant, nec tales judicant, quales a ſenſu menti exhibentur. Utinam eas conſiderarent, qui ad res naturales ſcrutandas animum appellunt! Ita enim uno ictu ex Phyſica profligarentur

horrida imaginationis monſtra & commenta Philoſophorum. Operæ itaque pretium fecere Mathematici, immutabilium Naturæ legum interpretes genuini, quod in leges viſionis ſolita induſtria inquiſiverint. Quare cum eædem in Optica explicentur, ejus ſtudio omnes gnaviter incumbere debent, quibus cognitio rerum naturalium curæ cordique exiſtit. Sunt vero etiam multa in Phyſica argumenta, quæ ſine Opticæ principiis accurate intelligi nequeunt. Quis enim de lumine, de coloribus, de diaphano, opaco, lucido, de meteoris emphaticis, iride, coronis, parheliis, paraſelenis, immo de ipſa viſionis natura certi quidpiam ſtatuet, ubi Opticæ fuerit ignarus? Quis ſiderum naturam? quis ſyſtematis mundani ſtructuram? quis Planetarum motus? quis luminarium eclipſes non invita Minerva rimabitur, niſi Optices cognitione imbutus? Ea igitur in Aſtronomia utramque paginam facit, nec ad ſcientiam iſtam accedere quisquam debet, niſi Optica ſalutata. Peperit etiam Optica Perſpectivam, Artis pictoriæ complementum, immo nullam habet hæc ars regulam, cujus ratio in Optica non contineatur. Unum vero eſt, quod moneam: quia veritatem puram Matheſis complectitur, opinionibus maculatam aſpernatur, a Philoſophorum hypotheſibus abſtinui, quas vulgo in Opticam male intrudunt, iis nempe ſolis contentus, quæ aut experientia certa, aut demonſtratione firma nituntur.

ELE-

# ELEMENTA OPTICÆ.

## CAPUT I.

## DE FUNDAMENTIS OPTICÆ.

### *DEFINITIO* 1.

1. *Optica* eſt ſcientia viſionis directæ.

### *SCHOLION.*

2. *Interdum latius ſumitur pro ſcientia viſibilium, quatenus viſibilia ſunt, ita ut* Catoptricam *atque* Dioptricam *una comprehendat.*

### *DEFINITIO* 2.

3. *Viſio directa* dicitur, quam efficit radius directus.

### *DEFINITIO* 3.

4. Per *lumen* vel *lucem* intelligo id, quod corpora circumjecta viſibilia efficit.

### *SCHOLION.*

5. *Tum enim dicimus lumen eſſe præſens, quando corpora circumjecta videre poſſumus.*

### *DEFINITIO* 4.

6. *Radius* eſt lumen a puncto radiante per medium non reſiſtens protenſum.

### *DEFINITIO* 5.

7. *Radius directus* eſt, cujus omnes partes a puncto radiante usque ad oculum in directum jacent.

### *DEFINITIO* 6.

8. *Punctum radians* eſt quodlibet viſibilis punctum, unde radii emanant.

### *DEFINITIO* 7.

9. *Corpus luminoſum* vel *lucidum* eſt id, quod ſui luminis diffuſivum, ſeu quod ſuo lumine radiat.

### *DEFINITIO* 8.

10. *Corpus illuminatum* eſt, quod alieni luminis diffuſivum, ſeu quod lumine aliunde accepto radiat.

### *DEFINITIO* 9.

11. *Corpus diaphanum, pellucidum* ſeu *perſpicuum* eſt, quod radios transmittit.

### *DEFINITIO* 10.

12. *Corpus opacum* eſt, quod radios intercipit, ſeu tranſitum radiis negat.

### *DEFINITIO* 11.

13. *Viſibile radiare* dicitur, quando lumen diffundit.

### *COROLLARIUM.*

14. Nullum ergo corpus radiat niſi luminoſum aut illuminatum. Aut e-

nim proprium lumen diffundit, aut alienum. In illo caſu eſt luminoſum (§. 9); in hoc illuminatum (§. 10).

*DEFINITIO* 12.

15. *Radiaturæ locus* eſt intervallum in diaphano, per quod viſibile radiat.

*DEFINITIO* 13.

16. *Oculus* eſt organum corporis viſibilia repræſentans. Conſtat ex tunicis quinque, cornea, ſclerotica, uvea, choroide, retina, & tribus humoribus, aqueo, cryſtallino, vitreo.

*SCHOLION.*

17. *Per repræſentationem intelligimus delineationem viſibilium in oculo factam: quam mox experimentis confirmaturi ſumus. Sed ut ea diſtinctius intelligatur, ſtructuram oculi ante exponi fas eſt.*

*DEFINITIO* 14.

Tab. I. Fig. I. 18. *Cornea* eſt tunica externa anterior *dd*, inſtar cornu pellucida valdeque firma, figuræ vel ſphæricæ, vel potius ſphæroidicæ, ultra reliquam oculi globoſitatem in anteriora protuberans oculumque una cum ſclerotica conſolidans.

*COROLLARIUM.*

19. Cornea radios luminis transmittit (§. 11).

*SCHOLION.*

20. *In multas lamellas facili negotio ſeparatur; ſed quod ad præſentem ſcopum nil facit. Ipſi vulgo ab Anatomiæ imperitis colores adjudicantur, qui tunicæ uveæ ſubſtratæ inſunt & per eam tantummodo tranſparent.*

*DEFINITIO* 15.

21. *Sclerotica* eſt tunica externa poſterior *aa*, opaca valdeque firma, majoris ſphæræ aut ſphæroidis ſegmentum quam cornea, cum qua oculum conſolidat ejusq; figuram pariter ac in ſitu ſuo ſingulas partes conſervat.

*SCHOLION* I.

22. *Ideo tam tenaces ſunt tunicæ cornea & ſclerotica, ne oculus, tam nobile organon, facile lædatur.*

*SCHOLION* 2.

23. *Veſtitur autem ſclerotica anteriore ſui parte membrana alba, quam* adnatam *vocant Anatomici, tum ad decorem, tum ad volubilitatem oculo conciliandum.*

*DEFINITIO* 16.

24. *Uvea* eſt tunica interna anterior *ee*, corneæ ſubſtrata, humori aqueo innatans & in medio perforata, figuram annuli vel zonæ G habens, intus aſpera & nigra, foris lævis & diverſicolor, radios ad viſionem neceſſarios in interiorem oculi concamerationem intromittens, ſuperfluos vero arcens. Fig. I. Fig. 2.

*SCHOLION.*

25. *Pars uveæ, quæ per corneam tranſparet, a varietate colorum dicitur* Iris. *Et quia ſolis depicti imaginem referre videtur, radiis quaſi innumeris circa orbiculum nigrum diffuſis,* Solem *nonnulli vocant.*

DE-

DEFINITIO 17.

Tab. I. Fig. 1. 26. *Pupilla* eſt foramen rotundum tunicæ uveæ *g* inſtar orbiculi nigricantis in oculo conſpicuum & aditum radiis in oculi interiora concedens.

DEFINITIO 18.

27. *Choroides* eſt tunica interna poſterior *bb*, ſcleroticæ contigua adeoque eandem cum ipſa figuram, ſuperficiem vero concavam politam habens, tenuis atq; mollis, ſuaque nigredine oculum opacans.

SCHOLION 1.

28. *In pecudibus non æque ac in hominibus tota nigra eſt choroides, ſed in ſuperficie concava colore livido tincta apparet. Unde & pupilla in animalibus non prorſus nigricat.*

SCHOLION 2.

29. *Cornea ſclerotica, uvea choroidi connectitur mediante ligamento membranaceo, quod* ciliare *vocant; unde tenuia quædam filamenta usque ad humorem cryſtallinum undiquaque procedunt, quibus* proceſſum ciliarium *nomen impoſuerunt anatomici.*

DEFINITIO 19.

30. *Retina* ſeu *amphibleſtroides* eſt tunica intima *cc*, Choroidi contigua, tenuis ac mucoſa, ſubalba, inter diaphanum & opacum fere media, cum fibrillis nervi optici fortiter connexa.

SCHOLION 1.

31. *Retina intra aquam agitata facile expanditur, a choroide autem ſeparata in maſſam mucoſam conglobatur.*

SCHOLION 2.

32. *Equidem* Ruyſchius *contendit, inter choroidem & retinam dari adhuc tunicam aliam, quam a ſe repertam* Ruyſchianam *vocat, choroidi tam firmiter connatam (ipſa ejus verba recito) ut vulgari ſectione anatomica in oculos non incurrat. Enimvero* Verheyenus *in oculo ovino choroidem duabus lamellis conſtantem haud difficulter invenit; in humano autem interiorem lamellam nullo modo obſervare potuit. Quoniam vero tunicæ multæ ac membranæ duplici lamella conſtant, quemadmodum ego ope ſiphonis mei anatomici* (§.52 Hydroſt.) *tunicas veſicæ in duas lamellas facile ſeparo; non ſine ratione judicat Anatomicus peritiſſimus* Verheyenus (a), *etſi in omnium viventium oculis duplex choroidis lamella inveniretur, non tamen ideo de novo nomine laborandum eſſe.*

DEFINITIO 20.

33. *Humor aqueus g* eſt, qui anteriorem oculi cavitatem inter corneam & proceſſus ciliares replet, inſtar aquæ fluidus, tenuis ac limpidus. Tab. I. Fig. 1.

DEFINITIO 21.

34. *Humor cryſtallinus f* eſt maſſa conſiſtens, ſed pellucida, figuræ lenticularis, inæqualiter convexa, pellicula tenui ac pellucida involuta, quam *Araneam* ſeu *Arachnoidem* vocant.

SCHOLION 1.

35. *Partem humoris cryſtallini anteriorem* Keple-

(a) in Corporis humani Anatom. lib. I. Tract. 4. c. 14. p. 248 Edit. Bat. ſecundæ A. 1710

Keplerus (b) *ſegmentum ſphæroidis rotatione ellipſis circa axem geniti; poſteriorem vero ſegmentum conoidis hyperbolici rotatione hyperbolæ circa axem geniti eſſe ſuſpicatur.*

### SCHOLION 2.

36. *Humorem cryſtallinum nec in omnibus hominibus, nec in omnibus ejusdem hominis ætatibus ejusdem eſſe figuræ; in aliquibus enim magis, in aliis minus ad rotunditatem tendere; in ætate integra eſſe turgidum, in fracta quaſi planum, autor eſt* Schottus (c).

### DEFINITIO 22.

Tab. I. Fig. I. 37. *Humor vitreus h* eſt, qui poſteriorem oculi cavitatem replet, vitro fuſo ſimilis, aliqualis conſiſtentiæ, admodum diaphanus, pellicula tenui (quam *hyaloidem* vocant Anatomici) veſtitus.

### DEFINITIO 23.

38. *Reflexio luminis* eſt propagatio in partes anteriores corporis opaci, in quod incidit, ob ejus reſiſtentiam.

### DEFINITIO 24.

39. *Refractio luminis* eſt deviatio a linea, per quam propagari debebat, ob diverſam medii denſitatem.

### DEFINITIO 25.

40. *Viſio diſtincta* eſt, quæ partes a ſe invicem diſtinctas diſcernit.

### DEFINITIO 26.

41. *Viſio confuſa* eſt, quæ partes a ſe invicem diſtinctas non diſcernit, ſeu confundit.

### AXIOMA. 1.

42. *Nihil videtur ſine lumine* (§. 4).

### AXIOMA 2.

43. *Si oculus eodem modo afficitur, viſio eadem.*

### SCHOLION.

44. *Veritas axiomatis manifeſta eſt per axioma fundamentale, quod nihil ſit ſine ratione ſufficiente* (§. 23 Mech.). *Si enim oculus eodem modo afficitur in duobus caſibus; nulla ſane eſt ratio, cur in uno caſu alia eſſe debeat viſio, quam in altero. Videtur equidem axioma adhuc aliquid obſcuritatis habere; ſed quicquid ejus reſtat, totum diſparebit, ubi in ſequentibus explicatum fuerit, quomodo oculus eodem modo afficiatur. Cæterum hinc colligitur, cur in rerum natura præcaveri non potuerit, quin viſibilia interdum aliter apparerent, quam ſunt.*

### OBSERVATIO 1.

45. *Si per exiguum foramen, quod piſi magnitudinem non adæquat, lumen ſolare in cameram obſcuram intromittatur, per totum, qua patet, medium a foramine usque ad corpus opacum ulteriori propagationi reſiſtens linea recta lucida comparebit in directum jacens rectæ inter foramen & ſolem interjectæ.*

### COROLLARIUM 1.

46. Lumen ergo propagatur per lineam

(b) in Paralip. in Vitellionem c. 5. p. 167.
(c) Magiæ Univerſ. Nat. & Art. part. 1. lib. 2. præluſ. 1. artic. 8. p. 64.

neam rectam conſequenter radii per lineas rectas repræſentari poſſunt (§. 6).

COROLLARIUM 2.

47. Cum nihil videatur ſine lumine (§. 42), lumen vero per lineas rectas propagetur (§. 46); nullum objecti punctum videbitur, niſi quod pupillæ in directum jacet (§. 26).

SCHOLION.

48. *Suppono nempe radios ab objecto per idem medium ad oculos trajici.*

COROLLARIUM 3.

Tab. I. Fig. 3. 49. Radii *Ab*, *Ac*, *Ad*, *Ae* &c. ex eodem puncto A emanantes continuo divergunt.

OBSERVATIO 2.

Tab. I. Fig. 4. 50. *Si lumen per exiguum foramen in cameram obſcuram intromiſſum* AC *ſpeculo* EF *excipiatur; in partes anteriores ſpeculi per rectam* CD *propagabitur.*

COROLLARIUM.

51. Lumen ergo a corporibus reflectitur, quæ ulteriori progreſſui obſtant (§. 38).

SCHOLION.

52. *Non injucundum eſt ſpectaculum, dum verſo ſpeculo* EF, *radii* AC & DC *una ad perpendiculum* FC *accedunt, iterumque ab eo digrediuntur aut prorſus coaleſcunt: imprimis cum radii ſub forma linearum rectarum compareant, quales in Optica* (§. 46) *repræſentantur.*

OBSERVATIO 3.

Tab. I. Fig. 5. 53. *Si lumen per exiguum foramen in cameram obſcuram intromiſſum* LM *oblique incidat in vitrum Conicum* HIK *aqua plenum, vel etiam in vitrum ſolidum, non recta ex* M *in* N *tendet, ſed a recta* LN *deviabit per* MO.

COROLLARIUM.

54. Cum aër & aqua itemque vitrum ſint diverſæ gravitatis ſpecificæ (§. 55 *Aërom.*), adeoque etiam diverſæ denſitatis (§. 20 *Hydroſt.*); radius ex uno medio in aliud diverſæ denſitatis tranſiens refringitur (§. 39).

OBSERVATIO 4.

55. *Si in ſpeculo ad feneſtram collocato magnitudinem pupillæ obſerves; manibus ad tempora applicatis, ut lumen a lateribus affluens ab oculo arceatur, eam dilatari, manibus vero remotis denuo coarctari videbis. Eandem variationem notabis, ſi noctu candelam ardentem oculo alterius nunc admoveris, nunc ab eodem removeris.*

COROLLARIUM 1.

56. Creſcente adeo lumine, pupilla coarctatur; decreſcente dilatatur.

COROLLARIUM 2.

57. Hinc major eſt in luce meridiana, quam in crepera.

OBSERVATIO 5.

58. *Quodlibet punctum objecti A videtur omnibus in locis* b, c, d, e &c. *ad quæ ex eo linea recta duci poteſt.* Tab. I. Fig. 3.

*COROLLARIUM* I.

59. Quia nihil videtur ſine lumine (§. 42); quodlibet objecti punctum radios innumeros quaquaverſum diffundit.

*COROLLARIUM* 2.

60. Quare cum radii per lineas rectas propagentur (§. 46); a puncto radiante radius emittitur in quodlibet punctum, ad quod ex eo linea recta duci poteſt.

*OBSERVATIO* 6.

Tab. I. Fig. 6. 61. *Quodſi humor cryſtallinus C candelæ ardenti AB aut feneſtræ objiciatur, & poſt eum in certa diſtantia (quæ tentando facile definitur), folium chartæ mundæ DE ſtatuatur, ſuper eo imago candelæ aut feneſtræ ſitu inverſo* ba *comparebit & flamma mobilis, uti eſt, repræſentabitur. Quodſi candela retrahatur, imago* ba *diſparebit, reditura ſi chartam DE propius admoveris, ſed minor priore. Si ab oculo bovino poſticam ſcleroticæ ac choroidis, immo etiam retinæ partem, humore vitreo illæſo ſepares & candelam ardentem ante pupillam conſtituas; ejus imaginem ſitu inverſo videbis in extima ſuperficie humoris vitrei vel ipſius retinæ ubi non fuerit ſeparata. Eadem omnia eodem modo ſe habebunt, ſi humori cryſtallino ſubſtituas vitrum politum convexum.*

*COROLLARIUM* I.

62. A quibus objectis radii in oculum illabuntur, eorum imagines admodum exiguæ, ſed valde diſtinctæ pone humorem cryſtallinum delineantur.

*COROLLARIUM* 2.

63. Imago objecti majoris in eadem diſtantia major eſt, quam minoris.

*COROLLARIUM* 3.

64. Imago objecti vicini majore intervallo ab humore cryſtallino diſtat, quam remoti.

*COROLLARIUM* 4.

65. Imago objecti vicini major eſt; imago remoti minor.

*COROLLARIUM* 5.

66. Cum adeo objecta remota videantur minora, vicina vero majora; objectum magnum apparet, ſi magna in oculo delineatur imago; parvum vero, ſi parva (§. 43).

*COROLLARIUM* 6.

67. Quæ ergo æqualia apparent; eorum imagines in oculo æquales ſint neceſſe eſt.

*COROLLARIUM* 7.

68. Si objectum movetur; imago quoque in oculo movetur, ſeu ſucceſſive alias aliasque retinæ partes occupat (§. 61). Moveri adeo videntur, quorum imagines alias aliasque retinæ partes ſucceſſive occupant (§. 43).

*COROLLARIUM* 8.

69. Orbium vitreorum in feneſtra contiguorum imagines etiam in oculo con-

contiguæ ſunt (§. 61). Quorum adeo imagines in oculo contiguæ ſunt, ea contigua videntur (§. 42). Eodemque modo patet, quod continua videri debeant, quorum imagines continuæ ſunt.

## COROLLARIUM. 9.

70. Viſio igitur convenit repræſentationi objectorum in oculo, hoc eſt, talia apparent objecta, qualia in oculo repræſentantur.

## COROLLARIUM 10.

71. Cum imago in oculo delineata objecto ipſo multo minor exiſtat; fieri poteſt ut vel ob hujus parvitatem (§. 63), vel diſtantiam (§. 65) individuum in oculo punctum occupet. Quoniam adeo objectum non amplius repræſentatur; in utroque caſu videri nequit (§. 70).

## COROLLARIUM 11.

72. Quia igitur nec objecti vicini partes omnes exiguæ, nec remoti ſatis magnæ videri poſſunt; neque vicina, neque remota prorſus diſtincte nudo oculo videmus (§. 40), diſtinctius tamen vicina, quam remota (§. 65. 71) cernimus.

## OBSERVATIO 7.

Tab. I. Fig. 7. 73. *Si vitrum utrinque convexum & politum AB charta obducas, nonniſi duobus foraminulis ſive quadratis, ſive rotundis apertis; radii a ſole lucente S in chartam CD ad certam diſtantiam, tentando definiendam, collocatam per utrumque transmiſſi coaleſcunt in F, mox tamen a ſe invicem receſſuri, ſi chartam CD vel propius ad lentem AB admoveas, vel longiori intervallo ab eadem removeas. Si idem vitrum ita tectum feneſtræ obvertas, imagines ejus in unam coaleſcent: nec diſparebit, imago, etiamſi foramen alterutrum tegas, niſi quod claritas minuatur.*

## COROLLARIUM 1.

74. Quilibet radius fert ſecum integram ſpeciem puncti radiantis.

## COROLLARIUM 2.

75. Radii ab eodem puncto objecti egreſſi per refractionem in vitro convexo, conſequenter etiam in humore cryſtallino (§. 61), factam in uno puncto iterum uniuntur.

## COROLLARIUM 3.

76. Tum ergo objectum in charta CD, conſequenter etiam in retina (§. 61) repræſentatur, ſi radii diverſorum punctorum radiantium ſpecies ſecum ferentes (§. 74) non confunduntur.

## SCHOLION.

77. *Patet jam ratio univerſæ ſtructuræ oculi. Sclerotica nempe cum cornea concamerationem efficit; uvea cum choroide oculum opacat, ne radii peregrini ab ea reflexi imaginem in retina delineandam obſcurent (§. 3). Humor cryſtallinus per refractionem radios eandem ſpeciem ſecum ferentes unit (§. 75), ut objectum clare ac diſtincte pone eum repræſentetur:*

*tur: quam refractionem humores aqueus & vitreus juvant* (§. 54). *Pupilla dilatabilis, ut nunc coarctari, nunc ampliari poſſit* (§. 56); *quo lumen ad repræſentationem ſatis claram ſufficiens* (§. 73) *illabatur. Hinc non difficilis eſt oculi artificialis constructio, in quo objecta eodem modo repræſentantur, quo in vero. Quare cum iis utilis ſit ad veritates hactenus propoſitas confirmandas; ejus ſtructuram paucis exponemus.*

## *PROBLEMA* 1.

Tab. I. Fig. 8. 78. *Oculum artificialem conſtruere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Fiant duo hemiſphæria cava ex ligno duriori, mediante aliqua commiſſura facile conjungenda.
2. Hemiſphærium anterius ſit in medio perforatum foramine rotundo C, quod pupillæ vices ſuſtineat & vitro tenui plano, vel (quod perinde eſt) convexo concavo tanquam tunica cornea muniendum.
3. Interius in tubum brevem efformetur, & alius ductilis G cum lenticula vitrea polita ac utrinque convexa (quæ humoris cryſtallini munere fungitur) eidem immittatur.
4. Hemiſphærio poſteriori immittatur tubus ductilis EF, cui inditum ſit vitrum planum, cujus ſuperficies interior lævigata quidem ſed non polita, retinam cum nervo optico repræſentans.

Quodſi igitur foramen C objecto cuidam obvertas & tubum ductilem FE ſenſim ſenſimque extrahas; videbis tandem objectum in vitro plano accuratiſſime ſuis quidem coloribus nativis, ſed ſitu inverſo, delineatum. Et hac machina ea explorare licebit, quæ in antecedentibus de viſibilium in oculo naturali repræſentatione dicta ſunt.

### *Aliter.*

Quoniam perinde eſt, quæcunque fuerit cavitatis internæ figura; conclave quodcunque ita obſcurare poteris, ut nonniſi per exiguum foramen, vitro polito utrinque convexo muniendum, luci aditus pateat. Quodſi enim linteum album in certa diſtantia expandas; omnium objectorum foramini oppoſitorum imagines quam diſtinctiſſime ſuis nativis coloribus ſuper eodem depinguntur. Erunt autem imagines tanto majores, quo lens vitrea fuerit majoris ſphæræ ſegmentum.

### *SCHOLION.*

79. *Hæc eſt decantata illa* camera obſcura, *cum qua hodie Philoſophi oculum conferre ſolent, rationes phœnomenorum opticorum reddituri. Equidem ſi foramen piſi magnitudinem non excedat; objecta quoque delineantur,*

*tur lente remota: non tamen tam diſtincta ſunt imagines, quam altero in caſu. Primus hoc phænomenon obſervavit* Joannes Baptiſta Porta (d). *Demonſtrationem damus in ſequentibus.*

# CAPUT II.
## De
# LUCE.

### *DEFINITIO* 27.

80. *Intenſitas luminis* eſt quantitas vis illuminatricis.

### *SCHOLION.*

81. *Vim illuminatricem ut phænomenon conſidero, non ut peculiarem entitatem lumini ſuperadditam aut ut qualitatem occultam. Licet autem eam non pro inexplicabili habeam; Mathematici tamen non eſſe exiſtimo, ut ejus naturam explicet, ſeu rationes phyſicas reddat. Abſit itaque ut quis arbitretur, me ſcholaſticorum figmenta ex philoſophia feliciter profligata in eam reducere velle.*

### *COROLLARIUM.*

82. Quoniam radius perpendicularis fortius ferit, quam obliquus in ratione ſinus totius ad ſinum anguli obliquitatis (§. 396 *Mechan.*); radius quoque perpendicularis obliquo in eadem ratione intenſior eſt.

### *AXIOMA* 3.

83. *Si ſingulorum radiorum vires illuminatrices fuerint æquales, aut radii fortes ac debiles in conſtante ratione miſceantur; intenſitates luminis habent rationem multitudinis radiorum æqualia plana ferientium.*

### *COROLLARIUM.*

84. Quia denſitas luminis ex multitudine radiorum per datum medium una transmiſſorum æſtimatur (§. 14 *Hydroſt.*); intenſitates luminis in hypotheſi virium illuminatricium æqualium aut in conſtante ratione mixtarum, in ratione denſitatum erunt.

### *THEOREMA* I.

85. *Si lumen propagatur per radios parallelos in medio non reſiſtente; intenſitas non variatur.* Tab. I. Fig. 9.

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam radii per ſpatium AB DC transmiſſi ſunt paralleli, *per hypoth.* ſinguli a ſingulis eandem diſtantiam conſtanter tuentur (§. 78 *Geom.*). Quare cum lumen propagetur in medio non reſiſtente *per hypoth.* nullus radi-



(d) Magiæ naturalis lib. 4. c. 2.

us intercipitur, nec ullius vis immutatur (§. 23 *Mechan.*) intenſitas igitur variari nequit (§. 80). *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 2.

Tab. I. Fig. 10. 86. *Si lumen propagatur per radios divergentes æqualium virium in medio non reſiſtente, intenſitas luminis decreſcit in ratione duplicata diſtantiarum a puncto radiante reciproce.*

### *DEMONSTRATIO.*

Cum enim lumen in medio non reſiſtente propagetur, *per hypoth.* nec radius ullus intercipitur, nec vis ſingulorum minuitur, adeoque radii, qui in diſtantia AC per hemiſphærium a ſemicirculo FCG deſcriptum diffundebantur, in diſtantia AB per hemiſphærium a ſemicirculo DBE deſcriptum diffunduntur. Sunt igitur denſitates luminis reciproce ut ſuperficies hemiſphæriorum a ſemicirculis FCG & BDE deſcriptorum (§. 23 *Hydroſt.*), conſequenter etiam intenſitates luminis in eadem ratione exiſtunt (§. 84). Sunt vero ſuperficies illorum hemiſphæriorum in ratione ſemicirculorum FCG & DBE (§. 493 *Geom.* & §. 170 *Arithm.*), hoc eſt in ratione duplicata diſtantiarum AC & AB (§. 387 *Geom*). Ergo intenſitas luminis in C eſt ad intenſitatem in B in ratione duplicata ipſius AB ad AC. *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM.*

87. Si itaque fuerit AB = 2AC; erit intenſitas luminis in B = $\frac{1}{4}$ intenſitatis in C. Si AB = 3AC; intenſitas in B erit $\frac{1}{9}$ intenſitatis in C. Intenſitas adeo luminis per radios divergentes æqualium virium propagati decreſcit ſecundum progreſſionem 1. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{25}$. $\frac{1}{36}$ &c.

### *THEOREMA* 3.

88. *Si lumen propagatur per radios convergentes æqualium virium in medio non reſiſtente; intenſitas luminis creſcit in ratione duplicata diſtantiarum a puncto concurſus reciproce.* Tab. I. Fig. 11.

### *DEMONSTRATIO.*

Eodem, quo in demonſtratione theorematis præcedentis, modo oſtenditur, intenſitates luminis in C & G eſſe in ratione circulorum EF & AB reciproce, conſequenter in ratione duplicata ipſius GF ad CB (§. 493 *Geom.*). Quoniam vero GF ipſi CB ſupponitur parallela; erit GF : CB = DG : DC (§. 253 *Geom.*). Eſt igitur intenſitas luminis in C ad intenſitatem in G in ratione duplicata diſtantiæ GD ad diſtantiam CD. *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 4.

89. *Aër intenſitatem luminis minuit, quod per ipſum propagatur.*

*DE-*

### DEMONSTRATIO.

Si enim per exiguum foramen in conclave obſcurum, vel etiam per exiguam rimam lumen intromittitur, a latere ſtantes lucidum tramitem vident (§. 45). Quare cum nihil videatur ſine lumine (§. 42); neceſſe eſt, ut a particulis in aëre circumvolitantibus radii in oculum reflectantur, consequenter ùt in ulteriori progreſſu radiorum nnmerus continuo minuatur. Quoniam itaque ſingulis radiis ineſt vis ſua illuminandi; minuto radiorum numero, vis quoque illuminatrix, hoc eſt, intenſitas luminis (§. 80) minuitur. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

90. *Eodem modo oſtenditur, luminis intenſitatem multo magis minui, dum per aquam aut vitrum, aliaque media aere denſiora propagatur, id quod etiam ſenſui ſatis manifeſtum; videmus enim lumen per vitrum planum tranſmiſſum non ita fortiter illuminare chartam objectam, quam quod ad latera vitri in eandem incidit. Alia vero eſt ratio, ſi per refractionem radii condenſentur; de quo luminis incremento agemus in Dioptrica.*

### COROLLARIUM.

91. Luminis adeo per radios parallelos in aëre propagati intenſitas continuo minuitur, conſequenter ipſum tandem extinguitur, nec per immenſum intervallum propagatur.

### THEOREMA 5.

92. *Si latitudo plani illuminati IK ad diſtantiam puncti radiantis IH vel KH fuerit ut 1 ad 2000000, perinde eſt ac ſi radii HI & IK inciderent in planum paralleli.* Tab. I. Fig. 12.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ad IK perpendicularis *per hypoth.* reperietur ſinus anguli IHK 50 (§. 36 *Trigon.*). Eſt vero ſinus unius minuti ſecundi major 48, ſinus duorum major 96, nimirum fere 97, *vi Canonis ſinuum.* Ergo angulus H unius circiter ſecundi, certe multo minor quam duorum ſecundorum, conſequenter anguli I & K junctim ſumti non differunt ad ſenſum a duobus rectis (§ 225 *Geom.*). Radii igitur HI & HK incidunt in IK ad ſenſum paralleli (§. 240 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

93. Ergo radii HI & HK a puncto procul diſſito H advenientes multo magis incident in IK ad ſenſum paralleli, ſi IK ad IH minorem habuerit rationem quam 1 ad 2000000.

### COROLLARIUM 2.

94. Quoniam diameter pupillæ ſatis ampliatæ vix 2‴ ſeu $\frac{1}{5}$ unius digiti excedit; radii in pupillam fere paralleli incidunt, ſi diſtantia puncti radiantis ab oculo fuerit 4000000″, ſeu 400 pedum hoc eſt (quia juxta *Vare-*

nium

*nium* (e) quantitas unius milliaris Germanici eſt 22800 pedum Rhenanorum) fere $1\frac{3}{4}$ unius milliaris Germanici.

### SCHOLION.

95. *Suppoſui in demonſtratione, duos angulos I & K junctim ſumtos a duobus rectis non differre ad ſenſum, ſi angulus H non excedat quantitatem unius minuti ſecundi. Sed vix differens ad ſenſum, etiamſi H fuerit dimidii ſcrupuli primi. Tum vero ratio ipſius IK ad KH erit* vi Canonis ſinuum *ut* 1454 *ad* 10000000, *hoc eſt, fere ut* 1 *ad* 6877. *Quodſi diameter pupillæ denuo ponatur* 2''' *reperietur IH* 13754'' *ſeu* 137 *pedum. Unde id ſaltem liquet, quam primum diſtantia objecti excedit intervallum* 140 *pedum, incidentiam radiorum in pupillam ſenſim ſenſimque fieri quaſi parallelorum.*

### AXIOMA 4.

96. *Quæ a luminoſis ejusdem intenſitatis æqualiter diſtant loca, in iis æquale lumen producitur.*

### SCHOLION.

97. *Patet ex ipſa notione luminoſorum ejusdem intenſitatis. Cum nimirum intenſitas ſit quantitas vis illuminatricis* (§.80), *luminoſa ejusdem intenſitatis dicenda ſunt, quando in diſtantiis æqualibus æquale lumen producunt.*

### OBSERVATIO 8.

Tab. I. Fig. 13. 98. *Si tria vel plura luminoſa A, B, C per exiguum foramen F in locum obſcurum radient; ſingulorum imagines in charta objecta in* a, b *&* c *eodem modo delineantur ac ſi unum tantum per foramen illud F radiaret. Idem quoque accidit corporibus per ſe opacis, ſed illuminatis.*

### COROLLARIUM.

99. Lumen igitur unum non officit propagationi alterius.

### SCHOLION.

100. *Idem non minus evidenter ex Aſtronomia conſtat. Cum enim ibi oſtendatur, lumen ſolare nocturno tempore diffundi per vaſta illa ſpatia, in quibus planetæ vagantur; id tamen minime impedit, quo minus lumen fixarum per eadem ſpatia ad nos propagetur.*

### THEOREMA 6.

101. *Si duo corpora luminoſa L & M ejusdem intenſitatis per commune intervallum PQ radient; in locis N & O ab utroque luminoſo P & Q æqualiter diſtantibus æquale lumen producitur.* Tab. I. Fig. 14.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam NP = OQ & lucida L & M ejusdem intenſitatis *per hypoth.* quantum luminis L producit in N, tantundem etiam M producit in O (§.96). Porro quoniam PN = QO *per hypoth.* erit PO = QN (§. 80 *Arithm.*). Cum adeo lumen unum non officiat propagationi alterius (§. 99), adeoque luminoſum M in N & alterum L in O eodem modo lumen producant, ac ſi alterutrum abeſſet; tantum luminis M in N producit, quantum L in

(e) Geogr. Gener. part. abſol. lib. 1. c. 4. p. m. 29.

L in O (§. 96). In locis adeo N & O æquale lumen producitur (§. 80 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA 7.

Tab. I. Fig. 14 102. *Si duo lucida L & M ejusdem intenſitatis per commune intervallum PQ radiant; lumen in medio E productum erit ad lumen in loco quocunque N alterutri luminoſo L viciniori producto in ratione compoſita quadrati dimidiæ diſtantiæ lucidorum PE ad rectangulum ex ſegmentis PN & NQ & aggregati ex quadratis iſtorum ſegmentorum ad duplum ejusdem rectanguli.*

### DEMONSTRATIO.

Sit PE $=$ EQ $= a$, PN $= b$, NQ $= c$, lumen in E a luminoſo L productum $= l$. Quoniam intenſitates lucidorum L & M ſunt æquales, *per hypoth.* erit lumen in E a lucido M productum itidem $= l$ (§. 101). Porro lumen in N a lucido L productum $= a^2l : b^2$ & lumen in N a lucido M productum $= a^2l : c^2$ (§. 86). Quare cum lumen a lucido L in N productum non impediat, quo minus lucidum M lumen vi ſuæ proportionatum ibidem producat (§. 99); erit lumen in N a duobus lucidis L & M junctim productum $= a^2l : b^2 + a^2l : c^2$, quod vero ab iisdem in E producitur $= 2l$, conſequenter illud ad hoc eſt ut $a^2l : b^2 + a^2l : c^2$ ad $2l$, ſeu ut $a^2(b^2 + c^2)$ ad $2b^2c^2$ (§. 170. 172 *Arithm.*), nempe in ratione compoſita ~~PN²~~ ad PN. NQ & PN² + NQ² ad 2PN.NQ (§. 148 *Arithm.*). *Q. e. d.*

PE²

### COROLLARIUM.

103. Quodſi fiat NE $= d$, erit PN $= b = a - d$ & NQ $= c = a + d$, conſequenter his valoribus ſubſtitutis reperitur lumen in N ad lumen in E ut $a^4 + a^2d^2$ ad $a^4 - 2a^2d^2 + d^4$. Quoniam itaque $a > d$, erit quoque $a^2d^2 > d^4$ (§. 171 *Arithm.*), adeoque $a^4 + a^2d^2 > a^4 + d^4$ (§. 82 *Arithm.*) & hinc multo magis $a^4 + a^2d^2 > a^4 - 2a^2d^2 + d^4$. Lumen adeo omnium minimum in E producitur.

### THEOREMA 8.

104. *Si duo lucida L & l a punctis B & C æqualiter diſtent; erit lumen in B productum ad lumen in C productum in ratione duplicata diſtantiarum reciproce.* Tab. I. Fig. 15.

### DEMONSTRATIO.

Sint diſtantiæ lucidorum a punctis B & C ut rectæ AB & AC. Sit porro AB $= a$, AC $= b$, lumen a lucido L in B productum $= m$, quod vero ibidem producitur a lucido $l = n$; erit lumen a lucido L in C productum $= a^2m : b^2$, & quod ibidem producitur a lucido $l = a^2n : b^2$ (§. 86). Eſt itaque lumen ab utroque productum in B $= m + n$, in C vero $= (a^2m + a^2n) : b^2$ (§. 99),

adeoque lumen in B ad lumen in C ut $m+n$ ad $(a^2m+a^2n):b^2$, hoc eſt, ut $b^2$ ad $a^2$ (§. 170. 171 *Arithm.*), nempe in ratione duplicata diſtantiæ AC ad diſtantiam AB. *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

105. Ergo & ejusdem lucidi diverſæ partes a duobus punctis fere æqualiter diſtantes producunt in iis lumen diſtantiarum reciproce ſumtarum quadratis proportionatum.

## SCHOLION.

106. *Hoc corollario in Aſtronomia utimur, ubi quantitatem illuminationis a ſole in diverſis planetis definimus.*

## PROBLEMA 2.

107. *Data diſtantia AB ad quam luminoſum ſimplex lumen datæ intenſitatis producit, definire diſtantiam AC, ad quam luminoſum in data ratione auctum lumen priori æquale producit.* Tab. I. Fig. 15.

## RESOLUTIO.

Sit ratio data $= a : b$, diſtantia AB $= a$, quæſita AC $= x$, lumen in C a luminoſo ſimplici productum $= l$; erit ab eodem in diſtantia $x$ producendum $= a^2 l : x^2$ (§. 86), conſequenter quod ad eandem diſtantiam a luminoſo aucto in ratione $a : b$ producitur $= abl : x^2$ (§. 24 *Mechan.*). Eſt vero lumen in C a luminoſo aucto productum æquale ei, quod producitur a ſimplici in B, *per hypoth.* Ergo

$$abl : x^2 = l$$

$$ab : x^2 = 1$$

$$ab = x^2$$

conſequenter $a : x = x : b$

*Theorema.* Diſtantia AC, ad quam luminoſum auctum lumen ejusdem intenſitatis producit, quod a ſimplici in data diſtantia producebatur, eſt media proportionalis inter hanc diſtantiam datam & aliam, quæ ad eam habet rationem luminis aucti ad lumen ſimplex.

## COROLLARIUM.

108. Sphæra igitur activitatis in minore ratione augetur, quam vires luminoſi.

## SCHOLION.

109. *Eodem ſane modo reperitur diſtantia, ad quam luminoſum fortius idem lumen producit, quod a debiliori in data diſtantia producebatur & contra. Nec difficulter hac methodo problemata agnata alia ſolvuntur.*

## THEOREMA 9.

110. *Si ſphæra luminoſa AGB aliam opacam CHD illuminat; radii extremi ſphæram utramque tangunt.* Tab. I. Fig. 16.

## DEMONSTRATIO.

Recta AC, quæ utramque peripheriam AGB & CHD in A & C tangit, tota extra circulum cadit (§. 45 *Geom.*). Quare cum lumen per lineas rectas propagetur (§. 46); fieri ſane nequit ut ullus radiorum, qui ultra tangentem AC pro-

propagantur, a luminoſo AGB ad opacum CHD pertingant. Radii ergo extremi ſphæram utramque tangunt. *Q.e.d.*

*THEOREMA* 10.

Tab. I. Fig. 16. 111. *Si ſphæra luminoſa AB fuerit opacæ CD æqualis; dimidia partem opacæ dimidiam illuminabit.*

*DEMONSTRATIO.*

Jungantur centra ſphærarum E & F recta EF, ducanturque diametri AB & CD ad EF perpendiculares; Agantur præterea per A & C, itemque per B & D rectæ CA & DB (§. 18 *Geom.*). Quia CF & AE, itemque FD & EB ad EF perpendiculares atque æquales, *per hypoth.* erunt AC & BD ipſi EF parallelæ (§. 215 *Geom.*), conſequenter anguli ad A & C, itemque ad B & D recti (§. 219 *Geom.*). Tangit adeo AC peripheriam AGB in A, peripheriam vero CHD in C, & BD illam in B, hanc vero in D tangit (§. 289 *Geom.*). Sunt igitur A & B puncta ſphæræ luminoſæ extrema, quæ in opacam radiant, & C atque D puncta ſphæræ opacæ extrema, quæ illuminantur (§. 110). Quare cum AGB & CHD ſint ſemicirculi (§. 131 *Geom.*); ſphæra luminoſa dimidia dimidiam opacæ partem illuminat. *Q.e.d.*

*THEOREMA* 11.

Tab. II. Fig. 17. 112. *Si ſphæra luminoſa AB fuerit major opaca IN; pars minor quam dimidia luminoſæ illuminat partem majorem dimidia opacæ.*

*DEMONSTRATIO.*

Radius extremus CI utramque ſphæram tangit (§. 110), adeoque ad ſemidiametros CG & IM perpendicularis (§. 293 *Geom.*). Quare cum IM < GC, *per hypoth.* radius CI cum recta GM centra ſphærarum G & M conjungente convergit (§. 89. 214 *Geom.*), anguli igitur *o* & *u* ſunt recto minores (§. 226 *Geom.*), conſequenter IMK recto major (§. 141 *Geom.*). Eſt ergo CE quadrante minor; IK quadrante major (§. 137 *Geom.*). Quare cum eodem modo demonſtretur, eſſe DE quadrante minorem, KN vero quadrante majorem; erit CED ſemicirculo minor, IKN ſemicirculo major, conſequenter minor quam dimidia pars ſphæræ luminoſæ majorem dimidia partem ſphæræ opacæ illuminat. *Q.e.d.*

*THEOREMA* 12.

113. *Si ſphæra luminoſa IN fuerit minor ſphæra opaca AB; pars major quam dimidia luminoſæ illuminat partem opacæ dimidia minorem.*

*DEMONSTRATIO.*

Eadem eſt, quæ theorematis præcedentis.

## PROBLEMA 3.

Tab. II. Fig. 17. 114. *Datis ſemidiametris ſphæræ luminoſæ CG & ſphæræ opacæ IM una cum diſtantia centrorum GM, invenire quantitatem partis illuminatæ pariter ac illuminantis.*

### RESOLVTIO.

Ducatur FM ipſi CI parallela. Quoniam MI & CF ad CI perpendiculares (§. 110 *Optic.* & §. 293 *Geom.*) ; erit IM = CF (§. 215 *Geom.*), conſequenter FG differentia ſemidiametrorum CG & IM, quæ ob has datas etiam datur. Et quia IM etiam ad FM perpendicularis (§. 219 *Geom.*), erit IL quadrans (§. 137 *Geom.*), adeoque LK exceſſus partis dimidiæ illuminatæ ultra quadrantem.

Quoniam vero in Triangulo GFM ad F rectangulo (§.219 *Geom.*) datur latus FG differentia ſemidiametrorum IM & CG, itemque GM diſtantia centrorum G & M; angulus M inveniri poteſt (§. 36 *Trigon.*), cujus menſura eſt arcus deſideratus KL.

Dato vero angulo FMG datur etiam FGM (§. 226 *Geom.*), cujus menſura eſt arcus CE, qui dimidiam partem illuminantem ſphæræ luminoſæ manifeſtat.

E. gr. Juxta *Ricciolum* (e) diameter Telluris ad diametrum Solis ut 1 ad 33, nempe IM = 1 & CG = 33, adeoque FG = 32 ; diſtantia Solis a Tellure GM = 7300. Quare

| | |
|---|---|
| Log. GM | 38633229 |
| Log. ſin. tot. | 100000000 |
| Log. FG | 15051500 |
| Log. Sin. M | 76418271, cui in canone ſinuum artificialium reſpondent 15′. |

Eſt ergo IK = 90° 15′, conſequenter IKN 180° 30′. Porro CGM = 89° 45′, conſequenter CED 179° 30′.

### COROLLARIUM.

115. Cum eodem modo inveniatur tam arcus IKN, quam CED, ſi ſphæra minor IN fuerit luminoſa, major vero AB opaca ; per problema præſens etiam determinatur pars ſphæræ majoris a ſphæra minore illuminata, itemque pars ſphæræ minoris in majorem radians.

## THEOREMA 13.

116. *Si ſphæra lucida major AB propior fuerit opacæ minori IN ; minor illius pars in hanc radiat, hujus tamen pars major illuminatur, quam in longinquiori diſtantia.* Tab. II. Fig. 17.

### DEMONSTRATIO.

Eſt enim ut GM ad FG ita ſinus totus ad ſinum exceſſus partis dimidiæ illuminatæ ultra quadrantem LK (§. 114). Quamobrem ſi GM minuitur, FG exiſtente eadem;

(e) Aſtronom. Reform. lib. 1. c. 19. f. 70. b.

dem; ratio ſinus totius ad ſinum arcus LK minor fit (§. 187 *Arithm.*), conſequenter ſinus arcus LK, adeoque ipſe LK augetur (§. 189 *Arithm.*). Major ergo ſphæræ opacæ pars illuminatur. *Quod erat unum.*

Dum vero arcus LK ſeu angulus LMK augetur; angulus CGE, conſequenter arcus CE neceſſario minuitur (§. 226 *Geom.*) Minor adeo ſphæræ lucidæ pars in opacam radiat. *Quod erat alterum.*

### *THEOREMA* 14.

117. *Si ſphæra lucida minor IN majori opacæ AB propior fuerit, major ejus pars in eam radiabit, minorem tamen hujus partem illuminabit.*

### *DEMONSTRATIO.*

Eadem eſt, quæ theorematis præcedentis.

### *THEOREMA* 15.

Tab. II. Fig. 18. 118. *Si objectum AB radiet per exiguum foramen C in parietem album ipſi oppoſitum, ſitque radiaturæ locus poſt foramen* bCa *obſcurus; ſitu inverſo in pariete depingetur.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quia enim foramen C valde exiguum, radii a puncto B dimanantes parietem in *b* contingunt; qui vero a punctis A & D emanant, in parietis puncta *a* & *d* incidunt. Quare cum radii a diverſis punctis emanantes non confundantur; a pariete reflexi ſpeciem adhuc objecti ſecum afferunt (§. 74), conſequenter objectum in pariete ſpectandum exhibent (§. 43). Quia vero radii AC & BC in foramine ſe mutuo ſecant; ſitus objecti invertatur neceſſe eſt, cum radius ab infimo puncto in locum ſupremum *b* perveniat & contra.

### *COROLLARIUM.*

119. Quia anguli ad D & *d* recti, *per hypoth.* verticales autem ad C æquales (§. 150 *Geom.*), erunt etiam *b* & B, itemque *a* & A æquales (§. 231 *Geom.*), conſequenter, ſi paries, in quo delineatur objectum, fuerit huic parallelus, *ab*: AB = *d*C : DC (§. 378 *Geom.*), hoc eſt, altitudo imaginis eſt ad altitudinem objecti ut hujus diſtantia a foramine ad diſtantiam illius ab eodem.

### *SCHOLION.*

120. *Ut picturæ ſint claræ, objecta lumine ſolari colluſtrata ſint opus eſt. Clariores quoque apparebunt, ſi ſpectator per horæ circiter quadrantem in tenebris commoratus fuerit. Cavendum præterea ne forte per rimulas lumen illabatur nec cœlum parietem nimis illuſtret. Imago equidem fit major atque diſtinctior, ſi major fuerit parietis a foramine diſtantia* (§. 119): *ſed dum radii nimis dilatantur, lumen debilitatur peritque claritas imaginis, ut tandem non amplius diſcerni poſſit.*

# CAPUT III.
## De
# UMBRA.

### DEFINITIO 33.

121. *Umbra* eſt privatio luminis, interpoſito corpore opaco.

### COROLLARIUM.

122. Quoniam nihil videtur ſine lumine (§. 42), umbra mera videri nequit.

### SCHOLION.

123. *Quando itaque umbram videre dicimus, partim corpora videmus in umbra quidem collocata, ſed lumine a collateralibus corporibus reflexa adhuc colluſtrata, partim confinia lucis & umbræ.*

### THEOREMA 16.

124. *Quodlibet corpus opacum projicit umbram in directum cum radiis, a quibus illuminatur, ſeu in partem luci oppoſitam.*

### DEMONSTRATIO.

Cum enim corpus opacum radiis tranſitum neget (§. 12), radii autem per lineam rectam propagentur (§. 46); per intervalla cum ipſis in directum jacentia a tergo corporis non progredientur. Hæc ergo lumine privantur, conſequenter in iis umbra eſt (§. 121). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

125. Moto ergo luminoſo, umbra locum mutat.

### COROLLARIUM 2.

126. Moto corpore illuminato, umbra locum mutat.

### THEOREMA 17.

127. *Quodlibet opacum G tot habet umbras* H, I &c. *quod ſunt lucida E & F ipſum illuminantia.* Tab. II. Fig. 19.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam corpus opacum G intercipit radios (§. 12), radii autem per lineam rectam propagantur (§. 46), lucidum F per ſpatium GH ipſi oppoſitum radiare nequit. Privabitur ergo illud intervallum lumine luminoſi F. Eodem modo oſtenditur, ſpatium GI privari lumine lucidi E: ad ſpatium vero L a neutro lucidorum E & F lumen diffundi. Quamvis vero opacum G non obſtet, quo minus luminoſum E in ſpatio GH & luminoſum F in ſpatio GI lumen ſuum producat (§. 46); cum tamen ſpatia illa ab uno luminoſo minus illuminentur quam a duobus (§. 99), minus luminis in iis exiſtit, quam in aliis contiguis, adeoque luminis quadam parte carent. Opacum igitur G tot umbras habet, quot

quot ſunt lucida ipſum illuminantia. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

128. Quodſi ergo luminoſa ad eandem opaci partem multiplicentur, multiplicabuntur quoque ejus umbræ.

### SCHOLION.

129. *Si lumen a luminoſo F in ſpatio GH producendum inſenſibilem habuerit rationem ad lumen in eodem ſpatio a luminoſo altero E productum; erit equidem in ſpatio iſto GH aliqua luminis carentia, remoto opaco G adfuturi, adeoque umbra aliqua* (§. 121); *ſed illam oculus diſcernere nequit.*

### THEOREMA 18.

130. *Si lumen luminoſi fuerit intenſius, umbra quoque intenſior eſt.*

### DEMONSTRATIO.

Cum enim umbra ſit privatio luminis ob interpoſitum corpus opacum (§. 121); majore lumine privabitur ſpatium aliquod, ſi lumen luminoſi fuerit intenſius, quam ubi remiſſius extiterit. Unde umbra obſcurior videbitur, ſi corpora contigua majori lumine colluſtrentur, quam ſi minore reſplendeant, hoc eſt, umbra intenſior eſt, ſi lumen interceptum ab opaco fuerit intenſius, quam ſi remiſſius extiterit. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

131. Si plures umbræ coaleſcunt, opaco a pluribus luminoſis colluſtrato; umbra multiplicata intenſior eſt.

### SCHOLION.

132. *Intenſitas adeo umbræ æſtimatur ex gradibus luminis, quibus ſpatium aliquod privatur.*

### THEOREMA 19.

133. *Si ſphæra luminoſa AB fuerit æqualis opacæ CD, quam illuminat; umbra hujus CDLK erit cylindrica.* Tab. I. Fig. 16.

### DEMONSTRATIO.

Cum enim radii extremi CK & DL umbram terminantes peripheriam CHD in C & D tangant (§. 110) & diametro CD inſiſtant (§. 111); erunt ad eandem rectam CD perpendiculares (§. 239 *Geom.*), adeoque inter ſe paralleli (§. 241 *Geom.*). Quare ſi ex centro F perpendicularis FM erigatur; erit eadem radiis CK & DL parallela (§. *cit.*), conſequenter facta CK = DL, CFMK rectangulum (§. 96 *Geom.*). Quodſi jam concipiamus ſemicirculum CHI una cum rectangulo CKMF circa rectam HM gyrari; ille ſphæram parte ſui antica illuminatam (§. 442 *Geom.*), adeoq; hic ſpatium umbroſum deſcribet. Figura igitur umbræ cylindrica eſt (§. 438 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

134. Sphæræ igitur opacæ CD luminoſæ AB æqualis umbra ad eam diſtantiam extenditur, ad quam agere apta eſt luminoſa.

Co-

### COROLLARIUM 2.

135. Si igitur ejus umbra ſecatur, ſectionis planum circulus eſt circulo maximo ſphæræ opacæ æqualis (§. 489 *Geom.*).

### THEOREMA 20.

Tab. II. Fig. 17. 136. *Si ſphæra luminoſa AB major fuerit opaca IN, quam illuminat; umbra IHN erit conica.*

### DEMONSTRATIO.

Quia radius CH ſphæras AB & CI in C & I tangit (§. 110); radii GC & MI ad eundem perpendiculares ſunt (§. 239 *Geom.*). Quare cum GC > IM *per hypoth.* radius CH ad rectam GH per centra ſphærarum G & M tranſeuntem convergit (§. 80 *Geom.*). Ducta igitur ſubtenſa IN; triangulum IHP erit ad P rectangulum (§. 276 *Geom.*). Quodſi jam concipiamus figuram KIH circa KH rotari; KIQ ſphæram, quæ illuminatur (§. 442 *Geom.*), triangulum vero IPH figuram umbræ, nempe conum (§. 440 *Geom.*) deſcribit. Patet adeo, figuram umbræ eſſe conicam. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

137. Si igitur umbra ſecatur plano baſi parallelo; planum ſectionis erit circulus, tanto quidem minor, quo longiori intervallo a baſi diſtat (§. 441 *Geom.*).

### COROLLARIUM 2.

138. Sphæræ igitur opacæ a luminoſa majore illuminatæ umbra continuo decreſcit, tandemque in H finitur.

### THEOREMA 21.

139. *Si ſphæra luminoſa IN minor fuerit opaca AB, quam illuminat; umbra CDSR calathiformis eſt, ſeu coni truncati figuram habet.*

### DEMONSTRATIO.

Quia radius IR ſphæras AB & NI in C & I tangit (§. 110); ſemidiametri GC & IM ad eundem perpendiculares ſunt (§. 293 *Geom.*). Quare cum GC > IM *per hypoth.* radius IR a recta MT per centra ſphærarum M & G tranſeunte divergit (§. 81 *Geom.*). Quodſi ergo RS agatur cum chorda CD parallela; erit RCTV trapezium parallelarum baſium (§. 99 *Geom.*). Quodſi jam concipiamus figuram TECR circa rectam TE rotari; quadrans AEG deſcribet hemiſphærium illuminatum (§. 442 *Geom.*), trapezium vero RCVT, tanquam ſegmentum trianguli rectanguli RHT, ob rectos ad V (§. 276 *Geom.*) & T (§. 222 *Geom.*), conum truncatum (§. 440 *Geom.*): quæ cum ſit figura umbræ, patet umbram eſſe calathiformem, ſeu figuram coni truncati habere. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* 1.

140. Umbra igitur ſphæræ opacæ majoris a lucido ſphærico minore illuminatæ continuo dilatatur & ad eam diſtantiam extenditur, in qua agere aptum eſt luminoſum.

*COROLLARIUM* 2.

141. Si umbra ſecetur plano baſi parallelo; erit illud circulus tanto quidem maior, quo a baſi remotior (§. 441 *Geom.*).

*PROBLEMA* 4.

Tab. II. Fig. 17. 142. *Data ſemidiametro ſphæræ lucidæ majoris CG una cum ſemidiametro opacæ minoris IM & diſtantia centrorum GM; invenire longitudinem umbræ QH ſeu axem coni umbroſi.*

*RESOLUTIO.*

1. Ducatur FM ipſi CH parallela, erit IM = CF (§. 215 *Geom.*), adeoque FG differentia ſemidiametrorum GC & IM, conſequenter:
   Ut FG differentia ſemidiametrorum ad GM diſtantiam centrorum;
   Ita CF ſemidiameter ſphæræ opacæ ad MH diſtantiam verticis coni umbroſi a centro ſphæræ opacæ.
2. Quodſi ratio PM ad MH valde exigua fuerit, ita ut MH & PH notabiliter non differant; MH pro axe Coni umbroſi aſſumi poteſt. Alias mulctanda eſt parte PM: quæ ut inveniatur.
3. Quæratur arcus LK (§. 114). Hic enim a quadrante ſubductus relinquit arcum IQ qui eſt menſura anguli IMP (§. 55 *Geom.*). Cum adeo in triangulo MIP ad P rectangulo præter angulum IMQ etiam detur latus IM ſemidiameter corporis opaci; reperietur MP (§. 34 *Trigon.*).

E. gr. Si ſemidiameter Telluris MI = 1, erit juxta *Ricciolum* ſemidiameter Solis AG = 33, diſtantia ſolis a terra GM = 7300, adeoque GF = 32. Unde MH = $228\frac{1}{8}$. Quoniam angulus MIP eſt tantum 15′; MP ad MH exiguam rationem habere calculus teſtatur, adeoque etiam PH $288\frac{1}{8}$ ſemidiametrorum terreſtrium aſſumi poteſt.

*COROLLARIUM.*

143. Quoniam ratio diſtantiæ corporis opaci a luminoſo GM ad longitudinem umbræ MH conſtans eſt; ſi diſtantia minuitur, longitudo quoque umbræ minor evadere debet. Opaci igitur ſphærici ad luminoſum ſphæricum majus accedentis umbra decreſcit.

*DEFINITIO* 29.

144. Si per extremitates objecti S & T ducantur parallelæ TV & SQ; angulus TVS, quem radius per verticem S tranſiens & umbram in V terminans cum recta TV efficit, dicitur *Altitudo luminoſi.* Tab. II. Fig. 20.

### *PROBLEMA* 5.

Tab. II. Fig. 20. 145. *Data altitudine corporis opaci TS & altitudine luminoſi e. gr. Solis ſupra horizontem, hoc eſt, angulo SVT, invenire longitudinem umbræ.*

### *RESOLUTIO.*

Quoniam in triangulo STV ad T rectangulo datur angulus V una cum latere TS, *per hypoth.* invenietur longitudo umbræ TV (§ 34 *Trigon.*).

E. gr. Sit altitudo ſolis 37° 45′, altitudo turris 187 pedum ; reperietur TV $241\frac{1}{2}$ pedum. Nimirum

| | |
|---|---|
| Log. Sin. V. | 97869056 |
| Log. TS. | 22718416 |
| Log. Sin. S. | 98980060 |
| | 12.1698476 |

Log. TV 2.3829420, cui in canone quam proxime reſpondent 2415″.

### *PROBLEMA* 6.

Tab. II. Fig. 20. 146. *Data altitudine corporis opaci* TS *una cum longitudine umbræ* TV ; *invenire altitudinem Solis ſupra horizontem.*

### *RESOLUTIO.*

Quoniam in triangulo STV ad T rectangulo dantur crura TV & TS, invenietur angulus V, qui metitur altitudinem Solis, inferendo (§. 38 *Trigon.*).

Ut longitudo umbræ TV
ad altitudinem corporis opaci TS ;
ita ſinus totus
ad tangentem altitudinis Solis
ſupra horizontem.

E. gr. Sit TS 30 pedum ; TV 45′; reperietur TVS 3° 41′. Nempe

| | |
|---|---|
| Log. TV | 16532125 |
| Log. TS | 1.4771212 |
| Log. Sin. Tot. | 100000000 |

Log. Tang. TVS 9.8239087, cui in canone quam proxime reſpondent 33° 41′.

### *THEOREMA* 22.

147. *Si altitudo luminoſi* e. gr. *Solis ſupra horizontem* TVS *fuerit* 45° ; *longitudo umbræ* TV *altitudini corporis opaci* TS *æqualis eſt.* Tab. II. Fig. 20.

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam angulus ad T rectus eſt, ſi TVS fuerit 45° ſeu ſemirectus, etiam alter TSV ſemirectus erit (§. 226 *Geom.*), conſequenter TV = TS (§. 238 *Geom.*). *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 23.

148. *Longitudines umbrarum* TZ *&* TV *ejusdem corporis opaci* TS *pro diverſa altitudine luminoſi ſunt ut cotangentes altitudinum luminoſorum.*

### *DEMONSTRATIO.*

Sint enim TZ & TV longitudines

nes umbrarum: erunt TZS & TVS altitudines luminoſi (§. 144). Quodſi TS ſumatur pro ſinu toto, erunt TZ & TV tangentes angulorum TSZ & TSV (§. 7 *Trigon.*), conſequenter cotangentes altitudinum TZS & TVS (§. 11 *Trigon.*). Sunt itaque umbrarum longitudines ut cotangentes altitudinum. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* 1.

149. Quoniam cotangens anguli majoris minor eſt cotangente anguli minoris (§. 11 *Trigon.*); luminoſo aſcendente umbra decreſcit.

*COROLLARIUM* 2.

150. Hinc umbræ corporum meridianæ hieme longiores ſunt quam æſtate, & ſingulis diebus umbræ meridianæ breviores ſunt antemeridianis & pomeridianis.

*THEOREMA* 24.

Tab. II. Fig. 21. 151. *Si duorum opacorum parallelorum AB & DE umbræ BC & DC eodem radio AC, vel diverſis æque altis terminentur; altitudinibus opacorum AB & DE proportionales ſunt.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam enim DE eſt ipſi AB parallela, *per hypoth.* ſi umbræ eodem radio AC terminantur, erit CD : CB = DE : DA (§. 253 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Si umbræ radiis æque altis AC & E*c* terminentur; erunt in utroque triangulo ABC & ED*c* anguli B & D recti, anguli vero obliqui C & *c* æquales (§. 144), adeoque denuo D*c* : BC = DE : AB (§. 252 *Geom.*). *Quod erat alterum.*

*PROBLEMA* 7.

152. *Mediante umbra in planum horizontale projecta metiri altitudinem objecti cuiuscunque opaci, e. gr. turris AB.* Tab. II. Fig. 22.

*RESOLUTIO.*

1. In termino umbræ turris C baculo infixo, fune aut catena horizontaliter extenſa metire longitudinem umbræ AC (§. 22 *Geom.*).
2. Defigatur in terra baculus notæ altitudinis DE &
3. Inveſtigetur ut ante longitudo umbræ EF.

Dico eſſe EF : AC = DE : AB.

E. gr. Sit AC = 45′, ED = 5′, EF = 7; erit AB = 45.5 : 7 = $32\frac{1}{7}$.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam ob ingentem diſtantiam Lunæ & Solis a terra angulus F æqualis deprehenditur ipſi C, ſi baculus prope turrim in terra defixus umbram EF projicit; umbra turis AC & baculi EF radiis terminantur æque altis (§. 144). Eſt ergo EF : AC = DE : AB (§. 151). *Q. e. d.*

## SCHOLION.

153. *Si alio lumine, quam ſolari aut lunari, colluſtratum objectum AB umbram projiceret in C; baculus DE ita infigi deberet, ut ejus umbra etiam in C terminaretur* (§. 151).

## PROBLEMA 8.

154. *Mediante umbra partim in planum horizontale, partim in verticale, hoc eſt, in planum ad prius perpendiculare projecta, altitudinem objecti opaci e. gr. turris metiri.*

## RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 23.

1. Metire primum umbram horizontalem AK (§. 22 *Geom.*).
2. Pertica ad planum verticale applicata inveſtiga altitudinem umbræ verticalis KL.
3. Hac in terra ita defixa, ut nonniſi pars ipſi KL æqualis emineat, metire longitudinem umbræ ejus.
4. Quoniam hæc addita umbræ AK conficit longitudinem umbræ a turri projiciendam, remota domo MK; erit (§. 151), ut longitudo umbræ perticæ ad longitudinem umbræ turris modo inventam, ita altitudo AK ad altitudinem turris AB.

E. gr. Sit AK = 20, KL = 12′, umbra a pertica 12 pedum projecta = 8; erit AB = 28.12 : 8 = 7.6 = 42.

## THEOREMA 25.

155. *Æqualium opacorum umbræ habent longitudines diſtantiis ſuis ab eodem luminoſo vel luminoſis æque altis proportionales.*

## DEMONSTRATIO.

Sit EF longitudo umbræ opaci DE, BC longitudo umbræ opaci AB, & tam GH, quam AB & DE ad HF perpendiculares, erit BH diſtantia opaci AB a luminoſo G & EH diſtantia opaci DE ab eodem luminoſo G (§. 214 *Geom.*). Et quia tum AB, tum DE ipſi HG parallela (§. 241 *Geom.*); erit porro AB : GH = BC : CH & DE : GH = EF : FH (§. 253 *Geom.*), conſequenter ob AB = DE *per hypoth.* BC : CH = EF : FH (§. 157. 156 *Arithm.*). Unde porro BH : BC = EH : EF (§. 183 *Arithm.*), adeoque tandem BH : EH = BC : EF (§. 164 *Arithm.*). *Q. e. d.* Tab. II. Fig. 24.

## COROLLARIUM.

156. Luminoſo igitur ad opacum, vel opaco ad luminoſum accedente, umbra augetur; recedente alterutro, minuitur.

## SCHOLION.

157. *Ex diverſa igitur longitudine umbrarum ejusdem opaci in eadem altitudine Solis, Lunæ, Jovis ac Veneris ſupra horizontem, colligere licet diverſam eorundem a terra diſtantiam; quamvis ad hanc diverſitatem diſtincte cognoſcendam non ſufficiat hæc methodus, ut ex Aſtronomia inferius conſtabit.*

## DEFINITIO 30.

158. *Umbra recta* eſt, quam projicit

jicit corpus opacum ad horizontem perpendiculare in plano horizontali.

### SCHOLION.

159. *Tales ſunt umbræ hominum erectorum, ædificiorum, montium, arborum.*

### DEFINITIO 31.

160. *Umbra verſa* eſt, quam projicit opacum perpendiculariter affixum plano ad horizontem perpendiculari in hoc planum.

### SCHOLION.

161. *Talis eſt umbra, quam projiciunt brachia hominis extenſa: talis quoque eſt ſtyli muro perpendiculariter infixi.*

### THEOREMA 26.

Tab. II. Fig. 25. 162. *Umbra recta BF eſt ad altitudinem opaci GF, ut coſinus altitudinis luminoſi DH ad ſinum DE.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam BF eſt umbra recta opaci GF *per hypoth* erit GF ad BC perpendicularis: & cum angulus B ſit altitudo luminoſi (§.144), erit DE ſinus DH vel BE coſinus altitudinis luminoſi (§. 2. 11 *Trigon.*), conſequenter ob BE : ED = BF : GF (§. 253 *Geom.*) ut coſinus ad ſinum altitudinis luminoſi ita umbra recta ad altitudinem opaci. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

163. Jam cum ſinus & coſinus æquales ſint, altitudine luminoſi DBC 45 graduum exiſtente, in minore autem altitudine majores, in majore minores; denuo patet (quod ſupra §. 147 jam demonſtravimus) umbram rectam fieri tum altitudini objecti æqualem; in minori altitudine vero majorem, in majori minorem.

### THEOREMA 27.

164. *Si altitudo luminoſi fuerit eadem, erit opacum AC ad umbram verſam AD, ut umbra recta EB ad opacum ſuum DB.* Tab. II. Fig. 26.

### DEMONSTRATIO.

Sint AC & EB ad AB perpendiculares, ducaturque recta EC. Quodſi CE fuerit radius luminoſi; erit AD umbra verſa ipſius AC (§. 160) & EB umbra recta ipſius DB (§. 158). Quare cum verticales ad D ſint æquales (§. 150 *Geom.*); erit EB : DB = AC : AD (§. 252 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

165. Eſt igitur opacum ad umbram verſam ut coſinus altitudinis luminoſi ad eius ſinum (§. 162), conſequenter umbra verſa AD ad opacum ſuum AC ut ſinus altitudinis luminoſi ad eius coſinum.

### SCHOLION.

166. *Idem quoque inde patet, quod per demonſtrata angulus C ſit altitudini luminoſi E æqualis. Quodſi enim CD ſumatur pro ſinu toto, erit AD ſinus, AC coſinus altitudinis luminoſi* (§. 2. 11 Trigon.).

### COROLLARIUM 2.

167. Si DB = AC; erit tum DB media proportionalis inter EB & AD, hoc eſt, longitudo opaci eſt media proportionalis inter umbram eius rectam & verſam ſub eadem luminoſi altitudine.

### COROLLARIUM 3.

168. Quando angulus C eſt 45°, ſinus & coſinus æquales ſunt, adeoque umbra verſa longitudini opaci æqualis: quod idem de recta ſupra oſtenſum (§. 163).

### THEOREMA 28.

169. *Umbra recta eſt ad verſam ejusdem opaci ſub eadem altitudine luminoſi in ratione duplicata coſinus ad ſinum altitudinis luminoſi.*

### DEMONSTRATIO.

Sit ſinus altitudinis $= ſ$, coſinus $= c$, longitudo opaci $= l$; erit umbra recta $= cl : ſ$ (§. 162) & verſa $= ſl : c$ (§. 165). Eſt igitur umbra recta ad verſam ut $cl : ſ$ ad $ſl : c$, hoc eſt, ut $c^2$ ad $ſ^2$ (§ 170. 172 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

170. *Umbrarum rectarum & verſarum uſus eſt in Geodæſia; earum enim ope commode metimur altitudines tum acceſſibiles, tum inacceſſas, etiam cum corpus nullam umbram projicit. Utimur autem umbris rectis, quamdiu umbra corporis altitudinem ejus non excedit; umbris autem verſis, quando umbra altitudine major: quod quomodo fiat, problemata ſequentia exponunt.*

### PROBLEMA 9.

171. *Quadratum Geometricum conſtruere, hoc eſt, inſtrumentum, cujus ope ratio umbræ rectæ atque verſæ ad altitudinem objecti inveſtigari poteſt.*

### RESOLUTIO.

1. Paretur quadratum ADGB vel ex orichalco, vel ex ligno, arbitrariæ magnitudinis. Latus orichalcei communiter unius pedis; lignei vero pedis unius cum dimidio eſſe ſolet. Tab. II. Fig. 27.
2. Rectis AD & DG in 100 particulas æquales diviſis (vel in plures, ſi majus fuerit; vel etiam in pauciores ſi minus fuerit, e. gr. more veterum in 12) ducantur rectæ iis æquidiſtantes & ad puncta diviſionum ſingula ducantur inter eas rectæ verſus centrum B convergentes.
3. Ad latus AB aptentur pinnulæ E & F; in centro vero B alligetur filum BH cum appenſo pondere H.
4. Denique ad latus DG e regione minutorum ſcribatur *umbra recta*; ad latus vero alterum AD *umbra verſa*; numerenturque partes umbræ rectæ a G verſus D; umbræ verſæ ab A verſus idem D.

Dico, ſi per pinnulas E & F in verticem objecti collimes, centro B eidem oppoſito, partem lateris DG a filo abſciſſam eſſe ad latus integrum BG uti umbra recta eſt ad altitu-

altitudinem objecti; ſimiliterque partem lateris AD ab eodem filo reſectam eſſe ad latus integrum AD uti eſt umbra verſa ad altitudinem objecti.

*DEMONSTRATIO.*

Tab. III. Fig. 28. Concipiamus enim radium viſualem AC per pinnulas E & F transeuntem protendi usque in C donec longitudinem umbræ rectæ BC definiat, reſecare in hoc inſtrumenti ſitu partem umbræ rectæ GF. Quoniam angulus E utrique triangulo EGF & EDC communis, angulus F rectus (§ 94 *Geom.*), D itidem rectus (§. 173 *Mechan.*); erit GF : GE = DC : DE (§. 252 *Geom.*). Quoniam vero DE ipſi AB parallela (§. 216. 241 *Geom.*); DC : DE = BC : AB (§. 253 *Geom.*) adeoque GF : GE = BC : AB (§. 156 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Tab. III. Fig. 29. Concipiamus ſimiliter radium viſualem AF continuari, donec in C umbram rectam BC opaci AB in hoc ſitu inſtrumenti definiat & filum EG reſecare partem umbræ verſæ HG. Quoniam angulus H rectus eſt (§. 94 *Geom.*) & D itidem rectus (§. 173 *Mechan.*), ob paralleliſmum vero linearum HI & EF (§. 320 *Geom.*) $o = x$ (§. 222 *Geom.*); erit etiam $u = y$ (§. 226 *Geom.*), conſequenter $u$ altitudini luminoſi æqualis (§. 144). Quodſi jam EG ſumatur pro ſinu toto, erit HG ſinus (§. 2 *Trigon.*), HE coſinus (§. 1 *Trigon.*) altitudinis luminoſi. Eſt adeo HG ad HE ut ſinus altitudinis luminoſi ad ejus coſinum, conſequenter ut umbra verſa ad longitudinem opaci (§. 165). *Quod erat alterum.*

*SCHOLION.*

172. *Plerumque quadratum Geometricum cum quadrante conjungunt; quo in caſu præterea opus eſt regula cum Dioptris circa centrum B mobili.*

*PROBLEMA* 10.

173. *Altitudinem acceſſibilem AB tam per umbram rectam, quam verſam metiri.* Tab. III. Fig. 30.

*RESOLUTIO.*

Statione in D ad arbitrium electa, & ejus ab altitudine AB diſtantia DB inveſtigata (§. 122 *Geom.*) quadratum geometricum huc illucque vertatur, donec per pinnulas collineanti apex altitudinis A occurrat. Quodſi filum umbram rectam ſecet, inferatur:

Ut pars umbræ rectæ reſecta
ad latus quadrati geometrici,
ita diſtantia ſtationis DB
ad partem altitudinis AE.

Quodſi vero filum umbram verſam ſecet, inferatur:

Ut latus quadrati geometrici
ad partem umbræ verſæ reſectam,

ita

ita diſtantia ſtationis DB
ad partem altitudinis AE.

Cum adeo in utroque caſu AE per regulam trium inveniri poſſit, ſi ipſi repertæ partem altitudinis BE, hoc eſt, in planitie horizontali altitudinem oculi tui addas; prodibit altitudo quæſita integra AB.

E. gr. Sit BD = EC = 36; nmbra recta 64. Quoniam latus quadrati eſt 100; erit EA = 100.36 : 64 = $56\frac{1}{4}$ pedum. Quare ſi addatur EB, quæ ſit $5\frac{3}{4}$ pedum; prodibit altitudo AB = 62'.

Sit BD = EC = 188', umbra verſa 50: erit EA = 188.50 : 100 = 94'. Quare ſi addatur EB $5\frac{3}{4}$ pedum; prodibit AB = $99\frac{3}{4}$.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam EC ipſi BF parallela, *per hypoth.* erit BF : BA = CE : EA (§. 253 *Geom.*). Eſt vero etiam BF : BA ut umbra recta a filo reſecta ad latus quadrati (§. 171). Ergo ut umbra recta a filo reſecta ad latus quadrati, ita EC ad EA (§. 156 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Porro latus quadrati eſt ad partem umbræ verſæ a filo reſectam ut altitudo AB ad ejus umbram verſam (§. 171), adeoque ut umbra recta ad altitudinem AB (§. 164). Ergo etiam ut CE ad EA, *per demonſtrata. Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM.

174. Quodſi ergo filum in diagonalem quadrati cadit; erit EC = EA.

## PROBLEMA II.

175. *Metiri altitudinem inacceſſam per umbram rectam, itemque per umbram verſam.* Tab. III. Fig. 30.

## RESOLUTIO.

1. Eligantur duæ ſtationes in D & H inveſtigeturque diſtantia DH vel CG (§. 122 *Geom.*).
2. Obſervetur, ut in problemate præcedente, quamnam partem umbræ vel rectæ vel verſæ in quadrato Geometrico filum reſecet.
3. Quodſi filum in utraque ſtatione umbram rectam ſecet, inferatur:
Ut differentia umbrarum rectarum in utraque ſtatione deſignatarum
ad latus quadrati;
ita diſtantia ſtationum GC
ad altitudinem EA.
4. Si filum in utraque ſtatione umbram verſam ſecet, inferatur:
Ut differentia umbrarum verſarum in utraque ſtatione deſignatarum
ad umbram verſam minorem;
ita diſtantia ſtationum GC
ad intervallum GE.
Quo dato ope umbræ verſæ in G repertæ altitudinem EB invenies ut in problemate præcedente.
5. Si denique filum in prima ſtatione G ſecet umbram rectam, in altera C umbram verſam; inferatur:

Ut

Ut differentia facti ex umbra recta in verſam a Quadrato lateris Quadrati
ad factum ex latere Quadrati in umbram verſam;
Ita diſtantia ſtationum GC
ad altitudinem quæſitam AE.

E. gr. Sit in caſu primo diſtantia ſtationum GC = 25, umbra recta in G 20, in C 35; erit EA = 25. 100 : (35 - 20) = $166\frac{2}{3}$.

Sit in caſu ſecundo diſtantia ſtationum GC = 200, umbra verſa in G 66, in C vero 33; erit EG = 33. 200 : 33 = 200. Unde per problema præcedens reperitur EA = 66. 200 : 100 = 132.

Sit in caſu tertio diſtantia ſtationum GC = 150, umbra recta in G = 88, umbra verſa in C = 60 : erit EA = 100. 60. 150 : (10000 - 60. 88) = 190 $\frac{40}{59}$ ſeu fere 191.

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim ut umbra recta in G ad latus quadrati ita EG ad EA & ut umbra recta in C ad latus quadrati ita CE ad EA (§. 173), adeoque umbra recta in G ad umbram rectam in C ut GE ad CE (§. 168 *Arithm.*), conſequenter ut differentia umbrarum rectarum ad umbram rectam in G ita diſtantia ſtationum GC ad GE (§. 183 *Arithm*). Quare cum etiam ſit ut umbra recta in G ad latus quadrati ita EG ad EA (§. 173); erit ut differentia umbrarum rectarum ad latus quadrati ita diſtantia ſtationum GC ad altitudinem EA (§. 184 *Arithm.*). *Quod erat primum.*

Porro ut umbra verſa in G ad latus quadrati ita EA ad EG (§. 173 *Opt.* & §. 160 *Arithm*) & ut latus quadrati ad umbram verſam in C ita CE ad EA (§. 173). Ergo umbra verſa in G eſt ad umbram verſam in C ut CE ad EG (§. 185 *Arithm*), conſequenter differentia umbrarum verſarum eſt ad umbram verſam in C ut diſtantia ſtationum GC ad diſtantiam ſtationis primæ ab altitudine quæſita EG (§. 183 *Arithm*). *Quod erat ſecundum.*

Denique ſit umbra recta in G = $r$, verſa in C = $v$, GC = $d$, EG = $x$: latus quadrati = $l$ erit ob $r : l = x$. EA & $l : v = d + x$ : EA (§. 173)

$$lx : r = (vd + vx) : l$$

$$l^2 x = rvd + rvx$$

$$l^2 x - rvx = rvd$$

$$x = rvd : (l^2 - rv).$$

Quare cum ſit EA = $lx : r$ *per demonſtr.* valore ipſius $x$ ſubſtituto, reperitur EA = $lvd : (l^2 - rv)$, conſequenter $l^2 - rv : lv = d$ : EA. *Quod erat tertium.*

# CAPUT IV.
# DE COLORIBUS.

### DEFINITIO 32.

176. *Radius rubeus* eſt, qui efficit ſenſum coloris rubri. *Radius flavus* eſt, qui efficit ſenſum coloris flavi. Unde patet, quinam porro dicantur *virides*, *cærulei*, *violacei* aut alio modo colorati.

### SCHOLION.

177. *Si radii luminis a corporibus illuminatis reflexi eodem modo oculum afficerent, fieri ſane nullo modo poſſet, ut aliorum color appareret ruber, aliorum flavus, aliorum viridis, aliorum cæruleus, aliorum violaceus & ita porro* (§. 43). *Alia igitur eſſe debet diſpoſitio radiorum, qui efficiunt, ut objecta videantur rubra; alia vero eorum, qui objecta exhibent flava, viridia, cærulea, violacea, vel alio colore tincta. Quamvis autem a propoſito noſtro alienum exiſtimemus ut inquiramus, in quonam diſpoſitio illa conſiſtat; nil tamen obſtat, quo minus per eam licet obſcure cognitam doctrinæ gratia radios diſtinguamus & hoc intuitu alios rubeos, alios flavos, alios virides &c. appellemus.*

### DEFINITIO 33.

178. *Refrangibilitas radiorum* eſt diſpoſitio patiendi refractionem.

### DEFINITIO 34.

179. *Refrangibilitas major* eſt diſpoſitio ad majorem refractionem ſub eodem angulo incidentiæ. *Minor* vero eſt diſpoſitio ad minorem refractionem ſub eodem angulo incidentiæ.

### DEFINITIO 35.

180. *Reflexibilitas radiorum* eſt diſpoſitio patiendi reflexionem.

### DEFINITIO 36.

181. *Reflexibilitas major* eſt diſpoſitio ad majorem reflexionem ſub eodem angulo incidentiæ. *Reflexio* autem *major* cenſetur, ſi radii aut copioſiores aut citius in totum reflectuntur.

### OBSERVATIO 9.

182. *Si radius luminis per exiguum foramen rotundum, cujus latitudo quartam digiti partem haud excedit, in conclave obſcurum intromiſſus priſmate vitreo trigono ABC ita excipiatur, ut prope angulum C per illud tranſeat; in charta alba EF colores iridis vivaciſſimi conſpiciuntur, nempe in E rubeus, deinde flavus, proxime viridis, poſtea cæruleus, & tandem purpureus ſeu violaceus. In quacunque a priſmate diſtantia lumen exceperis charta aut corpore alio; iidem conſtanter apparebunt colores. Quemadmodum vero hoc lumen coloratum per lineas rectas inſtar reliqui propagatur; ita* Tab. III. Fig. 31.

quo-

*quoque a ſpeculo reflectitur & per lentem vitream convexam refringitur, ſuosque colores tam poſt reflexionem, quam refractionem retinet. Cum tamen radii in foco coarctantur in lumen ſplendidum degenerant, mox, ubi poſt focum rurſus divergunt, colores priſtinos recuperantes. Neque injucundum eſt, ſpectare particulas in aëre volitantes eodem colore reſplendentes, quo imbuti ſunt radii ipſas illuſtrantes. Nempe in lumine viridi virides, in cœruleo cœrulei, in rubro rubri apparent & colorati ſplendorem retinent.*

## *COROLLARIUM* 1.

183. Cum lumini in tranſitu per priſma nil accidat, niſi quod refringatur tum in ingreſſu, tum in egreſſu (§. 54) [utraque refractio oculis ipſis admodum diſtincte obvia, dum experimentum capitur]; per ſolam refractionem lumen in colores mutari poteſt.

## *COROLLARIUM* 2.

184. Quoniam radii colorati adhuc per lineas rectas propagantur, ſi a ſpeculis reflectantur, immo etiam in lentibus vitreis refringantur (§. 182); omnes luminis proprietates retinent (§. 46. 51. 54), conſequenter adhuc lumen ſunt.

## *COROLLARIUM* 3.

185. Et quia radii colorati poſt focum invertuntur, ſuumque colorem ſtatim recuperant, quem ante focum habuerant (§. 182); in foco decuſſantur adeoque invicem permiſcentur, conſequenter radii colorati, ſpeciatim rubei, flavi, virides, cœrulei, purpurei ſeu violacei, ſub conveniente proportione commixti lumen album reſplendens generant.

## *COROLLARIUM* 4.

186. Radii colorati non mutantur, etiamſi a corporibus opacis reflectantur. Reflexio igitur eorum diſpoſitionem non immutat.

## *SCHOLION* 1.

187. *Iidem colores comparent, ſi radius ſolis LM oblique incidat in vitrum conicum HKI.* Tab. I. Fig. 5.

## *SCHOLION* 2.

188. *Experimentum equidem ſuccedit, etiamſi conclave non fuerit obſcurum; in obſcuro tamen colores non modo clariores, verum etiam magis diſtincti apparent.*

## *OBSERVATIO* 10.

189. *Priſma DEF ita collocetur, ut refractiones luminis ad ingreſſum &* Tab. III.
*egreſſum ſint inter ſe æquales: id* Fig.
*quod obtinetur, ſi illud circa axem* 32.
*lente convertas, donec lumen coloratum, quod nunc aſcendit, nunc deſcendit, inter aſcenſum & deſcenſum ſtationarium videatur. Hunc enim ſitum convenientiſſimum judicat vir ſummus* Newtonus (f). *In medio ſpatio inter priſma DEF & lumen colora-*



(f) Optic. lib. 1. part. 1. prop. 2. p. 21. edit. Lat.

*loratum in pariete depictum* (§. 182) *collocetur priſma alterum GH, quod excipiat lumen coloratum LM ſibi parallelum. Poſt alteram refractionem in hoc ſecundo priſmate factam lumen coloratum in pariete depictum IK inclinabitur ad ſimile lumen NO, quod remoto priſmate GH ibidem cernitur, ita ut extremitates cœruleæ H & I longiori intervallo a ſe invicem diſtent rubris G & K.*

COROLLARIUM 1.

190. Neceſſe igitur eſt, ut radii cœrulei magis refringantur quam rubri & diſpar etiam ſit refractio in radiis intermediis.

COROLLARIUM 2.

191. Radii igitur luminis ſolaris non ejusdem ſunt refrangibilitatis (§. 178), conſequenter nec ejusdem naturæ.

OBSERVATIO 11.

192. *Si faſciæ chartæ oblongæ & rigidæ, lateribus inter ſe parallelis definitæ, cujus dimidia pars colore rubro, altera cœruleo infecta, filum ſerici nigrum atque tenue aliquoties circumvolvas & ante eam in ſitu ad horizontem perpendiculari collocatam candelam accenſam ſtatuas, tandem in diſtantia 6 circiter pedum lentem vitream totidem fere pedum eamque utrinque convexam apponas, ut chartæ coloratæ imago poſt eam in charta alia alba depingatur* (§. 61); *animadvertes, ubi imago cœrulea diſtincta comparet, ibi confuſam eſſe rubram, ita ut fila ſericea vix diſcerni poſſint & contra, majoremque requiri diſtantiam chartæ albæ a lente, ſi rubræ imago diſtincta eſſe debet, quam ubi cœruleam diſtinctam deſideraveris.*

COROLLARIUM.

193. Quoniam imago ibi videtur diſtincta, ubi radii ab uno objecti puncto emanantes in uno iterum uniuntur (§. 75. 76); radii cœrulei citius convergunt quam rubri (§. 80 *Geom.*). Majorem igitur refractionem patiantur neceſſe eſt, conſequenter radii ab objectis diverſimode coloratis reflexi non ſunt æque refrangibiles (§. 179).

OBSERVATIO 12.

194. *Si priſma DFE, cujus anguli D & E ſemirecti, foramini C ita objiciatur, ut lumen coloratum a baſi in G reflectatur; primo lumen cœruleum HG totum reflecti obſervabitur, cum reliquum adhuc in IK refringetur & ultimo tandem loco reflectetur rubrum.* Tab. III. Fig. 33.

COROLLARIUM 1.

195. Radii igitur diverſi coloris differunt gradibus reflexibilitatis (§. 180).

COROLLARIUM 2.

166. Sunt vero iidem radii magis reflexibiles, qui magis refrangibiles exiſtunt (§. 189. 194).

SCHOLION 1.

197. *Refrangibilitatis & reflexibilitatis diver-*

*diverſitatem ignorarunt Philoſophi, donec eandem in apricum produceret vir ingenioſiſſimus magnoque ſuo merito celeberrimus* Iſaacus Nevvtonus (g). *Ab anno* 1675 *in Transactionibus Anglicanis eam cum eruditis communicavit & ab objectionibus nonnullorum ita vindicavit, ut ipſi antagoniſtæ ſibi ſatisfactum eſſe confiterentur* (h). *Demum clarius eandem expoſuit & magna experimentorum copia confirmavit in præclaro* Optices *opere. Quoniam vero non modo colores luminis per refractionem in priſmate producti, ſed etiam reliqui, qui a corporibus opacis reflectuntur, diverſos habent refrangibilitatis & reflexibilitatis gradus* (§ 191. 193. 196), *cumque ex permixtione radiorum coloratorum oriatur lumen album* (§. 185); Nevvtonus *colligit, omne lumen homogeneum proprium habere colorem, refrangibilitati ſuæ reſpondentem, qui nullis reflexionibus, nullis refractionibus mutari poſſit & lumen ſolare componi ex coloribus primariis omnibus, ex colorum autem primariorum mixtura prodire compoſitos. Nullum adeo colorem ex novis modificationibus luminis oriri: ſed colores permanentes corporum inde derivandos eſſe judicat, quod alia corpora alios radios, e. gr. rubra rubros, viridia virides, cærulea cæruleos &c. copioſius reflectant. Unde & corpora cærulea in nullo alio lumine magis reſplendent quam in cæruleo, nec rubra in ullo magis quam in rubro & ita porro.*

## SCHOLION 2.

198. *Equidem induſtrius Naturæ ſcrutator* Mariottus *facto accurate experimento ſe obſervaſſe profitetur, cum in diſtantia 30 circiter pedum colorem violaceum, qui majus quam 3 linearum ſpatium occupabant, per crenam duarum linearum trajectum priſmate alio valde oblique oppoſito exciperet, quandam ejus partem in colorem cæruleum & rubrum transmutatam fuiſſe, hincque falſitatem theoriæ* Nevvtonianæ *concludit* (i). *Enimvero cum non totum lumen violaceum in alios diverſos colores abierit; id ſaltem inde colligitur, ſeparationem radiorum diverſis coloribus imbutorum in prima refractione non fuiſſe abſolutam, minime autem nobis experimentum iſtud ſufficere videtur ad theoriam illam funditus evertendam.*

## SCHOLION 3.

199. *Enimvero ut corpora hos radios facilius quam alios reflectant; ab ipſorum textura derivandum. Videmus enim mutata textura corporum, mutari quoque colorem. E. gr. ſi fruſtulis ligni nephritici aquam limpidam affundas, intra* 24 *circiter horarum ſpatium extrahetur color, qui oculo inter lumen ſeu feneſtram & tincturam poſito intenſe cæruleus minimeque perſpicuus apparet, tinctura autem inter lumen ſeu feneſtram & oculum collocata, perſpicuus & ruber videtur. Quod ſi olei vitrioli guttas aliquot inſtillaveris, quod vi corroſiva particulas ex ligno extractas diſſolvit texturamque tincturæ variat; color ex omni parte flavus eſt. Si vero oleum tartari per deliquium affuderis, quod maſſulas diſſolutas iterum coagulat, color priſtinus anceps redit. Sed quoniam hæc & innumera alia phyſicæ ſunt conſiderationis; ideo ea non perſequimur.*



(g) n. 80 p. 3075. it. n. 83 p. 4061 & ſeqq. &c.
(h) Vid. Tranſact. Anglican. n. 85. p. 5018
(i) Eſſay de la Nature des couleurs p. 207 & ſeqq.

# CAPUT V.
## De
# VISIONE MAGNITUDINIS.

*DEFINITIO* 37.

Tab. III. Fig. 34. 200. *Angulus Opticus* ſeu *viſorius* ABC eſt, quem intercipiunt radii AB & BC ab extremis objecti punctis in centrum pupillæ ducti.

*DEFINITIO* 38.

201. *Magnitudinem apparentem* appello, quam angulo optico metimur.

*AXIOMA* 5.

202. *Quæ ſub eodem vel æquali angulo videntur, æqualia apparent. Quod vero videtur ſub majori, id apparet majus: quod ſub minori videtur, minus apparet.*

*SCHOLION.*

203. *Hæc propoſitio ab Opticis inſtar axiomatis aſſumitur, quia innumeris experientiis confirmari poteſt. Sane Sol & Luna, quia ſub angulo ad ſenſum æquali videntur, æquales apparent. Unde etiam Aſtronomi magnitudinem apparentem ſtellarum ex angulo optico æſtimare ſolent. Nec ratione caret. Etenim objecta videntur æqualia, ſi imagines in oculo æquales ſunt; & illud majus eſt altero, cujus imago in oculo delineatur major. Si autem angulus opticus idem eſt, ex principiis Dioptricis demonſtrari poteſt, imagines quoque in retina æquales eſſe. Ex iiſdem conſtat, imaginem eſſe majorem, ſi angulus opticus major, minorem vero, ſi is minor extiterit.*

*THEOREMA* 29.

204. *Idem objectum* DF *in vicinia majus apparet, quam e longinquo.* Tab. III. Fig. 35.

*DEMONSTRATIO.*

Aut enim crura anguli CAH, ſub quo videtur objectum CH e longinquo, cadunt in crura anguli DAF ſub quo idem videtur in diſtantia minore, aut extra crura hujus anguli, aut intra eadem. Intelligatur itaque HC ipſi DF parallela & CH = DF, *vi hypoth.* ex A vero demiſſa ad DF perpendicularis AE, quæ eadem erit ad CH perpendicularis (§. 219 *Geom.*). Quodſi AC caderet in AD, & CH in AF; tum foret AE : AB = DF : CH (§. 253 *Geom.*), conſequenter ob AE < AB *per hypoth.* DF < CH contra hypotheſin. Crura igitur anguli CAH non cadunt in crura anguli DAF, multo minus extra ea cadere poſſunt. Cadunt adeo intra crura anguli DAF, conſequenter CAH < DAF, hincque objectum idem e longinquo minus apparet, quam in vicinia (§. 202). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 30.

205. *Magnitudines apparentes objecti*

Tab. *iecti ADC & ABC ſunt in ratione*
III. *minore quam diſtantiæ DG & BG*
Fig. *reciproce; in majoribus tamen di-*
34. *ſtantiis ſunt ad ſenſum ut diſtantiæ*
*iſtæ reciproce.*

### DEMONSTRATIO.

Ponamus magnitudinem apparentem fieri ſubduplam; erit $o = 2x$ (§. 201). Eſt vero $o = x + y$ (§. 214 *Geom.*). Ergo $x = y$, conſequenter DC = BD (§. 238 *Geom.*). Quare cum DC > DG (§. 209 *Geom.*); erit quoque DB > DG (§. 81 *Arithm.*). Anguli igitur *o* & *x* ſunt in ratione minore quam BG ad DG. *Quod erat unum.*

Quodſi diſtantia DG augeatur, donec angulus *o* paucorum minutorum ſecundorum fiat, anguli *m* & *n* ad ſenſum non different (§. 226 *Geom.*) adeoque nec DC a DG, conſequenter nec DB a DG, ad ſenſum differre poteſt (§. 174 *Geom.*). Eſt adeo ut BG ad DG ita *o* ad *x*. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 31.

206. *Cotangentes magnitudinum apparentium dimidiarum* o *&* x *ejusdem obiecti AC ſunt ut diſtantiæ DG & BG.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus *n* rectus eſt (§. 214 *Geom.*); ſi GC ſumatur pro ſinu toto, erunt GD & GB tangentes angulorum GCD & GCB (§. 7 *Trigon.*), hoc eſt, cotangentes dimidiorum angulorum viſoriorum *o* & *x* (§. 11 *Trigon.*). Eſt itaque cotangens ipſius *o* ad cotangentem ipſius *x* ut DG ad GB. *Q.e.d.*

### PROBLEMA 12.

207. *Data magnitudine apparente dimidia ABG una cum diſtantia BG, dimidiam magnitudinem veram AG invenire.* Tab. III. Fig. 34.

### RESOLUTIO.

Quoniam angulus ad G rectus eſt (§. 214 *Geom.*), reperietur AG inferendo (§. 38 *Trigon.*)

ut ſinus totus
ad tangentem dimidiæ magnitudinis apparentis ABG
ita diſtantia BG
ad dimidiam magnitudinem veram AG.

Eadem BG invenitur inferendo (§. 34 *Trigon.*).

Ut Coſinus magnitudinis apparentis dimidiæ
(hoc eſt, ſinus anguli BAG)
ad ſinum ejusdem;
ita diſtantia BG
ad magnitudinem veram dimidiam AG.

E. gr. Sit ABG = 15°, BG 30 pedum; erit

| | |
|---|---|
| Log. ſin. tot. | 100000000 |
| Log. tang. ABG | 94280525 |
| Log. BG | 14771212 |
| Log. AG | 10.9051737, cui |

in

in Canone quam proxime reſpondent $8'0''3'''$.

*COROLLARIUM.*

208. Quodſi ABG ponatur dimidii ſcrupuli ſecundi & BG 6 digitorum; cum tangens dimidii ſcrupuli ſecundi ſit 24, reperietur AG $\frac{144}{10000000}$ adeoque CG = $\frac{288}{10000000}$, hoc eſt fere $\frac{1}{50000}$ unius digiti. Unde aſſumere licet, objecta, quæ ſub angulo unius minuti ſecundi videntur non amplius apparere, ſed inſtar punctorum ab oculo exhiberi.

*PROBLEMA 13.*

Tab. III. Fig. 34. 209. *Data dimidia magnitudine vera AG una cum diſtantia ab oculo BG, invenire magnitudinem apparentem dimidiam ABG.*

*RESOLUTIO.*

Cum in triangulo AGB dentur præter rectum G (§. 214 *Geom.*) latera AG & BG, invenitur coſinus magnitudinis apparentis ABG hoc eſt, ſinus anguli BAG (§. 36 *Trig.*).

Exemplum eſt inverſum præcedentis.

*PROBLEMA 14.*

Tab. III. Fig. 34. 210. *Data dimidia magnitudine vera AG invenire diſtantiam BG, ad quam ſub dato angulo ABG videtur.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam in triangulo ABG præter rectum G (§. 214 *Geom.*) datur etiam angulus ABG una cum crure AG, invenitur baſis BG (§. 34 *Trigon.*).

E. gr. Sit AG 30 pedum, ABG 25"; erit

| | |
|---|---|
| Log. ſin ABG | 9.6259483 |
| Log. ſin. BAG | 9.9572757 |
| Log. AG | 1.4771212 |
| | 11.4343969 |
| Log. BG | 1.5084486 |

cui in tabulis quam proxime reſpondent $64'1''3'''$.

Quodſi BG ſumatur pro ſinu toto, erit AG tangens anguli ABG, adeoque reperitur etiam BG inferendo: ut tangens anguli ABG ad ſinum totum; ita AG ad BG.

*COROLLARIUM.*

211. Quodſi angulus ABG fiat dimidii ſcrupuli ſecundi, definietur diſtantia, ad quam objectum integrum AC inſtar puncti apparere, adeoque non amplius videri debet.

*SCHOLION.*

212. *Quodſi per experientiam definiatur angulus, ſub quo deſinit viſio diſtincta objecti; per præſens problema determinari poteſt diſtantia, in qua viſio objecti diſtincta eſſe deſinit, ita ut non amplius diſcerni poſſit. Quamvis autem diſtincta ſenſim ſenſimque eſſe deſinat viſio, neque adeo in puncto fiat; in praxi tamen ſeli-*

*ſeligendum eſt punctum, ubi non amplius objectum diſcerni poſſit, nec ſumma in hiſce talibus accuratione opus eſt.*

### *THEOREMA* 32.

Tab. III. Fig. 35. 213. *Quæ ſub eodem angulo CAH, videntur GI & CH, habent magnitudines diſtantiis AE & AB proportionales.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam enim GI ipſi CH parallela *per hypoth.* erit $o = x$ (§. 222 *Geom.*), adeoque triangula GAF & CAG ſimilia ſunt (§. 252 *Geom.*). Quare cum AB ſit ad CH (§. 84 *Geom.*), adeoque etiam ad GI (§. 219 *Geom.*) perpendicularis; erunt AE & AB altitudines triangulorum GAI & CAH (§. 216 *Geom.*), conſequenter $GI : CH = AE : AB$ (§. 378 *Geom.*). *Q. e. d.*

### *PROBLEMA* 15.

214. *Invenire diſtantiam AB, ad quam ab oculo removendum eſt objectum magnitudinis datæ CH, ut videatur tantæ magnitudinis, quanta apparet GI in diſtantia data AE.*

### *RESOLUTIO.*

Quoniam $GI : CH = AE : AB$ (§. 213); datis GI, CH & AE, reperitur AB per regulam trium (§. 272 *Arithm.*).

E. gr. quæritur, ad quam diſtantiam ab oculo removeri debeat objectum 30 pedum, ut appareat æquale objecto, quod videtur 6 pedum in diſtantia 20 pedum.

Quoniam $GI = 6$, $CH = 30$, $AE = 20$; erit $AB = 20.30 : 6 = 100$.

### *THEOREMA* 33.

215. *Si oculus O intra parallelas AB & CD ponatur, parallelæ verſus plagam ipſi oppoſitam convergere videntur.* Tab. III. Fig. 36.

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam AB ipſi CD parallela *per hypoth.* erit $FE = BD$ (§. 215 *Geom.*). Cum igitur FE & BD oculo directe opponantur; intervallum BD minus apparere debet viciniori FE (§. 204). Eodem modo oſtenditur, intervallum quodlibet ulterius minus apparere debere ipſo BD & ita porro. Diſtantiæ itaque rectarum AB & CD continuo minui, conſequenter verſus plagam oculo oppoſitam parallelæ AB & CD convergere videntur (§. 80 *Geom.*). *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM.*

216. Quodſi tanta fuerit longitudo parallelarum AB & CD, ut diſtantia earum a ſe invicem oculo in O poſito inſtar puncti appareat (§. 208); parallelæ coire videbuntur in illo puncto ibique viſus terminabitur.

### *THEOREMA* 34.

217. *Subtenſa AB in omnibus punctis D, C, E &c. arcus ſegmenti ACB æqua-* Tab. III. Fig. 37.

*æqualis apparet; diameter vero GD in ſingulis peripheriæ punctis.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim anguli ADB, ACB, AEB &c. æquales ſunt (§. 300 *Geom.*); ſubtenſa AB in punctis D, C, E &c. videtur ſub eodem angulo. Æqualis itaque in ſingulis iſtis punctis apparet (§. 202). *Quod erat unum.*

Quodſi ab extremitatibus diametri G & C ad quodcunque peripheriæ punctum E rectas CE & EG ducas; angulus E ſemper erit rectus (§. 302 *Geom.*). Diameter adeo circuli in ſingulis peripheriæ punctis ſub æquali angulo videtur (§. 139 *Geom.*), conſequenter æqualis apparet (§. 139). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM 1.

218. Optima igitur theatrorum figura eſt ſegmentum circuli, in quo ſubtenſa actoribus, arcus ſpectatoribus locum concedit.

SCHOLION.

219. *Non jam urgeo, quod hæc figura etiam ſit inter rectilineas eodem ambitu comprehenſarum capaciſſima.*

COROLLARIUM 2.

220. Quodſi ergo oculus moveatur in peripheria ſatis magna, per longinquum intervallum ad objectum aliquod AB accedere, vel ab eo recedere poteris, ut tamen magnitudo ejus ſemper videatur eadem.

THEOREMA 35.

221. *Si oculus fuerit immotus in A, recta autem BC ita moveatur, ut extremitates ſemper cadant in peripheriam; ejusdem conſtanter magnitudinis apparebit.* Tab. III. Fig. 38.

DEMONSTRATIO.

Ponamus enim BC transferri primum ex B in D, deinde ex D in E. Quoniam BC = CD = DE (§. 73 *Arithm.*), arcus cognomines æquales ſunt (§. 274 *Geom.*). Cum igitur etiam anguli BAC, CAD, DAE æquales ſint (§. 300 *Geom.*); recta BC in omni ſitu ejusdem magnitudinis apparet (§. 202). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

222. Cum polygonum regulare circulo inſcriptibile ſit (§. 332 *Geom.*); oculo in uno angulo poſito latera æqualia apparent.

THEOREMA 36.

223. *Quæ oculus uno obtutu comprehendit, intra ambitum anguli recti continentur.* Tab. III. Fig. 39.

DEMONSTRATIO.

Sit oculus in O & intervallum quodcunque AB in infinitum excurrens; radius ab uno extremo A in oculum cadens AO ſit ad AB perpendicularis. Sumatur intervallum quodcunque AD, ducaturque

que recta OD. Quoniam angulus A rectus eſt (§. 75 *Geom.*); erit AOD recto minor (§. 207 *Geom.*). Intervallum igitur, quod oculo ſpectandum exhiberi poteſt, intra limites anguli recti coërcetur. *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 37.

Tab. III. Fig. 35. 224. *Si objecti DF oculo A directe oppoſiti magnitudo dimidia DE fuerit diſtantiæ AE æqualis; objectum totum viſu comprehenditur, nec quicquam amplius ultra ejus limites conſpici poteſt.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam AE diſtantia objecti viſibilis ab oculo; erit ea ad DF perpendicularis (§. 214 *Geom.*). Cum adeo angulus E ſit rectus (§. 75 *Geom.*) & AE = DE *per hypoth.*; erit DAE ſemirectus (§. 226 *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, eſſe FAE ſemirectum, conſequenter DAF rectum. Objectum itaque totum uno obtutu comprehenditur, nec extra ejus limites quicquam amplius conſpicitur (§. 223). *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 38.

Tab. III. Fig. 35. 225. *Si diſtantia AE objecti DF oculo directe oppoſiti fuerit minor dimidia magnitudine DE; objectum integrum uno obtutu non comprehenditur, ſed ejus tantum aliqua pars videtur, & quidem minor, ſi AE minorem ad DE habuerit rationem.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam AE perpendicularis ad DE (§. 214 *Geom.*); erit angulus E rectus (§. 75 *Geom.*), conſequenter ADE & EAD junctim ſumti recto æquales (§. 226 *Geom.*). Quare cum AE < DE, *per hypoth.* erit angulus ADE minor altero EAD (§. 178 *Geom.*), conſequenter DAE ſemirecto major. Eodem modo cum oſtendatur, eſſe FAE ſemirecto majorem, conſequenter DAF recto majorem; ſi oculus DAF objectum integrum DF uno obtutu comprehendit, non intra ambitum anguli recti continentur, quæ uno obtutu comprehenduntur: quod cum ſit abſurdum (§. 223), ut partem tantum objecti videat oculus in A opus eſt. *Quod erat unum.*

Spatia, quæ amplitudinem viſus definiunt ſunt ut diſtantiæ (§. 230), ſi diſtantia AE ad DE minorem habuerit rationem, adeoque minuitur (§. 187 *Arithm.*); pars quoque viſa minor fieri debet. *Quod erat alterum.*

### *COROLLARIUM.*

226. Quo propius itaque ad objectum accedis, eo minorem ejus partem uno obtutu comprehendis.

### *THEOREMA* 39.

227. *Si altitudo oculi non fuerit dimi-*

Tab. IV. Fig. 40. *dimidiæ objecti magnitudini æqualis, & ſi perpendiculum DC ex oculo in magnitudinem AB, ultra quam is uno obtutu nil amplius comprehendit, demiſſum ipſam inæqualiter ſecet; erit diſtantia inter ſegmenta AD & DB media proportionalis & contra.*

*DEMONSTRATIO.*

Si AB ſpatium definit, quod uno obtutu viſus comprehendit; erit angulus AEB rectus (§. 223). Quare ſi perpendiculum ex oculo C in AB demittatur; erit DB : DC = DC : DA (§. 314 *Geom.*). Eſt vero DC diſtantia objecti ab oculo (§. 214 *Geom.*). Ergo diſtantia eſt media proportionalis inter ſegmenta AD & DB. *Quod erat unum*

Quodſi fuerit diſtantia DC media proportionalis inter DB & DA; erit DB : DC = DC : AD. Quoniam vero DC eſt diſtantia *per hypoth.* ad AB perpendicularis eſt (§. 215 *Geom.*) adeoque anguli ad D æquales ſunt (§. 76 *Geom.*), conſequenter etiam $o = u$ (§. 173 *Geom.*). Eſt vero $o + x = 90°$ (§. 226 *Geom.*). Ergo etiam $u + x = 90°$ (§. 80 *Arithm.*). Ultra magnitudinem igitur AB viſus nihil amplius comprehendit (§. 225). *Quod erat alterum.*

*PROBLEMA* 16.

228. *Data diſtantia objecti AB, quod amplitudinem viſus definit, ab oculo C, una cum magnitudine illius objecti AB, invenire ſegmenta AD & DB in quæ a diſtantia DC ſecatur.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam DB : DC = DC : DA (§. 217); non alia re opus eſt, quam ut diſtantiæ objecti DC inveniantur reciprocæ DB & DA (§. 227 *Anal. finit*). Tab. IV. Fig. 40.

*PROBLEMA* 17.

229. *Data altitudine objecti AB & altitudine oculi DB, invenire diſtantiam DC, ad quam oculus poſitus obiectum integrum nec quicquam amplius uno obtutu comprehendit.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam DA eſt differentia inter altitudinem oculi & magnitudinem objecti; inter hanc differentiam & altitudinem oculi quærenda eſt media proportionalis, quæ erit diſtantia quæſita DC (§. 227).

*THEOREMA* 40.

230. *Spatia, quæ amplitudinem viſus in diverſis diſtantiis definiunt, ſunt diſtantiis proportionalia.*

*DEMONSTRATIO.*

Spatia, quæ amplitudinem viſus in diverſis diſtantiis definiunt, intra limites anguli recti conſiſtunt (§. 223), adeoque ſub eodem angulo videntur (§. 139 *Geom.*). Sunt

igitur

igitur diſtantiis proportionalia (§. 213). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

231. Quo longius itaque viſus exporrigitur, eo amplius ſpatium uno obtutu comprehendit: quo citius autem terminatur, eo minus ſpatium uni obtutui ſufficit.

*THEOREMA* 41.

Tab. IV. Fig. 41. 232. *Si objecta diverſæ magnitudinis AB & DB ex eadem diſtantia BC videntur & radiorum extremorum alter fuerit ad* AB *perpendicularis; tangentes magnitudinum apparentium ſunt in ratione magnitudinum verarum* AB *&* DB.

*DEMONSTRATIO.*

Radius BC eſt ad AB perpendicularis, *per hypoth.* Si ergo BC ſumatur pro ſinu toto; erit BD tangens anguli BCD, AB vero tangens anguli BCA (§. 7 *Trigon.*). Sunt vero BCD & BCA magnitudines apparentes verarum BD & BA (§. 201). Quare magnitudinum apparentium tangentes ſunt ut veræ. *Q. e. d.*

*PROBLEMA* 18.

Tab. IV. Fig. 42. 233. *Data diſtantia a centro ſphæræ* BC *una cum ejus ſemidiametro* AC *invenire quantitatem portionis* ADE, *quam oculus unus obtutu ſuo comprehendit.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam radius extremus AB ſphæram neceſſario tangit in A, ceu ex demonſtratione theorematis 9 (§. 110) manifeſtum; erit angulus A rectus (§. 294 *Geom.*), & hinc ABC complementum dimidii arcus AD, qui partem uno obtutu comprehendendam definit (§. 223), conſequenter (§. 36 *Trigon.*).

ut diſtantia oculi a centro CB
ad ſemidiametrum ſphæræ AC;
ita ſinus totus
ad coſinum dimidii arcus AD,
qui partem ſphæræ uno obtutu comprehendendum definit.

E. gr. Sit juxta *Ricciolum* ſemidiameter Solis AC 33 ſemidiametrorum terræ, diſtantia ejus a terra CB 7300; erit

| | |
|---|---|
| Log. CB | 3.8633229 |
| Log. AC | 1.5185139 |
| Log. ſin. Tot. | 100000000 |
| Log. ſin. ABC | 7.6551910 |

Log. ſin. ABC 7.6551910, cui in tabulis quam proxime reſpondent 15′.

Eſt ergo arcus AD 89° 45′, conſequenter ADE 179° 30′.

*THEOREMA* 42.

234. *Majorem ſphæræ portionem oculus unus contuetur e longinquo, quam e vicino; nunquam tamen integrum hemiſphærium uno obtutu comprehendit.* Tab. IV. Fig. 42.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam diſtantia CB ad ſemidia-

diametrum ſphæræ AC ut ſinus totus ad coſinum dimidii arcus AD, qui portionem ſphæræ viſibilem definit (§. 233); Si diſtantia minuitur adeoque ratio ejus ad ſemidiametrum minor redditur (§. 187 *Arithm.*), ratio quoque ſinus totius ad coſinum arcus AD fit minor, conſequenter coſinus ipſe major evadit (§. 189 *Arithm.*). Cum adeo arcus AD complementum ad quadrantem creſcat (§. 11 *Trigon.*); arcus ipſe AD decreſcit: e vicinia itaque minorem ſphæræ portionem oculus contuetur, quam e longinquo. *Quod erat unum.*

Si oculus hemiſphærium integrum uno obtutu comprehenderet; AD foret circuli quadrans adeoque angulus ACB rectus (§. 137 *Geom.*), conſequenter AB ipſi CB parallela (§. 241 *Geom.*) & hinc angulus viſorius ABC nullus: Quod cum ſit abſurdum, hemiſphærium integrum videri nequit. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 43.

Tab. III. Fig. 39. 235. *Longitudines tantum mediocres, hoc eſt, ſexta milliaris Germanici parte non majores, non autem magnas viſus comprehendere poteſt.*

### DEMONSTRATIO.

Sit AO=10′, AD=57′. Quoniam ſinus totus ad tangentem anguli viſorii ut AO ad AD (§. 38 *Trigon.*) reperietur angulus viſorius 89°. Quodſi vero AD ponatur 3437 pedum; reperietur angulus viſorius AOD 89° 89′ (§. *cit. Trig.*). Quare cum angulus hic a recto, qui totam amplitudinem viſus definit (§. 223), nonniſi unico minuto differat; pro omni reliqua longitudine, quæ 3437 pedum menſuram excedit, nonniſi unius minuti angulus reſtat. Ut igitur eam viſus comprehendat, fieri nequit. Quare cum juxta *Varenium* (k) quantitas milliaris Germanici ſit 22800 pedum atque intervallum 3437 pedum ſit fere pars ejus ſexta; quæ ſextam milliaris Germanici partem excedunt, viſus non comprehendit. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

236. Cum angulus viſorius, quo ad diſtantiam oculi 10 pedum ſpectatur longitudo 57 pedum, ſit 89°, adeoque omni intervallo reliquo usque ad ſextam milliaris Germanici partem nonniſi 59 minuta cedant; longitudines 57 pedibus majores ſolo adſpectu vix dimetiemur.

### COROLLARIUM 2.

237. Hinc diſtantiarum & altitudinum magnarum differentiæ, quamvis admodum ingentes, nudo adſpectu non dignoſcuntur.

THEO-

(k) Geograph. General. part. abſ. c. 2. p. m. 15.

### THEOREMA 44.

Tab. IV. Fig. 43. 238. *Æquales partes ejusdem intervalli AB, BC, CD &c. inæquales apparent.*

DEMONSTRATIO.

Ducatur radio OB arcus EF; erit EB menſura anguli EOB & BF menſura anguli BOF (§. 55 *Geom.*). Quoniam triangula AOB & OBC communi altitudine gaudent, eandem rationem habent quam baſes AB & CB (§. 372 *Geom.*): ſectores vero EOB & BOF ſunt inter ſe ut arcus EB & BF (§. 392, 372 *Geom.*). Sed quoniam ſector EOB > Δ AOB & ſector BOF < Δ BOC; ſector EOB majorem rationem habet ad triangulum BOC (§. 187 *Arithm.*), adeoque multo magis ad ſectorem BOF, quam Δ AOB ad Δ BOC. Ergo & arcus EB majorem rationem habet ad BF quam AB ad BC, *per demonſtrata.* Cum igitur AB = BC *per hypoth.* erit EB > BF, conſequenter angulus EOB > BOC (§. 53 *Geom.*) & hinc AB majus videtur quam BC (§. 202). Eodem modo oſtenditur, BC apparere majus quam CD & ita porro. *Q. e. d.*

### THEOREMA 45.

Tab. IV. Fig. 44. 239. *Si ex centro circuli C excitetur perpendicularis quantacunque, vel linea obliqua utcunque radio æqualis FC; oculo in F collocato diametri omnes DE & AB æquales apparebunt.*

DEMONSTRATIO.

Si recta FC ad diametos DE, AB &c. perpendicularis; anguli ad C recti ſunt (§. 75 *Geom.*) adeoque æquales (§. 139 *Geom.*). Quare cum radii DC, CB, CE, CA æquales ſint (§. 38 *Geom.*) & latus FC triangulis DFC, BFC, EFC, AFC commune; anguli cognomines æquales ſunt (§. 169 *Geom.*). Radii igitur DC, CB, CE, CA (§. 202), conſequenter etiam diametri BE, AB &c. æquales apparent. *Quod erat unum.*

Si AC = CF = CB, ex centro C ſuper AB deſcriptus ſemicirculus (§. 132 *Geom.*) tranſibit per F (§. 38 *Geom.*). Angulus itaque AFB rectus eſt, (§. 302 *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, eſſe DFE rectum. Quare cum diametri AB & DE ſub æqualibus angulis videantur (§. 139 *Geom.*); æquales apparebunt (§. 202). *Quod erat alterum.*

### PROBLEMA 19.

240. *Invenire punctum F, in quo oculo magnitudines AB & BC utcunque inæquales & in directum ſitæ appareant æquales.* Tab. IV. Fig. 45.

RESOLUTIO.

1. Ex A & B intervallo AB facta interſectione in E, ex centro E per A & B deſcribatur circulus.

2. Eo-

2. Eodem modo determinetur centrum D & ex eo per B & C deſcribatur circulus alius, priorem ſecans in F.

Dico F eſſe punctum quæſitum.

*DEMONSTRATIO.*

Cum AB & BC ſint latera hexagoni (§. 340 *Geom.*); arcus cognomines eandem rationem ad ſuas peripherias habent (§. 325 *Geom.*). Quare cum angulorum AFB & BFC menſuræ ſint arcus dimidii AB & BC (§. 299 *Geom.*); æquales ſint neceſſe eſt (§. 135 *Geom.*), adeoque & magnitudines AB & BC oculo in F æquales apparent (§. 202). *Q. e. d.*

*PROBLEMA* 20.

Tab. IV. Fig. 46. 241. *Invenire duo puncta D & C ejus conditionis, ut punctum C ſit vicinius utrique extremo magnitudinis AB, quam punctum D, in viciniori tamen C magnitudo AB minor appareat, quam in remotiori D.*

*RESOLUTIO.*

1. Quacunque circini apertura ex A & B fiat interſectio in E & ex E tanquam centro radio EA deſcribatur circulus.
2. Simili modo determinetur centrum F & ex eo radio FA deſcribatur circulus.
3. Ducatur ad AB continuatam in G perpendicularis GD, quæ peripheriam majorem in C ſecet, majori vero in D occurrat.

Dico punctum A magis diſtare ab extremis A & B viſibilis AB, quam alterum C; in puncto tamen C minorem apparere magnitudinem AB, quam in D.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam DG perpendicularis ad AG *per hypoth.* BD > BC & AD > AC (§. 394 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Quoniam ACB = AHB & ADB = AIB (§. 300 *Geom.*), ſed AIB > AHB (§. 285 *Geom.*); erit quoque ADB > ACB (§. 81 *Arithm.*). Magnitudo igitur AB major apparet in D quam in C (§. 201). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 46.

242. *Si oculus infra magnitudinis humilioris FE verticem E fuerit collocatus & per eum altiorem AC ſpectet; majorem hujus partem videbit in diſtantia remotiori FH, quam in viciniori.* Tab. IV. Fig. 47.

*DEMONSTRATIO.*

Si oculus fuerit in H, recta ex H per verticem E in magnitudinem altiorem AC ducta partem CB reſecat, quæ ab eo ſpectatur (§. 47). Similiter recta ex G per E ducta GD reſecat partem DC, quæ in G ſpectatur (§. *cit.*). Quoniam itaque recta GD alteram HB in E ſecat (§. 17. 48 *Geom.*) & pars EG infra partem alterius EH cadat; pars altera DE ipſius DG ſupra alteram

BE

BE ipſius BH cadet (§. 48 *Geom.*), conſequenter DC < CB. *Q. e. d.*

THEOREMA 47.

Tab. II. Fig. 25. 243. *Si magnitudo humilior GF fuerit ad altiorem DE in ratione diſtantiarum BF & BE, vel ſi BF ad BE minorem rationem habuerit quam GF ad DE; oculus in B collocatus altiorem prorſus non videbit.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam GF & DE ad BC perpendiculares ſunt (§. 214 *Geom.*) & BF : BE = GF : DE *per hypoth.* radius BG per verticem humilioris G tranſiens tranſibit etiam per D (§. 253 *Geom.*). Cum adeo objectum DE non radiet in B; ibi quoque videri nequit (§. 42). adeoque multo minus in propinquiori diſtantia, hoc eſt, ſi BF : BE < GF : DE. *Q. e. d.*

PROBLEMA 21.

Tab. II. Fig. 25. 244. *Datis altitudinibus GF & DE una cum diſtantia earundem a ſe invicem FE, determinare punctum B, ubi minor majorem conſpectui eripere ceſſat.*

RESOLUTIO.

Fiat: ut differentia magnitudinum GF & DE
ad magnitudinem minorem FG;
ita diſtantia magnitudinum a ſe invicem FE
ad diſtantiam quæſitam BF

E. gr. Sit GF 100, DE 140 pedum, FE = 3′; erit BF = 3 100 : 40 = $7\frac{1}{2}$.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim ut GF : DE = BF : BE (§. 253 *Geom.*). Ergo DE - GF : GF = BE - BF : BF = FE : BF (§. 183 *Arithm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 22.

245. *Datis altitudinibus AC & EF una cum diſtantia earundem FA & diſtantia oculi ab humiliore FH, invenire partem altioris BC, quæ per verticem humilioris E ab oculo infra eum in H poſito videri poteſt.* Tab. IV. Fig. 47.

RESOLUTIO.

Quia datur diſtantia oculi ab objecto humiliore FH & diſtantia humilioris ab excelſiore AF *per hypoth.* diſtantia quoque oculi ab excelſiore AH datur. Igitur

1. Quæratur ad FH, FE & AH quarta proportionalis, quæ erit pars magnitudinis altioris ab humiliore EF conſpectui in H erepta (§. 243).
2. Quodſi adeo ex integra AC *per hypoth.* data auferatur, relinquetur portio BC, quæ in H ſpectari poteſt.

E. gr. Sit AF = 30, FE = 100, AC = 140, FH = 170; reperietur AB = 100. 200 : 170 = $117\frac{11}{17}$ unde AC = $22\frac{5}{17}$.

### PROBLEMA 23.

Tab. IV. Fig. 47. 246. *Datis altitudinibus FE & AC una cum diſtantia FI, ubi primum conſpectui eripitur altior AC; invenire diſtantiam earum a ſe invicem.*

### RESOLUTIO.

Quæratur ad altitudinem minorem FE, differentiam altitudinum FE & AC atque diſtantiam FI quarta proportionalis, quæ erit diſtantia altitudinum quæſita AF.

E. gr. Sit FE = 80, AC = 170, FI = 50; erit AF = 90. 50 : 8 = 56¼.

### DEMONSTRATIO.

Eſt enim FE : AC = FI : AI (§. 243). Ergo FE : AC - FE = FI : AI - FI = FI : AF (§. 183 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### PROBLEMA 24.

Tab. IV. Fig. 47. 247. *Data altitudine objecti humilioris FE una cum diſtantia excelſioris ab eodem AF, determinare altitudinem excelſioris AC, quæ tanta eſſe debet, ut in data diſtantia FH per verticem humilioris E pars data excelſioris BC conſpici poſſit.*

### RESOLUTIO.

Quoniam FH & AF dantur, *per hypoth.* AH quoque datur. Quare

1. Quæratur ad FH, FE & HA quarta proportionalis, quæ erit pars altitudinis majoris a minore conſpectui in H erepta AB.
2. Huic ergo ſi addatur pars conſpicua BC; prodibit altitudo integra AC.

Sit e. gr. FH 300 pedum, FE 150, AF 100, BC 50; erit AB = 150. 400 : 300 = 200, conſequenter AC = 250.

### PROBLEMA 25.

248. *Determinare altitudinem DB, ad quam collocanda eſt magnitudo data AB, ut oculo in E poſito tanta appareat, quanta DC ibidem videtur.* Tab. IV. Fig. 48.

### RESOLUTIO.

1. Ducatur recta EC & in E ad eam excitetur perpendicularis EG fiatque EF magnitudini datæ æqualis.
2. Fiat porro in F angulus ipſi FEG æqualis.
3. Ex puncto G demittatur perpendicularis GL ad FE.
4. Producatur DE in I, donec fiat DI = GL &
5. Ex I erigatur perpendicularis HI, quæ ex E intervallo FG ſecetur in H.
6. Tandem ex H radio EH deſcribatur circulus rectam AD in B & A ſecans.

Dico AB eſſe magnitudinem in alto collocandam & DB altitudinem, in qua collocari debet.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam GE ad CE perpendicularis, *per conſtruct.* CE circulum ex centro G deſcriptum per F & E (§.

E (§. 38 *Geom.*) tangit (§. 28 *Geom.*). Eſt ergo angulus in ſegmento FME angulo ſegmenti CEF æqualis (§. 308 *Geom.*). Quodſi jam fiat DI = KH = GL & radio HE = GF deſcribatur ex H circulus; erit AB = FE (§. 283 *Geom.*) & hinc ob arcus cognomines æquales (§. 274 *Geom.*) angulus FME = BEA (§. 300 *Geom.*). Eſt vero FME = DEC *per demonſtrata.* Ergo etiam BEA = DEC (§. 79 *Arithm.*). Videntur adeo DC & AB ſub æqualibus angulis, conſequenter æquales apparent (§. 202). *Q. e. d.*

*Aliter.*

Equidem ſi conſtructio juxta ſcalam modicam (§. 262 *Geom.*) fiat, haud difficulter ſine calculo innoteſcit altitudo deſiderata DB etiam in numeris; quodſi tamen per calculum eandem reperire libuerit, ita procedendum:

1. Ex datis in triangulo CDE ad D rectangulo cruribus DC & DE invenitur angulus CED (§. 38 *Trigon.*): qui
2. Ab angulo recto CEG ſubductus relinquit angulum LEG.
3. Cum adeo in triangulo LGE ad L rectangulo præter angulos omnes detur etiam latus LE = $\frac{1}{2}$FE (§. 276 *Geom.*); reperietur perpendicularis GL = DK (§. 34 *Trigon.*).
4. Inde itaque ſi auferatur dimidia magnitudo AB, relinquetur altitudo quæſita DB.

*PROBLEMA 26.*

249. *Oculo B poſitione dato determinare magnitudinem DE, quæ in altitudine data AD appareat magnitudini CA æqualis.* Tab. IV. Fig. 49.

*RESOLUTIO.*

1. Ducatur recta CB, ut habeatur angulus CBA, ſub quo videtur AC.
2. Ex B ad punctum datum D ducatur recta DB.
3. Fiat arcus GH alteri FI æqualis, ducaturque per H recta BE. Dico, DE eſſe magnitudinem quæſitam.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam arcus FI alteri GH æqualis, *per conſtruct.* angulus ABC alteri DBE æqualis eſt (§. 135 *Geom.*). Cum adeo AC & DE ſub æquali angulo videantur, neceſſario æquales apparent (§. 202). *Q. e. d.*

*Aliter.*

1. Cum in triangulo CAB ad A rectangulo dentur crura AC & AB; invenietur angulus ABC (§. 38 *Trigon.*).
2. Quia in triangulo DAB ſimiliter dantur crura DA & AB, reperietur angulus ADB (§. 38 *Trigon.*) & hypothenuſa DB (§. 34 *Trigon.*).

 3. Quo-

3. Quoniam angulus DBE = ABC (§. 20?); ſi ABC ſubtrahitur ex ADB, relinquetur angulus DEB (§. 224 *Geom.*).

4. Datis itaque in triangulo DBE angulis B & E una cum latere DB; reperietur DE (§. 34 *Trigon.*).

## THEOREMA 48.

249. *Si oculus in tenebris conſtitutus flammam a ſplendore aëris circumfuſi non diſtinguit & diſtantia minor, in qua illa ab hoc diſtinguitur, ad longitudinem flammæ majorem habuerit rationem, quam diſtantia major, ubi illa cum hoc confunditur, ad diametrum aggregati ex ſplendore circumfuſo & flamma; flamma major videbitur e longinquo, quam e vicinia.*

## DEMONSTRATIO.

Tab. IV. Fig. 41. Eſt enim ut diſtantia oculi BC ad magnitudinem viſibilis BD ita ſinus totus ad tangentem anguli viſorii (§. 38 *Trigon.*). Quodſi ergo diſtantia oculi inter flammam & ſplendorem circumfuſum diſtinguere neſcientis minorem habuerit rationem ad diametrum aggregati ex flamma & ſplendore circumfuſo quam diſtantia minor, ubi oculus illam ab hoc diſtinguit, ad magnitudinem flammæ; ſinus quoque totus in priore caſu minorem rationem habebit ad tangentem anguli viſorii quam in poſteriore. Tangens igitur anguli viſorii in priore caſu major eſt, quam in poſteriore (§. 190 *Arithm.*). Quamobrem cum aggregatum ex flamma & ſplendore circumfuſo ſub majore angulo videatur, quam flamma ſola; illud quoque majus apparet, quam hæc (§. 202). *Q. e. d.*

## SCHOLION.

250. *Apparet adeo ratio, cur faces & candelæ accenſæ oculo in tenebris conſtituto e longinquo majores appareant, quam in vicinia in aere colluſtrato. Ponamus enim flammam facis accenſæ eſſe unius digiti & in diſtantia ſex pedum optime adhuc diſtingui ab aëris ſplendore circumfuſo. Recedat oculus per diſtantiam quadruplam, ita ut a face jam diſtet intervallo 24 pedum, ſit vero aggregati ex flamma & ſplendore circumfuſo diameter ſolius flammæ quintupla, nempe 5 digitorum. Erit ergo ratio diſtantiæ propioris ad flammam ut 60 ad 1, diſtantiæ remotioris ad aggregatum ex flamma & ſplendore circumfuſo ut 240 ad 5, hoc eſt, ut 48 ad 1: quarum rationum poſterior priore utique minor* (§. 147 Arithm.). *Quamvis vero dubium non ſit, quin in majore diſtantia major quantitas ſplendoris circumfuſi a flamma non diſtinguatur; quoniam tamen integræ activitatis ſphæra finita eſt, omnique magnitudini aſſignari poſſit intervallum, ultra quod non amplius videtur* (§. 211); *evidens quoque eſt, quod detur aliquis terminus, in quo lux ignea noctu maxima apparere debet, & ultra quem angulus viſorius continuo minuitur, diſtantia ulterius creſcente. Hunc vero terminum, datis experientiis neceſſariis ex principiis ſuperioribus in caſibus ſingularibus haud difficulter reperire licebit.*

DE-

### DEFINITIO 39.

Tab. IV. Fig. 50. 251. Viſibile AB dicitur oculo in D *directe opponi*, ſi unus radiorum AD centrum pupillæ attingens fuerit ad id perpendicularis. Contra vero AC *oblique opponi* dicitur eidem oculo in D, ſi nullus radiorum, qui centrum pupillæ attingunt, fuerit ad ipſum perpendicularis.

### THEOREMA 49.

252. *Æqualia objecta AB & AC, quorum alterum AB oculo D directe, alterum vero AC eidem oblique objicitur, in eadem diſtantia inæqualia apparent; videturque majus AB, quod directe opponitur.*

### DEMONSTRATIO.

Quia AC & AG ſub eodem angulo videntur, æqualia apparent (§. 202). Eſt vero AG ipſius AB pars: videtur adeo AC parti ipſius AB æqualis, conſequenter minor quam AB (§. 18 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

253. *Haud difficulter apparet, theorema præſens non modo valere de objectis in eodem cum oculo plano horizontali ſitis; ſed etiam de aliis, quæ horizontali inſiſtunt.*

### PROBLEMA 27.

254. *Data diſtantia* AD *puncti omnium maxime vicini* D *una cum angulo obliquitatis* CAD *& magnitudine viſibilis* AC *invenire magnitudinem directam* AG, *cui obliqua* AC *æqualis apparet.* Tab. IV. Fig. 50.

### RESOLUTIO.

1. Quoniam angulus DAC datur una cum cruribus DA & AC, *per hypoth.* inveniri poteſt angulus viſorius ADC (§. 38 *Trigon.*).
2. Jam cum angulus DAG rectus ſit (§. 75 *Geom.*) & §. 251 *Optic.*); reperietur porro AG (§. 34 *Trigon.*).

E. gr. Sit AD 75 perticarum, AC vero 58, angulus CAD 108° 24′; reperietur ADC 30° 32′. Unde porro invenitur AG 44 fere perticarum.

## CAPUT IV.
## DE
# VISIONE FIGURÆ.

### THEOREMA 50.

Tab. IV. Fig. 1. 255. *Si centrum pupillæ in directum jacet lineæ rectæ AB; linea inſtar puncti apparet.*

### DEMONSTRATIO.

Si enim centrum pupillæ in directum jacet lineæ rectæ AB, fieri omni-

omnino nequit, ut a punctis reliquis præter A radii ad oculum pertingant (§. 16 *Geom.* & §. 46 *Optic.*). Quare cum nullum punctum videatur, niſi quod in oculum radiat (§. 42); nullum lineæ AB punctum præter A videri poteſt. Recta igitur AB centro pupillæ in directum jacens inſtar puncti apparet, *Q. e. d.*

THEOREMA 51.

256. *Si ſuperficies oculo directe opponatur, nec niſi unica perimetri linea in eum radiare poſſit; inſtar lineæ apparet.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam nonniſi unica perimetri linea in oculum radiare poteſt, *per hypoth.* radii non aliter in oculum ingrediuntur ac ſi unica tantum linea adeſſet. Cum adeo is non aliter afficiatur, quam ab unica linea afficitur; inſtar lineæ quoque ſuperficies apparere debet (§. 43). *Q. e. d.*

THEOREMA 52.

257. *Si corpus oculo directe opponatur, nec niſi unicum ſuperficiei planum in eum radiare poſſit; inſtar ſuperficiei apparet.*

DEMONSTRATIO.

Eadem prorſus eſt, quæ theorematis præcedentis.

THEOREMA 53.

258. *Arcus* ACB *ab oculo* O *in eodem plano exiſtente e longinquo viſus inſtar lineæ rectæ* CE *apparet.* Tab. IV. Fig. 52.

DEMONSTRATIO.

Quoniam arcus CB & recta CE ſub eodem angulo videntur; æquales apparere debent (§. 202). Quamdiu vero recta DF diſtincte percipitur; punctum D a puncto F diſtingui poteſt. Sed quando DF ex intervallo OD viſum inſtar puncti apparet, puncta D & F non amplius diſtinguuntur, adeoque unum idemque eſſe videntur. Hoc cum eodem modo oſtendatur de puncto quocunque altero arcus CB; idem e longinquo viſus inſtar lineæ CE apparere debet. *Q. e. d.*

SCHOLION.

259. *Ex demonſtratione abunde patet, theorema non tantum de arcubus circuli, ſed de arcubus curvæ cujuscunque valere.*

THEOREMA 54.

260. *Sphæra e longinquo viſa circulus apparet.*

DEMONSTRATIO.

Portio ſuperficiei ſphæræ, quam oculus in B videt, generatur, ſi arcus DE circa axem DC rotetur (§. 442 *Geom.*). Sed arcus DE apparet ut recta DF (§. 258). Ergo portio ſuperficiei ſphæræ ab arcu DE Tab. IV. Fig. 42.

deſcri-

deſcriptæ apparet inſtar figuræ, quæ rotatione rectæ DF circa punctum D generatur, hoc eſt, ut circulus (§. 127 *Geom*). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

261. *Cum arcus quilibet inſtar recta appareat* (§. 259); *alia quoque corpora rotunda inſtar circuli apparere debent.*

### THEOREMA 55.

262. *Si tria viſibilia* A, B *&* C *in eadem ſuperficie, ſed non in eadem recta collocentur, ſitque medium B remotius; figuram cavam oculo exhibebunt: ubi vero fuerit medium B propinquius, convexam.* Tab. IV. Fig. 53.

### DEMONSTRATIO.

Cum enim per tria puncta non in directum jacentia circulus deſcribi poſſit (§. 279 *Geom.*); tria illa puncta non aliter in oculum radiabunt, ac ſi in caſu primo in arcu circuli concavitatem oculo D obvertente, in altero vero in arcu circuli convexitatem oculo D obvertente poſita eſſent. In illo itaque figuram concavam; in hoc convexam oculo exhibebunt (§. 43). *Q. e. d.*

### THEOREMA 56.

263. *Magnitudines anguloſæ in majori diſtantia rotundæ apparent.*

### DEMONSTRATIO.

Ex corpore anguloſo fit rotundum, ſi anguli A, B, C, D reſecentur. Jam cum omnis magnitudo in certa quadam diſtantia evaneſcat, nec amplius videatur (§. 208); anguli quoque A, B, C, D in magna diſtantia evaneſcere debent. Rotundæ igitur appareant neceſſe eſt. *Q. e. d.* Tab. V. Fig. 54.

### SCHOLION.

264. *Evidens eſt, theorema intelligendum eſſe non modo de figuris ſuperficialibus; ſed & de ſolidis. Inde eſt, quod turres quadratæ eminus conſpectæ rotundæ appareant.*

### THEOREMA 57.

265. *Si quadratum* ABCD *aut rectangulum uno tantum latere* AB *oculo directe objiciatur; in majore diſtantia trapezium videbitur.* Tab. V. Fig. 55.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam enim latera AC & BD ſunt parallelæ (§. 320 *Geom.*) & oculus E intra eas ponatur; puncta C & D minus diſtare videntur, quam A & B (§. 215). Cum itaque rectæ AB & CD inæquales appareant; quadratum vel rectangulum trapezii figuram exhibet (§. 99 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

266. Quoniam lineæ parallelæ tandem coire videntur (§. 216); ſi latera rectanguli AC & BD fuerint longiora & figura ſufficiente intervallo ab oculo removeatur; triangulum videbitur (§. 83 *Geom.*).

### THEOREMA 58.

267. *Si oculus G ad centrum E figuræ*

Tab. V. Fig. 56. *guræ regularis* ABDC *ita deſigatur, ut recta* EG *ſit ad planum perpendicularis; veram viſibilis figuram videbit.*

DEMONSTRATIO.

Eſt enim CE = EB = AE = ED (§. 38 *Geom.*), AC = CD = DB = AB (§. 102 *Geom.*) anguli ad E ſunt recti (§. 75 *Geom.*) & latus GE eſt omnibus triangulis AGE, EGB, EGD, EGC communis. Ergo anguli cognomines æquales ſunt & AG = CG = DG = BG (§. 169 *Geom*), conſequenter etiam anguli AGC, CGD, DGB, BGA æquales ſunt (§. 193 *Geom.*). Videntur adeo tum rectæ AB, BD, DC, CA, tum AE, BE, DE, CE ſub æqualibus angulis. Quamobrem tum illæ, tum hæ æquales apparent (§. 202). *Q. e. d.*

THEOREMA 59.

Tab. V. Fig. 56. 268. *Si oculus G perpendiculariter in centrum circuli* E *dirigatur, vel diſtantia oblique in ipſum directi GE fuerit ſemidiametro AE æqualis; circuli vera figura videbitur.*

DEMONSTRATIO.

In utroque enim caſu omnes diametri apparent æquales (§. 239). Vera igitur circuli figura videtur (§. 38 *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 60.

269. *Si oculus G oblique in centrum figuræ regularis* ABCD *vel etiam in circulum dirigatur; vera viſibilis figura non apparebit, circulusque videbitur oblongus.* Tab. V. Fig. 56.

DEMONSTRATIO.

Pro diverſa enim lineæ GE ad radios CE, AE, BE, ED obliquitate; tum radii iſti, tum etiam latera AC, AB, BD, CD inæqualia apparent (§. 252). Vera igitur neque figuræ regularis ABDC (§. 102 *Geom.*), neque circuli (§. 35 *Geom.*) figura videtur. *Quod erat unum.*

Quoniam vero diametri aliæ videntur aliis majores, *per demonſtrata;* circuli figura utique altera parte apparebit longior, altera vero brevior. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 61.

270. *Viſibilium e longinquo viſorum figuræ veræ non apparent.*

DEMONSTRATIO.

Ut enim figura vera videatur, neceſſe eſt ut ſingulæ partes diſtincte appareant: partibus enim contiguis factis, quæ antea contiguæ non erant, figura mutatur. Sed cum omnis viſibilis pars in determinata quadam diſtantia evaneſcat, nec amplius videatur (§. 208); neceſſe eſt, ut contiguæ appareant, quæ non ſunt. Figura igitur vera viſibilium e longinquo viſorum non apparet. *Q. e. d.*

SCHO-

## SCHOLION.

271. *Hinc facies fœminarum e longinquo viſæ apparent pulchræ, quæ in vicinia ob aliquas deformitates diſplicent.*

## THEOREMA 62.

Tab. V. Fig. 57. 272. *Si unicum luminoſi punctum L per foramen ACB radiet; figura luminis* abc *plano DE foramini parallelo excepti erit figuræ foraminis ſimilis.*

## DEMONSTRATIO.

Sit foramen ABC triangulare: dico figuram luminis *abc* ſimiliter eſſe debere triangularem & quidem triangulum foramini ſimile. Quoniam punctum luminoſum L radiat in ſingula puncta perimetri foraminis ABC (§. 60); radii extimi pyramidem triangularem efficiant, cujus baſis eſt figura triangularis foraminis (§. 444 *Geom.*). Quodſi ergo radii ultra perimetrum per foramen continuentur; pyramis quoque continuabitur. Quare ſi plano DE foramini parallelo lumen excipiatur; erit *abc* triangulum foramini ABC ſimile (§. 445 *Geom.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM 1.

273. Quodſi A*a* ad LA inſenſibilem habuerit rationem, erunt LA & L*a* ad ſenſum æquales, conſequenter etiam figura luminis *acb* ad ſenſum æqualis erit figuræ foraminis ACB.

## SCHOLION.

274. *Idem quoque exinde demonſtrari poſſet, quod radii a puncto remotiori L in planum exiguum incidentes ſint paralleli ad ſenſum (§. 93): quo in caſu nimirum ABC loca priſma eſſe debere apparet.*

## COROLLARIUM 2.

275. Quoniam innumera Solis puncta per idem foramen in cameram obſcuram una radiant; lumen integrum immiſſum conſtat ex innumeris figuris foramini ſimilibus & æqualibus.

## THEOREMA 63.

276. *Si luminoſum S per exiguum foraminulum F in cameram obſcuram radiet & lumen plano GH foramini parallelo excipiatur; erit ejus figura* de *figuræ luminoſi S ſimilis & in majori diſtantia a foramine F major.* Tab. V. Fig. 58.

## DEMONSTRATIO.

Sit figura luminoſi S circulus. Quoniam ſingula puncta peripheriæ in foramen F radiant (§. 60); erit SFQ conus (§. 440 *Geom.*). Quare ſi radii SF & QF omneſque intermedii ultra foramen F continuentur; lumen per cameram obſcuram propagatum *d*F*e* itidem conus erit. Ergo ſi plano foramini parallelo excipiatur; figura luminis *de* erit circulus, tanto quidem major, quo majori intervallo a vertice coni, hoc eſt, a foramine F diſtet (§. 441 *Geom.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

277. Per foramen igitur amplum immiſſum lumen Solis vel Lunæ ex innumeris conſtat conis æqualibus, quorum vertices ſunt in ſingulis foraminis punctis.

*THEOREMA 64.*

Tab. V. Fig. 59. 278. *Si lumen Solis per foramen angulosum transmittatur, in diſtantia exigua a foramine ejus figuram habebit, in majore autem ſenſim ſenſimque ad circulum accedet.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam lumen Solis per foramen transmiſſum ex innumeris conis conſtat, quorum vertices in ſingulis foraminis DEF punctis conſtituti ſunt (§. 277); ſi coni iſti prope ſuos vertices ſecentur, plana ſectionum a punctis ad ſenſum non different (§. 440 *Geom.*), adeoque perinde erit, ac ſi unicum tantum Solis punctum C in perimetrum foraminis DEF radiaret, conſequenter lumen figuram foraminis habebit (§. 272). *Quod erat unum.*

Si vero iidem Coni in diſtantiis majoribus ſecentur, plana ſectionum erunt circuli *g* tanto quidem majores, quo longioribus intervallis a foramine diſtant. Plures igitur circuli majores ex ſingulis perimetri figuræ anguloſæ *edf* punctis deſcripti cum ad ſenſum ab uno circulo non differant; lumen Solis in majore diſtantia a lumino-ſo exceptum plano foramini parallelo figuram circuli ad ſenſum habebit. *Quod erat alterum.*

*SCHOLION 1.*

279. *Theorema præſens experientia abunde confirmat. Imo idem experientia prius innotuit, quam Optici in rationes ejus inquirerent.*

*COROLLARIUM 1.*

280. Quodſi ergo pars foraminis tegatur, in minori diſtantia mutabitur figura luminis transmiſſi, ob mutatam foraminis figuram; ſed in majori retinebit figuram circuli.

*COROLLARIUM 2.*

281. Quoniam tamen pauciores nunc radii transmittuntur; circulus erit minus lucidus (§. 83).

*COROLLARIUM 3.*

282. Cum vero circuli illi continuo augeantur (§. 276); lumina per duo foramina vicina transmiſſa primum ex parte, tandem prorſus in unum coaleſcunt, diſtantia nempe centrorum, quæ ſemper eadem manet, reſpectu radiorum evaneſcente.

*SCHOLION 2.*

283. *Non injucundum eſt videre, etiam in conclavi illuminato, circulos a radiis per duo diverſa foramina triangularia tranſmiſſos ſe mutuo ſucceſſive contegentes, ita ut creſcente continuo communi ſegmento tandem penitus congruant. Illud quoque obſervatu dignum eſt, quod lumen geminatum in communi*

*ni ſegmento ſimplici in ſegmentis collateralibus multo clarius exiſtat.*

### COROLLARIUM 4.

284. Quodſi prope foramen aliqui radii a corpore opaco intercipiantur, deficientibus quibusdam conis lucidis; deficient quoque quidam circuli in lumine a plano excepti, conſequenter etiamſi circuli reliqui amplientur, integrum tamen circulum majorem complere nequeunt, ſed pars quædam deficiet, cujus ſcilicet radiatio intercepta.

### SCHOLION.

285. *Hinc Solis eclipſin patientis pars deficiens etiam in ejus imagine a radiis per foramen transmiſſis formata deeſt.*

### THEOREMA 65.

286. *Si oculus in tenebris conſtitutus flammam candelæ vel facis accenſæ, cui directe opponitur, a ſplendore aëris circumfuſi non diſtinguit; figura flammæ rotunda apparet.*

### DEMONSTRATIO.

Cum enim in eadem a luminoſo diſtantia lumen ejusdem ſit intenſitatis (§. 86), quodlibet vero luminoſi punctum radios quaquaverſum diffundat (§. 59); ſplendor in aëre ſphæræ figuram induet (§. 443 *Geom.*). Quodſi ergo oculus in majore diſtantia & in tenebris conſtitutus differentiam inter flammam & ſplendorem non amplius diſtinguit; flamma rotunda apparere debet (§. 260). *Q. e. d.*

# CAPUT VII.
## De
# VISIONE LOCI.

### THEOREMA 66.

287. *Si diſtantia duorum viſibilium ſub angulo inſenſibili videtur; corpora disjuncta contigua apparent.*

### DEMONSTRATIO.

Si enim diſtantia ſub angulo inſenſibili videtur; inter imagines in oculo diſtantia nulla eſt. Sunt adeo imagines in oculo contiguæ; conſequenter viſibilia contigua apparent (§. 69).

### COROLLARIUM 1.

288. Quoniam ex pluribus contiguis continuum reſultat; ſi plurium viſibilium diſtantiæ ſub angulo inſenſibili apparent, in unum continuum coaleſcere videntur.

COROLLARIUM 2.

289. Cum determinari poſſit diſtantia, in qua quælibet magnitudo evaneſcit (§. 211); haud difficulter quoque in caſu quolibet invenitur, in qua diſtantia duo corpora poſitione data contigua & plura inſtar unius continui apparere debeant.

SCHOLION.

290. *Eleganter hinc notio continui illuſtratur. Dicimus nimirum continuum, ubi inter noſtras perceptiones ordinem nullum ſimpliciorem interponi poſſe animadvertimus.*

PROBLEMA 28.

291. *Teſſelatas imagines conſtruere, quæ in partes diſſectæ & per planum ſtriatum diſperſæ oculo integræ apparent.*

Tab. V. Fig. 60.

RESOLUTIO.

1. Fiant priſmata lignea tantæ longitudinis, quanta eſt imaginis latitudo, quorum baſis EDC eſt triangulum æquilaterum.
2. Imago diſſecetur in faſcias, quarum ſingulæ ſint plano EDGF æquales.
3. Faſciæ iſtæ agglutinentur planis priſmatum dextris EDGF.
4. Siniſtris vero DCHG agglutinentur aliæ alterius imaginis.

Quodſi enim priſmata ſuper tabula horizontali ita colloces, ut priſmatum latera HC ſe mutuo tangant; oculus in plana dextra EDGF directus videbit imaginem unam; directus vero in ſiniſtra DCGH alteram contuebitur: videbunturque partes disjunctæ contiguæ (§. 287).

SCHOLION.

292. *Poſſunt etiam priſmata ita collocari, ut plana EDGF ſint in eodem plano, & imagines in iis delineari: quo facto, in ſitum convenientem redigendæ.*

THEOREMA 67.

293. *Viſibilia remota obſcura apparent & minus diſtincta.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim quodlibet viſibilis punctum per radios divergentes radiet (§. 59); creſcente diſtantia, lumen decreſcit (§. 86). Viſibilia igitur obſcuriora videntur, ſi fuerint remotiora. *Quod erat unum.*

Quia quælibet magnitudo in data quadam diſtantia evaneſcit (§. 208), partes autem minores citius evaneſcunt majoribus (§. 211); viſibilis remoti partes omnes non apparent. Quare cum viſibile tanto diſtinctius videatur, quanto plures ejus partes diſcernere licet (§. 40); viſibile remotum minus diſtinctum apparet. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

294. Hinc ex viſione obſcura & confuſa objectum magno intervallo diſtare colligimus.

## *SCHOLION* I.

295. *Et his principiis utuntur pictores, objecta alia aliis remotiora in eodem plano exhibituri.*

## *SCHOLION* 2.

296. *Hinc quoque oriuntur fallaciæ viſus complures. Ita conclavia parietibus dealbatis minora apparent, quia parietes videntur propiores. Agri etiam nive tecti minores apparent, quam gramine veſtiti. Similiter montes nive conſperſi, itemque nocturno tempore flammæ propiores; corpora opaca ſub crepuſculum remotiora videntur.*

## *THEOREMA* 68.

Tab. V. Fig. 61. 297. *Si oculus A fuerit plano horizontali AB ſublimior; partes remotiores videntur ſublimiores, donec in eadem cum oculo altitudine conſtituta videatur ultima.*

## *DEMONSTRATIO.*

Quoniam AB ad BC ſupponitur eſſe perpendicularis, ſi ex oculo A ducatur AD ipſi BC parallela; erit quoque BAD rectus (§. 222 *Geom.*), conſequenter omnem amplitudinem viſus definit linea DC ipſi AB æqualis (§. 223). Jam ſi lineæ parallelæ BC & AD longius protrahantur, ſenſim ſenſimque coire videbuntur & quam primum coire videntur, viſus terminatur (§. 215). Cum adeo partes rectæ BC continuo ad rectam AB accedant; utique ſenſim ſenſimque ſublimiores fieri videntur, donec ultima C in D conſtituta appareat. *Q. e. d.*

## *SCHOLION* I.

298. *Aliter hanc propoſitionem demonſtrat* Euclides (l). *Inſtar axiomatis aſſumit,* ſublimiora apparere, quæ per radium ſublimiorem videntur, *nec ſine ratione. Dum enim ſublimia ſpectamus, radii ex loco ſublimiori in oculum illabuntur. Unde ſi ex aliis rationibus contingat, ut radii alii aliis ſint ſublimiores; eodem modo oculum afficere debent, ac ſi e ſublimiori loco emanaſſent. Unde puncta quoque, ex quibus radiant, ſublimiora apparere debent (§. 43). Jam cum manifeſtum ſit, puncta E & C radiis ſublimioribus ſpectari anterioribus; inde concludit, puncta E & C ſublimiora apparere debere. Enimvero cum demonſtratio hujus & reliquarum propoſitionum, ad quas demonſtrandas axiomate hoc utitur* Euclides *multo evidentius ex antecedentibus deducantur; principiorum numerus ſine neceſſitate non videtur multiplicandus, præſertim cum ex noſtra demonſtratione una conſtet terminus, ad quem remotiora elevari poſſunt dataque altitudine oculi partes, quæ ſublimiores apparere debent, facile determinentur. Poſſet tamen axioma* Euclidis *eodem modo demonſtrari, quo nos propoſitionem demonſtravimus.*

## *SCHOLION* 2.

299. *Cæterum jam conſtat ratio, cur mare ad littora ſtantibus verſus medium ſenſim ſenſimque attolli videatur.*

## *THEOREMA* 69.

300. *Si planum BC fuerit ſublimius oculo A remotiora E & C depreſſiora apparent, donec punctum ultimum C videatur per altitudinem* Tab. V. Fig. 62.

 DC

(l) in Optic. prop. 10.

*DC profunditati oculi B A æqualem deſcendiſſe.*

*DEMONSTRATIO.*

Eadem prorſus eſt, quæ theorematis præcedentis.

*SCHOLION.*

301. Euclides *ad theorema hoc demonſtrandum aſſumit inſtar axiomatis*; depreſſiora apparere, quæ per radium depreſſiorem videntur: *de quo idem eſto judicium, quod ſupra* (§. 298) *de ſimili axiomate* Euclideo *tulimus.*

*THEOREMA 70.*

Tab. V. Fig. 63. 302. *Si magnitudines quotcunque AB, CD, EF ſub oculo O ponantur; remotiores EF, CD ſublimiores apparent.*

*DEMONSTRATIO.*

Ducatur enim per puncta A, C, E recta GE; erunt A, C, E in eodem plano. Quare cum oculus O ſit ſublimior plano GE, *per hypoth.* remotiora C & E, ſublimiora apparere debent (§. 297.) *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

303. Quodſi magnitudo ultima tanto intervallo ab oculo diſtet, ut altitudo oculi HE ſub angulo inſenſibili videatur (§. 208); magnitudo E videbitur ad oculi ſublimitatem aſſurgere (§. 297).

*THEOREMA 71.*

304. *Si magnitudines quotcunque æquales fuerint ſupra oculum elevatæ; remotiores depreſſiores apparent.*

*DEMONSTRATIO.*

Eadem eſt, quæ theorematis præcedentis, modo figura invertatur.

*THEOREMA 72.*

305. *Altitudinum majorum AB partes ſuperiores BC videntur inclinatæ.* Tab. V. Fig. 64.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam angulus A rectus eſt (§. 216 *Geom.*); ſi ex oculo D agatur altitudini AB parallela, erit angulus ADE itidem rectus (§. 222 *Geom.*) adeoque amplitudo viſus intra parallelarum AB & DE intervallum continetur (§. 223). Sed lineæ parallelæ AB & DE ſenſim ſenſimque coire videntur (§. 216). Ergo puncta remotiora C & B vertici propiora apparent inferioribus, conſequenter pars ſuperior BC inclinata videtur. *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

306. *Inde eſt quod templorum altorum frontiſpicia, itemque turres, in minori diſtantia videantur antrorſum inclinari: dico, in diſtantia minori. Quo minor enim fuerit ſpectatoris diſtantia a turri AD, eo celerius parallelarum intervallum coire videtur, unde vi demonſtrationis phænomenon pendet.*

*COROLLARIUM.*

307. Quodſi ergo pars ſuperior BC a perpendiculari AC reclinata fuerit; ab oculo prope adſtantis erecta videri poterit.

*SCHO-*

*SCHOLION.*

308. *Inde eſt, quod ſtatuæ in locis editis collocatæ paulùlum reclinentur.*

*THEOREMA 73.*

Tab. V. Fig. 65. 309. *Remotiora C & D ad dextram ſita videntur vicinioribus L & B ſiniſteriora; quæ vero ad ſiniſtram ſita ſunt F & E, videntur vicinioribus M & G dexteriora.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit enim oculus in A & recta AB ad DB perpendicularis. Concipiatur porro AH perpendicularis ad AB; erunt AH & BD parallelæ (§.241 *Geom.*). Punctum ergo D propius videbitur puncto H, quam C ipſi I, & C propius apparebit ipſi I, quam L ipſi K, vel B ipſi A (§.215). Puncta igitur D & C ſiniſtræ propiora videntur, quam L & B. *Quod erat unum.*

Eodem modo oſtenditur, remotiora F & E ad ſiniſtram ſita apparere dexteriora vicinioribus M & G. *Quod erat alterum.*

*THEOREMA 74.*

Tab. V. Fig. 65. 310. *Fieri poteſt, ut viſibile D ad dextram vel ſiniſtram ſitum, oculo A in directum jacere videatur.*

*DEMONSTRATIO.*

Parallelæ enim DB & AH alicubi coire videntur (§.216). Quodſi igitur oculus fuerit in illo puncto A, ex quo coire videntur; punctum D coincidere videbitur cum puncto H, adeoque D apparebit in H, nempe in directum jacens oculo A. *Quod erat unum.*

Eodem modo oſtenditur, fieri poſſe ut viſibile F verſus ſiniſtram ſitum oculo A in directum jacere videatur.

*THEOREMA 75.*

311. *Si ſpatium inter viſibile C & viſibilia D atque E interjectum ſpectatoribus in A & B imperceptibile fuerit; idem objectum C in diverſis locis videbunt.* Tab. V. Fig. 66.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam diſtantia CD ſpectatori in B imperceptibilis, *per hypoth.* objectum C apparebit contiguum alteri D (§.287). Videt adeo C in D. Eodem modo oſtenditur, ſpectatorem in A videre objectum C in E. Diverſis itaque in locis idem objectum C vident ſpectatores in A & B. *Q. e. d.*

*THEOREMA 76.*

312. *Si objectum vicinius C ad alia remotiora refertur; diverſis ſpectatoribus A & B e regione diverſorum objectorum D & E apparebit.* Tab. V. Fig. 66.

*DEMONSTRATIO.*

Objectum C enim inter oculum A & alia remotiora poſitum e regione ejus videtur, quod punctis A & C in directum jacet. Quoniam

niam vero rectæ AC & CB ex oculis ſpectatorum A & B in idem objectum C ductæ ſegmentum commune habere nequeunt (§. 17 *Geom.*): aliud omnino punctum remotius in directum jacet rectæ BC, aliud vero rectæ AC (§. 63 *Geom.*). Idem ergo objectum C diverſis ſpectatoribus A & B e regione diverſorum objectorum remotiorum D & E apparet. *Q. e. d.*

## *DEFINITIO* 40.

313. Loca D & E, ad quæ ſpectatores in A & B referunt objectum C, dicuntur *Loca Optica*. Tab. V. Fig. 66.

## *THEOREMA* 77.

314. *Si recta jungens loca optica D & E fuerit parallela rectæ transeunti per oculos ſpectatorum AB; erit diſtantia locorum opticorum DE ad diſtantiam ſpectatorum A & B, ut diſtantia loci optici alterutrius a viſibilis loco EC, ad diſtantiam ſpectatoris alterutrius ab eodem viſibili AC*

## *DEMONSTRATIO.*

Quia DE parallela ipſi AB *per hypoth.* erit D = B (§. 222 *Geom.*). Sunt vero etiam verticales ad C æquales (§. 150 *Geom.*). Quare EC : DE = AC : AB (§. 252 *Geom.*), conſequenter EC : AC = DE : AB (§. 164 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## *THEOREMA* 78.

315. *Quodlibet punctum viſibile A radiat in pupillam per conum, cujus vertex in ipſo puncto radiante A, baſis vero pupilla.* Tab. V. Fig. 67.

## *DEMONSTRATIO.*

A puncto enim radiante A ad quodlibet punctum pupillæ, adeoque & ad quodlibet perimetri punctum D, C, E &c. emittitur radius (§. 60). Radii igitur extimi ſuperficiem coni formant cujus vertex A, baſis circulus DCE ſive pupilla (§. 440 *Geom.*). *Q. e. d.*

## *COROLLARIUM* 1.

316. Si triangula DAE & DaE fuerint in eodem plano, erit *a* > A (§. 285 *Geom.*); adeoq; anguli *a*DE & *a*ED minores angulis ADE & AED (§. 225 *Geom.*), conſequenter radii AE & AD majores angulos efficiunt cum diametro pupillæ, quam *a*D & *a*E. Remotiorum itaque radii minus ad diametrum inclinantur, quam radii viciniorum (§. 52 *Geom.*).

## *COROLLARIUM* 2.

317. Quodſi ergo contingat, ut radii minus divergentes fiant magis divergentes; qui a puncto remotiori A emanant, perinde ac a puncto viciniori *a* in pupillam radiabunt.

## *COROLLARIUM* 3.

318. Contra ſi contingat, ut radii magis divergentes, antequam oculum ingrediantur, fiant minus divergentes; qui a puncto viciniori *a* emanant, perinde

inde in oculum radiabunt, ac ſi e remotiori A emanaſſent.

### DEFINITIO 41.

319. *Axis opticus* eſt radius per centrum oculi tranſiens.

### DEFINITIO 42.

Tab. V. Fig. 68. 320. *Horopter* eſt linea recta AB, quæ per concurſum axium opticorum C oculorum D & E rectæ HI centra oculorum H & I conjungenti parallela ducitur.

### SCHOLION.

321. *Vocatur* horopter, *quia experientia conſtat, hunc eſſe terminum viſionis diſtinctæ.*

### DEFINITIO 43.

322. *Planum horopteris* eſt, quod per horopterem AB tranſit & ad planum per axes opticos tranſiens ICH perpendiculare exiſtit.

### THEOREMA 79.

Tab. V. Fig. 68. 323. *Si viſibile in horoptere AB collocatur, quodlibet punctum videtur in concurſu radii a puncto imaginis reſpondente per centrum oculi retroducti & horopteris.*

### DEMONSTRATIO.

Dum objectum in horoptere collocatur, experientia teſte, punctum unumquodque videmus ibi, ubi eſt, adeoque ubi radii in oculum incidentes retroducti concurrunt, hoc eſt, in vertice ſui coni (§. 315). Sed dum viſibile in horoptere collocatur, radiorum a quovis puncto emanantium unus per centrum uniuscujusque oculi tranſit (§. 319). Quare cum omnes radii ab eodem objecti puncto egreſſi in retina rurſus in uno puncto uniantur (§. 75), radius vero per centrum tranſiens irrefractus tranſeat; punctum imaginis quodlibet ibi delineabitur, ubi radius per centrum tranſiens retinam attingit. Hunc ergo ſi retroducas usque ad horopterem, ibi eundem ſecabit in A, ubi erat vertex Coni, per quem irradiatio in oculum fiebat. Videbitur ergo viſibilis punctum in concurſu horopteris AB & radii KA a puncto imaginis reſpondentis per centrum oculi retroducti. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

324. Quoniam duo radii KA & IA ab eodem puncto imaginis per centra H & I oculorum E & D retroducti horopterem AB in eodem puncto A ſecant, utpote qui ab eodem irrefracti per centrum utriusque oculi ad retinam penetraverant; uterque oculus viſibile in horoptere poſitum in eodem loco A videt, conſequenter duobus oculis unicum apparet.

### COROLLARIUM 2.

325. Quia radius KA ab inferiore imaginis puncto per centrum oculi H retroductus horopterem in loco ſuperiori A ſecat; qui vero a ſuperiori ima-

maginis parte M per idem centrum H retroducitur MK, eidem horopteri AB in loco inferiori B occurrat, punctum imaginis inferius K videtur in loco ſuperiori A; punctum vero ſuperius M in loco inferiori B. Quare cum imago MGK in retina ſit inverſa (§. 61); objectum ſitu erecto apparet.

### COROLLARIUM 3.

326. Quodſi ergo imago in retina MGK fuerit erecta; eodem modo conſtat, viſibile videri debere ſitu inverſo.

### COROLLARIUM 4.

327. Si contingat, radios a puncto quocunque egreſſos ita diſponi, ut oculum ſub iis angulis ingrediantur, ac ſi coni optici vertex eſſet in A; viſibile quoque in A videri debet (§. 43).

### COROLLARIUM 5.

328. Quoniam aliam oculi conformationem requirunt objecta remota, alia vicina (§. 64), adeoque oculus uno obtutu diverſis intervallis diſtantia diſtincte comprehendere nequit (§. 70); quæ extra horopterem poſita confuſe videt, ad horopterem referre debet. Videbitur itaque etiam punctum extra horopterem poſitum in concurſu horopteris & radii a puncto imaginis reſpondente per centrum oculi ducti (§. 323).

### THEOREMA 80.

329. *Si viſibile G extra horopterem DE ſit conſtitutum; geminatum apparebit in D & E.* Tab. VI. Fig. 69.

### DEMONSTRATIO.

Oculus enim A videt objectum G per radium AE in E; oculus vero B idem objectum videt in D, obtutu utriusque in C defixo (§. 328). Videtur igitur geminatum. Q. e. d.

### COROLLARIUM 1.

330. Quodſi oculus dexter B tegatur, diſparebit objectum ſiniſtrum D; ſi vero oculus ſiniſter A tegatur, objectum E evaneſcet.

### SCHOLION.

331. *Hæc experientiæ valde conſona deprehenduntur. Statuatur enim objectum aliquod tenue, ſed longum e regione naſi ad diſtantiam unius circiter pedis: obtutu ultra id directo in C, geminatum videbis, at confuſe. Et quo longius obtutum diriges, eo majori intervallo diſtabunt imagines, altera quidem dexteram verſus in E, altera vero ſiniſtram verſus recedente. Si autem obtutum verſus objectum retrahis, imagines ſenſim ſenſimque coeunt, donec obtutu in eodem fixo non niſi unicum appareat (§. 323). Simile phænomenon eſt, ſi oculo uno infra alterum depreſſo aut ſupra alterum detorſo objectum geminatum apparet; item cum ebrii & furioſi omnia conſpiciunt geminata.*

### COROLLARIUM 2.

332. Quoniam AB ipſi DE parallela (§. 320), erit $o = x$ (§. 222 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad G ſint æquales (§. 150 *Geom.*); erit ut BG diſtantia objecti G ab oculo B ad GD diſtan-

diſtantiam ejusdem a loco horopteris in quo videtur, ita diſtantia oculorum AB ad diſtantiam locorum D & E, in quibus videtur.

# CAPUT VIII.
# DE VISIONE MOTUS.

### *THEOREMA* 81.

Tab. VI. Fig. 70. 333. *Si duo objecta B & E inæqualiter ab oculo A diſtantia æquali celeritate ferantur; remotius E tardius moveri videtur.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quia B & C æquali celeritate feruntur, *per hypoth.* eodem tempore æqualia ſpatia BD & EF percurrunt (§. 27 *Mechan.*). Sed quoniam EF e longinquiori intervallo videtur quam BD, *per hypoth.* apparebit EF minor quam BD (§. 204), conſequenter remotius objectum E eodem tempore minus ſpatium confeciſſe, adeoque tardius moveri putatur (§. 16 *Mechan*). *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM* 1.

334. Si ergo B & E a terminis oculo immoto A in directum ſitis verſus eandem plagam digrediantur; vicinum B præcedere, remotum E ſequi videbitur.

### *COROLLARIUM* 2.

335 Quodſi remotum E non nimis celerius moveatur, quam vicinum B, ut nempe ſit EN > BD; motus ipſius B videbitur adhuc celerior.

### *THEOREMA* 82.

336. *Si duo objecta B & E moveantur celeritatibus diſtantiis ab oculo immoto AB & AE proportionalibus; eadem celeritate moveri videntur & contra.* Tab. VI. Fig. 70.

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam celeritates ſunt ut ſpatia eodem tempore percurſa BC & EF (§. 25 *Mechan.*), illæ autem diſtantiis AB & AE proportionales *per hypoth.* hæc quoque iisdem proportionalia ſunt (§. 156 *Arithm.*), conſequenter ſub eodem angulo videntur (§. 213) & hinc æqualia apparent (§. 202). Eadem igitur celeritate moveri putantur (§. 30 *Mechan.*). *Quod erat unum.*

Quodſi eadem celeritate moveri videntur, ſpatia decurſa BC & EF æqualia (§. 27 *Mechan.*), adeoque ſub eodem angulo videntur (§. 202). Quare ſi ſpatia BC & EF ad diſtantias perpendiculariter applicentur

(§. 214 *Geom.*); erit AB : AE = BC : EF (§. 152 *Geom.*), conſequenter celeritates etiam ſunt ut AB ad AE (§. 25 *Mechan.*). *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 83.

Tab. VI. Fig. 70. 337. *Si objectum remotum E tardius movetur quam vicinum B; motus vicinioris B multo celerior apparet, quam eſt.*

### DEMONSTRATIO.

Sint ſpatia eodem tempore decurſa EG = BC & BD. Quodſi objecta æqualiter ab oculo immoto A diſtarent; ſpatium a tardiori decurſum BC tanquam pars ſpatii a celeriori deſcriptum ſub minori angulo BAC videretur, quam BC. Sed cum ex diſtantia AE videtur; ſub angulo adhuc minore EAG conſpicitur, adeoque multo minor pars apparet ipſius BD (§. 202). Quare cum ſpatia eodem tempore decurſa ſint ut celeritates (§. 25 *Mechan.*); celeritas ipſius E multo minorem habere videbitur rationem ad celeritatem ipſius A, quam revera habet (§. 187 *Arithm.*) adeoque celeritas vicinioris A major apparebit quam eſt (§. 190 *Arithm.*), *Q. e. d.*

### PROBLEMA 29.

Tab. VI. Fig. 70. 338. *Datis diſtantiis objectorum AB & AE ab oculo immoto A, una cum celeritatibus, quibus verſus eandem plagam tendunt; invenire rationem celeritatum, quibus moveri videntur.*

### RESOLUTIO.

1. Quoniam celeritates ſunt ut ſpatia EG & BD eodem tempore percurſa (§. 25 *Mechan.*), datis celeritatibus datur etiam ratio ſpatiorum EG & BD.
2. Quæratur itaque magnitudo, quæ in diſtantia 10 vel pauciorum pedum appareat utrique ſpatio EG & BD æqualis.

Cum enim objecta hæc ſpatia deſcribentia eadem celeritate moveri videantur, qua B & E feruntur (§. 336); erunt utique celeritates apparentes objectorum B & E ut celeritates, quibus in diſtantia 10 pedum ſpatia inventa eodem tempore deſcribuntur.

E. gr. Sit AB : AE = 1 : 9, EG : BD = 1 : 3, AH = 10; erit HI = EG. AH : AE = $\frac{10}{9}$ & HK = BD. AH : AB = 30. Sunt adeo celeritates objectorum E & B apparentes ut $\frac{10}{9}$ ad 30, hoc eſt ut 1 ad 27 (§. 170. 172 *Arithm.*).

### THEOREMA 84.

339. *Si duo objecta B & E ab oculo A inæqualiter diſtantia diverſa celeritate verſus eandem plagam tendunt; celeritates apparentes ſunt in ratione compoſita ex directa celeritatum verarum & reciproca diſtantiarum ab oculo AB & AE.* Tab. VI. Fig. 70.

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Sit enim AB $=a$, AE $=b$, BD $=c$, EG $=d$, AH $=e$; erit HI $=de:b$ & HK $=ce:a$, conſequenter (§. 305) celeritates apparentes ſunt ut $de:b$ ad $ce:a$, hoc eſt, ut $ad$ ad $bc$ (§. 170. 172 *Arithm.*), nempe in ratione compoſita ex directa celeritatum verarum EG & BD atque reciproca diſtantiarum AB & AE (§. 148 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA 85.*

Tab. VI. Fig. 70. 340. *Objectum E quacunque celeritate motum quieſcere videtur, ſi ratio ſpatii intervallo unius minuti ſecundi deſcripti EG ad diſtantiam ab oculo EA fuerit imperceptibilis.*

*DEMONSTRATIO.*

Cum enim GE ſit ad AE ut tangens anguli EAG, ſub quo videtur objectum E, ad ſinum totum (§. 7 *Trigon.*); ſi ratio ipſius EG ad EA fuerit imperceptibilis, tangentis quoque ad ſinum totum ratio evaneſcet, adeoque EG ſub angulo inſenſibili, hoc eſt, plane non videtur. Quare objectum E, quacunque celeritate motum, in eodem loco permanere adeoque quieſcere putatur (§. 2 *Mechan.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM I.*

341. Quoniam ratio ſpatii unius minuti ſecundi intervallo deſcripti ad diſtantiam imperceptibilis eſt, tum ſi objectum vicinum nimis tarde movetur (ut index horologii horas monſtrans) tum ſi objectum celeriter motum valde remotum fuerit (§. 211); & celeriter mota videntur quieſcere, ſi nimis longo intervallo ab oculo diſtiterint, & motus vicinorum non percipitur, ſi nimis tardus fuerit.

*COROLLARIUM 2.*

342. Cum motus indicis in horologio & motus ſiderum circa tellurem non percipiatur, intra minutum ſecundum autem arcus 15 ſecundorum percurratur; evidens eſt, ſpatium a mobili percurſum eſſe imperceptibile, ſi ſub angulo 15 ſecundorum videtur, adeoque multo magis, ſi ſub minori conſpicitur.

*THEOREMA 86.*

343. *Objectum E quacunque celeritate motum quieſcere videtur, ſi ſpatium percurſum intra minutum ſecundum EG fuerit ad diſtantiam EA ut 1 ad 1400.* Tab. VI. Fig. 70.

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim tangens anguli EAG ad ſinum totum ut ſpatium percurſum EG ad diſtantiam EA (§. 7 *Trigon.*), adeoque in caſu præſenti ut 1 ad 1400 (§. 156 *Arithm.*). Sed tangens anguli 15 ſecundorum eſt ad ſinum totum ut 727 ad 10000000, *vi Canonis*, hoc eſt, fere ut 1 ad 1375 (§. 170 *Arithm.*). Cum adeo motus ſit imperceptibilis, ſi EG fuerit ad EA ut 1 ad 1375 (§. 342);

multo magis perceptibilis erit, ſi fuerit ut 1 ad 1400 (§. 180 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

344. *Immo non dubito imperceptibilem fore motum ſi EG fuerit ad EA ut 1 ad 1300.*

*THEOREMA 87.*

Tab. VI. Fig. 71. 345. *Si oculus recta progrediatur ex G in O &c. objectum remotum in H quieſcens in oppoſitam partem moveri apparet.*

*DEMONSTRATIO.*

Cum enim oculus in G hæret, objectum H videt in F. Dum ex G venit in O; idem conſpiciet in I, adeoque H ex F in I motum fuiſſe apparet. Similiter liquet, dum oculus pervenit in E; objectum videri in K, conſequenter in plagam oppoſitam moveri apparet. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

346. Dum ergo oculus regreditur ex E in G; objectum quoque H ex K in F regredi videtur.

*THEOREMA 88.*

Tab. VI. Fig. 72. 347. *Si oculus A & objectum B moveantur verſus eandem plagam & oculus quidem A multo celerius quam objectum B; objectum retrogredi videtur.*

*DEMONSTRATIO.*

Dum enim oculus in A & objectum in B hæret; videbitur objectum in C. Quodſi jam objectum progrediatur in F interea, dum oculus pervenit in E; oculus a tergo reſpiciens videbit objectum F in G, adeoque ultra terminum C, in quo ex A conſtitutum apparebat. Videtur itaque objectum ex C in G retrogreſſum eſſe. *Q. e. d.*

*THEOREMA 89.*

348. *Si oculus A recta progreditur inter objecta B, L, C, D & G, M, E, F a lateribus poſita, hæc ipſi ſenſim ſenſimque recedere videntur.* Tab. V. Fig. 65.

*DEMONSTRATIO.*

Cum enim remota D & C appareant e longinquo ſiniſteriora vicinioribus B & L; remota vero F & E dexteriora vicinioribus M & G (§. 309); ſi propius ad ea accedas, D & C magis verſus dextram, F & E vero magis verſus ſiniſtram diſtabunt. Quoniam itaque diſtantia ſucceſſive augetur; ſenſim ſenſimque C & D verſus dextram, F & E vero verſus ſiniſtram recedere videntur. *Q. e. d.*

*THEOREMA 90.*

349. *Si ad objectum procul ſitum recta tendas; nunquam ad id pervenies.*

*DEMONSTRATIO.*

Objectum enim valde remotum oculo A in directum jacere videtur, etſi ad dextram vel ſiniſtram ſatis longo intervallo diſtet (§. 310). Quodſi igitur ad id recta tendas; pro-

propius accedenti continuo fiet vel ſiniſterior, vel dexterior, adeoque ad ipſum hac via nunquam pervenies. *Q. e. d.*

### THEOREMA 91.

350. *Si oculus ad rem viſam accedit, ea augeri videtur.*

### DEMONSTRATIO.

Tab. VI. Fig. 69. Dum enim oculus ex C in G transfertur, objectum AB videt ſub majore angulo (§. 285 *Geom.*), adeoque majus apparet (§. 202). Quare cum angulus ſenſim ſenſimque augeatur, oculo in objectum defixo, ipſum quoque objectum AB augeri videatur neceſſe eſt. *Q. e. d.*

### THEOREMA 92.

351. *Si oculus a re viſa recedit, ea minui videtur.*

### DEMONSTRATIO.

Mutatis mutandis, coincidit cum præcedente.

### THEOREMA 93.

352. *Magnitudines auctæ propius acceſſiſſe putantur.*

### DEMONSTRATIO.

Cum enim idem objectum in vicinia majus appareat, quam e longinquo (§. 204); ſi magnitudines augentur, minus quam antea diſtare videntur, adeoque propius acceſſiſſe putantur. *Q. e. d.*

### THEOREMA 94.

353. *Si duo objecta A & B eadem celeritate moveantur, C vero quieſcat; videbuntur A & B quieſcere, C vero in plagam contrariam moveri.* Tab. VI. Fig. 73.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam enim A & B eadem celeritate moventur, *per hypoth.* diſtantia earum a ſe invicem non mutatur, adeoque unum reſpectu alterius quieſcere videtur. Dum vero interea objectum C prætereunt & ſitum ſuum ejus reſpectu mutant; C in contrariam plagam moveri videbitur. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

354. *Exemplum habes in nubibus celerrime motis, quarum cum partes ſitum non mutant, Luna in plagam oppoſitam ferri videtur.*

### THEOREMA 95.

355. *Si oculus celerrime movetur, objecta juxta latera poſita & quieſcentia in partem contrariam moveri videntur.*

### DEMONSTRATIO.

Dum enim oculus celerrime movetur, ejus ad objecta juxta latera poſita ſitus continuo mutatur, adeoque ejusdem objecti imago alias aliasque retinæ partes ſucceſſive occupare debet. Videbitur adeo objectum iſtud moveri (§. 68). *Q. e. d.*

SCHO-

### SCHOLION 1.

356. *Ita ſi in curru ſedens per ſilvam velociter proveharis, arbores in oppoſitum currere & navigantibus celeriter littora moveri videntur.*

### SCHOLION 2.

357. *Multa ſunt phænomena alia, quæ eodem modo ſolvuntur. Motus enim percipitur ex motu imaginis in retina (§. 68): imago movetur, ſi oculi ad idem objectum ſitus continuo & celeriter mutetur.*

## CAPUT IX.

# De VARIIS ACCIDENTIBUS VISUS ET VISIONE DUORUM OCULORUM.

### DEFINITIO 44.

358. *Oculis valere* dicitur, qui clare & diſtincte videt tam remota, quam vicina pro ratione anguli viſorii.

### DEFINITIO 45.

359. *Presbyta* eſt, qui vicina confuſe, remota diſtincte videt.

### SCHOLION.

360. *Hoc ſenum ut plurimum vitium eſt: Unde ratio denominationis intelligitur.*

### COROLLARIUM.

361. Cum objecta talia videantur, quales ſunt imagines in retina delineatæ (§. 70); imagines remotorum in presbytæ oculo diſtinctæ ſunt, vicinorum confuſæ.

### DEFINITIO 46.

362. *Myops* eſt, qui remota confuſe, vicina diſtincte videt.

### SCHOLION.

363. *Hoc eorum vitium eſt, qui viſu breviori utuntur & ſcripturam oculis prope admovent lecturi.*

### COROLLARIUM.

364. In myopibus itaque imagines valde vicinorum diſtinctæ; remotiorum confuſæ ſunt (§. 70).

### OBSERVATIO 10.

365. *Si radiis per lentem vitream utrinque convexam transmiſſis imago in charta oppoſita delineatur; majorem a lente diſtantiam habet, ſi hæc fuerit majoris ſphæræ ſegmentum, at minorem, ſi minoris extiterit*

### COROLLARIUM.

366. Cum humoris cryſtallini eædem ſint vires in refringendis radiis, quæ vitrorum utrinque convexorum (§. 61): imago quoque ejusdem objecti diſtincta majori intervallo ab eo diſta-

diſtabit, ſi majoris, quam ſi minoris fuerit ſphæræ ſegmentum.

*SCHOLION.*

367. *Hac infra in dioptrica demonſtrantur.*

*OBSERVATIO* II.

368. *Lux nimia viſui officit; per radios tamen plures clarius videtur objectum, quam per pauciores.*

*SCHOLION.*

369. *Radii nimirum nimis fortiter in retinam agentes eam lædunt.*

*THEOREMA* 96.

370. *Si objectum per pupillam ampliatam in oculum radiat, per plures radios videtur, quam ſi radii per coarctatam ingrediuntur.*

*DEMONSTRATIO.*

Cum enim quodlibet objecti punctum in oculum per conum radiet, cujus vertex in ipſo puncto radiante, baſis vero pupilla eſt (§. 315); coni autem æque alti ſint ut baſes (§. 511 *Geom.*); per pupillam ampliatam plures radii in oculum ab eodem puncto objecti immittuntur, quam per coarctatam. Quoniam itaque radii ab uno objecti puncto egreſſi per refractionem in humore cryſtallino paſſam rurſus in uno retinæ puncto uniuntur (§. 75); objectum videtur per plures radios, ſi per pupillam ampliatam in oculum radiat quam ſi per coarctatam radios immittit (§. 75). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

371. In priore igitur caſu, ſi lux debilis vel temperata fuerit, clarius videtur quam in altero. Si vero lux fuerit nimia; viſio eſt melior in caſu poſteriori (§. 368).

*THEOREMA* 97.

372. *Qui oculis valent, illorum pupilla ſufficienter coarctari & ampliari poteſt.*

*DEMONSTRATIO.*

Qui oculis valent, objecta clare vident (§. 358) adeoque per radios plures, non tamen nimios (§. 368). Quare cum pupilla ampliata objectum clarius videatur, in luce temperata vel debiliore (§. 371); pupilla ſufficienter dilatari poteſt. Et quia in luce majore melius videtur per coarctatam (§. *cit.*); in hoc caſu ſufficienter coarctari poteſt. Qui adeo oculis valent, illorum pupilla ſufficienter coarctari & ampliari poteſt. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 98.

373. *Quorum pupilla nimis ampliata, nec ſatis coarctari poteſt; ii in luce debiliori melius vident quam in clariori.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam objectum per pupil-

lam ampliatam radians per plures radios videtur, quam ſi radii per coarctatam ingrediuntur (§. 370), lux vero nimia viſui officit (§.368); in luce clariori non bene videbunt, quorum pupilla ſatis coarctari nequit. Quoniam tamen objectum clarius videtur, ſi lux temperata vel debilior radiet per pupillam ampliatam, quam per minus ampliatam (§. 371); in luce debiliori melius vident. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 99.

374. *Quorum pupilla eſt nimis arcta nec ſufficienter ampliari poteſt; in luce clariori melius vident, quam in debiliori.*

*DEMONSTRATIO.*

Si lux debilis ſit vel temperata, objectum melius videtur, quod radiat per pupillam ampliatam (§. 371). Quorum igitur pupilla ſufficienter ampliari nequit; in luce debili non bene vident. Quoniam tamen per pupillam coarctatam melius videtur objectum, ſi lux fuerit clarior (§.371); quorum pupilla eſt valde arcta, in luce clariori bene vident. *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

375. *Quemadmodum vero diverſi dantur gradus claritatis & obſcuritatis; ita quoque limites coarctationis & ampliationis pupillæ varii eſſe poſſunt, qui nimii vel ſufficientes dicantur.*

*THEOREMA* 100.

376. *Si diſtantia retinæ ab humore cryſtallino nimis exigua fuerit; homo erit presbyta.*

*DEMONSTRATIO.*

Si diſtantia retinæ ab humore cryſtallino nimis exigua fuerit; in retina diſtincte delineari nequeunt imagines vicinorum (§. 64). Objecta igitur vicina diſtincte videri nequeunt (§. 70). Quoniam tamen imagines remotorum diſtinctæ eſſe poſſunt (§. 64); remota diſtincte videri poſſunt (§. 70). Quamobrem ubi diſtantia retinæ ab humore cryſtallino nimis exigua fuerit; homo erit presbyta (§.359). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 101.

377. *Si humor cryſtallinus fuerit non ſatis convexus; homo erit presbyta.*

*DEMONSTRATIO.*

Si enim humor cryſtallinus non ſatis convexus, hoc eſt, majoris ſphæræ ſegmentum; imago majori intervallo ab eo diſtat, quam ubi fuerit magis convexus (§ 366). Quare cum vicinorum imagines ab humore cryſtallino magis diſtent, quam remotorum (§. 64); ſi is non ſatis fuerit convexus, imago magis diſtare debet, quam retina, conſequenter nulla in retina ima-

imago diſtincta delineatur, adeoque nec objecta vicina diſtincte videntur (§. 70). Quoniam tamen objectorum remotorum imagines a cryſtallino humore minori intervallo diſtant (§. 64); ut remotorum imagines in retina diſtincte delineentur fieri poteſt. Ea igitur diſtincte videbuntur (§. 70), conſequenter homo presbyta eſt (§. 359). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

378. *Cuinam cauſa in caſu quolibet dato presbytæ vitium tribuendum; nondum certo definire licet.*

### THEOREMA 102.

379. *Si retina ab humore cryſtallino nimis remota fuerit; homo myops erit.*

### DEMONSTRATIO.

Si retina ab humore cryſtallino nimis remota fuerit, in ea diſtincte delineari nequeunt objecta remota (§. 64). Remota igitur diſtincte non videntur (§. 70). Quoniam tamen id non obſtat, quo minus vicinorum imagines diſtinctæ eſſe poſſint (§. 64); vicina diſtincte videri poſſunt (§. 70). Homo igitur myops eſt (§. 362). *Q. e. d.*

### THEOREMA 103.

380. *Si humor cryſtallinus fuerit nimis convexus; homo myops erit.*

### DEMONSTRATIO.

Si enim humor cryſtallinus fuerit nimis convexus, imago exiguo intervallo ab eo diſtat (§. 366). Quare cum objectorum remotorum imagines diſtinctæ humori cryſtallino etiam ſint viciniores (§. 64); imago delineabitur, antequam radii ad retinam pertingant, adeoque in retina non erit imago diſtincta, objectum itaque remotum videtur confuſum (§. 70). Quoniam tamen vicinorum imagines ab humore cryſtallino magis diſtant (§. 64); fieri poteſt ut eæ in retina ſint diſtinctæ. Videbitur adeo objectum vicinum diſtinctum (§. 70). Homo itaque myops eſt (§. 362). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

381. *Quoniam ſphæricitas non minus cryſtallini humoris, quam ejus a retina diſtantia gradus varios admittit; utrumque etiam vitium gradus varios habet.*

### THEOREMA 104.

382. *Si humoris cryſtallini convexitas facile mutari poſſit, eadem manente ejus a retina diſtantia; homo oculis valebit.*

### DEMONSTRATIO.

Sit ea humoris cryſtallini a retina diſtantia, ut objectorum vicinorum imagines ſint diſtinctæ; in ea diſtantia imagines remotorum erunt confuſæ, cum in humore vitreo diſtinctæ apparere debeant (§. 64)

(§. 64). Quodſi jam humor cryſtallinus fiat minus convexus ſeu paulisper complanetur; imago diſtincta longius ab eo recedere debet (§. 366). Cum itaque in retinam incidit; objectum etiam remotum diſtincte videtur (§. 70).

Eodem modo oſtenditur, mutata figura humoris cryſtallini in magis convexam, vicina diſtincte videri debere, cum antea diſtincte viderentur remota.

Quare ſi convexitas humoris cryſtallini facile mutari poſſit; & remota, & vicina diſtincte videntur, conſequenter homo oculis valet (§. 358). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 105.

383. *Si eadem manente humoris cryſtallini figura diſtantia inter eum & retinam facile mutetur; homo oculis valebit.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit ea humoris cryſtallini a retina diſtantia, ut remotorum imagines in ea diſtincte delineentur. Remota itaq; diſtincte videbuntur (§. 70). Jam cum imago diſtincta vicinorum magis a cryſtallino diſtet (§. 64); ſi diſtantia cryſtallini a retina facile mutari poſſit, vicinorum quoque imago diſtincta in retina delineabitur, adeoque vicina diſtincte videbuntur (§. 70).

Eodem modo oſtenditur, objectum remotum etiam diſtincte videri poſſe, ſi ab initio ea fuerit cryſtallini a retina diſtantia, ut imagines vicinorum ſint diſtinctæ.

Patet itaque, ſi eadem manente humoris cryſtallini figura diſtantia inter eum & retinam facile mutetur, & remota, & vicina diſtincte videri; adeoque hominem oculis valere (§. 358). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 106.

384. *Si & humoris cryſtallini figura, & ejus a retina diſtantia facile mutetur, homo oculis valebit.*

*DEMONSTRATIO.*

Patet ex demonſtrationibus theorematum 104 & 105 (§. 382. 383).

*SCHOLION.*

385. *Quæ de diverſis oculorum accidentibus huc usque demonſtravimus, in oculo artificiali (§. 78) clariſſime oſtenduntur.*

*THEOREMA* 107.

386. *Myopes in luce minore legere poſſunt quam presbytæ.*

*DEMONSTRATIO.*

Cum enim quodlibet objecti punctum radiet in oculum per radios divergentes (§. 49); idem objectum per plures radios videbitur, ſi fuerit vicinius, quam ubi ab oculo magis removetur (§. 86). Quare cum myopes, ut legant, ſcripturam oculis propius admoveant (§. 363);

363); litteras per plures radios vident, quam presbytæ, adeoque etiam clarius (§. 368). Quæ igitur presbytis non ſufficit ad legendum lux, myopibus tamen ſufficere poteſt. *Q. e. d.*

## *SCHOLION* 1.

387. *Eadem eſt ratio, quod in luce minore ſcripturam oculo propius admoveant, etiam qui oculis valent, & hinc ſi quis quotidie ad lucem creperam aut candelam non probe emunctam ſcripturam minutam legit, facile fit myops.*

## *SCHOLION* 2.

388. *Tam myopes, quam presbytæ per exiguum foramen acicula in charta efformatum diſtincte videre ſolent, quæ charta remota confuſe repræſentantur. Ejus rei ratio non eſt obſcura, ſi quis ea meditetur, quæ de cauſis confuſæ viſionis paulo ante & de ſpeciebus per exiguum foramen in cameram obſcuram transmiſſis ſuperius (§. 118) dicta ſunt.*

## *THEOREMA* 108.

Tab. VI. Fig. 69. 389. *Si corpus opacum HI intra axes opticos AC & BC comprehendatur; nullam objecti KL partem teget utrique oculo ſimul, partem tamen aliquam DC teget dextro B, aliam CE ſiniſtro A.*

### *DEMONSTRATIO.*

Cum enim HI non obſtet, quo minus ex ſingulis punctis KC ad oculum A rectæ duci poſſint; KC ab oculo A videri poteſt (§. 60). Ex eadem ratione liquet, partem CL videri ab oculo B. Utrique igitur oculo ſimul nihil objecti KL tegitur. *Quod erat unum.*

Enimvero quia HI eſt corpus opacum, *per hypoth.* radios a CE verſus A propagandos intercipit (§. 12). Ab oculo igitur A non videtur CE. Eodem modo patet, non videri CD ab oculo B. Pars igitur CE tegitur oculo A; pars vero DC alteri B. *Quod erat alterum.*

## *THEOREMA* 109.

390. *Si corpus opacum KL diſtantia axium opticorum AC & BC fuerit minor; pars media HI ab utroque oculo A & B videtur una cum extremis DF & GE, interjacentes autem FH & IG videntur ab alterutro.* Tab. VI. Fig. 74.

### *DEMONSTRATIO.*

Cum enim opacum KL impediat, quo minus ab FH ad A & ab IG ad B rectæ duci poſſint; FH ab oculo B non videbitur, neque IG ab oculo A (§. 60). Sed cum non obſtet, quo minus a FH in oculum A & ab IG in oculum B radii emanent (§. *cit.*); FH in B & IG in A videbitur. Eodem modo conſtat, partem mediam HI cum extremis DF & GE videri in A & B ſimul. *Q. e. d.*

## *THEOREMA* 110.

391. *Si corpus opacum HI axes opticos AC & BC excedat, pars media* Tab. VI. Fig. 75.

*FG utrique oculo A & B tegetur, proxime adjacentes GL & KF tegentur tantum alterutri, DK & LE nulli.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI intercipit radios ab FL verſus A & a KG verſus B propagandos (§. 12. 46); FG ab oculo nullo, KF tantum ab unico B, GL ab altero A videri poteſt (§. 42); reliquæ vero partes DK & LE videntur ab utroque. *Q. e. d.*

THEOREMA III.

Tab VI. Fig. 69. 392. *Si corpus opacum HI intra axes opticos* AC *&* BC *comprehenditur; erit pars ab uno tantum oculo* B *viſa* DC *ad oculorum diſtantiam* AB *ut diſtantia alterius extremi opaci H ab horoptere HC ad diſtantiam ejusdem ab oculo vicino A.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim AB ipſi DC parallela (§. 319), erit $o = x$ (§. 222 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad H æquales (§. 150 *Geom.*); erit DC : HC = AB : AH (§. 252 *Geom.*), conſequenter DC : AB = HC : AH (§. 164 *Arithm.*). Eodem modo oſtenditur, eſſe CE : AB = CI : IB. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

393. Quodſi CI > HC (id quod contingit, ſi HI ad diſtantiam oculorum verſus dexteram convergit); erit CE : AB > DC : AB (§. 189. 187 *Arithm.*), conſequenter CE > DC (§. 188 *Arith.*).

THEOREMA 112.

394. *Si corpus opacum* KL *fuerit minus intervallo axium opticorum* AC *&* BC; *erit pars media* HI, *quæ ab utroque oculo* A *&* B *videtur, ad diſtantiam oculorum* AB *ut ſegmenta radii ex oculo* A *per extremitatem ipſi vicinam* K *in horopterem ducti* MI *&* AM. Tab. VI. Fig. 74.

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ipſi AB parallela (§. 319), erit HIM = MAB (§. 222 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad M æquales ſint (§. 150 *Geom.*); erit HI : IM = AB : AM (§. 252 *Geom.*), conſequenter HI : AB = IM : AM (§. 164 *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

395. Quodſi KL oculis fuerit propius, ſegmentum MI fiet majus, AM vero minus: deſcendente enim corpore KL, ita ut ſecum rapiat rectam BH, punctum quoque M deſcendere evidens eſt. Quoniam itaque MI ad rectam ipſa AM minorem, majorem habet rationem quam MI ad AM (§. 189 *Arithm.*); recta quoque ipſa MI major ad eandem rectam ipſa AM minorem, multo magis majorem rationem habebit quam MI ad AM (§. 187 *Arithm.*), conſequenter ſi KL oculo vicinius, HI ad AB majorem rationem habet, quam ſi remotius (§. 394), adeoque pars media H I ab utroque oculo viſa major eſt (§. 188 *Arithm.*).

THEO-

### *THEOREMA* 113.

Tab. VI. Fig. 74. 396. *Si corpus opacum* KL *fuerit diſtantiæ oculorum* AB *parallelum & intervallo axium opticorum minus; erit exceſſus partis oculo alterutri* B *tectæ* FH *ſupra latitudinem opaci* KL *ad eandem latitudinem* KL *ut diſtantia vicinioris extremi ab horoptere* HL *ad diſtantiam ejus ab oculo* BL.

### *DEMONSTRATIO.*

Quia KL ipſi AB parallela *per hypoth.* AB vero ipſi FH (§. 319); erit quoque KL parallela ipſi FH (§. 221 *Geom.*), & hinc BH : BL = FH : KL (§. 253 *Geom.*), conſequenter HL : BL = FH - KL : KL (§. 183 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM.*

397. Quodſi KL oculo fuerit vicinius, eodem modo, quo in corollario theorematis præcedentis (§. 395), oſtenditur, rationem ipſius HL ad LB, conſequenter ipſius FH ad AB majorem fieri. Quare cum AB ſit conſtans, pars quoque tecta FH major ſit neceſſe eſt (§. 188 *Arithm.*).

### *THEOREMA* 114.

Tab. VI. Fig. 75. 398. *Si latitudo corporis opaci* HI *fuerit diſtantiæ oculorum* AB *æqualis; pars utrique oculo tecta* FG *eidem æqualis erit.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam HI ſupponitur ipſi AB parallela (etſi enim corpus ipſum inclinetur ad diſtantiam oculorum AB, concipere tamen licet in omni caſu rectam HI, quæ ex uno ejus extremo H ducta terminatur in radio BG per alterum extremum transeunte); erit quoque AH ipſi BI ſeu AF ipſi BG parallela (§. 242 *Geom.*). Quare cum FG ſit parallela ipſi AB (§. 319); erit FG = AB (§. 242 *Geom.*). *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 115.

399. *Si latitudo corporis opaci* GH *diſtantia oculorum* AB *fuerit minor, ſed intervallo axium opticorum* AC *&* BC *major; minorem partem objecti* IK *teget, ubi oculis propius fuerit, majorem vero, ſi magis removetur: pars tamen tecta* IK *minor eſt latitudine opaci* GH, *quamdiu diſtantia ejus ab horoptere perceptibilis.* Tab. VI. Fig. 76.

### *DEMONSTRATIO.*

Producatur GH in M, donec GM = AB. Quoniam GH ſupponitur ipſi AB parallela; erit quoque BM parallela ipſi GA (§. 242 *Geom.*). Eſt adeo ſumma angulorum *o* & *y* duobus rectis æqualis (§. 212 *Geom.*). Quare cum $x > y$ (§. 224 *Geom.*); erit ſumma duorum *o* & *x* major duobus rectis (§. 82 *Arithm.*), conſequenter AG & BH verſus oculos divergunt (§. 246 *Geom.*) adeoque convergunt verſus F (§. 248 *Geom.*). Quoniam itaque

itaque IK ipſi AB paralle'a (§. 319); erit IK : GH = FI : FG (§. 253 *Geom.*) conſequenter ob FI $<$ GF etiam IK $<$ GH. *Quod erat unum.*

Quodſi concipiamus opacum GH removeri ab oculis verſus horopterem DE; lineæ AF & BF majori intervallo a ſe invicem recedent, conſequenter major evadet punctorum I & K diſtantia (§. 181 *Geom.*), hoc eſt, pars tecta IK augetur. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 116.

Tab. VI. Fig. 77. 400. *Si latitudo opaci FG fuerit diſtantia oculorum AB major; eo majorem partem IK teget, quo oculis A & B propius fuerit: pars vero tecta IK ſemper major latitudine opaci FG.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam FG parallela ipſi AB eademque major, *per hypoth.* ſi fiat GH = AB, erit AH ipſi GB parallela (§. 242 *Geom.*) adeoque ſumma angulorum *o* & *x* duobus rectis æqualis (§. 222 *Geom.*). Quare cum $o > y$ (§. 224 *Geom.*); erit ſumma angulorum *x* & *y* duobus rectis minor (§. 82 *Arithm.*), conſequenter rectæ FA & GB verſus L convergunt (§. 247 *Geom.*). Eſt itaque LF : LI = FG : IK (§. 253 *Geom.*) & hinc ob LI $>$ LF etiam IK $>$ FG. *Quod erat unum.*

Quodſi concipiamus opacum FG ad oculos A & B propius accedere; lineæ IL & LK magis a ſe invicem diſcedunt, conſequenter pars tecta IK major evadit. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 117.

401. *Si latitudo opaci FG fuerit diſtantia oculorum AB major; erit exceſſus partis tectæ IK ſupra latitudinem opaci FG ad exceſſum hujus ſupra diſtantiam oculorum AB ut diſtantia alterutrius extremi ab horoptere FI ad diſtantiam ejusdem ab oculo viciniore FA.* Tab. VI. Fig. 77.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam MK & FG parallelæ ipſi AB (*per hypoth.* & §. 319); ducta AM ipſi KB parallela, erit AB = HG = MK (§. 242 *Geom.*). Eſt igitur FH exceſſus ipſius FG ſupra AB & IM exceſſus ipſius IK ſupra eandem AB, adeoque IM - FH exceſſus ipſius IK ſupra FG. Quare cum ſit AI : AF = IM : FH (§. 253 *Geom.*); erit etiam FA : FI = FH : IM - FH (§. 183 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA 118.

402. *Si latitudo opaci GH fuerit minor diſtantia oculorum AB; ſed major intervallo axium opticorum, erit exceſſus latitudinis opaci GH ſupra partem tectam IK ad exceſſum diſtantiæ oculorum AB ſupra latitudinem opaci GH ut diſtantia extremi alterutrius opaci ab horoptere HK ad diſtantiam eiusdem ab oculo vicino BH.* Tab. VI. Fig. 76.

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam IO (§. 319) & GH *per hypoth.* ipſi AB parallela; ductis BL & ON ipſi AI parallelis, erit OL = HM = NB & IO = GH = AN (§. 242 *Geom.*), adeoque HM exceſſus diſtantiæ oculorum AB ſupra latitudinem opaci GH & KO exceſſus hujus ſupra partem tectam IK. Quare cum ſit BH : BK = HM : KL (§. 253 *Geom.*); erit etiam BH : KH = HM : KO (§. 183 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 119.

403. *Si humor cryſtallinus eſt minoris ſphæræ ſegmentum, objectum valde minutum diſtinctius videtur, quam ſi majoris fuerit.*

*DEMONSTRATIO.*

Qui enim habent humorem cryſtallinum valde convexum, ſunt myopes (§. 362) adeoque objecta propius admovent oculo (§. 363). Sed cum propiora majora appareant remotioribus (§. 204); fieri poteſt, ut, quod presbyta ob parvitatem non bene diſtinguit, idem tamen diſtincte cernatur a myope, hoc eſt, ab eo, qui humorem cryſtallinum habet valde convexum (§. 380). *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

404. *Hinc myopes legunt ſcripturam minutam; & oculis animantium, quæ minore cibo utuntur & ab objectis minutis facile læduntur, ineſt humor cryſtallinus valde convexus.*

*THEOREMA* 120.

405. *Si diameter ſphæræ CD diſtantiæ oculorum AB æqualis fuerit, & recta ex centro ſphæræ in medium diſtantiæ ducta EF ſit perpendicularis ad AB; oculi A & B circa axem EF acti totum hemiſphærium luſtrabunt.* Tab. VI. Fig. 78.

*DEMONSTRATIO.*

Erigantur ex C & D ſuper diametro CD perpendiculares CA & DB, itemque alia ex centro EF: quæ omnes cum inter ſe parallelæ exiſtant (§. 241 *Geom.*), ſi ex B demittatur perpendicularis BA ad CA, erit eadem ad FE perpendicularis (§. 219 *Geom.*) & tam AB = CD, quam FB = ED (§. 215 *Geom.*). Quantocunque igitur intervallo a ſphæra ſtatuantur oculi A & B; ſemper in parallelis CA & DB centra eorum hærebunt, *vi hypoth.* Enimvero quoniam inter rectam BD & circulum non alia recta duci poteſt (§. 289 *Geom.*), punctum remotius quam D oculus B videre nequit (§. 47). Eodem modo oſtenditur, oculum A non videre punctum remotius quam C. Eſt vero DEG rectus, *per ſuperiora*, adeoque GD, itemque CG quadrans (§. 137 *Geom.*). Quodſi ergo rectangulum DBFE, itemque

alterum EFAC circa axem EF rotari concipiamus, uterque quadrans hemiſphærium deſcribet §. 442 *Geom.*). Quamobrem oculi circa axem ſphæræ continuatum moti totum hemiſphærium luſtrabunt. *Q. e. d.*

## *THEOREMA* 121.

Tab. VI. Fig. 79. 406. *Si diſtantia oculorum AB fuerit major diametro ſphæræ & recta ex centro ſphæræ ad medium diſtantiæ ducta EF ad AB perpendicularis; oculi A & B circa axem FE ducti partem hemiſphærio majorem ſucceſſive ſpectabunt.*

## *DEMONSTRATIO.*

Quoniam FB > ED *per hypoth.* & DB circulum in D tangens (§. 110) ad ED perpendicularis (§. 293 *Geom.*); ED ad EF normalis eſſe nequit (§. 241. 215 *Geom.*). Ducatur ergo DG ad FH perpendicularis (§. 205 *Geom.*); erit DG < DE (§. 213 *Geom.*), adeoque FB > DG. Diſtantiæ adeo rectæ BD a recta FG continuo decreſcunt (§. 214 *Geom.*) & hinc BD cum FG verſus H convergit (§. 80 *Geom.*). Quamobrem cum HDE ſit rectus *per demonſtrata*, & $x$ minor recto (§. 201 *Geom.*); erit $o$ major recto (§. 141 *Geom.*), atque DI quadrante major (§. 137 *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, eſſe CI quadrante majorem. Quodſi jam concipiamus trapezium CABD circa axem GF rotari; arcus DI partem hemiſphærio majorem emetietur (§ 438 *Geom.*). Oculi igitur B & A circa eundem axem circumducti partem hemiſphærio majorem ſpectabunt. *Q. e. d.*

## *THEOREMA* 122.

407. *Si diſtantia oculorum* AB *fuerit minor diametro ſphæræ & recta* EF *ex centro ſphæræ* E *ad medium diſtantiæ* F *ducta ſit ad* AB *perpendicularis; oculi* A *&* B *circa axem* EF *circumducti minorem hemiſphærio partem ſpectabunt.* Tab. VI Fig. 80.

## *DEMONSTRATIO.*

Quoniam radius extremus BD ſphæram tangens in B (§. 110) ad DB perpendicularis (§. 293 *Geom.*) & FB < ED atque ad EF normalis *per hypoth.* ED ad EF normalis eſſe nequit (§. 241. 215 *Geom.*). Ducatur ergo DL perpendicularis ad EF (§. 205 *Geom.*); erit DL ipſi FB parallela (§ 241 *Geom.*), adeoque LDB = FBH (§. 222 *Geom.*). Quare cum LDB ſit recto minor, utpote pars recti EDB *per demonſtrata*; erit quoque FBH recto minor, & quia F eſt rectus *per hypoth.* HFB & HBF junctim ſumti duobus rectis minores. Lineæ igitur DB & EF verſus H conver-

gunt

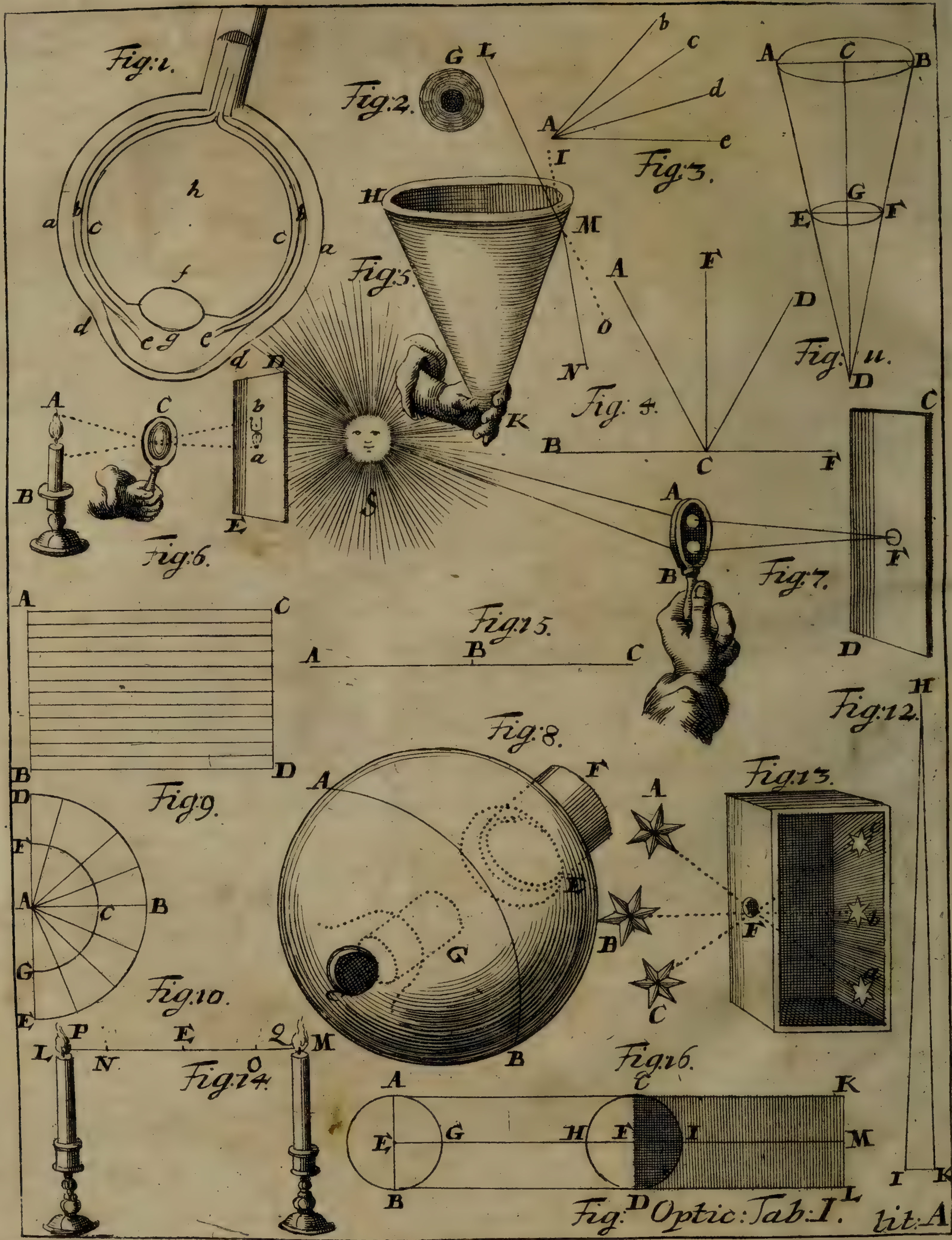
gunt (§. 247 *Geom.*) & ob EDH recto minor (§. 207 *Geom.*), conſequenter arcus CD quadrante minor (§. 137 *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, arcum CG eſſe quadrante minorem. Quodſi ergo concipiamus, trapezium CDBA circa axem EF rotari; oculi A & B minorem hemiſphærio partem ſpectabunt (§. 438 *Geom.*).

*Q. e. d.*

## *FINIS Opticæ.*

**Errata ita corrigenda.**

| Pag. | lin. | Errat. | Corrig. | Pag. | lin. | Errat. | Corrig. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | ult. | 400 | 40000 | 41 | 12 | GAF | GAI |
| 17 | 3 | $PN^2$ | $PE^2$ | | 13 | CAG | CAH |
| 25 | 14 | CD | CG | 42 | 12 | C | D |
| | 15 | IN | IM | | 13 | CE | DE |
| 29 | 1 | majores | coſinus | 48 | 1 | A | D |
| | | | majores | 61 | 33 | AB | AD |
| 31 | 11 | reſecare | & filum | 66 | 2 | MK | MB |
| | 18 | | reſecare | 68 | 18 | BC | BD |
| | 22 | GE | FE | 70 | 1 | magis | minus |
| 36 | 9 | H | N | 77 | 21 | A | B |
| | 11 | G | O | | 22 | B | A |


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Optic: Tab: I.
lit: A

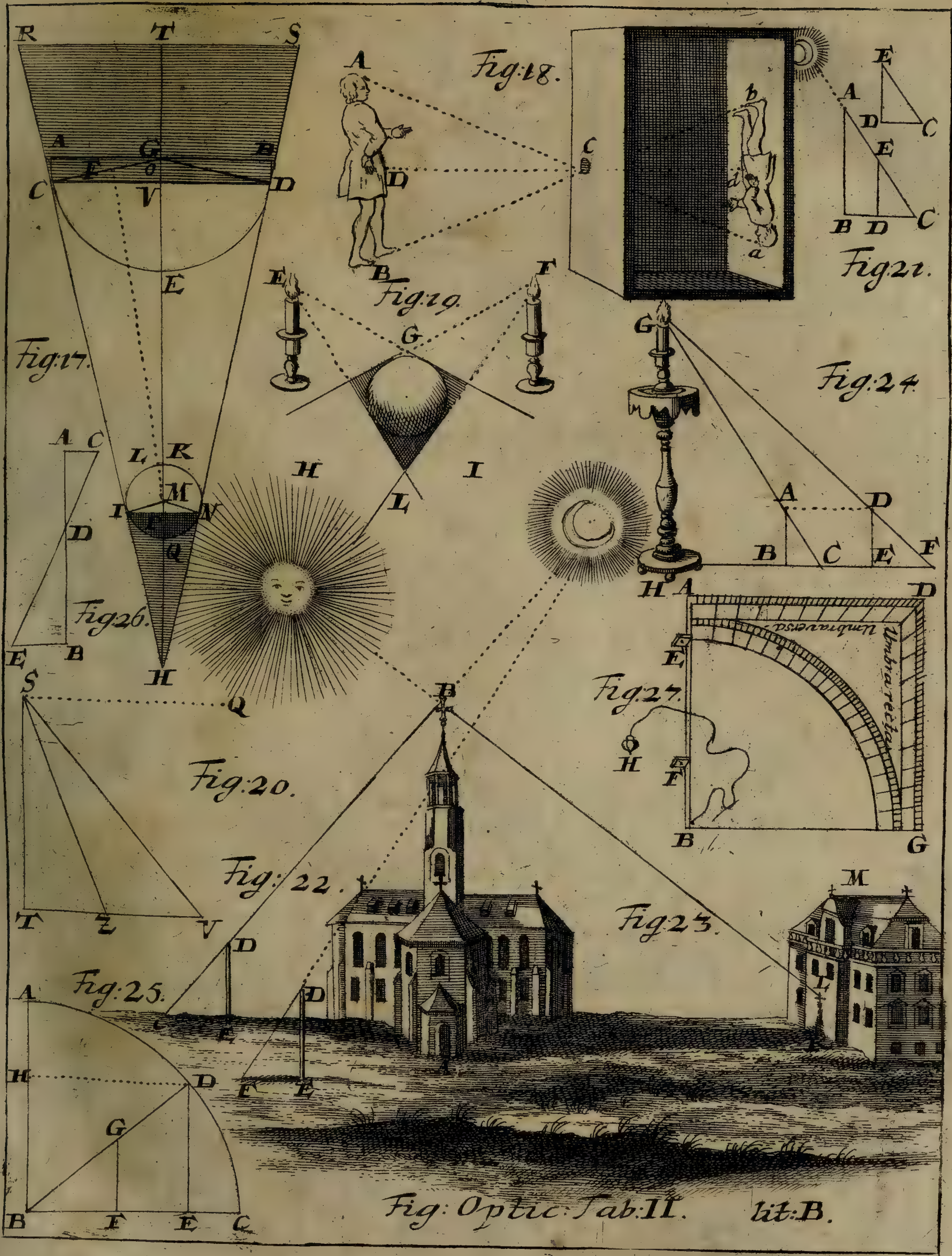



Fig: Optic. Tab. II. lit. B.

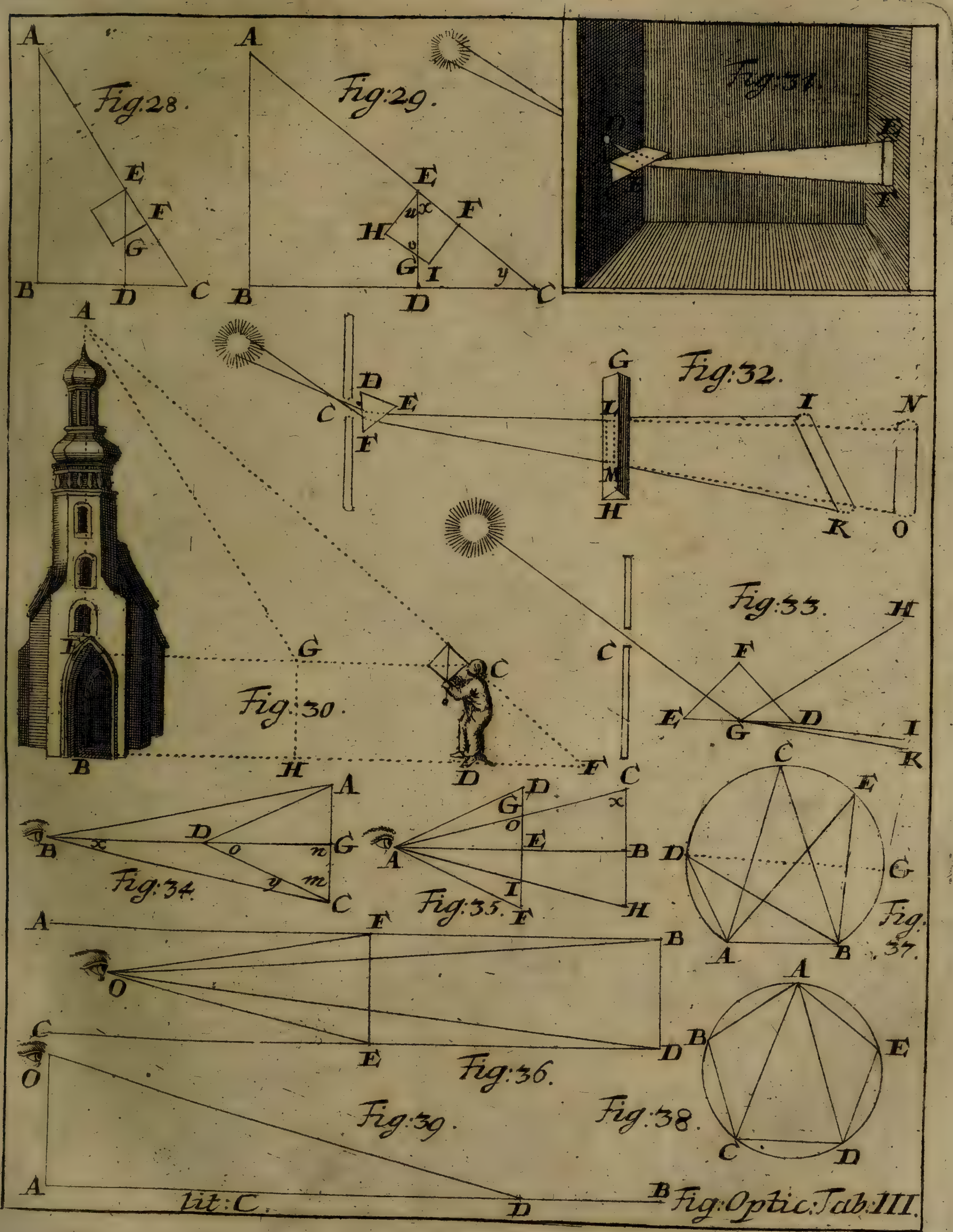


Fig:Optic:Tab:III.

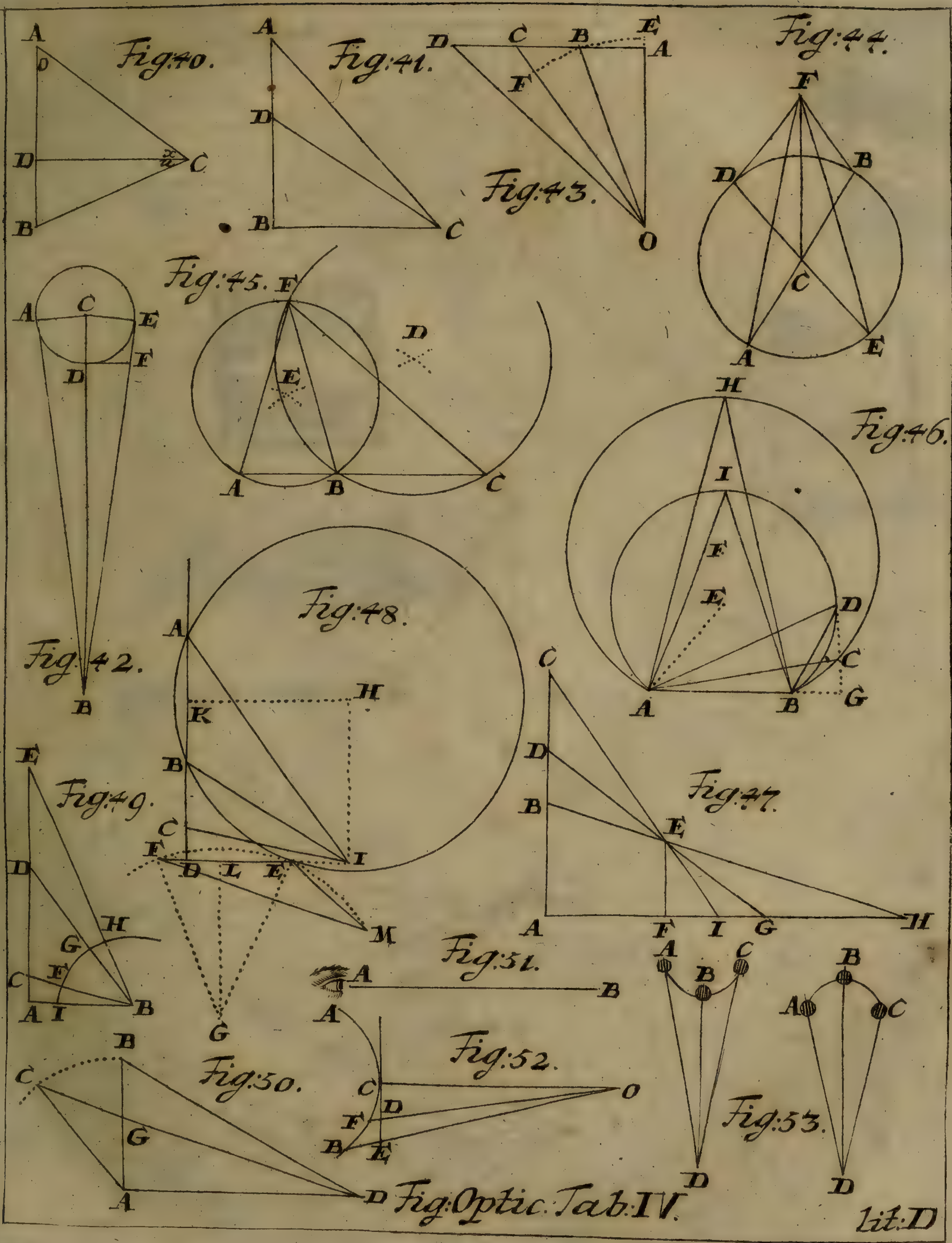
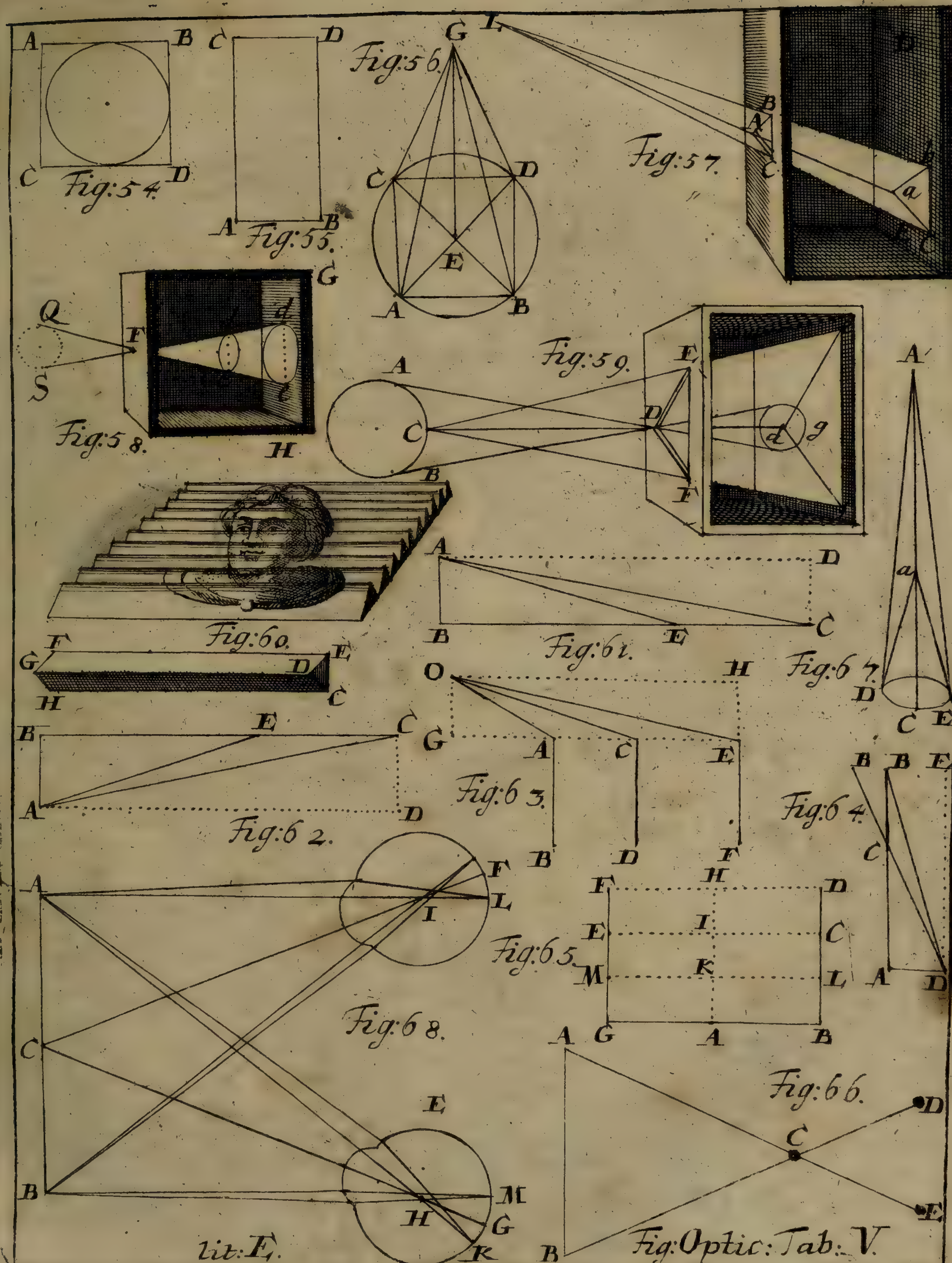
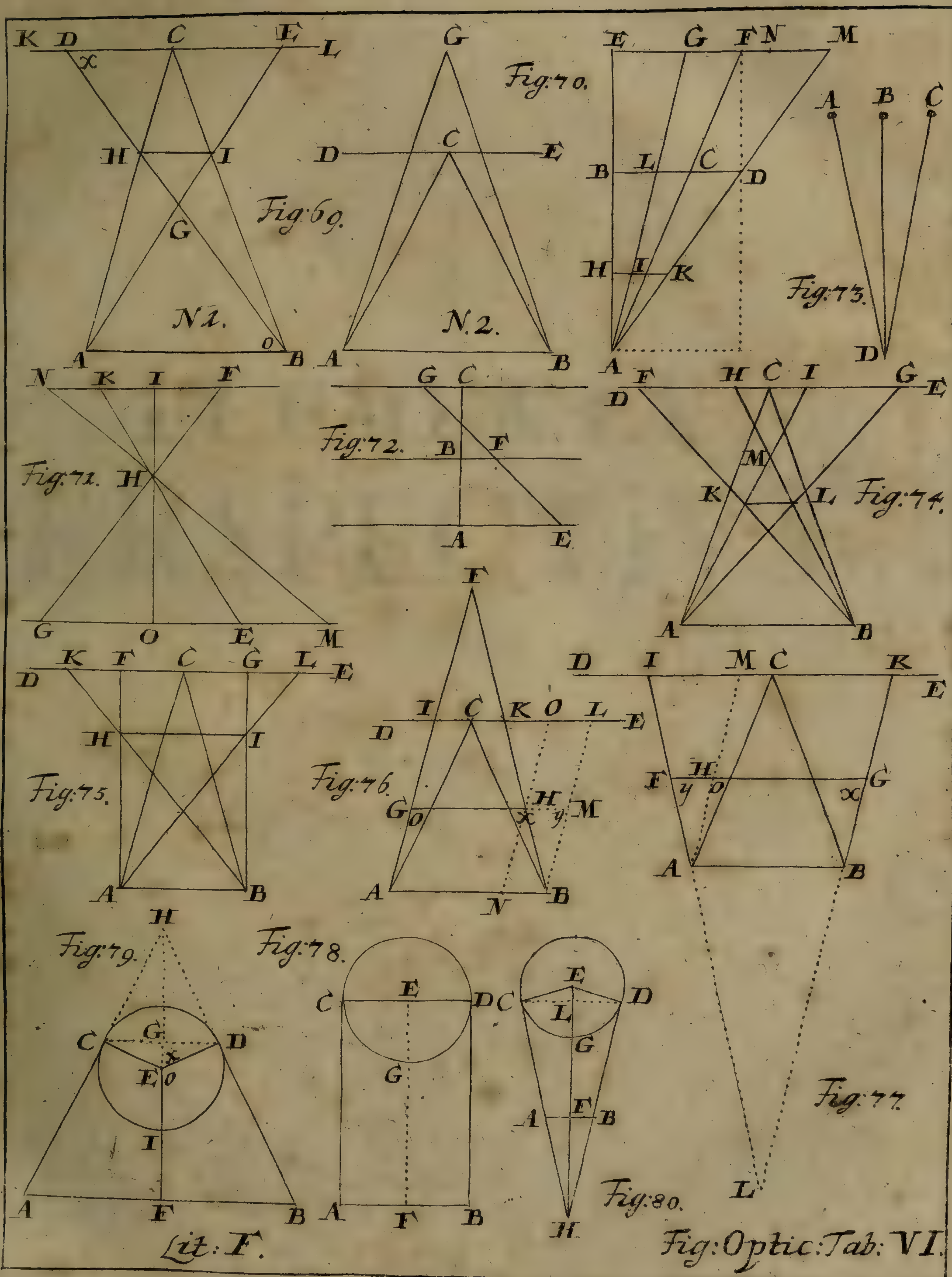



Fig: Optic. Tab: IV.

lit: D


Fig:54.
Fig:55.
Fig:56.
Fig:57.
Fig:58.
Fig:59.
Fig:60.
Fig:61.
Fig:62.
Fig:63.
Fig:64.
Fig:65.
Fig:66.
Fig:67.
Fig:68.
lit: E.
Fig: Optic: Tab: V.




Lit: F.

Fig: Optic: Tab: VI.

# ELEMENTA
# PERSPECTIVÆ.

# PRÆFATIO.

QUoniam inter artes ab humano ingenio inventas eminet pictoria; operam profecto non perdunt, qui in ea excolenda deſudant. Non igitur miramur, viros præclaris ingenii dotibus inſtructos in hac arte perficienda multum induſtriæ poſuiſſe, præſertim cum hoc labore fungi non poſſet, niſi in Geometria & Optica verſatus. Nata hinc eſt Perſpectiva, artis pictoriæ complementum, cujus ignarus ut omnes in picturis errores evitet fieri nequit. Cum adeo ſine ea nullum pictoris opus ſit conſummatum; optandum foret, ut nemo arti pictoriæ ſe traderet, niſi idem Perſpectivæ leges cognitas atque perſpectas ſibi reddere decreverit. Enimvero non modo pictoribus utilis eſt Perſpectiva; verum etiam Architectis & iis, qui practicas Matheſeos partes ad uſum indigentiæ humanæ transferunt: In machinarum præſertim ideis pulchre delineandis omne fert punctum.

Juvat

Juvat etiam Philoſophos ejus cognitio: cum enim eorum ſit, poſſibilium perveſtigare rationes; non ſine inſigni voluptate cognoſcunt, cur & quomodo fieri poſſit, ut radii a tabula reflexi ſpeciem objecti, qualis in data diſtantia atque altitudine oculi apparet, ſecum ad oculum afferant. Non igitur mihi ſuffecit, regulas Perſpectivæ tradidiſſe; ſed earum quoque demonſtrationes addidi, ut tam iis ſatisfacerem, quibus ars delineandi ac pingendi curæ cordique exiſtit, quam illis, qui philoſophantur. Exempla pauca tradidi, tum ne numerus figurarum multiplicaretur, tum quia multis non eſt opus. Qui enim vim regularum tenet, proprio Marte excogitabit plura. In exemplis quæ propoſui, diſtantiam oculi aſſumſi minorem; ne figuræ fierent prolixiores. Facile autem eas in majores mutabit, qui praxi ſtudet. Cæterum Perſpectivam Opticæ jungimus, quia tanquam rivulus ex hoc fonte derivatur, ita ut etiam a nonnullis (a) in ipſa Optica tradatur; alii contra Opticam cum Catoptrica & Dioptrica Perſpectivæ nomine inſigniverint (b).

(a) Fecit id *Andreas Tacquet* in Operibus Mathematicis.

(b) Pertinet huc *Joannis* Archiepiſcopi Cantuarienſis Perſpectiva communis.

# ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

## CAPUT I.

## DE FUNDAMENTIS PERSPECTIVÆ.

### DEFINITIO I.

I.

PErſpectiva eſt ſcientia delineandi in tabula quodlibet objectum, quale ad datam diſtantiam & in data altitudine oculo apparet ſuper tabula tranſparente inter ipſum & objectum ad horizontem perpendiculariter erecta.

### SCHOLION.

Tab. I. Fig. I. 2. *Ponamus tabulam vitream HI ſuper plano horizontali perpendiculariter erectam & ſpectatorem S oculum O dirigere in triangulum ABC. Quodſi concipiamus radios AO, OB, OC &c. in tranſitu per tabulam veſtigia ſui in* a, b, c *relinquere; ſuper ea comparebit triangulum* abc, *quod cum per eosdem radios* aO, bO, cO *in oculum radiet, per quos ſpecies trianguli ABC ad eundem defertur, veram trianguli ABC apparentiam exhibere debet, etiam objecto ACB remoto, diſtantia tamen & altitudine oculi ſervata. In perſpectiva igitur docetur, quomodo per certas regulas puncta* a, b, c *&c. geometrice inveſtigentur. Hinc vero intelligitur praxis mechanica objectum datum accuratius delineandi, quam ob utilitatem ejus hic exponi fas eſt.*



### PROBLEMA I.

3. *Objectum quodcunque datum accurate delineare.* Tab. I. Fig. I.

### RESOLUTIO.

1. Ex quatuor ſubſcudibus paretur quadratum DE per fila iisdem parallela in areolas quadratas inter ſe æquales diviſum.
2. Super tabula FG eidem firmiter annexa erigatur perpendiculariter dioptra H, ut ſit quadrato parallela.
3. Charta, in qua objectum delineandum, dividatur in totidem areolas quadratas, in quot quadratum DE diviſum.
4. Per dioptram H oculo in objectum directo, quod ultra tabulam DE debito intervallo remotum, obſervetur, in quibus areolis tabulæ DE ſingulæ partes appareant & eædem delineentur in quadratulis, quæ ſuper charta iisdem reſpondent.

Ita artis delineandi peritus ſatis ac-

curate apparentiam objecti exhibebit.

### DEFINITIO 2.

Tab. I. Fig. I. Fig. 6. 4. *Pyramis optica* ABCO eſt pyramis, cujus baſis eſt objectum viſibile ABC, vertex vero in oculo O, formata per radios a ſingulis perimetri punctis in oculum O ductos. Hinc ſimul patet, quid ſit *Triangulum opticum* AoB.

### DEFINITIO 3.

Tab. I. Fig. I. 5. *Radii Optici* vocantur, quibus terminatur pyramis optica vel triangulum opticum veluti OA, OC, OB.

### DEFINITIO 4.

6. *Tabula* eſt ſuperficies plana & pellucida HI inter oculum O & objectum ABC ad horizontem perpendiculariter erecta, niſi expreſſe contrarium moneatur, radios opticos in *a*, *b*, *c* ſecans.

### SCHOLION.

7. *Hinc nonnulli* Sectionem *appellant. Vocatur etiam* Planum perſpectivum, *quia in eo exhibetur apparentia objecti: item* Vitrum.

### DEFINITIO 5.

8. *Planum Geometricum* eſt planum LM horizonti parallelum, in quo concipimus ſitum objectum perſpective delineandum & cui planum perſpectivum, niſi contrarium moneatur, ad angulos rectos inſiſtit.

### DEFINITIO 6.

9. *Planum horizontale* eſt planum horizonti parallelum & per oculos tranſiens, quod planum perſpectivum HI ſuper geometrico LM normaliter erectum ad angulos rectos ſecat.

### DEFINITIO 7.

10. *Planum verticale* eſt, quod ad Geometricum LM perpendiculare per oculum O tranſit & perſpectivum HI ad angulos rectos ſecat.

### DEFINITIO 8.

11. *Linea terræ* vel *fundamentalis* NI eſt interſectio plani Geometrici LM & perſpectivi HI. Tab. I. Fig. 3.

### SCHOLION.

12. *Sunt etiam, qui* baſin tabulæ *appellant, quoniam lineæ terræ inſiſtit.*

### DEFINITIO 9.

13. *Punctum viſus* ſeu *oculi* eſt punctum F in tabula HI, in quod cadit recta OF ex oculo O ad tabulam HI perpendicularis. Vocatur etiam *punctum principale.*

### COROLLARIUM.

14. Eſt adeo in interſectione plani horizontalis (§. 9) & verticalis (§. 10).

### DEFINITIO 10.

15. *Linea diſtantiæ* eſt recta OF, ab oculo O ad punctum principale F ducta.

### COROLLARIUM.

16. Quoniam ad tabulam perpendicula-

cula-

cularis (§. 13), non eſt niſi diſtantia oculi a tabula (§. 214 *Geom.*).

## *DEFINITIO* 11.

Tab. I. Fig. 3. 17. *Linea horizontalis* eſt recta PQ per punctum principale F ducta & horizonti parallela, ſeu interſectio plani horizontalis & perſpectivi.

## *COROLLARIUM.*

18. Eſt itaque lineæ terræ parallela (§. 8. 11).

## *DEFINITIO* 12.

19. *Punctum diſtantiæ* eſt punctum P vel Q in linea horizontali PQ quod tanto intervallo diſtat a puncto principali F, quanto oculus O ab eodem removetur.

## *SCHOLION.*

20. *Nempe ſi in linea horizontali* PQ *aſſumatur* FP = FO; *erit* P *punctum diſtantiæ.*

## *DEFINITIO* 13.

21. *Altitudo oculi* OS eſt recta ex oculo ad planum Geometricum perpendicularis.

## *DEFINITIO* 14.

Tab. I. Fig. 1. 22. *Apparentia, repræſentatio, projectio* puncti eſt punctum *a*, per quod tranſit radius opticus OA a puncto objecti A per tabulam HI ad oculum O ductus, ſeu punctum *a* in quo tabula HI radium opticum LA ſecat. Unde etiam patet, quid ſit *projectio* vel *apparentia lineæ, plani atque ſolidi.*

## *DEFINITIO* 15.

23. *Ichnographia geometrica* eſt deſcriptio figuræ planæ in plano geometrico cui tanquam baſi corpus innitur, aut inniti fingitur.

## *SCHOLION.*

24. *Inſiſtat plano Geometrico priſma triangulare ABCD: hujus ergo baſis, nempe triangulum ABC, ſi in plano Geometrico deſcribitur,* ichnographia Geometrica *fieri dicitur. Ponamus idem priſma AE in libero aëre ſuſpendi, ita ut planum CBEF ſit plano Geometrico parallelum. Quodſi ex ſingulis angulis* A, C, B, D, E, F *demittantur perpendiculares ad planum Geometricum; figura HGIK fingitur eſſe baſis priſmatis in hoc ſitu ejusque in plano Geometrico deſcriptio vocatur* Ichnographia Geometrica *priſmatis.* Tab. I. Fig. 4. Fig. 5.

## *DEFINITIO* 16.

25. *Ichnographia projecta* ſeu *perſpectiva* eſt apparentia ichnographiæ geometricæ in tabula ſeu plano perſpectivo.

## *DEFINITIO* 17.

26. *Scenographia* eſt repræſentatio corporis in plano perſpectivo.

## *DEFINITIO* 18.

27. *Linea objectiva* eſt linea quæcunque in plano geometrico ducta, cujus repræſentatio in tabula deſideratur. Unde etiam intelligitur, quid ſit *planum objectivum*, item *punctum objectivum.*

## *THEOREMA* 1.

28. *Apparentia lineæ rectæ objectivæ eſt linea recta.*

### *DEMONSTRATIO.*

Cum a ſingulis punctis lineæ objectivæ AB in oculum O radii illabantur; linea recta in oculum radiat per triangulum AOB (§. 83 *Geom.*). Sed apparentia rectæ AB eſt interſectio communis tabulæ & trianguli optici AOB (§. 21). Ergo CD eſt linea recta. *Q. e. d.*

Tab. I. Fig. 6.

### *SCHOLION.*

29. *Suppono, interſectionem duorum planorum eſſe lineam rectam: quod ſane probatione non indiget. Secet enim planum* HI *alterum planum LM: quoniam puncta* N & I *ſunt in utroque plano, inter duo puncta vero nonniſi unica linea recta eſſe poteſt, interſectio communis erit nonniſi unica recta.*

Tab. I. Fig. 3.

### *COROLLARIUM.*

30. Data igitur apparentia duorum punctorum extremorum A & B, datur apparentia totius lineæ.

Tab. I. Fig. 6.

### *LEMMA.*

31. *Si linea FG fuerit perpendicularis ad rectam NI in plano LM ductam; erit eadem perpendicularis ad rectam quamcunque aliam KA, quæ per idem punctum G ſuper eodem plano LM deſcribitur.*

Tab. I. Fig. 3.

### *DEMONSTRATIO.*

Concipiamus enim rectam NI circa punctum fixum G moveri in orbem, ita ut planum conſtanter contingat; liquet, eam quoque coincidere debere in aliquo ſitu cum recta KA & cum omni alia per idem punctum G in eodem plano ducta. Quare cum FG ſit perpendicularis ad NI *per hypoth.* eadem quoque ad KA & rectam quamcunque aliam per G in plano ductam perpendicularis eſſe debet. *Q. e. d.*

### *THEOREMA 2.*

32. *Altitudo puncti apparentis in tabula eſt ad altitudinem oculi ut diſtantia objectivi a tabula ad aggregatum ex eadem diſtantia & diſtantia oculi.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam altitudo puncti apparentis G vel I eſt ad lineam terræ ED, altitudo oculi O ad planum Geometricum perpendicularis (§. 214. III *Geom.*); erit OM tam ad AM, quam ad BM perpendicularis (§. 31) & cum GH, tum IK ipſi OM parallela (§. 241 *Geom.*). Quare AH : AM = HG : MO & BK : BM = KI : MO (§. 253 *Geom.*). Quodſi itaque AM ſit ad lineam terræ perpendicularis; erit AH diſtantia puncti objectivi A a tabula CEDF & MH diſtantia oculi (§. 214 *Geom.*), adeoque propoſitum conſtat.

Tab. I. Fig. 7.

Si BM non fuerit perpendicularis ad lineam terræ DE; erunt tamen verticales ad K æquales (§. 150 *Geom.*) &, demiſſis BL & MH perpendicularibus ad lineam terræ, BL : MH = BK : MK (§. 252 *Geom.*),

*Geom.*), adeoque BL : BL + MH = BK : BM (§. 181 *Arithm.*), conſequenter KI : MO = BL : BL + MH (§. 164 *Arithm.*). *Q. e. d.*

# CAPUT II.
## De
# ICHNOGRAPHIA PERSPECTIVA.

### *PROBLEMA* 2.

Tab. I. Fig. 8. 33. *Puncti objectivi H apparentiam* h *exhibere.*

### *RESOLUTIO.*

1. A puncto dato H ducatur perpendicularis HI ad lineam terræ DE.
2. Ex linea terræ DE reſecetur IK = IH.
3. Per punctum principale F, ex data altitudine oculi OS inveniendum (§. 13) ducatur linea horizontalis FP, & fiat FP diſtantiæ oculi SL æqualis.
4. Ex puncto I ducatur ad punctum principale F recta FI & ex K ad punctum diſtantiæ P recta PK.

Dico, interſectionem *h* eſſe apparentiam puncti objectivi H.

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam FP ipſi DE parallela (§. 17); erit $o = x$ (§. 222 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad *h* æquales (§. 150 *Geom.*); triangula F*h*P & K*h*I ſimilia ſunt (§. 252 *Geom.*), conſequenter ducta NM ad utramque parallelarum FP & KE perpendiculari, cum *h*N & *h*M ſint altitudines triangulorum (§. 216 *Geom.*), FP : KI = N*h* : *h*M (§. 378 *Geom.*) & hinc FP + KI : KI = NM : *h*M (§. 181 *Arithm.*). Eſt vero KI = HI & FP = SL, itemque NM = OS *per conſtructionem*: ergo SL + IH : IH = OS : M*h*. Quare *h* eſt repræſentatio puncti objectivi H (§. 21). *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM* 1.

34. Cum data apparentia punctorum extremorum lineæ rectæ detur apparentia integræ lineæ (§. 29); omnis figuræ rectilineæ projectio ichnographica hoc modo haberi poteſt.

### *COROLLARIUM* 2.

35. Et quia quotlibet puncta lineæ curvæ eodem modo in planum perſpectivum projiciuntur; curvarum quoque

que projectio eadem methodo abſolvitur.

### COROLLARIUM 3.

36. Ergo hæc methodus quoque ſufficit planis mixtilineis in tabulam projiciendis, conſequenter univerſalis eſt.

### SCHOLION.

*37. Dantur equidem aliæ quoque methodi paſſim ab Autoribus traditæ; ſed cum noſtrum non ſit præter neceſſitatem multa congerere, ſufficit eam exhibuiſſe & demonſtraſſe, quæ omnium uſitatiſſima. Ut autem ejus vim percipiant tyrones, aliquot exemplis eandem illuſtrare libet.*

### PROBLEMA 3.

Tab. II. Fig. 9. 38. *Invenire apparentiam trianguli ABC, cujus baſis AB lineæ terræ DE parallela.*

### RESOLUTIO.

1. Cum linea terræ DE ducatur horizontalis HR parallela intervallo altitudini oculi æquali (§. 17).
2. Aſſumatur punctum principale V oculo vel directe, vel oblique oppoſitum, prout caſus datus requiſiverit.
3. Ex V in K transferatur diſtantia oculi.
4. A trianguli ACB ſingulis angulis demittantur perpendiculares A1, C2, B3.
5. Hæ perpendiculares transferantur in lineam terræ DE ex oppoſito puncti diſtantiæ K.
6. Ex 1, 2, 3 ducantur rectæ ad punctum principale V1, V2, & V3.
7. Ex punctis A, B & C lineæ fundamentalis DE ducantur ad punctum diſtantiæ K rectæ aliæ AK, BK, CK.

Quoniam *a*, *b* & *c* ſunt apparentiæ punctorum A, B & C (§. 32); ductis rectis *ca*, *ab* & *bc*, erit *acb* apparentia trianguli ACB (§. 33).

### SCHOLION.

*39. Eodem modo in planum projicitur triangulum, ſi vertex C oculo objiciatur: neque enim alia re opus eſt, quam ut ſitus in plano Geometrico immutetur & vertex C lineæ fundamentali DE obvertatur.*

### PROBLEMA 4.

40. *Exhibere apparentiam quadrati oblique viſi ABDC, cujus unum latus AB eſt in linea terræ.* Tab. II. Fig. 10.

### RESOLUTIO.

1. Quoniam quadratum oblique videtur, punctum principale V ita aſſumatur in linea horizontali HR, ut perpendicularis ad lineam terræ cadat extra latus quadrati AB, ſaltem id bifariam non ſecet, ſitque VK diſtantia oculi.
2. Perpendiculares AC & BD transferantur in lineam terræ DE.
3. Ducantur rectæ KB, KD, itemque AV, VC.

Erunt A & B apparentiæ ſui ipſius, *c* vero & *d* apparentiæ punctorum C & D

C & D (§. 33), conſequenter *AcdB* apparentia quadrati ABDC.

### SCHOLION.

41. *Quodſi quadratum ACBD a linea terræ DE diſtaret, quod tamen raro in praxi ſupponitur, in lineam terræ transferendæ eſſent etiam diſtantiæ angulorum A & B: quod ex problemate præcedente abunde patet. Cum etiam oblique ſpectatorum rarior ſit uſus; in ſequentibus, niſi contrarium moneatur, ſemper ſupponemus figuram in plano projiciendam directe oculo objici.*

### PROBLEMA 5.

Tab. II. Fig. 11. 42. *Quadratum ABCD repræſentare in tabula, cujus diagonalis AC ad lineam terræ perpendicularis.*

### RESOLUTIO.

1. Continuentur latera DC & CB, donec lineæ terræ in 1 & 2 occurrant.
2. Ex puncto principali V transferatur in K & L diſtantia oculi.
3. Ex K ducantur ad A & 1 rectæ KA & K1; ex L vero ad A & 2 rectæ LA & L2.

Dico, interſectiones iſtarum rectarum exhibere apparentiam quadrati ABCD ex angulo viſi.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus DAB rectus eſt (§. 94 *Geom.*), & diagonalis AC lineæ terræ DE ad angulos rectos inſiſtit, *per hypoth.* *o* & *x* ſunt ſemirecti (§. 141 *Geom.*), conſequenter ob 1DA & 2BA rectos (§. 61 *Geom.*) etiam *y* & *u* ſemirecti (§. 226 *Geom.*) adeoque D1 = DA & B2 = BA (§. 238 *Geom.*) & hinc A1 = AC = A2 (§. 169 *Geom.*). Continuatis itaque lateribus DC & CB, donec lineæ terræ DE occurrant, perinde eſt, ac ſi perpendiculum AC in 1 & 2 ex A transferretur. Porro ſi ex D & B perpendicula DM & BN in lineam terræ DE demittantur; erunt *m* & *n* ſemirecti (§. 226 *Geom.*) & ideo DM = M1 & BN = N2 (§. 238 *Geom.*): ut adeo perpendiculares MD & NB in lineam terræ DE translatæ terminentur in 1 & 2. Concipiamus jam ex puncto principali V ductas rectas VA, VM & VN & ex puncto diſtantiæ L rectas LA, L2: communis interſectio exhibebit apparentiam quadrati (§. 33). Concipiamus ex puncto diſtantiæ K ductas rectas K1 & KA, & ex puncto principali, ut ante, VM, VA, VN: communis interſectio denuo exhibebit apparentiam eandem ejusdem quadrati (§. *cit.*). Ergo AL, KA & L2, LA rectas VM, VA, VN in iisdem punctis interſecant, & ideo communes quoque interſectiones rectarum LA, L2 & KA, K1 apparentiam quadrati ABCD exhibere debent. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

43. *Ex demonſtratione hujus problematis intelligitur, quomodo ope regulæ generalis in quibusdam caſibus eruantur compendia particularia. Id enim habent omnes regulæ univerſa-*

*verſales, quod in quibusdam caſibus non evitent ambages. Qui ſecundum regulam univerſalem operatur, in compendia particularia ſponte veluti ſua incidit.*

### PROBLEMA 6.

Tab. II. Fig. 12. 44. *Apparentiam quadrati ABDC exhibere, cui aliud IMGH inſcriptum eſt, latere majoris AB in linea terræ exiſtente, diagonali vero poſterioris ad lineam terræ perpendiculari.*

### RESOLUTIO.

1. Ex puncto principali V transferantur utrinque in lineam horizontalem HR diſtantiæ VL & VK.
2. Ducantur VA & VB, itemque KA & LB; erit A*cd*B apparentia quadrati ACDB (§. 40).
3. Producatur latus quadrati inſcripti IH, donec lineæ terræ in 1 occurrat, ducanturque rectæ K1 & KM; erit *ihg*M repræſentatio quadrati inſcripti IHGM (§. 42).

### SCHOLION.

45. *Ex reſolutione hujus problematis intelligitur, quomodo fiat projectio earum figurarum, quibus aliæ inſcriptæ ſunt.*

### PROBLEMA 7.

Tab. II. Fig. 13. 46. *Pavimentum lapidibus quadratis directe poſitis ſtratum in tabulam projicere.*

### RESOLUTIO.

1. Latus AB in lineam terræ DE translatum dividatur in tot partes æquales, quot ſunt lapides quadrati in una ſerie.
2. Ex ſingulis diviſionum punctis ducantur rectæ ad punctum principale V, & ex A ad punctum K diſtantiæ una AK itemque ex B ad punctum diſtantiæ alterum L recta LB.
3. Per puncta interſectionum linearum reſpondentium agantur rectæ usque ad rectas AV & BV utrinque producendæ.

Erit A*fg*B apparentia pavimenti AFGB.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam AB = BG & BG ad AB perpendicularis (§. 94. 75 *Geom.*); ſi BG ex B in lineam fundamentalem DE transfertur, cadet G in A. Ductis adeo rectis VB & KA; erit *g* repræſentatio puncti G (§. 33). Eodem modo apparet, eſſe F apparentiam ipſius F, adeoque *fg* ipſius FG (§. 34). Quare cum de ſingulis non modo rectis integris, ſed etiam earum partibus idem oſtendatur; patet *fg*BA eſſe projectionem pavimenti AFGB. *Q. e. d.*

### PROBLEMA 8.

47. *Circuli apparentiam exhibere.* Tab. II. Fig. 14.

### RESOLUTIO.

I. Si circulus fuerit minor

1. Circumſcribatur eidem quadratum (§. 334 *Geom.*).

2. Du-

2. Ductis diagonalibus & diametris *ha* & *de* ad angulos rectos ſeſe interſecantibus agantur rectæ *fg* & *bc* diametro *de* parallelæ.

3. Per *b* & *f*, itemque per *c* & *g* agantur rectæ lineæ terræ DE in punctis 3 & 4 occurrentes.

4. Ad punctum principale V ducantur rectæ V1, V3, V4, V2 & ad puncta diſtantiæ L & K rectæ L2 & K1.

5. Denique puncta interſectionum *a*, *b*, *d*, *f*, *h*, *g*, *e*, *c* connectantur arcubus *ab*, *bd*, *df* &c. Erit *abdfhgeca* apparentia circuli.

II. Si circulus fuerit major

Tab. II. Fig. 5. 1. Super medio lineæ terræ AB deſcribatur ſemicirculus & ex quotlibet punctis peripheriæ C, F, G, H, I &c. demittantur ad lineam terræ perpendiculares C1, F2, G3, H4, I5 &c.

2. Ex punctis A, 1, 2, 3, 4, 5, &c. B ducantur rectæ ad punctum principale V, item recta ex B ad punctum diſtantiæ L & alia ex A ad punctum diſtantiæ K.

3. Per communes interſectiones agantur rectæ ut in problemate præcedente: ita nimirum habebuntur punctorum A, C, F, G, H, I repræſentationes in *c*, *f*, *g*, *h*, *i* (§. 46) adeoque

4. Tandem ut ante puncta iſta arcubus connectantur, ut habeatur projectio circuli.

## SCHOLION.

48. *Hinc apparet non modo, quomodo curvilinea figura quæcunque in tabulam projici poſſit; ſed & qua ratione pavimentum lapidibus quibuscunque ſtratum perſpective delineari debeat. Cæterum hinc quoque elucet, quanti ſit uſus quadratum in Perſpectiva. Etenim in ſecundo quoque caſu utimur revera quadrato in certas areolas diviſo & circulo circumſcripto, licet id (ne ſuperfluum quidpiam fieret) in plano Geometrico non fuerit delineatum, quemadmodum etiam in eodem brevitatis gratia ſemicirculum loco circuli delineavimus in altero caſu.*

## PROBLEMA 9.

49. *Pentagonum regulare in tabulam projicere, quod habet limbum latiorem lateribus parallelis terminatum.* Tab. III. Fig. 16.

## RESOLUTIO.

1. Ex ſingulis angulis Pentagoni exterioris A, B, C, D, E demittantur ad lineam terræ TS perpendiculares A0, B1, C2, D3, E4, & ut in ſuperioribus transferantur in lineam terræ.

2. Puncta 1, 2, 3, 4 connectantur cum puncto principali V; puncta vero A, B, C, D, E cum puncto diſtantiæ K; ita communes interſectiones determinabunt

apparentiam pentagoni exterioris (§. 33).

3. Quodſi jam ab angulis interioribus G, H, L, I ſimiliter perpendiculares Go, H5, K6, I7, L8 demittantur & reliqua ut ante fiant; pentagonum quoque interius repræſentabitur (§. *cit.*).

Repræſentatur adeo pentagonum ABCDE cum ſuo limbo.

### *SCHOLION* 1.

50. *Hoc problema ideo appoſuimus, ne deeſſet exemplum, in quo figura projicienda limbo lato terminatur.*

### *SCHOLION* 2.

51. *Cæterum in genere notandum, ſi objecti magnitudo quoad ſingulas partes una cum altitudine & diſtantia oculi in numeris detur; conſtructionem figuræ geometricæ juxta ſcalam geometricam fieri & ex eadem punctum principale una cum punctis diſtantiæ determinari.*

### *SCHOLION* 3.

52. *Neque ſemper opus eſt, ut figura objectiva ſub linea terræ delineetur. Sane ad quadratorum & pavimentorum projectionem eadem commode caremus. Si tamen neceſſaria fuerit, ſed ſpatium deſit, in quo delineari poſſit; ſeorſim delineatur cum linea terræ & diviſiones inventæ in lineam terræ transferuntur, quæ in tabula ducta eſt.*

### *SCHOLION* 4.

53. *Si quis in puncto principali & puncto diſtantiæ fila alliget atque ad puncta diviſionum lineæ terræ extendat; communis interſectio filorum citra confuſionem dabit projectionem puncti uniuscujusque, quæ ex multitudine linearum ducendarum ſæpius metuenda.*

## CAPUT III.

## De

# SCENOGRAPHIA.

### *THEOREMA* 3.

Tab. III. Fig. 17. 54. *Altitudo objectiva ML eſt ad perſpectivam IK ut aggregatum ex diſtantia illius & diſtantia oculi a tabula MS ad diſtantiam oculi NS.*

### *DEMONSTRATIO.*

1. Si ML oculo directe objicitur, ita ut MS ſit ad lineam terræ DE perpendicularis; erit MN diſtantia altitudinis objectivæ ML, & NS diſtantia oculi O a tabula (§. 214 *Geom.*). Jam cum KN & OS ſint ad MS perpendiculares adeoque parallelæ inter ſe (§. 241 *Geom.*); erit MS : NS = MO : KO (§. 253 *Geom.*). Et quia LM etiam perpendicularis ad MS (§. 214 *Geom.* & §. 31 *Perſpect.*), adeoque inter ſe parallelæ (§. 214 *Geom.*); erit MO : KO = LM : KI (§. 253 *Geom.*), conſequen-

ſequenter MS : NS = LM : KI (§. 156 *Arithm.*). *Q. e. d.*

II. Si altitudo PQ oculo oblique objicitur, ita ut QS tabulam ſecet ad angulos obliquos in H: eodem modo oſtenditur, eſſe QS : HS = PQ : VR. Demittatur jam perpendicularis QT ad lineam terræ DE; erit ea diſtantia altitudinis a tabula (§. 214 *Geom.*) & ob angulos verticales ad H æquales (§. 150 *Geom.*) QT : QH = NS : HS (§. 252 *Geom.*). Cum adeo ſit QT : NS = QH : HS (§. 156 *Arithm.*) & componendo QT + NS : NS = QS : HS (§. 181 *Arithm.*); erit etiam : QT + NS : NS = PQ : QR (§. 156 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## *PROBLEMA* 10.

Tab. III. Fig. 18. 55. *Super puncto C in tabula dato erigere altitudinem perſpectivam datæ altitudini objectivæ PQ convenientem.*

### *RESOLUTIO.*

1. In linea terræ erigatur perpendicularis PQ, quæ ſit altitudini objectivæ datæ æqualis.
2. Ex P & Q ducantur ad punctum quodvis, veluti T, rectæ PT & QT.
3. Ex puncto in tabula dato C agatur recta CK lineæ terræ DE parallela, occurrens rectæ QT in K.
4. Erigatur in K ſuper KC perpendicularis IK.

Dico IK eſſe altitudinem ſcenographicam quæſitam.

### *DEMONSTRATIO.*

Fiat SM æqualis compoſitæ ex diſtantia oculi SN & diſtantia altitudinis objectivæ a tabula NM ducaturque recta QS, & præterea NG ipſi QM parallela; erit SM : SN = SQ : SG (§. 253 *Geom.*) & ob parallelas KG & TS *per conſtruct.* SQ : SG = QT : KT (§. *cit.*), adeoque SM : SN = QT : KT (§. 156 *Arithm.*). Quare cum etiam ſit ob parallelas PQ & IK *per conſtruct.* QT : KT = PQ : IK (§. 253 *Geom.*); erit quoque SM : SN = PQ : IK (§. 156 *Arithm.*), conſequenter IK ſcenographia altitudinis objectivæ PQ (§. 54). *Q. e. d.*

## *PROBLEMA* 11.

56. *Scenographiam ſolidi cujuscunque exhibere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Baſis ſolidi inveſtigetur ichnographia perſpectiva (§. 33).
2. In ſingulis punctis erigantur altitudines perſpectivæ (§. 55).

Ita ſcenographia ſolidi erit abſoluta, niſi quod umbra conveniens per regulas capitis ſequentis adhuc ſit ſuperaddenda.

### *SCHOLION.*

57. *Methodus hæc generalis eſt: ejus tamen applicatio in caſu quolibet non æque mani-*

*niſeſta. Conſultum igitur eſt, ut aliquot exemplis illuſtretur.*

PROBLEMA 12.

Tab. III. Fig. 19. 58. *Cubi ex angulo viſi ſcenographiam exhibere.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam cubi ex angulo viſi & plano Geometrico inſiſtentis baſis eſt quadratum ex angulo viſum (§. 433 *Geom.*); delineetur in tabula perſpectiva quadratum ex angulo viſum (§. 42).
2. Latus quadrati HI perpendiculariter erigatur in quocunque puncto lineæ terræ DE, ducanturque ad punctum quodlibet V lineæ horizontalis HR rectæ VI & VH.
3. Ex angulis *d*, *b* & *c* ducantur *c*1, *d*2 ad lineam terræ DE parallelæ.
4. Ex punctis 1 & 2 erigantur L1 & M2 ad eaſdem perpendiculares.
5. Denique cum HI ſit altitudo in *a*, L1 in *c* & *b*, M2 in *d* erigenda (§. 55); excitentur in *a* ad *a*E perpendicularis *fa*, in *b* & *c* perpendiculares *bg* & *ce* ad *bc*1, & tandem *dh* ad *d*2 normalis, fiatque *af* = HI, *bg* = *ec* = L1 & *hd* = M2. Quodſi puncta *g*, *h*, *e*, *f* rectis connectantur; ſcenographia erit abſoluta.

PROBLEMA 13.

Tab. III. Fig. 20. 59. *Priſma quinquangulare cavum ſcenographice delineare.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam priſmatis quinquangularis cavi & plano Geometrico inſiſtentis baſis eſt pentagonum limbo inſtructum (§. 430 *Geom.*); inveſtigetur apparentia hujus pentagoni ſuper tabula (§. 49).
2. Erigatur ut in problemate præcedente ex quocunque puncto H lineæ terræ DE perpendicularis HI, quæ ſit altitudini objectivæ æqualis & ducantur ad quodcunque punctum V lineæ horizontalis HR rectæ HV & IV.
3. Ex ſingulis angulis *a*, *b*, *d*, *e*, *c* ichnographiæ perſpectivæ, tam interioribus, quam exterioribus, ducantur rectæ cum linea terræ parallelæ *a*1, *b*2, *d*3 & ex punctis 1, 2, 3 erigantur ad eas perpendiculares L1, M2, *m*2, N3, *n*3.
4. Quodſi hæ in punctis ichnographiæ reſpondentibus, ut in problemate præcedente, excitentur; ſcenographia erit perfecta.

PROBLEMA 14.

60. *Cylindrum ſcenographice repræſentare.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam baſis cylindri, qua plano Geometrico inſiſtit, circulus eſt (§. 439 *Geom.*); quæratur circuli apparentia (§. 47). Tab. II. Fig. 14.

2. In

2. In punctis *a, b, d, f, h, g, e, c* erigantur altitudines apparentes (§.55): quod quia ex præcedentium problematum reſolutione manifeſtum, denuo hic non repetimus.

3. Quodſi puncta ſublimia earundem lineis curvis decenter connectantur, ſicuti in baſi *abdfhgec* factum eſt; ſcenographia cylindri erit abſoluta.

## *SCHOLION.*

Tab. III. Fig. 19.

*61. Illud per ſe patet, eas omittendas eſſe lineas tum in baſi, tum in elevatione, quæ oculo non objiciuntur, licet ab initio ad inveniendas alias neceſſarias non ſint negligendæ. E. gr. in ſcenographia cubi ex angulo viſi conſpectui ſubducuntur in baſi rectæ* bd *&* dc, *in elevatione recta* dh; *lineæ igitur iſtæ omittuntur. Quoniam tamen punctum ſublime* h *inveniri nequit, niſi in ichnographia repertum fuerit punctum* d, *neque rectæ* gh *&* de *duci poſſunt, niſi altitudine* dh *decenter elevata; in ipſa operatione non minus apparentia puncti* d, *quam altitudinis* hd *determinanda.*

## *PROBLEMA 15.*

61. *Pyramidem delineare baſi inſiſtentem.*

## *RESOLUTIO.*

Sit e. gr. delineanda pyramis quadrangularis ex angulo viſa.

Tab. IV. Fig. 21.

1. Quoniam pyramidis quadrangularis baſi inſiſtentis & ex angulo viſæ baſis eſt quadratum ex angulo viſum (§. 444 *Geom.*) repræſentetur quadratum ex angulo viſum (§. 49).

2. Ut habeatur vertex pyramidis, hoc eſt, perpendiculum ex vertice in baſin demiſſum (§. 26 *Geom.*) ducantur diagonales ſe mutuo interſecantes in *e*. Porro

3. In quocunque puncto H lineæ terræ DE erigatur altitudo pyramidis HI, ductisque rectis HV & IV ad quodcunque lineæ horizontalis HR punctum,

4. Producatur diagonalis *db*, donec lineæ VH in *b* occurrat.

5. Ex *b* ducatur ipſi HI parallela *bi*, quæ ex puncto *e* decenter elevata dabit verticem pyramidis K, conſequenter lineæ *dk*, *ka* & *kb* una determinantur.

## *DEMONSTRATIO.*

Duo hic demonſtranda ſunt; nimirum 1. altitudinem pyramidis rectæ *ke* cadere in punctum *e*, in quo diagonales *ca* & *bd* ſe mutuo interſecant, hoc eſt, rectam *ke* eſſe ad utramque diagonalem, conſequenter ad baſin *dcba* perpendicularem (§.31): 2 diagonalem *db* eſſe lineæ terræ DE parallelam (§.55).

Quamvis prioris demonſtratio non tam ad Perſpectivam, quam ad Geometriam pertineat (illa enim ſupponit, quæ de corporibus Geometrice conſideratis vera ſunt); quoniam tamen in noſtris Geometriæ elementis demonſtrationem non dedimus, eam hic dari æquum eſt. Cum itaque *ab = cd per hypoth.*

& *dce*=*eab* (§. 222. 320 *Geom.*), præterea verticales ad *e* ſint æquales (§. 150 *Geom.*); erit *de*=*eb* (§. 237 *Geom.*). Quoniam porro *dk*=*bk* *per hypoth.* & *ek*=*ek*; anguli ad *e* æquales ſunt (§. 193 *Geom.*), conſequenter *ke* ad *db* perpendicularis (§. 61. 75 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Porro quia puncta *d* & *b* in plano Geometrico a linea terræ æqualiter diſtant (§. 42); in plano quoque perſpectivo ab eodem æqualiter diſtent neceſſe eſt (§. 32). Eſt igitur *db* lineæ terræ DE parallela (§. 78 *Geom.*).

### SCHOLION.

62. *Hinc apparet, ut in ſcenographia determinari poſſint puncta ſublimia, in ichnographia geometrica notanda eſſe puncta, in quæ cadunt perpendicula ex angulis ſolidi in planum Geometricum, cui inſiſtere aut imminere ſupponitur, demiſſa.*

### PROBLEMA 16.

63. *Coni ſcenographiam perficere.*

### RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 14.

1. Quoniam baſis coni circulus eſt (§. 441 *Geom.*); quæratur apparentia circuli (§. 47).
2. Quæratur porro, ut in problemate præcedente, altitudo in centro erigenda & inventa decenter elevetur.
3. Puncta denique curvæ cum ſublimi altitudinis connectantur ut ſupra (§. 61).

### PROBLEMA 17.

64. *Pyramidem truncatum delineare.*

### RESOLUTIO.

Sit e. gr. delineanda pyramis truncata quadrangularis.

1. Quodſi a ſingulis angulis in baſi ſuperiori concipiantur demiſſa perpendicula in inferiorem; prodibit pentagonum cum alio inſcripto, cujus latera priori parallela: id quod revera coincidit cum pentagono, quod limbo latiore inſtructum, adeoque per probl. 9 delineari poteſt (§. 49).
2. Erecta altitudine pyramidis truncatæ IH determinentur altitudines ſcenographicæ in punctis *a*, *b*, *c*, *d*, *e* elevandæ. Quodſi Ta[b.] II[I.] Fi[g.] 22
3. Puncta ſublimia *f*, *g*, *h*, *i*, *k* rectis connectantur, tandemque
4. Rectæ *lk*, *fm*, *gn*, *ho* ducantur; ſcenographia pyramidis truncatæ erit perfecta.

### COROLLARIUM.

65. Quodſi in plano geometrico delineentur duo circuli concentrici & reliqua deinde fiant ut in problematis reſolutione; ſcenographia coni truncati perficietur.

### SCHOLION.

66. *Quodſi pyramis truncata eſſet concava, ſed plura interiora ſub eodem vel alio angulo ad baſin inclinarentur, quam exteriora; demiſſis perpendicularibus ex ſingulis angulis tam* T[ab.] II[I.] Fi[g.]

exte-

Tab. III. Fig. 24. *exterioribus, quam interioribus, ichnographia Geometrica x conſtabit ex quatuor figuris inter ſe ſimilibus, quarum latera ſunt parallela. Facile autem parabitur ichnographia Geometrica ex ſuppoſita ſolidi ſectione CFHA in qua demiſſis perpendicularibus CE & FG, habentur diſtantia parallelorum laterum AE, EG, GH.*

## PROBLEMA 18.

67. *Tetraëdri ſuper angulo ſolido ita conſtituti, ut baſis ſit plano Geometrico parallela, ſcenographiam perficere.*

Tab. IV. Fig. 25.

### RESOLUTIO.

1. Quoniam baſis tetraëdri triangulum æquilaterum eſt (§. 447 *Geom.*); demiſſis perpendicularibus ichnographia Geometrica conſtabit triangulo æquilatero ACB, cujus punctum medium E una notandum, ut inveniri poſſit in ſcenographia punctum *e*, cui tetraëdri vertex inſiſtere debet.
2. Quæratur apparentia *acb* (§. 38) &
3. Determinentur altitudines *bd* vel *ag* & *ch* (§. 55): quibus datis, reliqua facile perficiuntur.

### SCHOLION.

68. *Quodſi octaedrum ſuper uno angulo ſolido in plano Geometrico conſtituatur; demiſſis ex reliquis perpendicularibus ad idem planum, quadratum prodibit ex angulo viſum: quod cum facile delineari poſſit (§. 42), nec difficilis erit ſcenographia octaedri in dato ſitu.*

## PROBLEMA 19.

69. *Priſma cavum delineare, quod ſuper uno planorum lateralium conſiſtat.*

### RESOLUTIO.

1. Sit ABDEC ſectio priſmatis. Quodſi HI ducatur ipſi AB intervallo latitudinis plani, cui inſiſtit, parallela & ex ſingulis angulis tam internis, quam externis demittantur perpendiculares: parallelogrammum ſic diviſum erit ichnographia Geometrica, quæ lineæ terræ DE ita ſubjecta, ut latus AB ſit ipſi parallela, facile in tabulam projicitur (§. 46). Tab. IV. Fig. 26.
2. Ut habeantur altitudines angulorum tam externorum, quam internorum ſcenographicæ; in H erigatur more conſueto perpendicularis HI & in eam transferantur altitudines veræ H1, H2, H3, H4, H5.
3. Quodſi jam ex puncto quocunque lineæ horizontalis V ducantur rectæ VH, V1, V2, V3, V4, V5 ſive VI & reliqua fiant more conſueto; reperientur altitudines anguli interni 1 = *aa*, interni 2 = *bb*, externi 3 = *cc* interni 4 = *dd*, externi denique 5 = *ee*: quæ ſi ſuis locis decenter eleventur, ſcenographia ſine difficultate perficietur.

## *PROBLEMA 20.*

70. *Super pavimento erigere parietes, item pilas atque columnas.*

Tab. V. Fig. 27.

### *RESOLUTIO.*

1. Repræſentetur pavimentum A FHI in tabula, una cum baſibus columnarum atque pilarum, ſi quæ adfuerint (§. 46).
2. In lineam terræ transferatur craſſities muri BA, & 1, 3.
3. Ex A & B, itemque ex 3 & 1 erigantur perpendiculares AD & BG, item 3. 6 & 1. 7.
4. Puncta D & 6 connectantur cum principali V rectis DV & 6V.
5. Ex F & H erigantur perpendiculares HG & EF.

Ita parietes omnes erunt delineati (§. 55).

6. Quodſi pilæ aut columnæ erigendæ, non alia re opus eſt, quam ut ex earum baſibus vel quadratis, vel circularibus in planum perſpectivæ (§. 46. 47) projectis excitentur perpendiculares indefinitæ & in linea fundamentali, ad quem pertingit radius FA per baſin tranſiens, erigatur altitudo vera AD, ducta enim ut ante DV, altitudines ſcenographicæ determinabuntur.

### *SCHOLION.*

71. *Quæ de pilarum & columnarum elevatione dicuntur, multo clariora evadent, ubi per regulas Architectonicas ſuo loco inferius tradendas paretur ichnographia pavimenti Geometrica & per generalem regulam Perſpectivæ in planum perſpectivum projiciatur. Sed cum hæc non difficilia ſint ei, qui regulas Architectonicas cognitas atque perſpectas habet (eas enim in hiſce delineationibus ſupponit* Perſpectiva *ad ichnographiam pavimenti Geometricam rite conficiendam) & methodum* Per*ſpectivæ generalem ſibi familiarem reddidit; præter neceſſitatem figurarum numerum non multiplicamus.*

## *PROBLEMA 21.*

Tab. VI. Fig. 27.

72. *Januam in pariete ſcenographice repræſentare.*

### *RESOLUTIO.*

I. Sit janua delineanda in pariete DEFA.

1. In lineam fundamentalem transferatur ejus ab angulo A diſtantia AN, una cum latitudinibus poſtium NI & LM atque latitudine ipſius januæ LI.
2. Ad punctum diſtantiæ K ex ſingulis punctis N, I, L, M ducantur rectæ KN, KI, KL, KM, quæ latitudinem januæ *li*, atque poſtium latitudines *in* & *ml* determinabunt.
3. Ex A in O transferatur altitudo januæ AO & ex A in P altitudo poſtium AP.
4. Jungantur Q & P cum puncto principali rectis PV & QV.
5. Tandem ex *n*, *i*, *l* & *m* erigantur perpendiculares, quarum mediæ

a recta OV in *o*, extremæ autem a recta VP in *p* ſecantur.

Et hac ratione janua cum ſuis poſtibus erit delineata.

II. Si janua delineanda ſit in pariete EFHG, eodem fere modo ſingula peragenda. Nam

1. In lineam terræ transferatur AR diſtantia januæ ab angulo in plano Geometrico & inde ulterius latitudo januæ RT.
2. Ex R & T ducantur rectæ ad punctum principale V, ut habeatur latitudo *rt* in plano perſpectivo.
3. Ex *r* & *t* erigantur perpendiculares indefinitæ ad FH.
4. Ex A in O transferatur ut ante altitudo AO vera.
5. Denique ex O ducatur ad punctum principale V recta OV interſecans EF in Z & fiant *rr* atque *tt* ipſi TZ æquales.

Ita janua *rr tt* erit delineata; nec difficulter adduntur poſtes.

### *SCHOLION.*

73. *Nihil in his contineri, niſi applicationem methodi generalis Perſpectivæ, experietur qui, ichnographia ædificii Geometrica juxta regulas Architecturæ parata, ſcenographiam juxta illam exhibere tentaverit. Unde peculiaribus demonſtrationibus opus non eſt.*

### *PROBLEMA* 22.

74. *In parietum ſcenographia feneſtras rite repræſentare.*

(II.)

### *RESOLUTIO.*

Tab. V. Fig. 27.

Qui januas repræſentare noverit; feneſtras quoque facile addet, neque enim alia re præterea opus eſt, quam ut altitudo inferior ſeu ejus a pavimento diſtantia accedat. Ne tamen quicquam prætermiſiſſe videamur; integram delineationem hic apponimus.

1. Ex 1 in 2 transferatur craſſities muri ad feneſtram, ex 3 in 4 ejus ab angulo 3 diſtantiam & ex 4 in 5 ejus latitudinem.
2. Ex 4 & 5 ducantur ad punctum diſtantiæ L rectæ L5 & L4, quæ latitudinem feneſtræ perſpectivam 10. 9 deſignabunt.
3. Ex 10 & 9 erigantur ad pavimentum perpendiculares, hoc eſt, ducantur ipſi 6. 3 parallelæ indefinitæ.
4. Ex 3 in 11 transferatur diſtantia feneſtræ a pavimento 3. 11, & ex 11 in 12 ejus altitudo 11. 12.
5. Denique ex 11 & 12 ducantur ad punctum principale rectæ V. 11 & V. 12, quæ perpendiculares 10. 13 & 9. 14 in 13 & 14, itemque in 15 & 16 interſecantes apparentiam feneſtræ exhibebunt.

### *SCHOLION.*

75. *Hinc ſatis intelligunt attenti, quid facto opus ſit, ſi res quæcunque ſuper pavimento utcunque elevata repræſentanda.*

## PROBLEMA 23.

76. *Fores apertas ſcenographice repræſentare.*

### RESOLUTIO.

Tab. V. Fig. 28. Quoniam fores, dum aperiuntur, ſemicirculum deſcribunt; janua delineata (§. 72).

1. Repræſentetur in tabula ſemicirculus *ecd*, cujus centrum *a* (§. 47).
2. In eo notetur punctum *c* & inde erigatur perpendicularis indefinita *cf*.
3. Per *c* & *a* agatur recta *ca*, quæ continuata horizontalem in O ſecat.
4. Denique ex puncto O per *b* ducatur recta *bf*.

Sic factum eſt, quod petebatur.

### SCHOLION 1.

77. *Ne ſemicirculi deſcriptio tædioſa ſit, ichnographiam pariter ac pavimentum in areolas quadratas dividi conſultum eſt. Quodſi enim obſerves, per quanam quadratula tranſeat ſemicirculus in plano Geometrico, facile in quadratis reſpondentibus plani perſpectivi delineabitur. Immo ſi notetur, in quonam quadrato & quonam hujus loco ſit punctum* c *in plano Geometrico; idem punctum ſine projectione ſemicirculi invenietur in perſpectivo.*

### SCHOLION 2.

78. *Dum feneſtra aperiuntur, ſemicirculus in libero aere deſcribitur. Fingitur itaque ſuper feneſtra planum horizontale, in quod projicitur ſemicirculus, & ne imaginatio turbetur, planum invertitur.*

### SCHOLION 3.

79. *Puncta illa, quale eſt* O, *in linea horizontali, quæ ad res irregulariter per planum perſpectivum diſperſas repræſentandum loco puncti principalis adhibentur, dicuntur* puncta accidentalia.

## PROBLEMA 24.

80. *Scenographiam objecti cujuscunque mechanice perficere.*

### RESOLUTIO.

1. Tabula vitrea quadrata ſubſcudibus incluſa oblinatur aqua, in qua nonnihil gummi ſolutum. Tab. I. Fig. 29.
2. Ubi rurſus arefacta fuerit, objecto delineando ita objiciatur, ut per dioptram GH integrum conſpiciatur.
3. Quæcunque in tabula vitrea comparent, atramento ibi delineentur, ubi comparent.
4. Denique delineatione abſoluta tabulæ apprimatur charta madefacta.

Ita enim futurum, ut, quæ ſuper vitro delineata ſunt, chartæ imprimantur.

### SCHOLION.

81. *Hæc praxis non contemnenda adminicula affert iis, qui arti pictoriæ ſtudent: multa enim obſervant ad rem attenti, quæ alias non facile ſuccurrerent.*

CA-

## CAPUT IV.

### De

# APPARENTIA UMBRÆ.

*PROBLEMA 25.*

82. *Data apparentia corporis opaci & luminoſi per radios divergentes radiantis, e. gr. lampadis candelæ aut facis accenſæ, invenire apparentiam umbræ.*

*RESOLUTIO.*

1. A luminoſo, quod inſtar puncti conſideratur, adeoque ex ejus medio demittatur perpendicularis ad tabulam, hoc eſt, quæratur apparentia puncti, in quod cadit perpendicularis ex medio luminis in planum Geometricum ducta.
2. A ſingulis angulis corporis ſeu punctis ſublimibus demittantur itidem perpendiculares ad planum: quod revera jam factum eſt, ubi ſcenographia corporis quæſita vi capitis præcedentis.
3. Puncta, in quæ incidunt hæ perpendiculares, connectantur lineis rectis cum puncto, in quod cadit perpendiculum ex luminoſo demiſſum, in plagam luminoſo oppoſitam continuandæ.
4. Denique per puncta ſublimia ex centro luminoſi ducantur rectæ priores interſecantes.

Dico in punctis interſectionum finiri umbram.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam AB & CD ad planum perpendiculares *per hypoth.* erunt etiam ad rectam DE perpendiculares (§. 31). Quare cum CD > AB *per hypoth.* recta CE cum DE convergit (§. 80 *Geom.*). Hinc quia umbra in plano ibi terminatur, ubi radius extremus CE id attingit (§. 46. 121 *Optic.*); interſectio rectarum CE & DE definiet longitudinem umbræ, quam projicit recta AB. *Q. e. d.* Tab. V. Fig. 30.

*SCHOLION.*

83. *Ut methodi univerſalis vis rectius percipiatur, non inconſultum eſſe ducimus, uno alteroque exemplo eandem illuſtrare.*

*PROBLEMA 26.*

84. *Dato luminoſo L priſmatis ABCFED ſcenographice delineati umbram projicere.* Tab. V. Fig. 31.

*RESOLUTIO.*

1. Cum AD, BE & CF ſint ad planum perpendiculares & LM itidem ad eandem perpendicularis *per hypoth.* (datur enim lumen, ſi detur ejus altitudo LM); du-

cantur rectæ GM & HM per puncta D & E.

2. Per puncta ſublimia A & B ducantur rectæ GL & HL priores in G & H interſecantes.

Quoniam in G terminatur umbra rectæ AD & in H umbra rectæ BE (§. 82), umbræ vero rectarum omnium reliquarum, quæ in dato priſmate concipere licet, intra hos terminos coercentur; erit GDEH apparentia umbræ a priſmate projectæ.

## SCHOLION 1.

85. *Eodem prorſus modo determinatur umbra omnium priſmatum & cylindrorum ad planum perſpectivum rectorum.*

## SCHOLION 2.

86. *Umbra rectæ CF omittitur, quia cadit intra baſin ſolidi: id quod & in ſimilibus caſibus obſervandum.*

## PROBLEMA 27.

87. *Pyramidis triangularis baſi inſiſtentis & ſcenographice repræſentatæ umbram projicere dato lumine L.*

## RESOLUTIO.

Tab. V. Fig. 32. 1. Per apparentiam puncti E in quod cadit perpendiculum ex vertice D in baſin demiſſum, per ſcenographiam dati ducatur ad punctum N, in quo terminatur perpendicularis LN ex lumine demiſſa, recta NM.

2. Ex L per D ducatur alia recta LM; erit in M terminus umbræ, quam vertex D projicit (§. 82).

3. Quodſi ulterius a puncto M ducantur rectæ BM & CM; quoniam omnes radii latus DB ſtringentes in BM terminantur, & qui per latus DC appellunt, in recta CM deſinunt; erit triangulum BMC apparentia umbræ a pyramide DACB projectæ.

## PROBLEMA 28.

88. *Determinare umbram Tetraëdri vertici inſiſtentis & ſcenographice delineati.* Tab. V. Fig. 33.

## RESOLUTIO.

1. Cum per ſcenographiam in tabula dentur puncta E, F, G, quibus puncta ſublimia A, B, C perpendiculariter imminent; ob lumen datum vero punctum I; per ſingula puncta E, F & G ducantur ad I rectæ IK, IL & IM.

2. Porro ex H ducantur per A, B & C rectæ HK, HL & HM.

Erit LKGM umbra quæſita.

## PROBLEMA 29.

89. *Determinare umbram pyramidis ACDB ſcenographice repræſentatæ in aliud opacum ſuper tabula erectum RSQP projectam.* Tab. V. Fig. 32.

## RESOLUTIO.

1. Quæratur umbra in pavimentum projecta BMC (§. 87).

2. Ex

2. Ex puncto T, ubi recta N M opacum RQ ſecat, erigatur perpendicularis TO ſecans LM in O.
3. Denique ducantur ex *c* & *b* rectæ *c*O & *b*O.

Erit *b*O*c* pars umbræ in opacum PRSQ projecta.

## SCHOLION.

90. *Hinc ſimul intelligitur, quid factu opus ſit, ſi opacum fuerit humilius radio DM: erit enim pars umbra* boc, *e. gr. trapezium* bd ec.

## PROBLEMA 30.

91. *Determinare umbram priſmatis ACBFED in aere penduli.*

Tab. VI. Fig. 34.

## RESOLUTIO.

1. Demittantur ex angulis F, E & D perpendiculares ad pavimentum DN, EH, FI.
2. Ex punctis N, H & I ad punctum M, quod ob lumen datum L datur, ducantur rectæ OM, IM & KM.
3. Porro ex L per A & B ducantur rectæ OL & KL, itemque ex L per F & E rectæ PL & QL.

Erit OKPQ apparentia umbræ (§. 82).

## SCHOLION.

92. *Quoniam Sol per radios ad ſenſum parallelos radiat* (§. 92 Optic.); *quæ de umbra projectione hactenus dicta ſunt, ad ſolarem applicari nequeunt. Cum tamen umbrarum ſolarium uſus ſit frequentior, quam cæterarum, de earum quoque projectione regulæ nonnullæ ſunt tradendæ & ne prolixiores eſſe cogamur, ad caſum ſuperiorem reducendæ.*

## PROBLEMA 31.

93. *Data altitudine Solis ſupra horizontem, determinare umbram cubi ABCD ſcenographice delineati & tabulæ inſiſtentis, Solis radiis eidem tabulæ parallelis incidentibus.* Tab. V. Fig. 35.

## RESOLUTIO.

1. Quoniam Sol radiat per radios parallelos (§. 92 *Optic.*), radii autem plano tabulæ paralleli exiſtunt; *per hypoth.* per angulos ſolidi ſingulos agantur rectæ inter ſe & cum tabula parallelæ HL, EK & FG.
2. Per angulos ſuperiores aut puncta ſublimia A, B, C, D agantur rectæ BL, AK, DI cum perpendicularibus BH, AG, HG conſtituentibus angulos complemento altitudinis Solis æquales.

Cum enim anguli L, K & I ſint altitudini Solis æquales (§. 226 *Geom.*); erunt L, K & I termini umbræ a cubo projectæ.

## SCHOLION.

94. *Caſus hic facillimus eſt, in quo ſupponitur, ſolem eſſe in plano tabulæ. Facilior tamen adhuc erit operatio, ſi ſuppoſueris Solem 45 gradibus ſupra Horizontem eſſe elevatum: tum enim umbræ longitudinem FI altitudini DF æqualem eſſe conſtat* (§. 147 Optic.).

## LEMMA 2.

95. *Si fuerint lineæ quotcunque*

Tab. VI. Fig. 36. *CD, EF &c. inter ſe parallelæ, ſitque extra planum CDEF recta AB parallela uni CD, etiam alteri cuicunque EF parallela erit.*

*DEMONSTRATIO.*

Ducatur AC ipſi BD & CE ipſi FD parallela junganturque puncta B & F recta BF, puncta E & A recta EA. Quoniam DC parallela tam ipſi AB, quam ipſi EF, *per hypoth.* erit DF = CE, BD = AC, AB = CD = EF (§. 242 *Geom.*). Et quia AB tanquam parallela ipſi CD eſt cum recta CD in eodem plano *per hypoth.* erit angulus BDF = ACE (§. 449 *Geom.*), conſequenter BF = AE (§. 169 *Geom.*). Quare cum etiam ſit AB = EF *per demonſtrata*; erit ABFE vel rectangulum, vel rhomboides (§. 96. 97 *Geom.*) adeoque AB ipſi EF parallela (§. 320 *Geom.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA 4.*

Tab. VI. Fig. 37. 95. *Si recta CD ex oculo D in tabulam ducta ſit lineæ objectivæ AB parallela; hujus apparentia FE in tabula producta tranſibit per punctum C.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam CD utpote ipſi AB parallela cum ea in eodem plano eſt; omnes rectæ a punctis ſingulis rectæ objectivæ AB ad punctum quodcunque rectæ CD ductæ erunt in eodem plano ACDB. Lineæ igitur AB apparentia CE eſt in interſectione tabulæ & plani CDBA (§. 21). Ergo EF in tabula producta neceſſario rectæ DC occurit in puncto C, ubi tabulam ſecat. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

97. Quoniam CD eſt parallela omnibus lineis objectivis, quæ in plano Geometrico ipſi AB parallelæ ſunt (§. 94); apparentiæ parallelarum productæ omnes in eodem puncto C concurrere debent.

*PROBLEMA 32.*

98. *Sole ultra tabulam conſtituto, data ejus diſtantia a plano verticali & altitudine ſuper plano Geometrico, in quo corpus conſtituitur, exhibere apparentiam umbræ ejusdem corporis ſcenographice repræſentati.* Tab. VI. Fig. 38. n. 1.

*RESOLUTIO.*

1. Ex puncto principali V erigatur VA ad lineam horizontalem HR perpendicularis & diſtantiæ oculi VL æqualis.
2. Fiat in A angulus diſtantiæ Solis a plano verticali æqualis.
3. In B erigatur perpendicularis indefinita factaque BC = BA fiat angulus C altitudini Solis æqualis, ut habeatur punctum D.
4. Quodſi jam quæratur apparentia umbræ, quam projicit punctum ſublime H; demiſſa perpendiculari HI, ducatur per I recta KB & per H recta KD.

Dico,

Dico, IK eſſe apparentiam umbræ quæſitam, adeoque umbram corporis cujuscunque reperiri ut in problematibus ſuperioribus, ſi puncto D utamur tanquam infimo puncto candelæ & B tanquam puncto, cui illud perpendiculariter imminet.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam AV ad HR perpendicularis & angulus A diſtantiæ Solis a plano verticali, VA vero diſtantiæ oculi a tabula æqualis *per conſtruct.* ſi triangulum BAV concipiatur elevari, donec plano Geometrico ſit parallelum, erit VA in plano verticali (§. 10) adeoque radius BA ex oculo A verſus Solis plagam tendens in eodem plano, in quo hæret centrum Solis. Quare cum radius Solis per punctum I tranſiens & umbram ejus terminans ſit in eodem plano (§. 124 *Optic.*) & triangulum BAV parallelum plano Geometrico, *per hypoth.* erit BA radio iſti parallela adeoque hujus apparentia IK in puncto B cum linea horizontali HR concurrit (§. 95), conſequenter quia omnes radii umbram corporis in plano Geometrico terminantes ſunt paralleli (§. 92 *Optic.*); omnium apparentiæ in puncto B concurrere debent (§. 96). *Quod erat unum.*

Quodſi triangulum DCB concipiamus normaliter erectum ſuper triangulo BAV, quia BC = BA & angulus C altitudini Solis æqualis *per conſtruct.* radius CD ad centrum Solis dirigitur & triangulum ipſum DBC in eodem plano eſt, in quo centrum Solis hæret, *per demonſtrata.* Quare cum radius tranſiens per punctum ſublime H ſit in eodem plano & cum recta ipſi AB parallela angulum ipſi C, hoc eſt, altitudini Solis æqualem efficiat; erit etiam DC parallela eidem radio. Sit enim AB ipſi KI parallela & $o = x$. Ducta perpendiculari GK, erit $y = u$ (§. 75. 226 *Geom.*), adeoque AD ipſi HK parallela (§. 240 *Geom.*). Ergo apparentia rectæ HK in tabula continuata per punctum D tranſit (§. 9). Quoniam vero radii ſolares per quotcunque puncta ſublimia ducti inter ſe paralleli ſunt (§. 92 *Optic.*); omnium apparentia in puncto D concurrere debent (§. 96). *Quod erat alterum.* n. 2.

*PROBLEMA 33.*

99. *Sole ante tabulam conſtituto, data ejus diſtantia a plano verticali & altitudine ſuper Horizonte ſeu plano Geometrico, in quo corpus conſtituitur, exhibere apparentiam umbræ ejusdem corporis ſcenographice repræſentati.* Tab. VI. Fig. 39.

*RESOLUTIO.*

1. Ex puncto principali V erigatur

tur VA ad lineam horizontalem HR perpendicularis & diſtantiæ oculi æqualis.

2. Fiat in A angulus diſtantiæ Solis a plano verticali æqualis.

3. In B erigatur perpendicularis indefinita factaque BC = BA fiat angulus C altitudini Solis æqualis, ut habeatur punctum D.

Erit B punctum, in quo concurrunt rectæ per puncta ductæ, in quæ cadunt perpendicula ex ſublimibus demiſſa, & D punctum, in quo concurrunt, quæ per ſublimia ducuntur; adeoque his datis reliqua peraguntur ut in ſuperioribus problematibus.

*DEMONSTRATIO.*

Quemadmodum conſtructio, ita etiam demonſtratio eadem eſt, quæ problematis præcedentis, niſi quod radius per ſolem & oculum ductus CD infra lineam horizontalem HR cum tabula concurrere debet, quia ante eam adeoque a tergo ſpectatoris poſitus ſupponitur.

*SCHOLION.*

100. *Exempla non addimus, quia datis punctis B & D, reliqua ex ſuperioribus ſatis manifeſta ſunt. Id tamen moneri non inconſultum ducimus, quantitates rectarum VB & BD extra tabulam inveſtigari & inventas in eam transferri poſſe, ne multitudo linearum operationem confundat.*

*PROBLEMA 34.*

101. *Data ſcenographia feneſtræ atque corporis, umbræ apparentiam exhibere, quam proiicit ad lumen feneſtræ.* Tab. VI. Fig. 40.

*RESOLUTIO.*

1. Ex medio feneſtræ E, itemque ex angulis A & B demittantur perpendiculares EF, AC, BG, & EF continuetur in D, ut habeatur altitudo feneſtræ ED.

2. Ex tribus punctis C, F & G ducantur rectæ per ſingula puncta inferiora, in quæ nempe cadunt perpendicula ex punctis ſublimibus demiſſa, ut in ſuperioribus.

3. Per puncta ſublimia ducantur rectæ ex E & D.

Ita nimirum per rectas ex E ductas determinabitur umbra plena, hoc eſt, nullo lumine per feneſtram directe radiante perfuſa, & per rectas ex D ductas umbra diminuta, lumine nempe aliquo diluta: prout ex ſuperioribus ſatis intelligitur.

*SCHOLION 1.*

102. *Si quæ lineæ caderent intra ambitum aliarum, eæ omittuntur.*

*SCHOLION 2.*

103. *Poſſet quoque umbra in plano Geometrico delineari & inſtar figurarum aliarum per regulas capite ſecundo traditas, in tabulam projici: Sed cum ea methodus præter neceſſitatem prolixitate moleſta accideret, peculiares ea de re regulas exhibere debuimus.*

CA-

# CAPUT V.

## De ANAMORPHOSIBUS SEU PROIECTIONIBUS MONSTROSIS.

### DEFINITIO 19.

104. *Anamorphoſis ſeu projectio monſtroſa* eſt deformatio imaginis in plano aut ſuperficie alicujus corporis, quæ ex certo intervallo viſa formoſa apparet.

### PROBLEMA 35.

105. *Anamorphoſin in plano perficere.*

### RESOLUTIO.

1. Conſtruatur quadratum ABCD arbitrariæ magnitudinis, & latere AB in partes quotcunque æquales diviſo, in areolas quadratas minores reſolvatur. Quadratum hoc *craticulam Prototypi* appellant.
2. In hoc quadrato delineetur Prototypon ſeu imago deformanda; in his enim praxibus ſupponitur ars delineandi communis.
3. Ducatur linea *a b* in tot partes æquales diviſa, in quot diviſum eſt latus prototypi A B, eidemque lateri æqualis.
4. In medio E erigatur perpendicularis EV eo longior, quo deformior apparere debet imago.
5. Ad EV ducatur perpendicularis VS eo minor, quo deformior imago apparere debet.
6. A ſingulis diviſionum punctis ducantur ad V lineæ rectæ & puncta *a* atque S jungantur itidem recta *a* S.
7. Per puncta *d*, *e*, *f*, *g* agantur rectæ ipſi *ab* parallelæ; erit *a b c d craticula ectypi.*
8. Per ſingulas areolas craticulæ ectypi diſperge, quæ in reſpondentibus areolis craticulæ prototypi delineata conſpiciuntur.

Ita obtinebis imaginem difformem, quæ oculo intervallo FV ab ea diſtanti & per altitudinem VS ſupra eam elevato formoſa apparebit (§. 202 *Optic.*).

### SCHOLION 1.

106. *Jucundius accidit ſpectaculum, ſi imago deformata non merum chaos, ſed aliam imaginem ab ea diverſam, quæ hoc artificio deformata fuit, exhibeat.*

### SCHOLION 2.

107. *Neque vero opus eſt, ut quadratum deformatum ſit craticula æquale; ſufficit in areolis homologis fieri projectionem.*

### SCHOLION 3.

108. *Mechanice anamorphoſin perficies, ſi prototypon acu hinc inde perforatum candelæ aut lampadi accenſæ opponas, & puncta, in quæ radii per foramina delapſi incidunt, in plana vel curva ſuperficie imaginem deformatam exceptura notes. Errant autem, qui radiis ſolaribus ad hoc artificium utuntur, quia hi ſunt paralleli adeoque nullibi concurrunt: quod tamen fieri neceſſe eſt eo in loco, ubi oculus collocandus.*

### SCHOLION 4.

109. *Lumine tamen ſolari commode utimur ad imaginem formoſam prototypo dato ſimilem in ſuperficie quacunque delineandam. In tabula ſcilicet, ſuper qua prototypon expanſum aut erectum, duo infiguntur ſtyli ejusdem altitudinis, ſi ectypon prototypo æquale eſſe debet, vel diverſæ, ſi unum altero majus deſideratur: quo facto, tabula ſoli ita objicitur ut ſitu ejus lente mutato umbra ſtyli unius per ſingula lineamenta prototypi oberret. Dum enim umbra ſtyli alterius per ſimiles vias in ſuperficie quacunque eidem oppoſita incedit; notatis veſtigiis, ectypon prototypo ſimile delineabitur. Si umbra diſplicet, apici ſtyli affige orbiculum exiguo foramine pertuſum, ut radius lucidus penicilli vices ſuſtineat.*

### PROBLEMA 36.

Tab. VI. Fig. 42. n. 1.

110. *In ſuperficie coni convexa anamorphoſin perficere.*

### RESOLUTIO.

Ex problemate præcedente ſatis apparet, non alia re opus eſſe, quam ut craticula ectypi paretur in ſuperficie coni, quæ oculo vertici ejus admoto appareat craticulæ prototypi æqualis. Igitur

1. Baſis coni ABCD per diametros dividatur in ſectores quotcunque æquales, peripheria nempe in partes quotcunque æquales diviſa.
2. Radius unus dividatur quoque in aliquot partes æquales & ex centro per ſingula diviſionum puncta ducantur circuli concentrici. Ita craticula prototypi erit perfecta.
3. Dupla diametro AB tanquam radio deſcribatur quadrans EFG, ut arcus EG ſit integræ peripheriæ æqualis (§. 390 *Geom.*) & quadrans ipſe complicatus ſuperficiem Coni exhibeat, cujus baſis eſt circulus ACBD.
4. Arcus EG dividatur in tot partes æquales, in quot peripheria craticulæ prototypi diviſa, & ex centro F ad ſingula diviſionum puncta ducantur radii.
5. Producatur GF in I, donec FI = FG, ex centro I radio IF ducatur quadrans FKH, ex I vero ad E recta IE.
6. Arcus KF dividatur in tot partes æquales, in quot radius craticulæ prototypi diviſus, & per ſingula diviſionum puncta ducantur radii ex centro I ipſi EF in 1, 2, 3 &c. occurrentes.
7. Denique ex centro F radiis F1, F2, F3 &c. deſcribantur arcus concentrici. Ita habebis craticulam ectypi, cujus ſingulæ areolæ

olæ videbuntur inter ſe æquales (§. 202 *Optic.*).

8. Quodſi igitur ea, quæ in ſingulis areolis craticulæ prototypi delineata ſunt, in areolas craticulæ ectypi transferas; imago deformabitur: oculo autem ſuper vertice coni rite elevato formoſa apparebit.

*COROLLARIUM* 1.

111. Quodſi in craticula prototypi ſubtenſas quadrantum & in craticula ectypi ſubtenſas quartarum partium ducas, reliquis omnibus manentibus iisdem; habebis craticulas ad anamorphoſin in pyramide quadrangulari perficiendas. Hinc vero ulterius intelligitur, quomodo imago deformari poſſit in pyramide quacunque alia, cujus baſis eſt polygonum quoddam regulare.

*CORCLLARIUM* 2.

112. Si quadrantem HFI invertas, ita ut radius ſit in E ad FE perpendicularis, reliqua vero omnia fiant ut ante; craticula prodibit imaginis in ſuperficie concava coni deformandæ: ſpectatur enim, oculo baſi oppoſito. Tab. VI. Fig. 42. n. 2.

*SCHOLION.*

113. *Quia oculus magis hallucinatur, ſi ex objectis contiguis de diſtantia partium in imagine deformata judicare neſciverit, imagines iſtiusmodi deformatæ per exiguum foramen adſpici debent.*

*FINIS Perſpectivæ.*

## Errata ſic corrige.

| Pag. | Lin. | Errat. | Corrig. | Pag. | Lin. | Errat. | Corrig. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 90 | 22 | BF | OF | 102 | 34 | plura | plana |
| 95 | 27 | AL | KI | 105 | 23 | TZ | FZ |
| 98 | 31.32 | inter ſe parallelæ | ipſi IK parallela | | 11 | 3 in 4 | 3 in 4 pone |
| 99 | 17 | QR | VR | 107 | 8 | planum | tabulam |
| | | | | 109 | 18 | HC | DF |

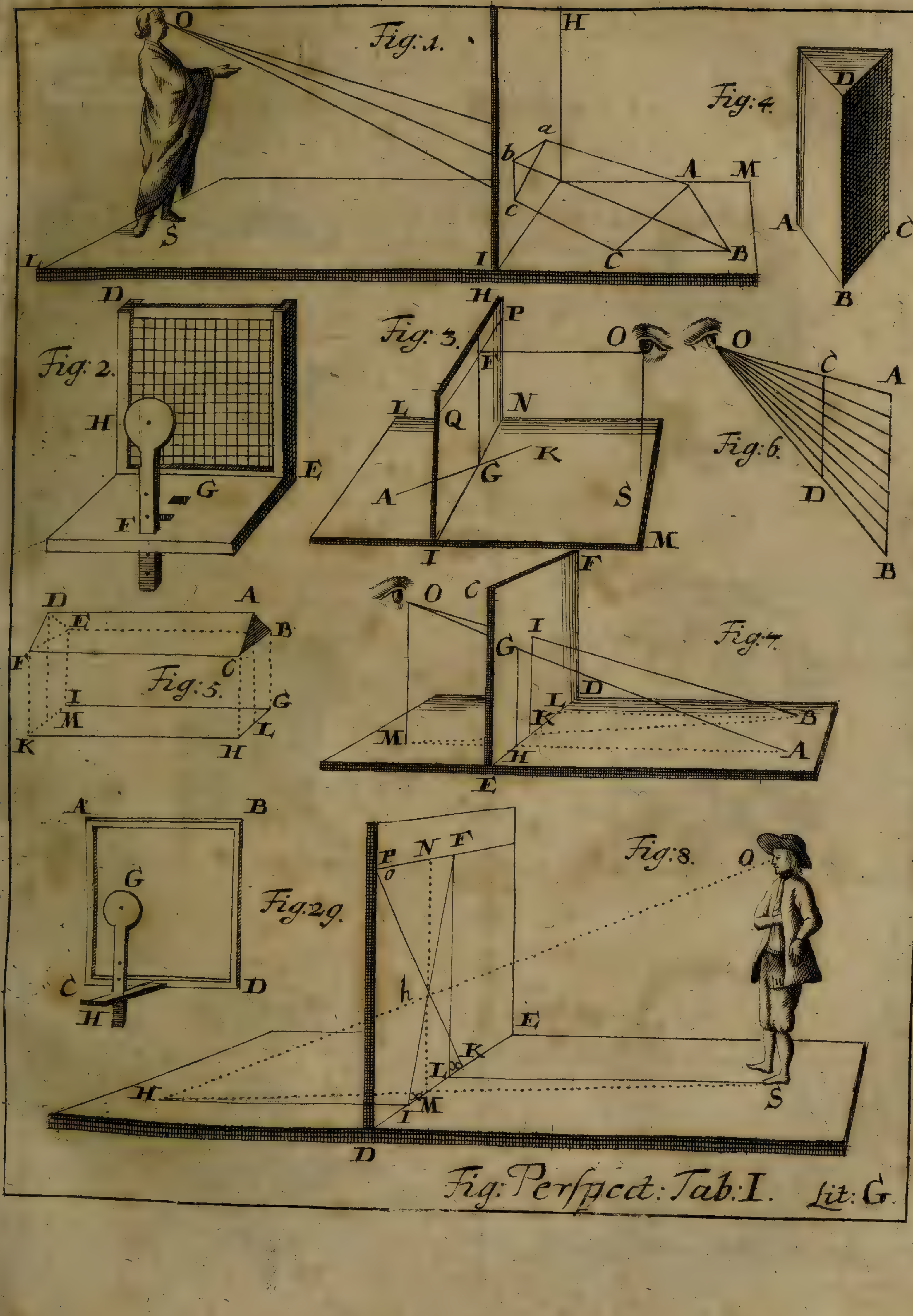
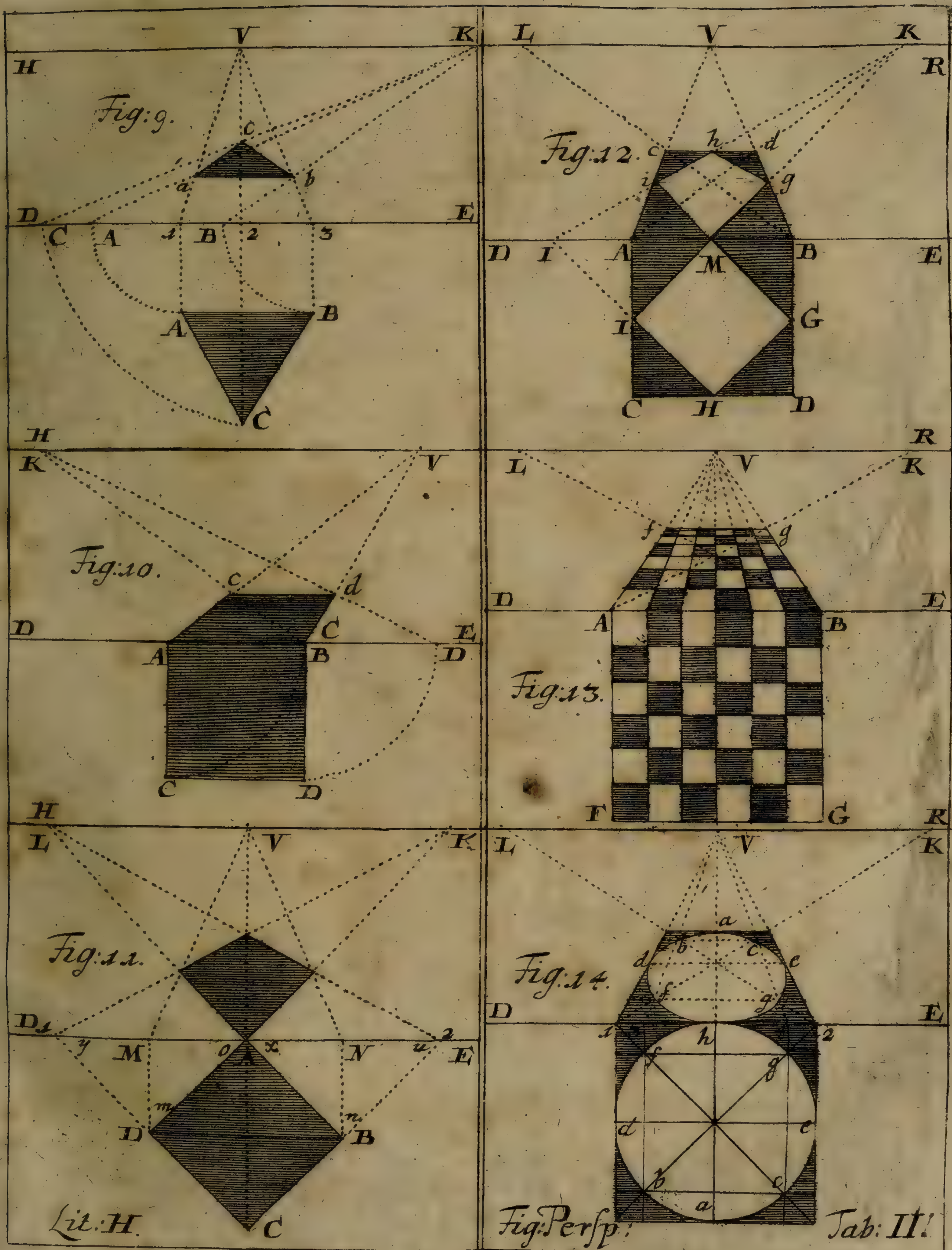



Fig: Perſpect: Tab: I. Lit: G.




Lit:H. Fig:Perſp: Tab: II.

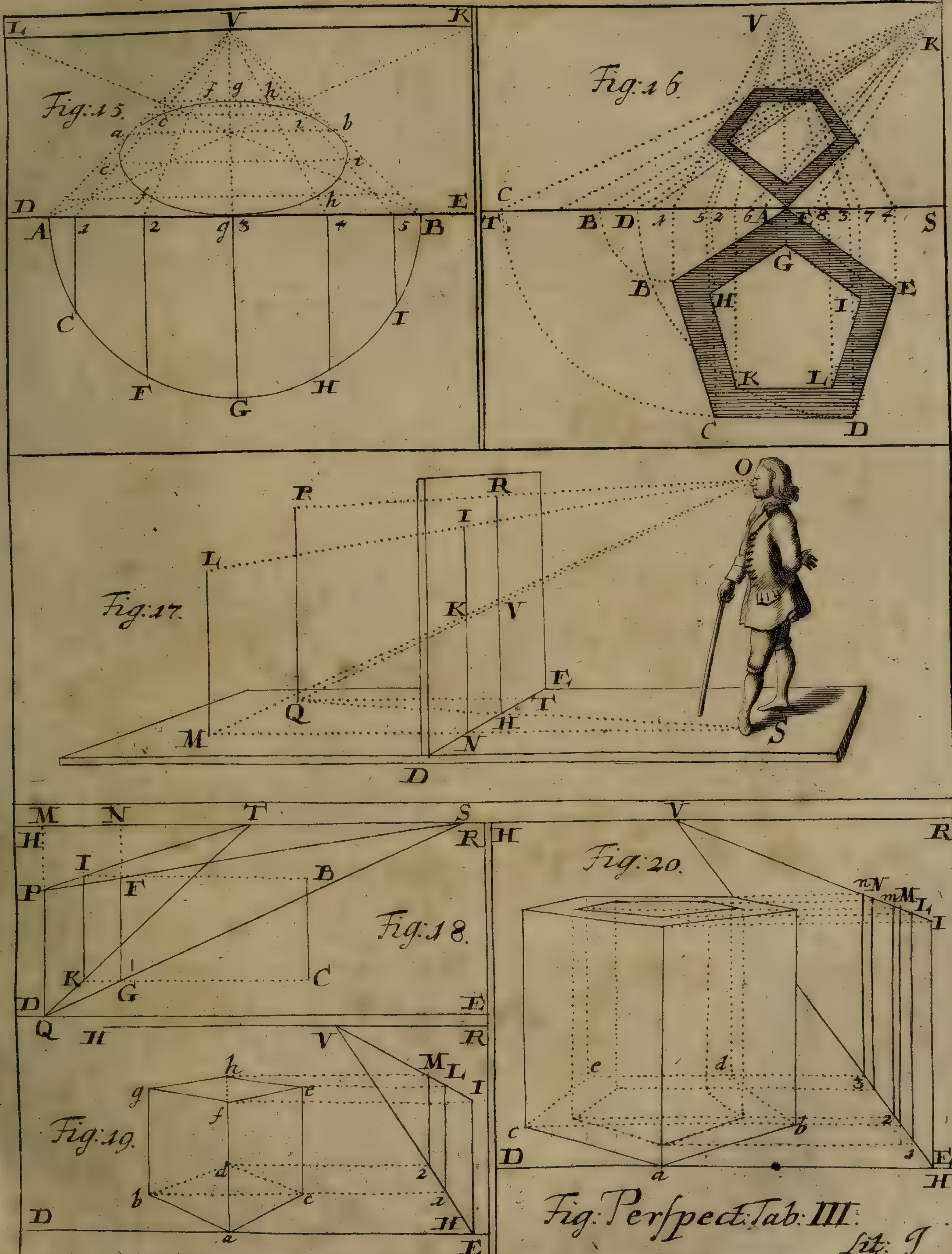



Fig: Perſpect: Tab: III.

Lit: J.

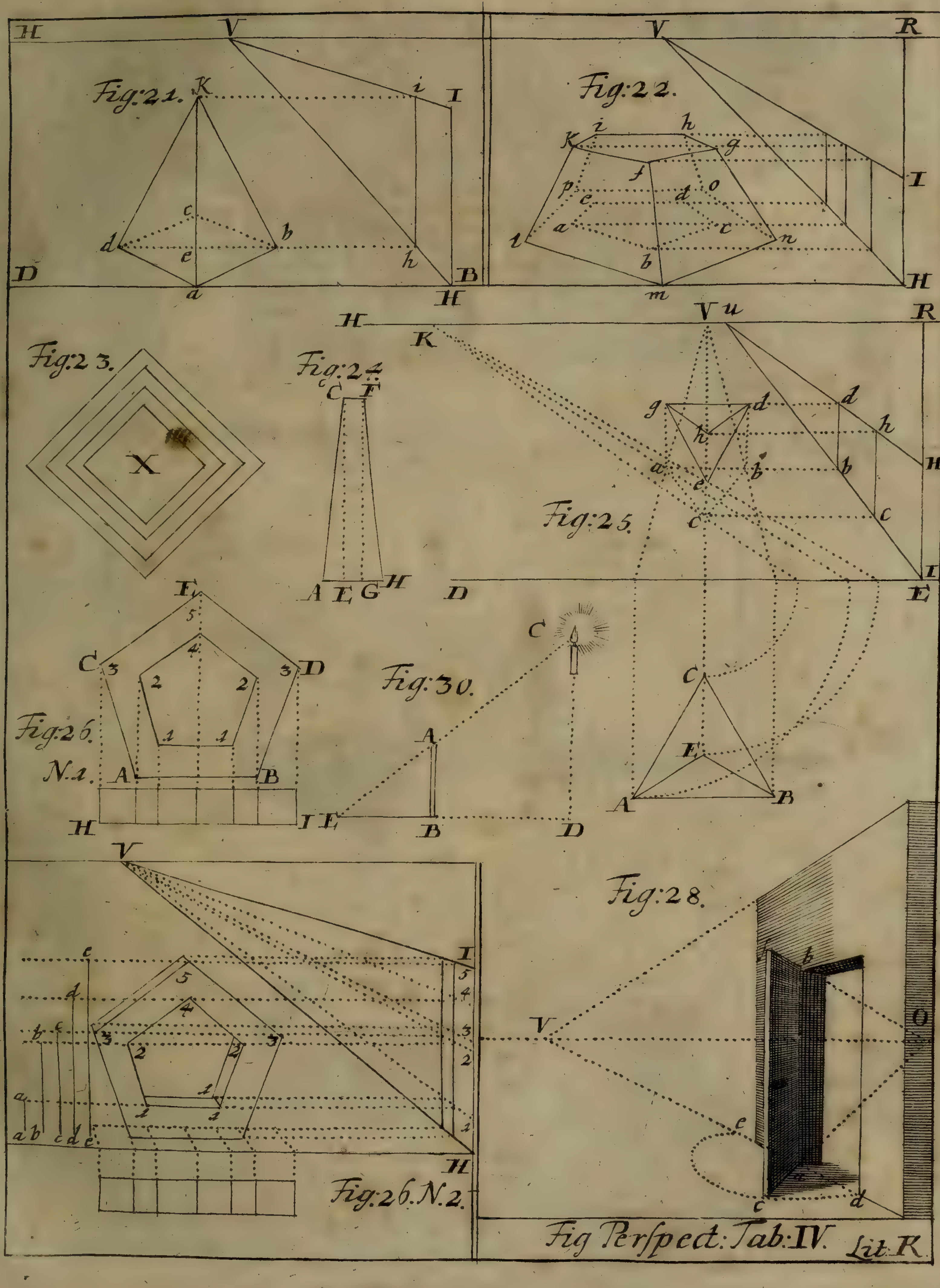



Fig Perſpect: Tab:IV. Lit:R

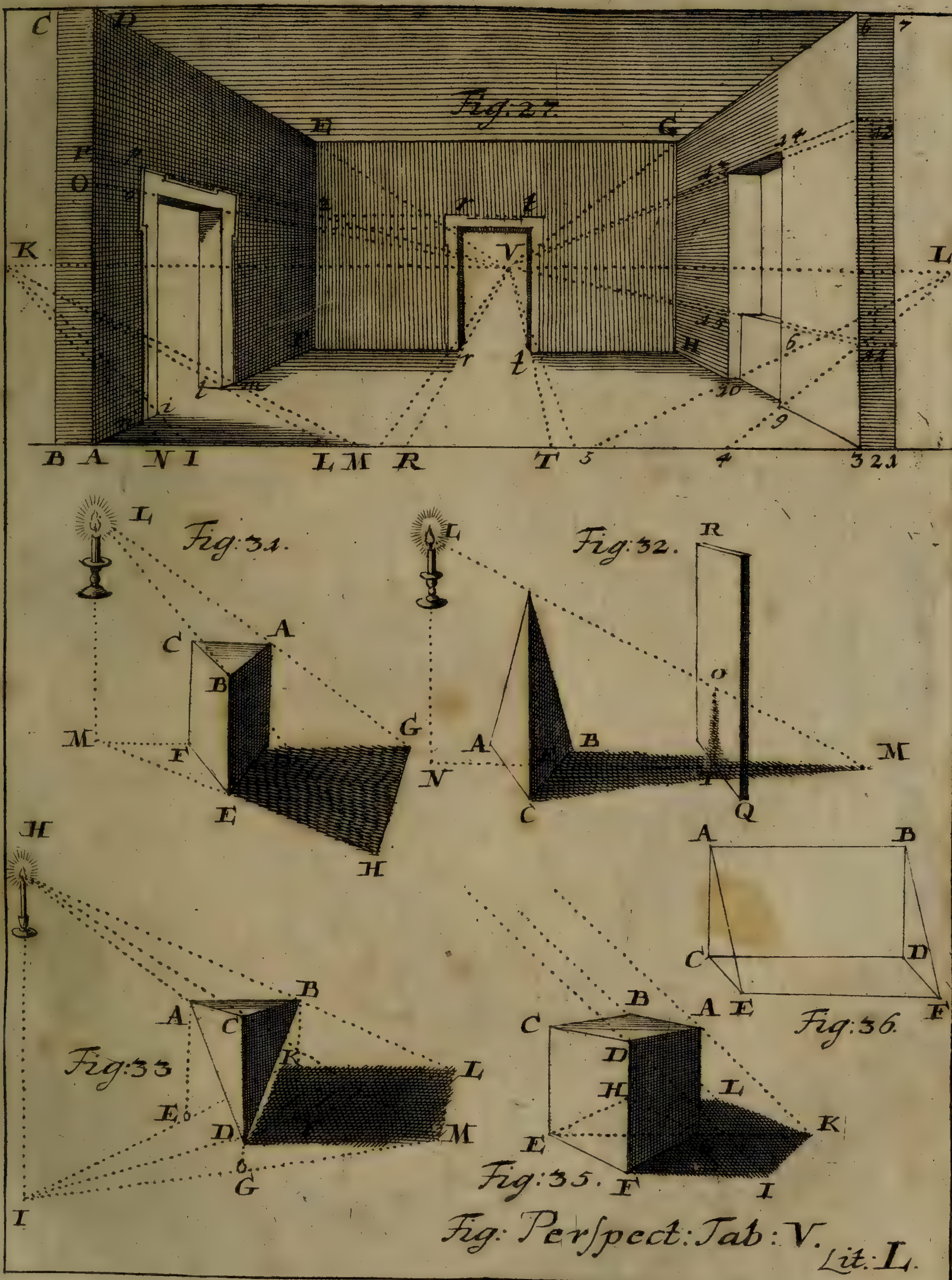


Fig: Perſpect: Tab: V.
Lit: L.

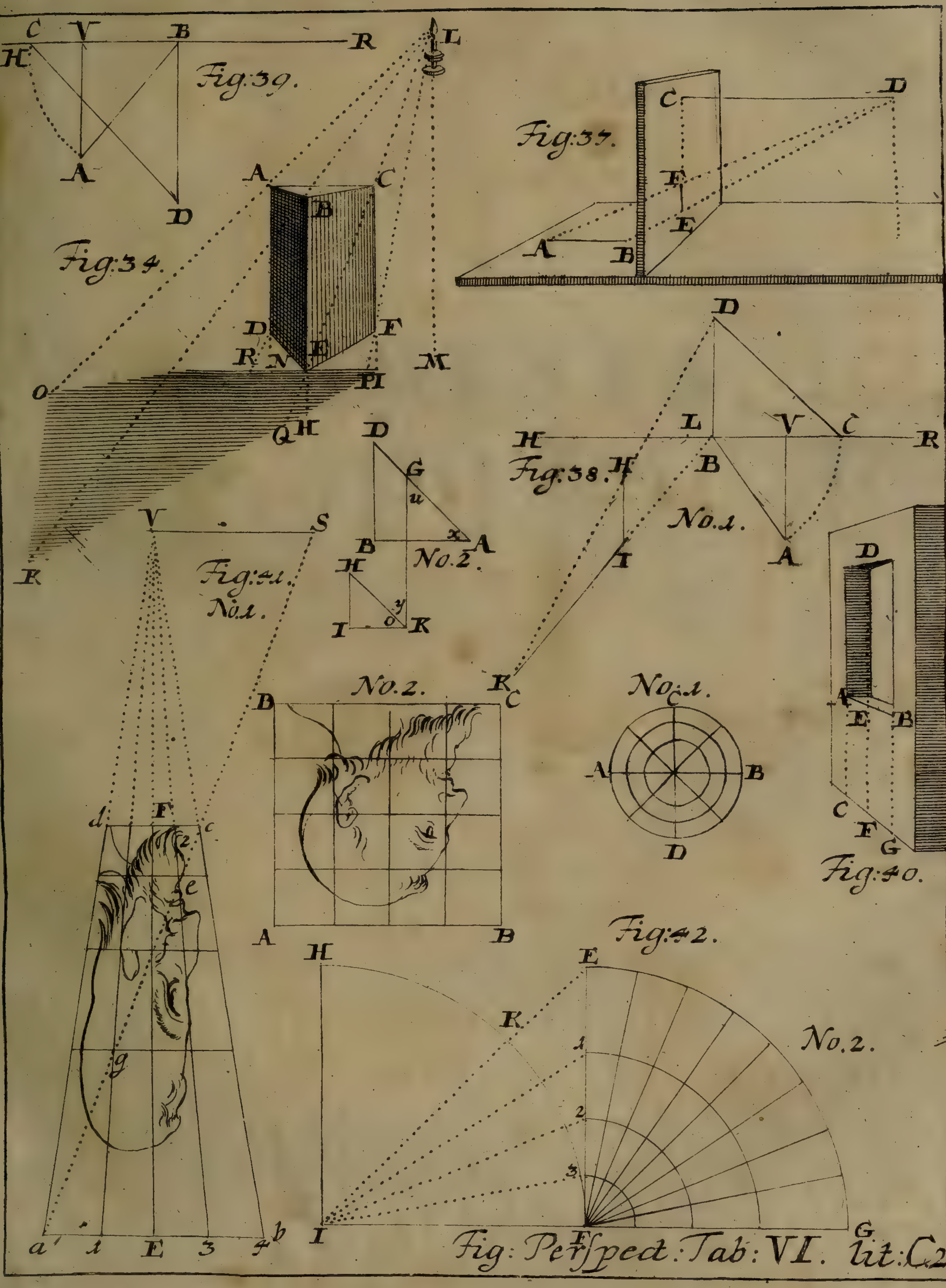



Fig: Perſpect: Tab: VI. lit: C2.

# ELEMENTA
# CATOPTRICÆ.

# PRÆFATIO.

Singularia prorſus ſunt ſpeculorum phænomena; quorum alia, quia quotidiana, vileſcunt, alia vero, quia in vulgus minus nota, in admirationem rapiunt ſpectatores. Neque ſine ratione mirum videtur, multitudinem objectorum per ingens ſpatium diffuſam videre, ubi ſpatium nullum eſt; videre item objecta in libero aëre pendentia, ubi nihil prorſus adeſſe tactu experimur; immo videre objecta nunc juſto majora, nunc minora, nunc formoſa, nunc difformia. Qui Opticæ principia cognita atque perſpecta habent, phœnomenorum iſtorum rationes generales haud difficulter perſpiciunt. Radii ſcilicet a ſpeculis reflexi ſpeciem objecti ad oculum ferunt, quia per reflexionem cum aliis non confunduntur

tur

tur (a): tale autem objectum ſpectandum exhibent, quale foret, ſi per eosdem radios in oculum radiaret, qui a ſpeculo reflexi in eum illabuntur (b). Id vero expreſſius docet Catoptrica, reflexionem luminis in omni ſuperficierum politarum genere ad examen revocans. Explicabimus itaque naturam reflexionis in ſpeculis tam planis quam convexis & concavis. Ultra ſuperficies tamen ſphæricas, cylindricas & conicas non multum progrediemur: quia ſpecula aliis figuris prædita hactenus parare fere neſciunt artifices. Quemadmodum vero praxin theoriæ conſtanter conjunxi in diſciplinis anterioribus; ideo quoque conſultum duxi, ut ſingulorum ſpeculorum fabricam una exponerem variosque eorum uſus oſtenderem. A multis præjudiciis animum liberat Catoptrica, experimentis ad promovendam ſcientiam naturalem conducentibus anſam præbet, maximas ad vitam jucunditates affert. Magis delectabit hoc ſtudium ſi omnis generis ſpecula fuerint ad manus, ut quæ de eorum effectibus demonſtrantur, experimentis confirmari poſſint.

(a) Optic. §. 76.
(b) Optic. §. 326.

ELE-

# ELEMENTA CATOPTRICÆ.

## CAPUT I.

## DE FUNDAMENTIS CATOPTRICÆ.

### DEFINITIO 1.

1. *Catoptrica* ſeu *ſpecularia* eſt ſcientia viſionis reflexæ.

### DEFINITIO 2.

2. *Viſio reflexa* eſt, quam efficit radius reflexus a ſpeculo.

### DEFINITIO 3.

3. *Speculum* eſt omne corpus politum & lumini impervium.

### SCHOLION.

4. *Ita aqua in puteis & fluminibus profundis in ſpeculorum numero habetur & metalla polita, quæ præſertim obſcuriorem habent colorem, in ſpecula abeunt.*

### DEFINITIO 4.

5. *Speculum planum* eſt, quod planam habet ſuperficiem.

### DEFINITIO 5.

6. *Speculum convexum* eſt, quod convexam habet ſuperficiem. Per ſpeculum convexum Autores ordinarie intelligunt ſphærice convexum.

### DEFINITIO 6.

7. *Speculum concavum* eſt, quod concavam habet ſuperficiem. Per ſpeculum concavum Autores ordinarie intelligunt ſphærice concavum.

### DEFINITIO 7.

8. *Speculum ſphæricum* eſt, quod ſuperficiem habet ſphæricam. Eſtque vel *convexum*, vel *concavum*.

### DEFINITIO 8.

9. *Speculum cylindricum* eſt, quod habet ſuperficiem cylindricam. Eſtque vel *convexum*, vel *concavum*.

### DEFINITIO 9.

10. *Speculum conicum* eſt, quod habet ſuperficiem conicam.

### DEFINITIO 10.

11. *Speculum parabolicum* eſt, quod habet ſuperficiem conoidis parabolici; *hyperbolicum* vero, quod ſuperficiem conoidis hyperbolici habet.

### DEFINITIO 11.

12. *Speculum ellipticum* eſt, quod habet ſuperficiem ſphæroidis elliptici.

DEFINITIO 12.

13. *Punctum incidentiæ* eſt punctum ſpeculi B, in quod incidit radius BA a puncto radiante A emanans. Vocatur idem *punctum reflexionis* reſpectu radii BC, qui inde reflectitur. Tab. I. Fig. I.

DEFINITIO 13.

14. *Radius incidens* vel *Linea incidentiæ* eſt recta AB a puncto radiante A ad punctum incidentiæ B ducta, per quam lumen ad ſpeculum propagatur.

DEFINITIO 14.

15. *Radius reflexus* vel *Linea reflexionis* eſt recta BC, per quam lumen a puncto reflexionis reverberatur.

DEFINITIO 15.

16. *Cathetus incidentiæ* eſt recta AF a puncto radiante A ad ſpeculum DE perpendicularis.

DEFINITIO 16.

17. *Cathetus reflexionis* eſt recta CF a quocunque radii reflexi DC puncto C ad ſpeculum DE perpendicularis. Vocatur etiam *Cathetus oculi*.

DEFINITIO 17.

18. *Cathetus obliquationis* eſt recta HB ad ſpeculum DE in puncto incidentiæ vel reflexionis B perpendicularis.

DEFINITIO 18.

19. *Angulus incidentiæ* ABD eſt angulus minimus, quem efficit radius incidens cum ſpeculo, vel, ſi ſpeculum convexum aut concavum, cum tangente in puncto incidentiæ.

SCHOLION.

20. *Nimirum radius incidens AB duos efficit cum ſpeculo angulos, alterum acutum ABD, alterum obtuſum ABE; interdum utrumque rectum. Angulus minor ABD dicitur angulus incidentiæ.*

DEFINITIO 19.

21. *Angulus reflexionis* CBE eſt angulus minimus, quem efficit radius reflexus CB cum ſpeculo, vel, ſi id convexum aut concavum, cum tangente in puncto reflexionis. Tab. I. Fig. I.

DEFINITIO 20.

22. *Inclinatio incidentis radii* eſt angulus ABH, quem efficit radius incidens AB cum catheto obliquationis HB.

DEFINITIO 21.

23. *Inclinatio radii reflexi* eſt angulus CBH, quem efficit radius reflexus CB cum catheto obliquationis HB.

THEOREMA I.

24. *Si lumen a ſpeculo quocunque reflectitur, angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.*

DE-

### DEMONSTRATIO.

Cum in omni motu reflexo angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis (§. 400 *Mechan.*); etiam in motu reflexo luminis angulus incidentiæ angulo reflexionis æqualis ſit neceſſe eſt. *Q.e.d.*

### COROLLARIUM I.

ab. I. ig. I. 25. Radius igitur luminis HB perpendiculariter incidens in ſuperficiem ſpeculi DE in ſeipſum reflectitur (§. 61 *Geom.*).

### SCHOLION I.

*26. Veritatem theorematis experientia clariſſime loquitur. Quodſi enim ſpeculo quocunque radius ſolaris per exiguum foramen in locum obſcurum intromiſſus excipiatur, non ſine jucunditate videbis ipſum ita reſilientem, ut angulo incidentiæ angulus reflexionis æqualis ſit. Idem multis adhuc aliis modis experiri poteris. E.gr. Si ſuper ſpeculo DE collocetur ſemicirculus FIG, ita ut centrum ejus ſit in B & ſuperficies ad ſpeculum perpendicularis; ſumtisque arcubus æqualibus Fa & Gc in A collocetur objectum, in C vero oculus; objectum per radium reflexum a puncto B videbitur. Quod ſi punctum B tegatur, non amplius videri poterit.*

ab. I. ig. I.

### SCHOLION 2.

*27. Poterat igitur hæc lex reflexionis ſine probatione axiomatis inſtar aſſumi.*

### COROLLARIUM 2.

28. Ab uno ſpeculi puncto non poſſunt reflecti plures radii ad unum punctum: forent enim omnes anguli incidentiæ eidem angulo reflexionis CBG (§. 24), adeoque etiam inter ſe æquales (§. 79 *Arithm.*): quod eſt abſurdum (§. 76 *Arithm.*).

### COROLLARIUM 3.

29. Radius unus AB in duo vel plura puncta reflecti nequit: forent enim omnes anguli reflexionis eidem angulo incidentiæ ABF æquales (§. 24). Quod eſſe abſurdum, patet ut ante.

### THEOREMA 2.

30. A *quolibet puncto ſpeculi reflectuntur radii a qualibet objecti parte incidentes.*

### DEMONSTRATIO.

A quolibet objecti puncto in ſpeculi punctum quodlibet radius incidit (§. 60 *Optic.*). Quare cum radii incidentes reflectantur (§. 51 *Optic.*); a quolibet puncto ſpeculi reflectuntur radii a qualibet objecti parte incidentes. *Q.e.d.*

### COROLLARIUM I.

31. Cum ab uno puncto ſpeculi radii a diverſis objecti radiantis punctis incidentes in unum punctum reflecti nequeant (§. 28); radii, qui a diverſis objecti radiantis punctis emanarunt, per reflexionem rurſus ſeparantur. Quilibet igitur punctum, unde emanavit, videre facit (§. 76 *Optic.*).

### SCHOLION.

*32. En rationem, cur radii a ſpeculo reflexi ſpectanda exhibeant objecta. Unde ſimul intelligitur, corpora aſpera ita reflectere debere lumen, ut radii a diverſis objectorum*

*punctis illapſi confundantur: id quod ob diverſimode alternantes eminentias & cavitates* (§. 648 Mechan.) *accidere neceſſe eſt.*

### COROLLARIUM 2.

33. In ſingulis ſpeculi punctis duæ fiunt pyramides, altera incidens, altera reflexa, quarum communis vertex eſt in puncto incidentiæ & reflexionis, baſis incidentis in objecto, baſis vero reflexæ continuo fit major.

### THEOREMA 3.

Tab. I. Fig. I. 34. *Si oculus C & punctum radians A loca permutent, punctum in oculum eodem, quo ante, tramite radiabit.*

### DEMONSTRATIO.

Si enim objectum ex A in C transfertur; in punctum reflexionis priſtinum B adhuc radiabit (§. 60 *Optic.*). Quare cum inter duo puncta C & D nonniſi unica recta eſſe poſſit (§. 17 *Geom.*) & radii per lineas rectas repræſententur (§. 46 *Optic.*); qui ante erat reflexionis, nunc incidentiæ erit radius CB (§. 14. 15). Quoniam itaque ſub eodem angulo reflectitur, quo incidit (§. 24); qui ante erat incidentiæ radius, nunc erit radius reflexionis. Objectum igitur in C translatum in oculum in A conſtitutum adhuc radiat per rectas CB & BA. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

35. Objectum igitur per radium reflexum AB perinde videtur ab oculo in A conſtituto, ac ſi ipſe in C, objectum in A ponitur.

### SCHOLION.

36. *Cum theorematis veritas experientia facillime confirmari poſſit; quidam id inſtar principii cum* Euclide *aſſumunt & inde legem reflexionis hunc in modum demonſtrant. Sit angulus incidentiæ angulo reflexionis major, erit ABF > CBE. Facta igitur translatione oculi & objecti, angulus CBE fiet angulus incidentiæ, adeoque CBE > ABF* per hypoth. *Idem adeo angulus ABF & major, & minor eſt altero CBE. Quod cum ſit abſurdum, ABF ipſo CBE major eſſe nequit. Idem abſurdum ſequitur, ſi ponamus angulum incidentiæ minorem eſſe angulo reflexionis. Quoniam itaque angulus incidentiæ nec major, nec minor eſſe poteſt angulo reflexionis, eidem utique æqualis erit.*

### OBSERVATIO 1.

37. *Si ad ſpeculum quodcunque applicetur planum aliquod ad angulos rectos & dioptra, cuius foramen in eo exiſtit, Soli obvertatur; videbis radium reflexum eſſe in eodem plano. Similiter ſi in loco obſcuro radium Solarem per exiguum foramen transmiſſum ſpeculo immoto excipias & ad punctum incidentiæ ita applices, ut radius incidentiæ non minus, quam reflexionis in plano iſto exiſtat; re examinata deprehendes, planum illud eſſe ad ſpeculum rectum. Concordat cum his experientiis ea, quam ſupra* (§. 26) *alium in finem attulimus.*

CO-

### COROLLARIUM I.

38. Apparet adeo, planum reflexionis, in quo nempe radius incidens & reflexus exiſtit, eſſe ad ſuperficiem ſpeculi perpendiculare & in ſpeculis ſphæricis tranſire per centrum.

### COROLLARIUM 2.

39. Cathetus adeo tam incidentiæ, quam reflexionis eſt in plano reflexionis (§. 16. 17).

### SCHOLION.

40. *Quod planum reflexionis ſit ad ſpeculum perpendiculare, exemplo* Euclidis *atque* Alhazeni *tanquam experientia ſatis clarum ſine demonſtratione aſſumere malumus, quam rationibus non ſatis evidentibus ſtabilire.*

### OBSERVATIO 2.

41. *Si ad ſpeculum ſive planum, ſive ſphæricum erigatur ſtylus ad angulos rectos; imagini ſuæ in directum iacet, etiam cum extra ſpeculum concavum in aere apparet. Quod ſi ſtylus punctum aliquod obiecti extremitate ſua attingat, eiusdem puncti imago videbitur in imagine extremitatis ſtyli.*

### SCHOLION.

42. *Hac experientia permoti veteres principii inſtar aſſumſerunt, imaginem objecti in ſpeculo viſi eſſe in catheto incidentiæ. Quare cum certum ſit, eandem eſſe in radio reflexo* (§. 326 Optic.); *tandem intulerunt, eam apparere in concurſu radii reflexi & catheti incidentiæ. Neque vero negandum eſt, id verum eſſe univerſaliter in ſpeculis planis & ſphæricis convexis, nec non ut plurimum in ſpeculis ſphæricis concavis; pauci tamen dantur caſus, in quibus regula fallit, quemadmodum dudum monſtravit* Keplerus (a). *Sed videntur veteres ob caſum illum rariorem, ubi exceptionem patitur, non deſerere voluiſſe principium, per quod reliqua Catoptricæ phænomena demonſtrantur. Ne tamen aliquid aſſumſiſſe videamur, quod veritati conſentaneum non ſit, de ſingulis ſpeculorum generibus ſigillatim demonſtrabimus, an & quibus conditionibus poſitis principium verum ſit.*

## CAPUT II.
## DE
# SPECULIS PLANIS.

### PROBLEMA I.

43. *Tabulam vitream polire, unde ſpeculum planum confici poſſit.*

### RESOLUTIO.

1. Tabula vitrea gypſo agglutinetur tabulæ ligneæ, horizontaliter poſitæ, quæ loco ſuo dimoveri nequit.
2. Tabulæ ligneæ minori agglutinetur tabula vitrea alia. Huic in parte poſtica affixa ſit ciſta, ut tabu-



(a) in Paralipon. ad Vitellionem prop. 18. p. 70.

tabula lapidibus aliisque ponderibus onerari poſſit.

3. Tabula vitrea prior arena per cribrum trajecta, ne inæqualia nimis ſint grana, & aqua conſpergatur, quantum ad extritionem ſufficere judicatur.

4. Tabula vitrea poſterior ſive minor majori ſuperimponatur & huc illucque agitetur, donec una alteram complanaverit.

5. Cum aliqualis planities apparet, arena adhibeatur ſubtilior, & ubi hæc in pultem converſa, tabulæ ſolæ aqua tantum affuſa cum pulvere ſmiridis contriti craſſiori ſe invicem fricent.

6. Quando ad polituram aptæ, ab omnibus impuritatibus aqua affuſa purgentur, ne ullus arenæ aut ſmiridis pulviſculus remaneat, polituram depravaturus.

7. Parallelepipedum ligneum, cujus longitudo aliquoties latitudinem excedit, inferius materia piliari obducatur & eidem materia, qua ad poliendum uteris (e. gr. terra tripolitana vel ſtannum uſtum) aqua contemperata inducatur.

8. Tandem parallelepipedum tabulæ appreſſum huc illucque agitetur, donec ea perfectam politiem nacta fuerit.

SCHOLION I.

44. *Smiride ſi uti volueris, in pulverem contritus aqua immittendus & cum palo ligneo agitandus. Poſtquam craſſiores particulæ ad lævigandum ineptæ fundum petierunt; aqua in aliud vas transfunditur, in quo ſubtiliores ſubſidant: quo facto in tertium decantatur, ut adhuc ſubtiliorem pulverem nanciſcaris. Immo in quartum ex tertio effundi debet, donec etiam omnium ſubtiliſſimi pulviſculi in fundo collecti conſpiciantur. Ita nimirum diverſæ ſubtilitatis ſmiridem adipiſci licet, quo ad lævigandum ſucceſſive utendum.*

SCHOLION 2.

45. *Specula minora ſuper tabula plana ferrea primum exteruntur & deinde eodem modo, quo majora, lævigantur.*

SCHOLION 3.

46. *Difficillimum vero eſt tabulis vitreis perfectam planitiem inducere: quod experientia edocti non diffitentur, qui vitris planis expoliendis operam dedere, ita ut* Hevelius (b) *majus artificium judicet ſuperficiem vitri exacte planam, quam cavam reddere.*

SCHOLION 4.

47. *Ad poliendas tabulas majores artifices ſpecularii utuntur machina politoria, cujus deſcriptionem problemate ſequente tradimus.*

PROBLEMA 2.

48. *Machinam politoriam conſtruere.* Tab. I. Fig. 2.

RESOLUTIO.

1. Cylindro AB rota radiata C inſtructo & verticaliter erigendo infigatur axis curvatus ferreus DE.

2. Axi

(b) in Prolegom. Selenogr. f. 14.

2. Axi DE immittatur annulus ferreus F & huic quatuor haſtæ ferreæ FG applicentur, utrinque in uncum deſinentes.

3. Conſtruantur quatuor quadrangula HI ex tribus regulis ligneis HL, LI & IK & cylindro HK atque regulis transverſis KL & HI; ſitque quadrangulum circa axem cylindri HK mobilis.

4. In medio regulæ LI infigatur uncus M, cui inſeratur uncus haſtæ FG, ita ut cylindro AB circumacto quadrangulum LI nunc protrudatur, nunc retrahatur.

5. Eidem regulæ LI in ſuperficie exteriori affigantur duo annuli & iis inſerantur unci haſtarum ferrearum NO, ad quas applicandum eſt lignum politorium PQ.

6. Baculi RS extremum alterum R inſtrumento politorio, alterum vero S trabi infigatur.

7. Denique ad machinam agitandam utendum eſt rotis dentata *ab*, ſtellata *cd*, radiata *de* & aquaria *fg*, vel aliis modis ſtructura varianda pro diverſa potentiæ applicatione, uti docuimus in Mechanicis cap. 14.

Quodſi enim tabulam vitream ligneæ TV gypſo agglutinatam & ad polituram diſpoſitam ligno politorio ſubjicias; machina lignum politorium huc illucque trahendo tabulam expoliet.

## *PROBLEMA 3.*

49. *Ex tabulis vitreis lævigatis ſpecula plana conficere.*

## *RESOLUTIO.*

1. Super tabula lignea expandatur charta bibula & pulvere cretaceo conſpergatur: quo facto, bractea ſtannea ſuper charta exactiſſime explicetur.

2. Affundatur Mercurius pede leporino aut goſſypio per bracteam æqualiter diſtribuendus.

3. Bracteæ penna purgatæ imponatur charta munda & huic tabula vitrea linteo mundo abſterſa.

4. Manu ſiniſtra tabula vitrea apprimatur & dextra charta lente extrahatur: quo facto tabula charta craſſiori tecta pondere oneretur, ut ſuperfluum Mercurii arceatur & ſtannum ſpeculo certius adhæreat.

5. Ubi exſiccatum fuerit, pondus removeatur: eritque ſpeculum planum confectum.

## *SCHOLION.*

50. *Aliqui Mercurii unciam unam admiſcent unciæ dimidiæ marchaſitæ ad ignem liquefactæ &, ne Mercurius in fumum abeat, in aquam frigidam infundunt, frigefactam per linteum triplicatum aut per corium, ex quibus caligæ fieri ſolent, urgent. Sunt etiam qui quartam unciæ partem plumbi, itemque ſtanni, marchaſitæ addunt, ut ſpecula celerius exſiccentur.*

THE-

THEOREMA 4.

51. *In ſpeculo plano quodlibet objecti punctum* A *videtur in concurſu* B *catheti incidentiæ* AB *& radii reflexi* CB.

Tab. I. Fig. 3.

DEMONSTRATIO.

Sint duo radii reflexi CD & FE, quos ſupponamus in eundem oculum illabi: vel, ſi diſtantia oculorum tanta fuerit, quanta radiorum in F & C, DC in oculum dextrum, FE in ſiniſtrum radiet. Quoniam angulus CDG = EDB (§. 150 *Geom.*) & CDH = ADG (§. 24); erit quoque ADH = EDB (§. 80 *Arithm.*) Porro HEF = DEB (§. 150 *Geom.*) & HEF = AEG (§. 24): ergo BED = AEG (§. 79 *Arithm.*). Sunt igitur BED & EDB duobus rectis minores (§. 225 *Geom.*), conſequenter radii reflexi FE & CD concurrunt in B (§. 247 *Geom.*), eſtque DB = DA (§. 236 *Geom.*). Quare cum etiam ſit angulus BDG = ADG, quia uterque eidem tertio CDH æqualis (§. 150 *Geom.* & §. 26 *Catopt.*); erunt quoque anguli ad G æquales (§. 169 *Geom.*), adeoque AB ad HG perpendicularis (§. 76 *Geom.*), hoc eſt, AB eſt cathetus incidentiæ (§. 16). Concurrunt itaque radii reflexi FE & CD cum catheto incidentiæ AB in eodem puncto B. Ita ergo in oculum radiat punctum A, ac ſi coni optici vertex eſſet in B (§. 315 *Optic.*). Quamobrem punctum radians A videtur in B, hoc eſt, in concurſu catheti incidentiæ cum radio reflexo (§. 316 *Optic.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

52. Quoniam ex demonſtratione liquet, omnes radios reflexos cum catheto incidentiæ uniri in B; per quemcunque radium reflexum punctum radians A videatur, in eodem ſemper loco videtur. Quotquot igitur idem objectum in eodem ſpeculo contuentur, in eodem quoque loco poſt ſpeculum illud vident, ſicque unius objecti unica tantum eſt imago, neque duobus oculis geminatum apparere poteſt.

COROLLARIUM 2.

53. Quia vi ejusdem demonſtrationis BD = DA; diſtantia imaginis B ab oculo C componitur ex radio incidente AD & reflexo CD.

COROLLARIUM 3.

54. Immo quia per demonſtrationem manifeſtum eſt, omnes radios reflexos cum catheto incidentiæ uniri in B; objectum A reflexe eodem modo radiat, quo radiaret directe, ſi in locum imaginis transferretur.

COROLLARIUM 4.

55. Si igitur lumen Solis a ſpeculo plano reflectitur, eodem modo propagatur, quo per foramen transmiſſum, adeoque luminis reflexi figura erit rotunda

& cre-

& creſcente diſtantia a ſpeculo creſcet, hoc eſt, imaginem Solis majorem exhibet (§. 278 *Optic.*).

### THEOREMA 5.

Tab. I. Fig. 3. 56. *Imago puncti radiantis B tanto intervallo poſt ſpeculum planum apparet, quanto ipſum punctum radians A ante ſpeculum diſtat.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam imago B videtur in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi CB; erunt anguli ad G recti (§. 16) adeoque æquales (§. 139 *Geom.*). Sunt vero etiam anguli ADG & GDB æquales, quia uterque eidem tertio CDH æquatur (§. 150 *Geom.* & §. 26 *Catoptr.*). Ergo AG = GB (§. 236 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

57. Si ergo ſpeculum AG fuerit horizontaliter collocatum; punctum A tanto intervallo infra ſpeculum demerſum videbitur, quanto ſupra ipſum elevatur. Erecta igitur ſitu inverſo in eodem apparent, adeoque homines capite deorſum, pedibus ſurſum videntur.

### COROLLARIUM 2.

58. Quare ſi ad parietem, in quem per exiguum foramen projiciuntur ſpecies objectorum inverſæ (§. 118 *Optic.*), ſpeculum horizontaliter colloces; videbis in eo imagines ſitu erectas.

(II.)

### COROLLARIUM 3.

59. Quodſi ſpeculum HG ad laquear conclavis applicetur, ita ut horizonti parallelum exiſtat; objectum tanto intervallo ultra laquear elevatum apparet, quanto infra id depreſſum, videnturque erecta denuo inverſa, adeoque homines capite deorſum, pedibus ſurſum.

### THEOREMA 6.

60. *In ſpeculo plano imago eſt objecto ſimilis & æqualis.*

### DEMONSTRATIO.

Quodlibet enim objecti punctum 1. 2. 3. 4 &c. videtur in catheto incidentiæ (§. 51) ſecatque ſpeculum catheti incidentiæ partem inter punctum radians & ejus imaginem interceptam bifariam (§. 56). Quodſi ergo a ſingulis punctis objecti 1. 2. 3. 4 &c. demittantur ad ſpeculum BG perpendiculares ultra id continuandæ, donec fiat 1. *a* = I *a*, 2. *a* = II. *a*, 3. *a* = III. *a*, 4. *a* = IV. *a* &c. quotlibet imaginis puncta I. II. III. IV &c. determinantur. Quodſi ergo concipiamus perpendiculares 1 *a*, 2. *b*, 3. *c*, 4. *d* &c circa centra *a*, *b*, *c*, *d* &c. ita convolvi, ut ſecum rapiant ſua puncta objectiva 1, 2. 3. 4 &c. eaque deferant in plani partes oppoſitas; tum quidem 1 in I, 2 in II, 3 in III, 4 in IV cadere intelligitur, adeoque objectum imagini ſuæ congruit (§. 3 *Geom.*), Tab. I. Fig. 4.

*Geom.*), conſequenter imago objecto & ſimilis, & æqualis eſt (§. 155 *Geom*). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

61. *Hinc ſpeculorum planorum uſus eſt in contemplanda facie.*

### THEOREMA 7.

62. *In ſpeculo plano dextra apparent ſiniſtra & ſiniſtra contra videntur dextra.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam enim punctum 1 videtur in catheto incidentiæ ſuæ, nempe in I, & 4 in catheto incidentiæ ſuæ, nempe in IV (§. 51); dextra videntur e regione dextrorum & ſiniſtra e regione ſiniſtrorum. Sed ſi alterius faciem extra ſpeculum contuearis, ejus dextra tuæ ſiniſtræ & ejus ſiniſtra dextræ tuæ reſpondet. Quare in ſpeculo dextra apparent ſiniſtra & contra ſiniſtra videntur dextra. *Q. e. d.*

### PROBLEMA 4.

Tab. I. Fig. 5. 63. *Datis puncto radiante A & loco oculi C, invenire punctum reflexionis D.*

### RESOLUTIO.

Demiſſis ex C & A perpendicularibus CE & AG, hoc eſt, ductis cathetis incidentiæ & reflexionis (§. 16. 17), fiat: ut ſumma cathetorum incidentiæ & reflexionis AG & CE ad cathetum reflexionis CE; ita diſtantia cathetorum EG ad diſtantiam catheti reflexionis a puncto reflexionis ED.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam anguli E & G recti ſunt (§. *cit.*) & $x = o$ (§. 24); erit AG:EC = DG : ED (§. 252 *Geom.*), conſequenter AG + EC : EC = EG : ED (§. 181 *Arithm*). *Q. e. d.*

### PROBLEMA 5.

64. *Mediante ſpeculo plano C altitudinem acceſſibilem e. gr. arboris AB metiri.*

### RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 6.

1. Speculo in C horizontaliter collocato tamdiu ab eo recede, donec apicem A in ſpeculo contuearis.
2. Metire altitudinem oculi DE, diſtantiam tuam a puncto reflexionis EC & diſtantiam arboris ab eadem.
3. Quæratur ad EC, CB & ED quarta proportionalis AB.

Dico, hanc eſſe altitudinem arboris quæſitam.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam DE & AB ad EB perpendiculares (§. 216 *Geom.*); anguli B & E recti ſunt (§. 75 *Geom.*) adeoque æquales (§. 139 *Geom.*). Quare cum etiam ſit angulus ACB = DCE (§. 24); erit EC: ED = CB : AB (§. 252 *Geom.*), conſequenter

EC:

EC : CB = ED : AB (§. 164 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 8.

65. *A diverſis ſpeculi plani* AB *punctis non reflectuntur in idem punctum* D *radii ab eodem puncto* G *illapſi.* Tab. I. Fig. 7.

### *DEMONSTRATIO.*

Eſt enim $o = y$ (§. 24) & $o > x$ (§. 177 *Geom.*), adeoque $y > x$ (§. 81 *Arithm.*). Porro $x = u$ (§. 24) & $y < u$ (§ 177 *Geom.*). Ergo $y < x$ (§. 81 *Arithm.*). Quod cum ſit abſurdum, a ſpeculo plano AB in idem punctum D radii ab eodem puncto G illapſi non reflectuntur. *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM.*

66. Radii igitur per reflexionem a ſpeculo plano factam minime denſiores fiunt, adeoque nec calorem Solis intendunt.

### *THEOREMA* 9.

67. *Si puncta extrema objecti* F *&* H *a punctis* C *&* D *in oculum* O *reflectantur; puncta omnia intermedia a linea* CD *reflectuntur.* Tab. I. Fig. 8.

### *DEMONSTRATIO.*

Reflectatur enim, ſi fieri poteſt, punctum I a puncto E in oculum O. Quoniam IE radium DH in K ſecat; punctum K a punctis E & D ad idem punctum O reflectitur. Quod cum ſit abſurdum (§. 65), & idem abſurdum ſequatur, ſi punctum I a G in O reflecti ponamus; totum objectum FH a linea CD reflectitur. *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM* 1.

68. Quodſi ergo determinentur puncta C & D, unde extrema objecta F & H reflectuntur (§. 63); integra linea CD habetur, unde objectum integrum FH a ſpeculo in oculum O reflectitur.

### *COROLLARIUM* 2.

69. Punctum remotius F reflectitur a puncto C oculo viciniore, quam punctum ſpeculo vicinius I; ſi enim I reflecteretur a puncto viciniore G, non reflecteretur a linea CD; quod tamen fieri neceſſe eſt (§. 67).

### *THEOREMA* 10.

70. *Si ſpeculum planum* AE *ad horizontem* EH *inclinetur ſub angulo* 45 *graduum; objectum verticale* CB *horizontale apparet in* IK. Tab. I. Fig. 9.

### *DEMONSTRATIO.*

Continuetur BC, donec ſpeculo in A occurrat. Quoniam H eſt rectus & E 45 graduum *per hypoth.* erit etiam A 45° (§. 226 *Geom.*). Quare ſi ex B ducatur perpendicularis BG ad ſpeculum AB; erit B itidem 45° (§. *cit.*) & AG = GB (§. 238 *Geom.*). Fiat GB = GK; erit in K imago ipſius B (§. 56). Ducatur KA: quia KG = GA & G rectus *per demonſtr.* erit K ſemirectus (§. 226 *Geom.*)

*Geom.*), conſequenter KA ipſi EH parallela (§. 240 *Geom.*). Quare cum eodem modo oſtendatur, punctum C apparere in puncto I ejusdem parallelæ; evidens eſt, imaginem IK horizonti EH parallelam eſſe. *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 11.

71. *Si ſpeculum planum* AE *inclinetur ad horizontem* EH *ſub angulo* 45 *graduum, objectum horizontale* LB *apparebit verticale in* MK.

### *DEMONSTRATIO.*

Coincidit cum demonſtratione theorematis præcedentis.

### *COROLLARIUM.*

72. Hinc oculo infra ſpeculum conſtituto in hoc ſitu terra videtur perpendiculariter erecta; collocato vero ſupra ſpeculum deorſum perpendiculariter depreſſa apparet.

### *SCHOLION.*

73. *Hinc globus in plano parumper inclinato deſcendens mediante ſpeculo exhiberi poteſt tanquam aſcendens in plano verticali: quod artificium ſi tegatur, in admirationem rapiet Catoptrices ignaros.*

### *PROBLEMA* 6.

74. *Efficere, ut te in ſpeculo volantem contuearis.*

### *RESOLUTIO.*

1. Quoniam ſpecula ſub angulo ſemirecto ad horizontem inclinata imagines verticales ut horizontales exhibent (§. 70); ſpeculum planum majus inclinandum eſt ad horizontem ſub angulo ſemirecto.
2. Quodſi ergo verſus ſpeculum progrediaris; horizonti parallelum moveri videbitur corpus, adeoque ſi brachia extenſa eum in modum agitentur, quo aves alas agitare ſolent, per aërem volare tibi videberis.
3. Quoniam tamen pavimentum, cui inſiſtis, ſimul attollitur (§. 71) & in eo inceſſus pedum obſervatur, quaſi in plano verticali ſurſum contingeret (§. 73); ut oculus hallucinetur, in brachia & caput totus dirigendus & a pedibus, quantum fieri poteſt, avertendus.

### *THEOREMA* 12.

75. *Si objectum* AB *fuerit ſpeculo* CD *parallelum; etiam imago* GH *eidem parallela eſt.* Tab. I. Fig. 10.

### *DEMONSTRATIO.*

Quodlibet punctum imaginis GH tanto intervallo poſt ſpeculum diſtat, quanto punctum unumquodque objecti ante ſpeculum (§. 56). Sed quia objectum AB ſpeculo CD parallelum *per hypoth.* ſingula ejus puncta a ſpeculo æqualiter diſtant (§. 78 *Geom.*). Ergo etiam ſingula imaginis GH puncta ab eodem æqualiter diſtant, conſequenter imago

go GH ſpeculo CD parallela (§. cit. *Geom.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 13.

Tab. I. Fig. 10. 76. *Si objectum* AB *ſpeculo* CD *fuerit parallelum & cum oculo æqualiter ab eo diſtet; linea reflectens* CD *eſt objecti* AB *dimidia.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit oculus O in ipſo objecto AB, hoc eſt, ponamus ſpectatorem ſeipſum contemplari in ſpeculo. Quoniam ſpectator AB ſpeculo CD parallelus, *per hypoth.* etiam imago GH eidem parallela erit (§. 75). Demittatur ex O perpendicularis OL ad CD, quæ continuata in I erit etiam ad GH perpendicularis (§. 219 *Geom.*); eſtque adeo OL altitudo trianguli OCD, OI vero altitudo trianguli GOH (§. 216 *Geom.*). Quare cum ob paralleliſmum imaginis GH & ſpeculi CD, ſit $o = x$ & $y = u$ (§. 221 *Geom.*); triangula COD & GOH ſimilia ſunt (§. 252 *Geom.*) & hinc CD : GH = OL : OI (§. 378 *Geom.*). Cum itaque ſit OL = $\frac{1}{2}$OI (§. 56); etiam CD = $\frac{1}{2}$GH = $\frac{1}{2}$AB. *Q. e. d.*

Eodem prorſus modo ſuccedit demonſtratio, ſi oculum O extra objectum aſſumas, hoc eſt, ſi non teipſum ſed objectum aliud in ſpeculo contempleris, quod tamen æqualiter cum oculo ab eo diſtet.

*COROLLARIUM* 1.

77. Ut igitur in ſpeculo te totum contueri poſſis; ejus altitudo altitudinis tuæ & latitudo latitudinis pariter tuæ dimidia eſſe debet.

*COROLLARIUM* 2.

78. Data altitudine & latitudine objecti per ſpeculum videndi, datur quoque altitudo & latitudo ſpeculi, in quo integrum apparet in eadem cum oculo diſtantia: Sunt nempe dimenſiones ſpeculi dimenſionum objecti dimidiæ (§. 76).

*COROLLARIUM* 3.

79. Cum latitudo atque longitudo portionis ſpecularis reflectentis ſit ſubdupla latitudinis & longitudinis ſuperficiei, quæ reflectitur (§. 76) & ob paralleliſmum ſpeculi & ſuperficiei reflexæ portio reflectens ſpeculi huic ſimilis exiſtat; erit portio ſpeculi reflectens ad ſuperficiem, quæ reflectitur, in ratione ſubquadrupla (§. 385 *Geom.*).

*COROLLARIUM* 4.

80. Quoniam portio reflectens conſtans eſt (§. 79); te ſemper totum videbis in ſpeculo plano, ſive accedas, ſive recedas, ſi aliquo in loco te totum videre potes: quod idem valere de objectis æqualiter cum oculo a ſpeculo diſſitis, ſatis patet.

*THEOREMA* 14.

81. *Si objectum AB ſpeculo* IF *fuerit parallelum; longitudo lineæ reflexæ* Tab. I. Fig. 11.

*flexæ* AB *eſt ad reflectentem* CD *ut via reflexionis* BD + DO *ad radium reflexum* OD, *vel ut compoſita ex diſtantia oculi & objecti a ſpeculo* OI + BF *ad diſtantiam oculi* OI.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam objectum AB ſpeculo FI parallelum *per hypoth.* erit etiam imago GE eidem parallela (§. 75), adeoque GE : CD = OE : OD (§. 258 *Geom.*), hoc eſt, quia GE = AB (§. 60) & DE = DB (§. 51), AB : CD = OD + DB : OD. *Quod erat unum.*

Eſt vero etiam OE : OD = OK : OI (§. 253 *Geom.*), adeoque GE : CD = OK : OI (§. 156 *Geom.*). Quare cum IK = FE (§. 215 *Geom.*) = BF (§. 56) & GE = AB (§. 60); erit AB : CD = OI + BF : OI. *Quod erat alterum.*

*THEOREMA* 15.

82. *Radii* AC & DB, *qui a ſpeculo plano* CD *ad idem punctum* O *reflectuntur, cum catheto reflexionis* OK *tanto intervallo* IK *poſt ſpeculum concurrunt, quanto punctum* O *ante id diſtat.*

*DEMONSTRATIO.*

Eadem prorſus eſt, quæ theorematis 5 (§. 56).

*THEOREMA* 16.

Tab. I. Fig. II. 83. *Si objectum* AB, *quod eſt cum oculo* O *in eodem plano, & ſpeculo parallelum, ab eo totum videtur in ſpeculo* CD; *oculus in* O *immotus eo minorem ejus partem videbit, quo id propius ad ſpeculum* CD *accedit; ſemper tamen dimidia longitudinis itemque quarta ſuperficiei majorem; idem vero juxta objectum* AB *adhuc alia in ſpeculo conſpiciet, ſi id longius ab eo recedat.*

*DEMONSTRATIO.*

Ducatur PQ ipſi AB parallela; erunt PC & DQ radii extremi, qui a ſpeculo CD in oculum O reflectuntur, adeoque oculus O præter PQ in ſpeculo nihil videbit ſecundum longitudinem. Sed quia AC & BD cum catheto reflexionis OK in K concurrunt (§. 82); erit PQ : AB = KP : KA (§. 253 *Geom.*). Quare cum KP < KA *per hypoth.* erit etiam PQ < AB. *Quod erat unum.*

Porro ex eadem ratione PQ : CD = KP : KC. Eſt vero KP > KC (§. 76 *Arithm.*). Ergo PQ > CD. Quare cum CD = $\frac{1}{2}$ AB (§. 76); erit quoque PQ > $\frac{1}{2}$ AB (§. 81 *Arithm.*) & hinc ſuperficies partis, quæ, objecto ex AB in PQ translato, videtur, major quarta parte ſuperficiei totius. *Quod erat alterum.*

Simili modo oſtenditur, quod præter objectum adhuc alia in ſpeculo videantur, ſi ex AB in MN transferatur. *Quod erat tertium.*

PRO-

### PROBLEMA 7.

Tab. I. Fig. 11. 84. *Datis oculo O, longitudine ſpeculi* CD *& longitudine objecti* AB, *determinare locum, ubi ſtatuendum eſt objectum, ut totum in ſpeculo videri queat, nec quicquam aliud præter ipſum ſecundum longitudinem.*

### RESOLUTIO.

Dato oculo O, datur etiam radius reflexus OD. Itaque

1. Fiat: ut CD longitudo ſpeculi ad AB longitudinem objecti, ita OC radius reflexus ad viam reflexionis OC + AC (§. 81).
2. Subtrahatur inde radius reflexus OC; reſiduus erit radius incidens AC.
3. Ducta igitur OC fiat angulus ACD = OCI (§. 24) & AC radio incidenti æqualis.
4. Denique objectum AB ſtatuatur in A ſpeculo CD parallelum.

Sic factum eſt, quod petebatur.

### THEOREMA 17.

Tab. II. Fig. 12. 85. *Si ſpeculi* AB *inclinatio ad horizontem dato angulo* ACa *mutetur, radius vero incidens* DC *maneat in ſuo incidentiæ puncto* C; *radius reflexus* Ce *duplo angulo* eCE *variatur.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam ACD = ECB (§. 24) & ACa = BCb (§. 150 *Geom.*); erit ECb = DCA + aCA = DCa + 2 ACa, conſequenter ECb − 2ACa = DCa = bCe (§. 24) & hinc ECe = 2aCA. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

86. Radius igitur reflexus movetur duplo celerius ſpeculo.

### SCHOLION.

87. *Hæc experiri datur in radio per foramen exiguum in cameram obſcuram intromiſſo.*

### THEOREMA 18.

88. *In ſpeculo plano vitreo, (præſertim ſi objectum fuerit lucidum, aut lumen peregrinum a ſpeculo arceatur) poſt imaginem claram videtur adhuc alia aliquanto obſcurior.*

### DEMONSTRATIO.

Reflexio enim non modo fit a ſuperficie ſuperiori ſpeculi; verum etiam ab interiori, quæ ſtanno terminata. Eſt igitur cathetus incidentiæ ad interiorem ſpeculi ſuperficiem tanta parte longior, quanta eſt craſſities ſpeculi. Quamobrem cum imago objecti videatur tanto intervallo poſt ſpeculum, quanto ante ipſum abeſt (§. 56) & quidem in catheto incidentiæ (§. 51); vi reflexionis primæ minori intervallo poſt ſpeculum videtur, quam vi ſecundæ, utraque tamen imago in eadem linea, adeoque altera pone primam videbitur. *Q. e. d.*

## *SCHOLION.*

89. *Hoc incommodo carent ſpecula plana ex metallo parata, quorum tamen rarior eſt uſus, quia vitrea & clariora, & durabiliora ſunt metallicis.*

## *COROLLARIUM.*

90. Quoniam cathetus incidentiæ in caſu ſuperiori differt a catheto incidentiæ in priori tanta parte, quanta eſt craſſities vitri, diſtantia autem objecti & imaginis eſt ejus duplo æqualis (§. 56); diſtantia imaginis obſcurioris a clariore eſt dupla craſſitiei vitri.

## *THEOREMA* 19.

91. *Si ſpeculi plani fragmenta ita collocentur, ut omnia ſint in eodem plano; unum objectum nonniſi ſemel videtur.*

## *DEMONSTRATIO.*

Quoniam enim omnia fragmenta ſunt in eodem plano, *per hypoth.* una tantum eſt cathetus incidentiæ (§. Geom. & §. Perſpect.). Quare cum objectum videatur in catheto incidentiæ (§. 51) objectum unum nonniſi ſemel videtur. *Q. e. d.*

## *COROLLARIUM.*

92. Cum perinde ſit, utrum fragmenta unius ſpeculi, vel plura ſpecula integra in eodem plano collocentur; in his quoque objectum nonniſi ſemel videri poteſt.

## *PROBLEMA* 8.

93. *Plura ſpecula ita ſtatuere, ut in ſingulis imaginem tui videas.*

## *RESOLUTIO.*

1. Ex centro O deſcribatur arcus circuli ABCDE. Tab. II. Fig. 13.
2. Specula AB, BC, CD, DE ita ſtatuantur, ut latitudines ipſorum fiant arcuum ſubtenſæ, ſeu ut anguli B, C, D, ſub quibus junguntur, ſint in peripheria; longitudines autem ad horizontem perpendiculares.

Dico, ſi oculus ſit in O, quod imaginem tui in ſingulis ſpeculis ſis viſurus.

## *DEMONSTRATIO.*

Cum enim ex O ad ſingula plana AB perpendiculares duci poſſint (§. 276 *Geom.*), radius vero perpendicularis in ſeipſum reflectatur (§. 25); oculus in ſpeculis ſingulis ſeipſum videbit, & quia corpus tuum ſpeculis parallelum, ſi ſpeculi longitudo non minor fuerit ſubdupla longitudinis tuæ, te totum contueberis (§. 76); in reliquo caſu partem corporis dimidia majorem (§. 83). *Q. e. d.*

## *SCHOLION.*

94. *Hoc artificio multiplicatur fonticulus in crypta ſaliens.*

## *THEOREMA* 20.

95. *Si objectum in linea DE ad ſpecu-*

Tab. I. Fig. 14. *ſpeculum AC perpendiculari movetur; ipſo recedente ante ſpeculum, imago etiam recedit poſt ſpeculum, eodem autem accedente imago etiam accedit.*

*DEMONSTRATIO.*

Si enim objectum in recta DE ad ſpeculum AC perpendiculari recedit; ejus a ſpeculo diſtantia continuo creſcit (§. 214 *Geom.*), adeoque etiam imaginis diſtantia poſt ſpeculum continuo fit major (§. 56), conſequenter imago etiam recedit. *Quod erat unum.*

Si vero objectum in linea DE ad ſpeculum AC perpendiculari accedit; ejus a ſpeculo diſtantia continuo decreſcit (§. 214 *Geom.*), adeoque etiam imaginis diſtantia poſt ſpeculum continuo fit minor (§. 56), conſequenter imago etiam accedit. *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM.*

96. Accedenti igitur ad ſpeculum objecto imago poſt ſpeculum obviam ire videtur: recedente autem objecto, imago in contrariam plagam tendit.

*THEOREMA* 21.

Tab. I. Fig. 14. 97. *Si objectum in linea DE cum ſpeculo plano AB parallela movetur; imago in ſpeculo cum ipſo eadem celeritate verſus eandem plagam progreditur.*

*DEMONSTRATIO.*

Si enim recta DE ad ſpeculum AB parallela; objecti a ſpeculo diſtantia ſemper eadem manet (§. 78 *Geom.*), adeoque etiam imago eodem conſtanter intervallo a ſpeculo diſtat (§. 56). Quare cum objecto in directum jaceat (§. 51); una cum objecto progredi videtur. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

98. Objectum igitur imago tanquam individua comes comitatur ſive ad dextram, ſive ad ſiniſtram, prout ſpeculum vel ad dexteram, vel ſiniſtram conſtitutum eſt.

*PROBLEMA* 9.

99. *Duo ſpecula plana ita ſtatuere, ut objectum in oppoſitas plagas eodem inſtanti moveri videatur.*

*RESOLUTIO.*

1. Jungantur duo ſpecula AB & AC ad angulos rectos.
2. Ducatur ad alterutrum AC perpendicularis DE, quæ erit alteri ſpeculo AB parallela (§. 241 *Geom.*).

Quodſi itaque objectum moveatur per rectam DE, imago in ſpeculo AB una cum ipſo progredietur (§. 97); altera vero in ſpeculo AC in oppoſitam plagam tendet (§. 96). Eodem adeo tempore objectum in oppoſitas plagas eodem inſtanti moveri videtur. *Q. e. d.*

*PROBLEMA* 10.

100. *Speculis planis quotcunque*

Tab. II. Fig. 15. *BC, CD, DE quomodocunque diſpoſitis, & puncto radiante A itemque oculo B poſitione datis, invenire omnia puncta reflexionis N, M & O & locum imaginis, quam videt oculus in ultimo.*

*RESOLUTIO.*

1. Ex A ducatur ad CB cathetus incidentiæ AF & producatur in G, donec AF = FG.
2. Ex G in DC productam demittatur perpendicularis GH continuanda in I, donec IH = HG.
3. Ex I demittatur in ED productam perpendicularis IK, continuanda donec KL = KI.
4. Denique ex L ducatur in P recta, LP ex puncto interſectionis O ad I recto OI, ex puncto interſectionis M ad G recta MG & denique ex puncto interſectionis N recta AN.

Dico, radium incidentem ex A in N reflecti ad M & inde ulterius ad O, tandemque ex O in oculum P; objectumque videri in L.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam AF = FG anguli que ad F recti *per conſtruct.* erit $o = x$ (§. 169 *Geom.*), adeoque, cum ſit $x = y$ (§. 150 *Geom.*), $o = y$ (§. 79 *Arithm.*). Radius igitur AN ex N reflectitur in M (§. 24). Eodem modo ob HG = HI & angulos ad I rectos oſtenditur radium NM ex M reflecti in O, & ob KI = KL & angulos ad K rectos radium MO ex O in P reflecti. Via igitur reflexionis eſt ANMOP, & puncta reflexionum ſunt N, M & O. *Quod erat unum.*

Porro quia AF = FG & anguli ad F recti *per conſtruct.* in G eſt imago ipſius A per radium reflexum MN videnda (§. 51). Objectum igitur A in ſpeculum DC non aliter radiat, ac ſi in puncto G conſtitueretur (§. 54), adeoque GH eſt cathetus incidentiæ (§. 16) & ob GH = HI imago imaginis G, hoc eſt, objecti A videtur in I (§. 51). Objectum ergo A in ſpeculum DE eodem modo radiat, ac ſi in I conſtitueretur (§. 54) & hinc IK eſt cathetus incidentiæ (§. 16) & ob IK = KL imago imaginis I, hoc eſt objecti A, videtur per radium reflexum PO in L (§. 51). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

101. Quoniam ob KL = KI, & IH = HG, AF = FG, anguloſque ad K, H & F rectos *per conſtruct.* LO = OI, MI = MG, NG = NA (§. 169 *Geom.*); erit etiam LO = OM + MG = OM + MN + NA, conſequenter diſtantia imaginis ab oculo PL viæ reflexionis AN + NM + MO + OP prorſus ut in unico ſpeculo (§. 53) æqualis.

*THEOREMA 22.*

102. *Si duo ſpecula plana* AB & AC *ad angulum rectum* A *conſtituantur;* Tab. II. Fig. 16.

*antur; idem radius* GD *nonniſi bis reflecti poteſt.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam $x=o$ (§. 24), adeoque acutus (§. 20), A vero rectus *per hypoth.* radius reflexus DE cum ſpeculo AC concurrit (§. 247 *Geom.*). Quoniam vero $y$ eſt acutus (§. 207 *Geom.*); erit etiam $u$ acutus (§. 24), conſequenter $y+n$ obtuſus (§. 141 *Geom.*). Quare cum $m$ ſit rectus *per hypoth.* adeoque $m$ & $y+n$ ſimul ſumti duobus rectis majores; radius reflexus EF a ſpeculo AB divergit (§. 246 *Geom.*), conſequenter cum eo concurrere nequit (§. 81 *Geom.*). Radius itaque GD a ſpeculis BA & AC nonniſi bis reflecti poteſt. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 23.

103. *Si duo ſpecula plana ad angulum obtuſum conſtituantur; idem radius nonniſi bis reflecti poteſt.*

*DEMONSTRATIO.*

Eadem prorſus eſt, quæ theorematis præcedentis.

*THEOREMA* 24.

Tab. II. Fig. 17. 104. *Si duo ſpecula plana* AB & BC *jungantur ad angulum rectum & oculus* O *fuerit conſtitutus extra rectam* BL, *quæ per punctum radians* D *in angulum rectum B ducitur; imaginem ipſius* D *triplicem videbit: quodſi autem extiterit in recta* BL, *imagines cernet tantum duas.*

*DEMONSTRATIO.*

Illud ſatis manifeſtum eſt, in quolibet ſpeculo per ſimplicem reflexionem videri imaginem unam adeoque in duobus ſpeculis AB & BC ſimul duas. Quod vero in primo caſu etiam tertia videri debeat, ſic demonſtratur.

Ducta catheto incidentiæ DF, fiat DG=FG & in F erigatur perpendicularis FI occurrens ſpeculo BC continuato in H. Fiat porro HI=HF & jungatur punctum I oculo O recta OI; erit I imago tertia ab oculo O per duplicem reflexionem DEKO videnda (§. 100). Quod enim IO ſpeculum BC ſecet, hoc modo patet: ducatur recta ID ſecans ſpeculum AB in P; quoniam IG & IF ad FG perpendiculares *per conſtruct.* erunt inter ſe parallelæ (§. 241 *Geom.*) & hinc DG: DF=PG: FI (§. 253 *Geom.*), conſequenter FI eſt ipſius PG dupla. Quare cum etiam ſit IF ipſius BG dupla, *per conſtruct.* puncta P & B coincidunt. Cum adeo ID tranſeat per punctum B; recta OI ultra eam ducta ſpeculum BC ſecare debet in K. *Quod erat unum.*

Quodſi vero oculus fuerit in L; reflexio duplex impoſſibilis eſt, cum recta ex B per E ducta ſit ipſum ſpeculum. Tertia igitur imago videri nequit. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 25.

Tab. II. Fig. 18. 105. *Si duo vel plura ſpecula plana* AB *&* AC *jungantur ſub angulo quocunque, ita ut reſpectu oculi ſecundum convexitatem diſponantur; una tantum objecti H videbitur imago.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus enim oculum eſſe in O. Ducatur cathetus incidentiæ HG fiatque HD = DG: erit in G imago, quam per radium reflexum FO oculus O videt. Quoniam vero radii non reflectuntur verſus eam plagam, unde incidunt, (§. 24): a ſpeculo altero AB nullus radius in oculum O reflecti poteſt, & hinc in eo objectum videri nequit. Unica igitur tantum imago videtur. *Q. e. d.*

THEOREMA 26.

Tab. II. Fig. 19. 106. *Si duo ſpecula plana* XY *&* XZ *jungantur ſub angulo X, oculus O intra angulum conſtitutus objecti A intra eundem collocati imaginem toties videt, quot catheti vi* §. 100 *loca imaginum determinantes & extra angulum* YXZ *terminatæ duci poſſunt.*

DEMONSTRATIO.

Ducantur enim catheti AC ex A ad XZ, CE ex C ad Xy, EG ex E ad XZ, GI ex G ad Xy & IL ex I ad XZ, ita ut ſit AB = BC, CD = DE, EF = FG, GH = HI, IK = KL. Quoniam catheti AC, CE, EG & GI extra angulum terminantur; dico ab oculo O videri quatuor imagines objecti A in C, E, G & I.

Quoniam AB = CB & anguli ad B recti *per conſtruct.* erit CTB = BTA (§ 169 *Geom.*). Quare cum etiam verticales CTB & VTO æquales ſint (§. 150 *Geom.*); erit BTA = VTO (§. 79 *Arithm.*), adeoque radius AT reflectitur ex T in O (§. 24), ſicque oculus O videt imaginem objecti A in C.

Porro ob AB = BC & angulos ad B rectos, erit etiam VR reflexus ipſius VA & ob CD = DE angulosque ad D rectos OR reflexus incidentis VR (§. 24), conſequenter oculus O per radium OR videt imaginem objecti A in E (§. 51).

Nec abſimili modo oſtenditur, eundem oculum O per radium reflexum OS videre imaginem objecti A in G & per radium reflexum OQ in I.

Et quoniam demiſſa catheto ex A in *a* factaque *ab* = A*a* eodem, quo ante modo, plures catheti ad utrumque ſpeculum duci poſſunt, quas confuſionis evitandæ gratia omittimus, eadem ratione oſtendi poſſe apparet, quod oculus etiam videat imagines per illas determinatas.

Tot itaque oculus O intra angulum conſtitutus imagines videt, quot catheti imaginum loca determinan-

minantes & extra angulum terminatæ alternatim in ſpecula duci poſſunt. *Q.e.d.*

### COROLLARIUM 1.

107. Quoniam loca imaginis prorſus determinantur ut in problemate 10 (§.100); diſtantia quoque imaginis ab oculo viæ reflexionis æqualis eſt (§. 101).

### COROLLARIUM 2.

108. Quælibet imago per tot reflexiones videtur, quota eſt in ordine, ſeu per quot cathetos determinatur. Ita imago C videtur per unam reflexionem in T; imago E per duplicem in V & R; imago quarta I per quatuor in M, N, P & Q.

### COROLLARIUM 3.

109. Quoniam objecti A dextra radiant in ſpeculum XY, ſiniſtra in alterum XZ, imagines ex radiatione in ſpeculum XY ortæ objecti partem dextram repræſentant; quæ vero ex radiatione in ſpeculum XZ reſultant, ſiniſtram objecti partem ſpectandam exhibent. Unde ſi quis ſeipſum contuetur, faciem & tergum una videbit.

### COROLLARIUM 4.

110. Quoniam plures catheti, quæ extra angulum terminantur, duci poſſunt, ſi angulus fuerit acutior; ſub acutiori angulo plures videntur imagines ejusdem objecti.

### SCHOLION 1.

111. *Quoniam ex demonſtratione theorematis præſentis abunde intelligitur, quomodo in dato quolibet caſu non modo numerus imaginum, verum etiam earum loca & puncta inſuper atque via reflexionum determinari poſſint; ſupervacaneum fore arbitror, ſi ad varios caſus ſpeciales deſcenderem. Conſultum autem videtur, ut problemata circa caſus ſpeciales conſtructurus, in peculiari ſchemate determinet imagines cum punctis reflexionum & via totius reflexionis, quæ ab irradiatione dextra oriuntur; in alio vero eas, quæ a ſiniſtra reſultant, ne linearum multitudo facile pariat confuſionem ut experimenta ſub quocunque angulo facile capere poſſis; duo ſpecula ita compingi debent, ut inſtar libri ad arbitrium aperiri atque claudi poſſint. Specialia prolixe perſequitur* Zacharias Traber (c) *inter alia oſtendens, ad tertiam circuli partem objecti imaginem videri poſſe vel ſemel, vel bis, aut etiam ter, vel nunquam; ad quartam ad ſummum ter; ad quintam quinquies, ordinarie quater aut rarius; ad ſextam ad ſummum quinquies; ad duodecimam undecies.*

### COROLLARIUM 5.

112. Quodſi ſpecula verticaliter erecta ita contrahas aut ab iis tantiſper recedas, vel ad angulum accedas, donec imagines prope angulum reflexæ coaleſcant, nec, ſi ita viſum fuerit, amplius integræ compareant; imagines monſtroſas prodire debere facile apparet.

### SCHOLION 2.

113. *Ita ſpecula ad angulum recto paulo majorem inclinata faciem intuenti monoculam ſiſtunt; tres contra in eadem facie videbis oculos, naſos & ora duo, ſi angulus fuerit recto paulo minor. Sub minori angulo*



(c) in Nervo Optico lib. 2. c. 4 & 5 f. 90 & ſeqq.

*corpus tuum videbis biceps; ſub angulo, qui recto paulo major ad diſtantiam 4 pedum capite truncatum, in majori diſtantia manus ſine corpore.*

## COROLLARIUM 6.

114. Quodſi ergo ulterius ſpecula ita ad invicem inclinata, ut imagines prope angulum coaleſcant, ſic colloces, ut unum ſit horizonti parallelum, alterum ad eam inclinatum; quoniam in horizontali imagines apparent everſæ (§. 57 & in inclinato horizontalium verticales, verticalium horizontales (§. 70. 71); plurimas adhuc alias anamorphoſes fieri poſſe manifeſtum eſt. Immo monſtroſæ quoque appareant neceſſe eſt imagines, ſi ſpeculorum unum ad horizontem, alterum vero ad alterum inclinetur.

## SCHOLION 3.

115. *Ita ſi ſpeculum unum ad horizontem ſub angulo obtuſiore, e. gr.* 144 *graduum inclinetur, ſuperius vero fuerit ad horizontem inclinatum; videbis te capite ad pedes alterius ſtantis jacentem.*

## SCHOLION 4.

116. *Hinc vero abunde patet, quomodo in cryptis hortenſibus ſpecula ſint collocanda, ut ingredientis imaginem multis modis monſtroſam exhibeant.*

## COROLLARIUM 7.

117. Quia ſpecula vitrea objecti lucidi imaginem bis reflectunt (§. 88), immo ſi craſſiora fuerint, pluries; ingens videbitur objecti multiplicatio, ſi intra angulum, quem duo ſpecula plana intercipiunt, candela accenſa collocetur.

## PROBLEMA 11.

118. *Machinam catoptricam conſtruere, qua non modo ejusdem objecti imago varie multiplicari, verum etiam deformari poteſt.* Tab. II. Fig. 20

## RESOLUTIO.

1. Duo circuli AC & ND ita jungantur mediante axe EK, per centra utriusque tranſeunte, & fulcro quodam alio, ut ſint invicem paralleli atque figuram cylindri referant, cujus altitudo EK ſit altitudini, ſemidiameter KG vero latitudini ſpeculorum duorum æqualium æqualis.
2. Specula EFGK & EHIK ad axem EK ita aptentur, ut inſtar libri aperiri ac claudi poſſint.
3. In baſi inferiori cylindri ND deſcriptus ſit circulus in 360 gradus diviſus, ut ſpecula ad angulum datum aperiri poſſint.
4. Lateribus ſpeculorum anterioribus FG & HI afferruminentur laminæ orichalceæ tenuiores ſi baſes ABC & ND orichalceæ fuerint, in formam ſuperficierum ſemicylindricarum efformatæ, aut ex charta ſpiſſiore vel alia materia ſimile quid fiat, ut machina nonniſi anterius pateat, ubi ſpecula conſtituuntur.
5. Denique in M & L defigantur

clavi

clavi aut annuli affigantur, ut ſpecula FG & HI commode a ſe invicem diduci poſſint.

Ope hujus machinæ pro diviſa ſpeculorum apertura objectum varie multiplicari ac deformari poſſe, ex ſuperioribus manifeſtum eſt (§. 106. 112. 114).

## *PROBLEMA* 12.

119. *Ciſtulam catoptricam conſtruere, quam alia objecta replere videntur, ſi per aliud foramen inſpexeris.*

### *RESOLUTIO.*

1. Paretur ex ligno vel alia materia ciſtula polygona, figuram priſmatis multilateri habens, ABCDEF, & interius ſpatium per plana diagonalia EB, FC & DA in centro G ſe mutuo ſecantia dividatur in tot loculamenta triangularia, quot ciſtula habet latera.
2. Plana diagonalia veſtiantur ſpeculis planis: in planis vero lateralibus fiant foramina rotunda per quæ in ciſtulæ loculamenta introſpicere datur. Munienda autem ſunt foramina vitris planis, intus quidem detritis ſed non lævigatis, ne in loculamentis poſita diſtincte diſtingui poſſint.
3. In ſingulis loculamentis collocentur objecta diverſa, quorum imagines a ſpeculis ſunt exhibendæ.
4. Operiatur denique ciſtula membrana tenui pellucida, ut lumini in eam aditus pateat.

Quoniam imagines objectorum intra angulos ſpeculorum poſitorum multiplicantur & aliæ aliis remotiores apparent (§. 106): quæ unum loculamentum occupant, majus ſpatium replere videntur, quam integra ciſtula comprehendit. Quodſi igitur per unum foramen introſpicias; nonniſi objecta in uno loculamento poſita in ſpeculis conſpicies, ſed quaſi integram ciſtulam replentia. Per aliud vero foramen introſpiciens objecta in alio loculamento poſita & ab illis diverſa *per conſtructionem* denuo quaſi per ciſtulam integram diffuſa videbis. Et ita porro.

### *SCHOLION* I.

120. *Charta pergamena, qua teguntur iſtiusmodi machinæ catoptricæ, pellucida redditur, ſi aliquoties in lixivio valde claro ſemperque mutato & ultima tandem vice in aqua fontana eluatur, clavisque tabulæ ligneæ aut regulis ligneis affixa aëri exponatur, ut rurſus exſiccetur. Quodſi colorem inducere volueris,* R. P. Zahn (d) *pro viridi commendat æruginem, addito pauxillo viridis ſaturi, aceto contritam; pro rubeo decoctum ligni Braſiliani; pro cæruleo ſuccum myrtillorum; pro flavo decoctum ex baccis Rhamni menſe Auguſto collectis. Obſervat etiam, membranam ſuper machinis expan-*

(d) in Oculo artificiali fundam. 3. ſyntagm. 1. c. 4. technaſm. 3 annot. 3. f. m. 723.

*expanſam vernice aliquoties illini debere, ut ſplendida evadat.*

### SCHOLION 2.

121. *Quodſi in ciſtula imagines monſtroſa apparere debent; facile id efficies* per corollaria 5, 6, 7 theorem. 26 (§. 113 & ſeqq.).

### THEOREMA 27.

Tab. III. Fig. 22. 122. *Si duo ſpecula BC & BE fuerint parallela & objectum in A, oculus in O; duæ videbuntur ſeries imaginum in infinitum excurrentes.*

### DEMONSTRATIO.

Ducatur KH ad ſpeculum ED perpendicularis; erit eadem ad CB perpendicularis (§. 219 *Geom.*). Fiat DF = AD, & ex F in H indeque porro in infinitum transferatur duplum intervallum diſtantiæ ſpeculorum BD, itemque ex A in G & inde porro in infinitum. Similiter fiat BI = BA & ex B in K transferatur ut ante dupla diſtantia ſpeculorum BD & inde porro in infinitum, itemq; ex A in L & inde porro in infifinitum. Dico in ſpeculo ED imaginem objecti A viſum iri in F per reflexionem ſimplicem, in G per duplicem, in H per triplicem & ita porro: ſimiliterque in altero ſpeculo eandem apparituram in I per reflexionem ſimplicem, in L per duplicem, in K per triplicem, & quidem imagines, quarum diſtantia determinatur ex loco objecti A, exhibituras partem a ſpeculo averſam, quæ vero ex punctis, cui ſpecula inſiſtunt, D & B determinantur, referre debere partem objecti ſpeculo oppoſitam, nempe in F & H videbuntur anteriora, in G poſteriora; contra in I & K poſteriora, in L anteriora.

Quoniam AD = DF & anguli ad D recti *per conſtruct.* erunt quoque $o$ & $x$ æquales (§. 169 *Geom.*), conſequenter ob $x = y$ (§. 150 *Geom.*) $o = y$ (§. 79 *Arithm.*). Eſt igitur MO reflexus incidentis AM (§ 24), adeoque oculus per ſimplicem reflexionem videt objectum A in F (§. 51) & quidem eam partem, quæ ſpeculo ED obvertitur, quia radius AM inde illabitur.

Ducatur ex G ad O recta OG & ex I ad P recta IP, junganturque puncta N & A recta NA. Quia BA = BI & anguli ad B recti *per conſtructionem*; patet ut ante, NP eſſe reflexum incidentis NA. Et quia AG = 2BD = 2BA + 2AD *per conſtruct.* adeoque DG = 2BA + AD, & DI = AB + BI + AD = 2AB + AD, conſequenter ID = DG; eodem modo liquet eſſe OP reflexum incidentis SN. Videtur adeo objectum A per duplicem reflexionem N & P in O (§. 51) & quidem partem ſpeculo CB oppoſitam, quia radius AN inde illabitur.

Ducatur ex H ad O recta HO & ex L ad S recta LS, itemque ex R

ad F

ad F recta RF, junganturque puncta A & Q recta QA. Quia AD = FD & anguli ad D recti *per conſtruct.* patet ut ſupra, QR eſſe reflexum incidentis AQ. Et quia LA = 2BD = 2BA + 2AD, adeoque BL = BA + 2AD, & BF = BA + AD + DF = BA + 2AD, conſequenter BL = BF; erit quoque RS reflexus incidentis QR. Similiter quia DL = BL + BD = 2BD + AD & DH = HF + FD = 2BD + AD *per conſtruct.* adeoque DL = DH; erit quoque SO reflexus incidentis SR. Videt itaque oculus O objectum A per triplicem reflexionem Q, R, S in H (§. 100) & quidem partem, quam ſpeculo ED obvertit, quia radius AQ inde in ſpeculum incidit.

Eodem prorſus modo oſtenditur, quod in infinitis aliis punctis, quæ eodem modo determinantur in utroque ſpeculo objectum A videri debeat. *Q. e. d.*

## SCHOLION 1.

123. *Equidem cum per repetitas reflexiones lumen continuo minuatur atque altitudo ſpeculi ad diſtantiam imaginum tandem evaneſcat; numerus imaginum infinitus non eſt: ſufficit tamen, quod ſit admodum ingens, ipſa experientia teſte.*

## COROLLARIUM 1.

124. Quoniam lumen per repetitas reflexiones minuitur, imagines vero remotiores videntur per plures reflexiones, quam viciniores (§. 122); imagines quoque remotiores ſunt obſcuriores vicinioribus.

## COROLLARIUM 2.

125. Quodſi ciſtula conſtruatur quadrata ſub forma parallelepipedi & planis lateralibus agglutinentur ſpecula plana, reliqua fiant ut ſuperius in ciſtula polygona (§. 119); per foramen inſpicienti objectum intus conſtitutum per ampliſſimum ſpatium multiplicatum apparebit.

## SCHOLION 2.

126. *Jucundum inprimis ſpectaculum præbent objecta, quæ multiplicata unum continuum exhibent, e. gr. hortos, campos aut ſilvas ampliſſimas, item res pretioſæ, veluti poculum deauratum, gemmæ, automata.*

## SCHOLION 3.

127. *Poteſt quoque ex quinque ſpeculis planis ſub forma cubi conſtrui machina Catoptrica, quæ objectum mire multiplicat, & qui theorias hactenus demonſtratas animo comprehendit, haud difficulter variarum machinarum Catoptricarum conſtructiones excogitabit. Immo quia nunc etiam in Germania noſtra ſpecula 10 pedes alta & 5 pedes lata confici poſſunt, integrum aliquod conclave ſpeculis veſtire licet: quod ob mirificas reflexiones opus erit vere auguſtum.*

## COROLLARIUM 3.

128. Quia imago F exhibet objecti H partem ſpeculo ED oppoſitam, imago vero G alteram ab eodem averſam; ſi tergum ſpeculo BC obvertas alterumque ſpeculum ED, quod manu tenes, ita a latere illi obvertas, ut ſit eidem

dem parallelum ; faciem & tergum in ſpeculo ED una videbis.

## SCHOLION 4.

129. *Quoniam objectorum quoad utramque ſuperficiem, anteriorem & poſteriorem reflexio etiam contingit, ſi ſpeculum unum ad alterum fuerit inclinatum ; faciem & tergum ſimul in eodem ſpeculo viſurus uti poteſt ſpeculis, quorum alterum ad horizontem inclinatur ſub angulo acuto, alterum vero ad id rectum. Sed cum hujus rei demonſtratio eodem prorſus modo fiat, quo huc usque alia ſimilia demonſtrata dedimus ; eidem non immorabor.*

## THEOREMA 29.

130. *Si plura ſpecula BC, DC, DE & EA ſuper peripheria alicujus polygoni regularis erigantur & ex medio F lateris AB incidat radius FG in medium G lateris BC; idem ab omnibus punctis mediis H, I, K laterum reliquorum CD, DE, EA reflexus redibit in A, viaque reflexionis FGHIKF eſt polygonum regulare alteri ABCDEA ſimile.*

Tab. II. Fig. 23.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam BG = GC *per hypoth.* & $o = x$ (§. 24.), atque B = C (§. 102 *Geom.*); erit △ HCG ſimile & æquale △ GBF (§. 236 *Geom.*). Sed FBG eſt triangulum æquicrurum *per hypoth.* Ergo etiam HCG eſt triangulum æquicrurum, conſequenter GC = HC & $y = x$ (§. 174 *Geom.*). Radius ergo FG ex G reflectitur in H punctum medium ipſius DC. Eodem prorſus modo oſtenditur, GH ex H in I reflecti debere & ita porro: *Quod erat unum.*

Porro quia △ HCG & GBF æqualia & ſimilia ; erit FG = GH (§. 168 *Geom.*) & eodem modo conſtat eſſe etiam HI = IK = KF. Via igitur reflexionis eſt figura, cujus latera ſingula ſunt inter ſe æqualia & numero totidem, quot figura ABCDEA habet latera. Quoniam vero $u + x + y = 180°$ (§. 225 *Geom.*) & $m + x + o = 180°$ (§. 141 *Geom.*), ſed $o = y$ *per demonſtr.* etiam $u = m$ (§. 80 *Arithm.*). Quare cum eodem modo oſtendatur, angulos reliquos viæ reflexionis eſſe angulis D, E, A æquales ; via reflexionis FGHIKF eſt polygonum alteri ABCDEA ſimile (§. 166 *Geom.*). *Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM 1.

131. Quodſi objectum in quocunque puncto viæ reflexionis collocetur ; videbitur ab oculo F in ſpeculo AE.

## COROLLARIUM 2.

132. Patet igitur, quomodo effici poſſit, ut muro aut alio quocunque objecto alio inter oculum & objectum in ſpeculo ſpectandum interpoſito, idem videatur per reflexionem.

## COROLLARIUM.

133. Si oculus fuerit in F, videbit ſeipſum per tot reflexiones, quot ſunt latera polygoni, demto uno, in ſpeculo AE.

PRO-

### PROBLEMA 13.

134. *Efficere, ut objectum poſitione datum videas in ſpeculo ab oculo diſtare intervallo, quod ſit multiplum deſideratum diſtantiæ ab oculo extra ſpeculum.*

### RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 23. Sit e. gr. objectum G diſtans ab oculo F intervallo duorum pedum: quæritur quot ſpeculis opus ſit & quomodo collocanda ſint, ut oculus F videat ejus imaginem 8 pedum intervallo diſtantem.

1. Exponens rationis diſtantiæ objecti ab oculo ad diſtantiam imaginis 4 augeatur unitate.
2. Conſtruatur ſuper diſtantia objecti ab oculo FG polygonum regulare tot angulorum, quot numerus modo inventus habet unitates, nempe in noſtro caſu pentagonum FGHIK.
3. Circa hoc pentagonum deſcribatur aliud ABCDE.
4. Collocentur ſpecula in H, I & K.

Dico, objectum G viſum iri ab oculo F in ſpeculo AE diſtans intervallo 8 pedum.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam radius GH ex H in I, ex I in K, ex K tandem in F reflectitur (§. 130); objectum G per radium FK ab oculo F videbitur in ſpeculo AE (§. 131). Et quia viæ reflexionis HG + HI + IK + KF æquatur diſtantia imaginis ab oculo (§. 101); erit ea ad diſtantiam objecti ab oculo FG ut numerus angulorum polygoni regularis FGHIK unitate mulctatus ad unitatem, adeoque in dicta ratione *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

135. Quodſi ergo deſideres, ut ſpeculum planum intuens imaginem tuam poſt id diſtare videas intervallo deſiderato; intervallum iſtud dividendum eſt in partes quotcunque æquales, e. gr. in quinque & ſuper uno FG conſtruendum polygonum regulare tot laterum, quot intervallo aſſignaviſti partes, nempe in noſtro caſu pentagonum. Reliqua fiant ut in reſolutione problematis.

### COROLLARIUM 2.

136. Conſtrui poteſt ciſtula catoptrica, in quam introſpiciens videat objectum ad deſideratam diſtantiam remotum.

### PROBLEMA 14.

137. *Ciſtulam catoptricam conſtruere, in quam introſpicienti objecta intus collocata appareant mire multiplicata & per vaſta ſpatia diffuſa.*

### RESOLUTIO.

1. Conſtruatur ciſtula polygona, prorſus ut in problemate 12 (§. 119), niſi quod interior cavitas in nulla loculamenta dividenda. Tab. II. Fig. 21.



2. Pla-

2. Plana lateralia CBHI, BHLA, ALMF, &c. veſtiantur ſpeculis planis & ad foramina abradatur ſtannum cum argento vivo, ut introſpicere liceat.
3. In fundo MI collocentur objecta quæcunque, e. gr. avicula caveæ incluſa, quæ huc illucque volitans ſuaviter moduletur.

Dico per foramen *hi* introſpicienti objectum quodcunque in fundo collocatum multiplicatum & inæqualibus ab oculo intervallis remotum viſum iri.

### *DEMONSTRATIO.*

Quodſi per problema 10 (§.100) ex dato oculi & objecti ſitu in figura polygona, qualis eſt baſis ciſtulæ, loca imaginum viamque reflexionis pro unaqualibet determines; omnia ſtatim manifeſta erunt: ut ſupervacaneum foret, demonſtrationem ſuperius jam ſæpius repetitam denuo repetere.

### *SCHOLION* 1.

138. *Quodſi conclave aliquod Principis figuræ multangularis conſtruatur & parietes ſpeculis majoribus veſtiantur, ſuper quibus vitra plana pellucida aptantur, ut lux intrare poſſit; eadem via, antequam conſtruatur, phænomena ejus addiſcere ac prædicerere licet.*

### *SCHOLION* 2.

139. *Quia ſpecula parallela omnium maxime multiplicant objecta* (§.130); *huic ſcopo tale polygonum omnium maxime convenit, quod planis terminatur parallelis, quale eſt priſma ſexangulare.*

# CAPUT III.
## DE
# SPECULIS CONVEXIS SPHÆRICIS.

### *PROBLEMA* 15.

140. ***Specula vitrea convexa conficere.***

### *RESOLUTIO.*

1. Stanni pars una & marchaſitæ itidem pars una liquentur & maſſæ liquefactæ addantur Mercurii partes duæ.
2. Quamprimum Mercurius (quod ſtatim accidit) in fumum abire parat; materia tota in aquam fontanam præcipitetur &, ubi frigefacta fuerit, aqua decantetur.
3. Tum maſſa per linteum triplicatum aut duplicatum urgeatur &
4. Quod hac ratione a reliqua ſecer-

cernitur, in ſphæræ vitreæ cavitatem infundatur.

5. Sphæra denique circa axem ſuum lente vertatur, donec integra ſuperficies obducta fuerit. Reliquum effuſum in futuros uſus ſervatur.

*COROLLARIUM* 1.

141. Quodſi ſphæræ fuerint coloratæ; ſpecula colorata habebis.

*COROLLARIUM* 2.

142. Eodem artificio ſpecula conica & cylindrica, itemque priſmatica & pyramidalia formari poſſe, manifeſtum eſt.

*SCHOLION.*

143. *Quomodo ex metallo ſpecula iſtiusmodi fiant, docemus in capite 4 de ſpeculis concavis.*

*THEOREMA* 30.

Tab. II. Fig. 4. 144. *In omni ſpeculo ſive plano, ſive curvo quomodocunque, cathetus obliquationis FC efficit inclinationem radii incidentis & reflexi DCF & FCE æqualem.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit ſpeculum AB planum. Quoniam FC ad AB perpendicularis (§. 18); erit $o + y = u + x$ (§. 76 *Geom.*). Sed $o = x$ (§. 24). Ergo $y = u$ (§. 83 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Sit ſpeculum HCI curvum, ſive convexum, ſive concavum. Quoniam punctum contactus C eſt in recta AB; reflexio eodem modo fieri debet tum in convexa, tum in concava ſuperficie, ac ſi in recta AB contingeret. Sed ſi a ſpeculo plano AB reflectitur, $y$ & $u$ ſunt æquales *per demonſtr.* Ergo æquales etiam ſunt, ſi reflexio fit in ſpeculo convexo, aut concavo. Quoniam vero recta FC ad tangentem perpendicularis etiam ad curvam normalis cenſetur; FC eſt cathetus obliquationis ſpeculi curvi tum convexi, tum concavi (§. 18). In utroque igitur efficit inclinationem incidentis & reflexi $y$ & $u$ æqualem. *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM.*

145. Quoniam perpendicularis ad peripheriam circuli per centrum tranſit (§. 293 *Geom.*); in ſpeculo ſphærico ſive cavo, ſive convexo radius reflexus CE incidenti DC aſſignari poteſt, ſi ducta ex centro L per punctum incidentiæ C recta LF angulus FCE æqualis fiat ipſi FCD (§. 197 *Geom.*).

*THEOREMA* 31.

146. *In omni ſpeculo ſphærico catheti incidentiæ DP, obliquationis FC & reflexionis EQ per centrum L tranſeunt.* Tab. III. Fig.

*DEMONSTRATIO.*

Perpendicularis enim ad peripheriam circuli per centrum L tranſit (§. 293 *Geom.*). Sed catheti

incidentiæ, obliquationis & reflexionis ſunt ad eam perpendiculares (§. 16. 17. 18). Tranſeunt itaque per centrum L. *Q. e. d.*

## *COROLLARIUM.*

147. Catheti adeo incidentiæ DP, obliquationis FC & reflexionis BC in centro L concurrunt.

## *THEOREMA* 32.

Tab. III Fig 24. 148. *In ſpeculo ſphærico convexo HCI radius reflexus EM concurrit cum catheto incidentiæ DL & radius incidens DN cum catheto reflexionis EL inter tangentem & centrum* L.

## *DEMONSTRATIO.*

Catheti incidentiæ, obliquationis & reflexionis ſunt in plano reflexionis (§. 39) adeoque in plano, quod in puncto incidentiæ C ſpeculum tangit (§ 38). Tangens AC cum catheto obliquationis rectum efficit (§. 239 *Geom.* & §. 146 *Catoptr.*), reflexus vero BC ſeu CM acutum *u*, adeoque inter tangentem AC & cathetum obliquationis CL cadit. Quare cum cathetus obliquationis CL & cathetus incidentiæ DL in centro L concurrant (§. 147); radius reflexus EM inter tangentem & centrum cathetum incidentiæ DL ſecare debet. Eodem modo oſtenditur, radium incidentem DN inter tangentem & centrum cum catheto reflexionis concurrere debere. *Q. e. d.*

## *THEOREMA* 33.

149. *In ſpeculis ſphæricis angulus reflexionis mixtilineus* ECS *æqualis eſt angulo incidentiæ mixtilineo* DCR. Tab. III Fig. 24.

## *DEMONSTRATIO.*

Ducatur recta AB arcum HCI tangens in C: erit ACD = ECB (§. 24). Concipiamus arcus RC & CS infinite parvos eosque æquales: erunt triangula PCR & QCS rectilinea æqualiumque arcuum tangentes PC & QC, itemque ſecantes PL & QL æquales (§ 12. 26 *Trigon.*), conſequenter ob RL = QL (§. 18 *Geom.*) PR = QS (§. 83 *Arithm.*). Ergo angulus PCR = QCS (§. 193 *Geom.*), conſequenter DCR = ECS (§. 81 *Arithm.*). In ſpeculis adeo ſphæricis convexis angulus reflexionis mixtilineus &c. *Quod erat unum.*

Porro quoniam ACM = BCN (§. 24) & PCR = QCS *per demonſtrata*: erit etiam SCN = RCM (§. 83 *Arithm.*). In ſpeculis itaque ſphæricis concavis angulus reflexionis mixtilineus &c. *Quod erat alterum.*

## *THEOREMA* 34.

150. *A diverſis ſpeculi convexi ſphærici* AB *punctis non reflectuntur in idem punctum* D *radii ab eodem puncto* G *illapſi.* Tab. III Fig. 25.

*DE-*

*DEMONSTRATIO.*

Ducatur recta FH per puncta F & E; erit DEH > DFH (§. 177 *Geom.*), adeoque multo magis DEB > DFE. Quare cum ſit GEF = DEB (§. 149); erit quoque GEF > DFE. Non abſimili modo oſtenditur, eſſe DFE > GEF: quod cum ſit abſurdum, a ſpeculi ſphærici convexi AB punctis diverſis F & E in idem punctum D radii ab eodem puncto G illapſi reflecti nequeunt. *Q. e. d.*

*THEOREMA 35.*

151. *Si oculi* G & H *fuerint in diverſis planis; objecti imago videtur in concurſu catheti incidentiæ* AF *& radii reflexi* GC *vel* HC. Tab. III. Fig. 26.

*DEMONSTRATIO.*

Imago objecti videtur, ubi radii reflexi ad utrumque oculum GC & HC concurrunt (§. 315. 316 *Opt.*). Quoniam vero radii HE & GD a diverſis planis reflectuntur *per hypoth.* punctum concurſus eſſe debet in communi ſectione planorum. Cum itaque communis ſectio ſit cathetus incidentiæ (§. 147); punctum concurſus eſt in catheto incidentiæ, adeoque imago videtur in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi. *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

152. *Quoniam ordinarie puncta D & E, a quibus in utrumque oculum vel ejusdem oculi diverſas pupillæ partes radii DG & EH reflectuntur, in diverſis planis exiſtunt; ideo tuto aſſumere licet, locum imaginis in ſpeculis ſphæricis convexis eſſe in catheto incidentiæ, ad demonſtranda phænomena eorundem. Hoc adeo principio utentes, conſtanter ſupponemus oculos eſſe in diverſis planis reflexionis. Ubi vero eſſe debeat locus imaginis, ſi extraordinarie oculi in eodem plano exiſtunt, deinceps diſquiremus.*

*THEOREMA 36.*

153. *In ſpeculis ſphæricis convexis una tantum videtur unius puncti imago.*

*DEMONSTRATIO.*

Imago videtur in concurſu radii reflexi GC & catheti incidentiæ AC (§. 151). Radiorum vero ab uno puncto A in ſpeculum ſphæricum convexum incidentium nonniſi unus AD ad idem punctum G reflecti poteſt (§. 150). Ergo imago nonniſi unica videtur. *Q. e. d.* Tab. III. Fig. 26.

*THEOREMA 37.*

154. *In ſpeculo ſphærico convexo imago puncti radiantis apparet inter centrum & tangentem.*

*DEMONSTRATIO.*

Apparet enim in concurſu radii reflexi & catheti incidentiæ (§. 151). Sed radius reflexus cum catheto incidentiæ inter centrum & tangentem concurrit (§. 148). Ergo inter centrum & tangentem imago apparet. *Q. e. d.*

CO-

*COROLLARIUM.*

155. Catheti ergo PR quamtumvis
Tab. III. Fig. 24. magnæ imago eſt portio radii RM.

*PROBLEMA* 15.

156. *Data diſtantia puncti reflexionis a catheto* CR *una cum angulo incidentiæ* o *& ſpeculi ſphærici convexi ſemidiametro* CL, *invenire diſtantiam imaginis a centro* LM, *itemque a ſuperficie ſpeculi* MR *& a tangente* MP.

*RESOLUTIO.*

Ob datum arcum RC angulus MLC datur (§. 57 *Geom.*). Et quia angulus incidentiæ *o* datur, inclinatio quoque incidentis *y* tanquam ejus complementum ad rectum, adeoque inclinatio reflexionis *u* (§. 144), & hinc ejus verticalis (§. 150 *Geom.*) datur. Quare cum etiam detur radius CL *per hypoth.* invenietur LM (§. 34 *Trigon.*).

Sit e. gr. CL = 6 digitorum, RC = 30°, *o* = 55°; erit *u* = 35°, CML = 115°, adeoque

| | |
|---|---|
| Log. Sin. CML | 9957 2757 |
| Log. CL | 0778 1513 |
| Log. Sin. MCL | 9758 5913 |
| | 10536 7426 |
| Log. MG | 0.6794669, cui |

in tabulis reſpondent 4″ 8‴.

Quodſi ML a radio LR ſubtrahatur, diſtantia imaginis a peripheria MR relinquitur.

E. gr. quia in noſtro exemplo LR = 6″ & LM = 4″ 8‴; erit MR = 1″ 2‴.

Si denique MP deſideretur, ex datis in triangulo PLC ad C rectangulo angulo L & latere CL invenitur PL (§. 34 *Trigon.*) & inde ſubtrahitur ML paulo ante inventa.

E. gr. in noſtro exemplo erit

| | |
|---|---|
| Log. P | 9937 5306 |
| Log. CL | 0778 1513 |
| Log. Sin: tot. | 1000000000 |
| Log. PL | 0.8406207, cui in |

tabulis quam proxime reſpondent 6″ 1‴. Inde ſi ſubducas ML = 4″ 8‴; prodibit MP = 1″ 3‴.

*THEOREMA* 38.

157. *In ſpeculo ſphærico convexo eſt cathetus incidentiæ* DL *ad diſtantiam objecti a tangente ad punctum reflexionis* C *ducta* DP *ut diſtantia imaginis a centro* ML *ad diſtantiam imaginis a tangente* MP. Tab. III. Fig. 24.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam $o = x$ (§. 24) & $x = m$ (§. 150 *Geom.*); erit etiam $o = m$ (§. 79 *Arithm.*), conſequenter DP : PM = DC : CM (§. 254 *Geom.*). Ducatur DF ipſi CM parallela. Erit $u = n$ (§. 122 *Geom.*) adeoq; ob $u = y$ (§. 144), $n = y$ (§. 79 *Arithm.*), conſequenter DF = DC (§. 174 *Geom.*). Quamobrem cum ſit DF [DC] : MC = DL : ML (§. 253 *Geom.*); erit DL : ML = DP : PM (§. 156 *Arithm.*), tandem-

demque DL : DP = ML : PM (§. 164 *Arithm.*), *Q. e. d.*

## COROLLARIUM 1.

158. Quoniam DL > DP (§. 76 *Arithm.*), etiam ML > PM, adeoque multo magis RL > ML. Eſt igitur diſtantia imaginis a centro major, diſtantia vero a tangente minor dimidia ſemidiametri, vel quarta diametri parte.

## COROLLARIUM 2.

159. Imago igitur tangenti AB quam centro L vicinior.

## COROLLARIUM 3.

160. Quia DL : ML = DP : PM (§. 157) & DL > ML (§. 76 *Arithm.*), etiam DP > PM. Major ergo eſt objecti, quam imaginis a tangente diſtantia.

## COROLLARIUM 4.

161. Unde cum multo magis ſit DR > RM; objectum D a ſpeculo magis diſtat quam imago M.

## THEOREMA 39.

Tab. III. Fig. 24. 162. *In ſpeculo ſphærico convexo diſtantia imaginis PM a tangente AB minor eſt diſtantia ejusdem a puncto reflexionis C.*

## DEMONSTRATIO.

Eſt enim $m = x$ (§. 150 *Geom.*) & $o = x$ (§. 24), adeoque $m = o$ (§. 79 *Arithm.*). Sed $r > o$ (§. 177 *Geom.*); ergo $r > m$ (§. 81 *Arithm.*), conſequenter MC > PM ſeu PM < MC (§. 178 *Geom.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

163. Multo magis itaque RM diſtantia imaginis a puncto, in quo cathetus incidentiæ ſpeculum ſecat, minor eſt MC diſtantia ejusdem a puncto reflexionis.

## THEOREMA 40.

164. *Imago M in ſpeculo convexo ſphærico a centro L magis diſtat, quam a puncto reflexionis C.* Tab. III. Fig. 24.

## DEMONSTRATIO.

Quia ACL rectus (§. 294 *Geom.*), adeoque DCL obtuſus (§. 62 *Geom.*); erit DL > DC (§. 212 *Geometr.*). Quare cum ſupra demonſtratum (§. 157), ducta DF ipſi MC parallela eſſe DF = DC, ſitque LM : MC = LD : DF (§. 153 *Geom.*); ob LD > DC *per demonſtrata* > DF (§. 81 *Arithm.*) LM > MC. *Q. e. d.*

## THEOREMA 41.

165. *Si arcus* BD *inter punctum incidentiæ* D *& cathetum* AB, *ſeu angulus* C *ad centrum ſpeculi ſphærici convexi a catheto incidentiæ* AC *& catheto obliquationis* FC *interceptus fuerit duplus anguli incidentiæ; imago* B *erit in ſuperfice ſpeculi.* Tab. III. Fig. 27.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam $y = x$ (§. 150 *Geom.*) & $u$ duplo angulo incidentiæ, hoc eſt, angulis incidentiæ & reflexionis

junctim ſumtis (§. 24) æqualis *per hypoth.* duplus vero angulus $y$ cum duplo reflexionis angulo ſit duobus rectis æqualis (§. 141 *Geom.*) erit $z=x$ (§. 225 *Geom.*). Cum adeo ſit $BC=BD$ (§. 238 *Geom.*); punctum B in ſuperficie ſpeculi exiſtit (§. 443 *Geom.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA 42.

Tab. III. Fig. 28. 166. *Si arcus* BD *inter punctum incidentiæ* D *& cathetum* AB *interceptus, ſeu angulus* C *ad centrum ſpeculi ſphærici convexi a catheto incidentiæ* AC *& catheto obliquationis* FC *interceptus fuerit major duplo anguli incidentiæ; imago* G *erit extra ſpeculum.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam $y=x$ (§. 150 *Geom.*) & C major duplo anguli incidentiæ *per hypoth.* hoc eſt, angulis incidentiæ & reflexionis junctim ſumtis (§. 24), duplus vero angulus $y$ cum duplo reflexionis angulo ſit duobus rectis æqualis (§. 141 *Geom.*); erit $x > z$ (§. 225 *Geom.*), adeoque $GC > DC$ (§. 178 *Geom.*). Cadit ergo punctum G extra ſphæram (§. 443 *Geom.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA 43.

Tab. III Fig. 24. 167. *Si arcus* RC *inter punctum incidentiæ* C *& cathetum* DR *interceptus, ſeu angulus* L *ad centrum ſpeculi ſphærici convexi a catheto incidentiæ* DL *& catheto obliquationis* FL *interceptus fuerit minor duplo anguli incidentiæ; imago* M *intra ſpeculum apparet.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam anguli verticales $u$ æquales ſunt (§. 150 *Geom.*) & $n < 2o$ *per hypoth.* $< o+x$ (§. 24), ſed $o+x+y+u=180°$ (§. 141 *Geom.*); erit $i > y$ (§. 225 *Geom.*) $> u$ (§. 144), adeoque $CL > ML$ (§. 178 *Geom.*). Cadit ergo punctum M intra ſphæram (§. 443 *Geom.*). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

168. *En itaque regulas, juxta quas diſtinguere ſemper licet, utrum imago intra ſpeculum, an in ſuperficie ejus aut prorſus extra id comparere debeat, quæ in Catoptrica hactenus deſideratæ fuerunt. Cæterum cum radius reflexus admodum obliquus ſit, ſi imago extra ſpeculum apparere debet, ita ut* R. P. Dechales (e) *fateatur, ſe vix unquam objecti imaginem extra ſpeculum ſpectare potuiſſe, adeoque vix quicquam certi ſtatui poſſe concludat; ego jam in Elementis Catoptricæ Germanicis tale propoſui experimentum quo objecti imaginem extra ſphæram eſſe clariſſime agnoſcitur. Filum argenteum nitore ſuo ſe commendans &* Tab. *inſtar normæ inflexum ABC ita ſpeculo ſphæri-* III. *co objeci, ut crus AB eſſet ad ejus ſuperficiem* Fig. *valde obliquum. Oculus ex oppoſito conſti-* 29. *tutus contactum imaginis & fili BA clariſſime conſpexit utut filum BA ſpeculum non attingeret. Cumque imago & filum unum continuum conſtituant, moto filo movetur filum & imago inſtar unius rectæ.*

THEO-

(e) Catoptr. lib. 2. prop. 18. f. 602. Tom. 3. Mundi Mathematici.

## THEOREMA 44.

Tab. III. Fig. 30. 169. *In ſpeculo ſphærico convexo punctum remotius* A *reflectitur a puncto F oculo O viciniore, quam vicinius quodlibet B in eadem catheto incidentiæ* AC *exiſtens.*

### DEMONSTRATIO.

Ponamus enim, ſi fieri poteſt, punctum vicinius B reflecti in oculum O *a* puncto remotiori ſpeculi H quam punctum remotius catheti A. Quoniam AH ſecat BE in I, punctum I & per radium OH ex H & per radium OE ex E ad oculum O reflectetur. Quod cum ſit abſurdum (§.150), punctum catheti remotius A a puncto ſpeculi remotiore H in oculum O reflecti nequit. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

170. Quodſi adeo punctum objecti A a puncto ſpeculi F & punctum objecti B a puncto ſpeculi E reflectitur; omnia puncta intermedia inter A & B a punctis ſpeculi intermediis inter F & E reflectentur; eritque adeo FE tota linea reflectens rectam AB.

## THEOREMA 45.

Tab. III. Fig. 31. 171. *Punctum vicinius* B, *quod cum remotiori* H *in eadem catheto non exiſtit, a viciniori puncto ſpeculi* D *reflectitur in oculum O, quam remotius* H.

### DEMONSTRATIO.

Ponamus, ſi fieri poteſt, punctum remotius H reflecti a puncto viciniore K quam vicinius B. Quoniam HK ſecat incidentem BD in I; punctum I & a puncto ſpeculi D per radium DO, & a puncto K per radium KO ad idem punctum O reflectetur. Quod cum ſit abſurdum (§. 150); punctum remotius H a puncto viciniore K reflecti nequit. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

172. Quodſi ergo punctum objecti A a puncto ſpeculi C & punctum objecti B a puncto ſpeculi D in idem punctum O reflectuntur; omnia puncta intermedia inter A & B ab omnibus punctis intermediis inter C & D reflectuntur.

### COROLLARIUM 2.

173. Objecti igitur BA imago FG intra cathetos BE & AE continetur.

## THEOREMA 46.

174. *In ſpeculo ſphærico convexo punctum vicinius catheti* B *majori intervallo* Cb *a centro* C *diſtare videtur quam remotius* A. Tab. III. Fig. 30.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam punctum remotius A a puncto F catheto oculi OC viciniore, vicinius autem B a remotiore E reflectitur (§. 169); radius reflexus OF centro C vicinior eſt

U 2 quam

quam OE (§. ), adeoque cathetum incidentiæ AC in minori a centro C diſtantia ſecat quam OE. Quare cum quodlibet catheti punctum A vel B videatur in concurſu radii reflexi O*a* vel O*b* cum catheto incidentiæ AC (§. 151); punctum A in minori diſtantia a centro C videtur quam punctum B. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 47.

Tab. III. Fig. 32. 175. *In ſpeculo ſphærico convexo imago minor eſt objecto.*

*DEMONSTRATIO.*

Reflectas punctum A per radium EO & punctum B per radium DO in oculum O a ſpeculo ſphærico convexo. Ducatur per puncta reflexionis E & D recta FI, quæ repræſentet ſpeculum planum. Dico a punctis E & D ſpeculi plani non poſſe reflecti eadem puncta objecti A & B in oculum. Tangat KN ſpeculum in puncto reflexionis E. Quoniam AEK = OEN (§. 24); AEF < OEN adeoque multo magis > OED, conſequenter OE non eſt reflexus incidentis AE in ſpeculo plano FI (§. *cit.*). Porro AEF > AMF & OMD > OEM (§. 177 *Geom.*) AEF = OEM (§. 24); ergo OEM > AMF (§. 81 *Arithm.*), & hinc multo magis OMD > AMF, conſequenter OM non eſt reflexus incidentis A. Punctum itaque G, unde A in O a ſpeculo plano FI reflectitur, cadit extra rectam ED. Quare cum eodem modo oſtendatur, punctum quoque H, unde B in O reflectitur, extra eandem rectam ED cadere; objectum AB in ſpeculo ſphærico ſub minore angulo EOD videtur quam in plano, in quo ſub angulo GOH conſpicitur: unde minus objecto in ſphærico apparet (§. 202 *Optic.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

176. Speculorum adeo convexorum uſus eſt in arte pictoria, ſi imago objecto minor delineanda.

*SCHOLION.*

176. *Falluntur itaque nonnulli veterum aſſerentes, in ſpeculo ſphærico diebus canicularibus ſub aquis demerſo videri Sirium. Solis enim, non Sirii imago eſt, quæ apparet: nec tantum diebus canicularibus, ſed omni tempore reliquo idem phænomenon ſpectatur.*

*THEOREMA* 48.

178. *Imago objecti remotioris minor eſt quam vicinioris ſpeculo convexo ſphærico.* Tab. III. Fig. 33.

*DEMONSTRATIO.*

Sit objectum AB = *ab*, erit angulus ACB < *a*C*b*. Quare cum imago intra cathetos AC & CB contineatur (§. 173) & præterea remotiora a ſpeculo centro C propiora ſpectantur (§. 174); imago remotioris AB minus ſpatium occupat, quam

quam vicinioris *ab*: illa igitur hac minor videtur. *Q.e.d.*

*COROLLARIUM.*

179. Accedentis itaque ad ſpeculum convexum imago fit major, recedentis vero minor.

*THEOREMA* 49.

Tab. III. Fig. 34. 180. *In ſpeculis convexis minoribus imago minor eſt quam in ſpeculis majoribus.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit C commune centrum ſpeculorum EF & GH. Quoniam imago in utroque ſpeculo intra cathetos AC & BC continetur (§. 173); in ſpeculo minori EF centro C erit propior, quam in ſpeculo GH, adeoque in illo minor, in hoc major. *Q.e.d.*

*THEOREMA* 50.

Tab. III. Fig. 31. 181. *In ſpeculo ſphærico convexo ſiniſtra apparent dextra & dextra ſiniſtra.*

*DEMONSTRATIO.*

Punctum enim B videtur in catheto BE & punctum A in catheto AE (§. 151). Dextra igitur dextris, ſiniſtra ſiniſtris reſpondent. Sed in viſione directa adſpectabilis dextra tuæ ſiniſtræ & illius ſiniſtra tuæ dextræ reſpondent, adeoque in ſpeculo ſiniſtra apparent dextra, dextra vero videntur ſiniſtra. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 51.

182. *Magnitudines ad ſpeculum ſphæricum perpendiculares videntur everſæ.* Tab. III. Fig. 30.

*DEMONSTRATIO.*

Punctum enim a ſpeculo remotius A videtur centro propius in *a* & punctum ſpeculo vicinius B a centro remotius apparet (§. 174). Extrema igitur B & *b* ſibi mutuo opponuntur, adeoque imago *ab* magnitudinis ad ſpeculum perpendicularis AB everſa apparet. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 52.

183. *Lineæ rectæ ad ſpeculum convexum ſphæricum perpendicularis imago eſt linea recta, lineæ vero ad ſpeculum obliquæ vel eidem parallelæ imago eſt convexa.*

*DEMONSTRATIO.*

Si linea AB ad ſpeculum perpendicularis; in catheto incidentiæ BC erit (§. 16). Sed quodlibet ejus punctum in catheto videtur (§. 151). Ergo imago ejus *ab* eſt linea recta. *Quod erat unum.* Tab. III. Fig. 30.

Si linea AB ad ſpeculum GH vel parallela, vel obliqua; demiſſa ex C perpendiculari CD, erit CB > CD (§. 213 *Geom.*) adeoque cum ſit CH = CI (§. 18 *Geom.*) BH > HI (§. 84 *Arithm.*). Punctum igitur B centro C propius videtur quam D (§. 174), conſequenter linea AB Tab. III. Fig. 34.

convexa apparebit. *Quod erat alterum.*

### *THEOREMA 53.*

184. *In ſpeculo ſphærico convexo ab eodem oculo nonniſi una unius objecti imago videri poteſt.*

### *DEMONSTRATIO.*

Tab. III. Fig. 35. Videat oculus O, ſi fieri poteſt, duas imagines, alteram quidem per radium reflexum OA, alteram per reflexum OB. Ergo idem punctum objecti a diverſis ſpeculi punctis B & A reflectetur ad idem punctum O: Quod cum ſit abſurdum (§. 150) imagines ejusdem objecti plures in ſpeculo convexo ſphærico idem oculus videre nequit. *Q.e.d.*

### *THEOREMA 54.*

Tab. IV. Fig. 36. 185. *Si plures radii reflexi* DB, CE *&c. fuerint in eodem plano; remotior* EC *catheto incidentiæ cum eadem in majore diſtantia a centro* FL *concurrit, vicinior* DB *in minore* GL.

### *DEMONSTRATIO.*

Concurrat uterque in eodem puncto G, ſi fieri poteſt. Ducantur ad puncta reflexionis B & C tangentes KB & IC: erit AK > AI. Quoniam AL : GL = AK : KG (§. 157), ſi radius CE itidem in G cum catheto AL concurrit; erit etiam AL : GL = AI : IG (§. *cit.*). Eſt vero AK > AI: ergo & KG > IG, ſeu pars major toto. *Quod abſurdum.*

Concurrat radius EC, ſi fieri poteſt, infra G in N cum catheto AL. Quoniam AL : GL = AK : KG & AL : LN = AI : IN (§. 157), ſitque GL > NL *per hypoth.* erit AL : GL < AL : LN (§. 189 *Arithm.*) & hinc AK : KG < AI : IN (§. 81 *Arithm.*). Sed cum ſit AK > AI, erit AK : KG > AI : KG (§. 187 *Arithm.*) & ob KG < IN erit AI : KG > AI : IN (§. 189 *Arithm.*), conſequenter multo magis AK : KG > AI : IN. Habet igitur AK ad KG & minorem & majorem rationem quam AI ad IN. *Quod denuo abſurdum.*

Quoniam itaque radius EC nec in G, nec infra G cum catheto AL concurrit; ſupra G cum eadem concurrere debet, hoc eſt, in majore a centro diſtantia quam vicinior DB. *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM.*

186. Qui ergo punctum A in ſpeculo convexo ſphærico per radium remotiorem EC videt, ei imago in majore a centro diſtantia FL apparet, quam qui idem per radium viciniorem DB cernit (§. 151).

### *SCHOLION.*

187. *Hinc quo magis oculus a catheto incidentiæ verſus dextram aut ſiniſtram recedit, puncto A immoto, eo magis a centro L recedit & ad ſuperficiem accedit, immo tandem eandem egreditur imago: quod facile experiri datur.*

*THEO-*

### THEOREMA 55.

188. *Si duo oculi D & E fuerint in eodem plano, imago ante cathetum incidentiæ* AL *in* H *apparet.*

### DEMONSTRATIO.

Ibi enim videtur, ubi radii EC & DB a ſpeculo in oculum reflexi concurrunt (*§.* 325. 326 *Optic.*). Sed quia EC cathetum AL in majore a centro diſtantia FL ſecat, DB vero in minore GL; erit radius DG in catheto infra radium EF, cum extra ſpeculum ſupra eundem exiſteret, adeoque DG & EF ante cathetum ſe neceſſario ſecant in H (§. 48 *Geom.*). Imago igitur in H ante cathetum apparet. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

189. *Atque hic eſt caſus ille rarior, de quo non valent, quæ ſuperius demonſtrata ſunt ex loco imaginis in catheto ſuppoſito.*

### PROBLEMA 12.

190. *Specula convexa ita collocare, ut per multiplicem reflexionem videatur adſpectabile.*

### RESOLUTIO.

1. Speculis planis quomodocunque diſpoſitis inveniantur puncta reflexionis in ſingulis (§. 100).
2. Specula convexa ita collocentur ut plana tangant in punctis reflexionum & plana removeantur.

Quoniam enim tum perinde a convexis reflectuntur, ac ſi a planis reflecterentur per multiplicem refractionem in ſpeculis convexis factam adſpectabile videbitur.

### THEOREMA 56.

191. *Radii a ſpeculo ſphærico reflexi magis divergunt, quam ſi a plano reflecterentur.* Tab. IV. Fig. 37.

### DEMONSTRATIO.

Incidat ex A radius in B & reflectatur in C. Ducatur tangens HB per B, quæ repræſentat ſpeculum planum, in quo AB eodem modo reflectitur ac in ſphærico. Incidat porro in ſphæricum radius AF, qui ſecabit tangentem in D, adeoque a plano ſpeculo reflectetur in E via DE (§. 24). Per punctum F ducatur KL ipſi HB parallela & MN tangens ſpeculum ſphæricum in puncto incidentiæ F ſitque OF radius reflexus ſuper plano KL; erit angulus ADB = EDH (§. 24) = AFL (§. 222 *Geom.*) = OFK (§. 24) = OQH (§. 222 *Geom.*). Quod ſi ergo radius AF reflecteretur a plano KL, reflexus OF foret ipſi ED parallelus (§. 240 *Geom*) adeoque jam magis diſtaret a reflexo priore CB quam reflexus ED. Quoniam vero angulus incidentiæ AFN ſuper tangente MN eſt minor quam ſuper plano KL, nempe AFN < AFL (§. 76 *Arithm.*); ſub

ſub minori quoque angulo reflectetur (§. 24) adeoque propior erit reflexus a tangente PF tangenti MF, quam reflexus a parallela OF parallelæ KF. Quare cum MF cadat infra KF (§. 48 *Geom.*); radius quoque PF infra OF cadere debet; conſequenter quia OF a CB jam magis diſtat quam ED, multo igitur magis PF a CB majore intervallo diſtabit quam ED, adeoque radii PF & CB magis divergunt, quam ſi a ſpeculo plano reflecterentur (§. 81 *Geom.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* 1.

192. Lumen igitur a ſpeculo ſphærico convexo reflexum debilitatur (§. 83 *Optic.*), adeoque reflexi effectus minores ſunt, quam directi (§. 24 *Mechan.*).

*COROLLARIUM* 2.

Tab. IV. Fig. 38. 193. Quoniam angulus CAD > CBD (§. 177 *Geom.*); radii magis divergentes AC & AD e propinquiori puncto A radiant, quam minus divergentes BC & BD. Cum igitur radii a ſpeculo convexo ſphærico reflexi fiant magis divergentes (§. 191); punctum reflexum veluti ex loco viciniore radiat, & hinc myopes in ſpeculo convexo diſtinctius vident remota, quam directe (§. 362 & §. 43 *Optic.*).

*THEOREMA* 57.

194. *Radii reflexi a ſphæra minore magis divergunt, quam ſi a majore reflecterentur.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit radius AH ad utrumq; ſpeculum perpendicularis hoc eſt, tranſeat per centra C & D (§. 193 *Geom.*), & in punctum E, quod eſt in utroque ſpeculo, incidat radius AE. Ducantur ex C & D radii DG & CF. Quoniam inclinatio incidentis AEG = GDA + EAD & FEA = FCA + EAD (§. 224 *Geom.*); ſed FCA > GDA (§. 178 *Geom.*); erit quoque FEA > GEA (§. 82 *Arithm.*), conſequenter radius AE a ſpeculo ſphærico minore reflexus cadet ultra reflexum a majore (§. 144) & ſic a radio AB magis diverget, quam ſi a majore reflecteretur. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

195. Lumen igitur a ſphæra minore reflexum magis debilitatur, quam ſi a majore reflectitur (§. 83 *Optic.*), adeoque in priori caſu effectus ejus minores ſunt, quam in poſteriore (§. 24 *Mechan.*).

CA-

# CAPUT IV. DE SPECULIS SPHÆRICIS CONCAVIS.

## PROBLEMA 18.

196. *Modulum pro ſpeculis ſphæricis concavis fundendis parare.*

### RESOLUTIO.

1. Lutum exſiccatum & in pulverem contritum percribretur, ut arena & ſordes ſeparentur.
2. Pulvis per cribrum trajectus cum aqua commiſceatur, & in pultem redactus per ſecerniculum ſecernatur.
3. Cum hac maſſa ſtercus equinum & pili vitulini conciſi porro commiſceantur, tamdiu ſubigenda, donec ſatis tenax deprehendatur. Addi etiam poteſt pulvis carbonum vel laterum contritorum percribratus.
4. Ex lapide arenaceo ruditer paretur duplex modulus, alter quidem convexus, alter concavus, & mediante arena madefacta tamdiu cavum ſuper convexo attere, donec concavus congruat convexo: ita enim perfectam adipiſceris figuram ſphæricam. Conſultum vero eſt, ut arena per cribrum trajiciatur, ne grana majora cavitates hinc inde cauſentur in ſuperficiebus modulorum.
5. Maſſa ante præparata ope ligni volutorii AB ſuper tabula extendatur, donec eam nanciſcatur craſſitiem, quam ſpeculum habere debet, & extenſa pulvereque lateritio conſperſa, ne adhæreat, modulo convexo ſuperinducatur, ut ſpeculi figuram induat. Tab. IV. Fig. 40.
6. Huic exſiccatæ & pinguedine illitæ denuo inducatur operculum ex eadem maſſa; quo ipſo exſiccato,
7. Utrumque ſphæræ cavæ ſegmentum, quod ex luto confeciſti, removeatur & rejecto interiore, quod ſpeculi ſpatium replet, modulus lapideus pigmento aliquo ex creta & lacte præparato illinetur; operculum vero denuo imponatur.
8. Tandem commiſſuræ eodem luto, ex quo operculum formatum eſt, obducantur, modulus integer filis ferreis conſtringatur, & foramina duo efformentur, per quorum unum materia ſpeculi fuſa infundi, per alterum vero aër ex moduli cavitate expelli

pelli poſſit, ne ſpeculum bullulis vitietur.

*SCHOLION.*

197. *Moduli tanta cum cura parari debent, ut ſpeculorum figura ſit vere ſphærica.*

*PROBLEMA* 19.

198. *Speculum metallicum efficere.*

*RESOLUTIO.*

1. Liquentur cupri recentis partes octo, ſtanni Anglicani una, marchaſitæ quinque.
2. Ferro calido materiæ liquatæ nonnihil eximatur: quod ſi frigefactum nimis rubet, plus ſtanni addatur, ſi nimis albicat, aliquid cupri adjiciatur, donec maſſa ſpecularis conveniente gaudeat colore.
3. Tum maſſa modulo per probl. præced. præparato infundatur, quæ ſpeculi figuram aſſumet.

*SCHOLION* 1.

199. *Alii* 10 *partibus cupri admiſcent quatuor ſtanni Anglicani & aliquid antimonii & ſalis Ammoniaci, maſſamque tamdiu bacillo agitant, quamdiu fumus exhalat ab ore & naribus arcendus, quia venenoſus. Alii aliis mixturis utuntur, quales complures deſcribunt* Schottus (e) & Zahnius (f).

*SCHOLION* 2.

200. *Specula hac metallica vocari ſolent chalybea, quia probe polita chalybis polita colorem æmulantur.*

*PROBLEMA* 20.

201. *Specula metallica polire.*

*RESOLUTIO.*

1. Speculum fuſum capulo ligneo pice agglutinetur &
2. Super modulo lapideo (§. 196) mediante aqua atque arena, & ubi extritum fuerit, ſine arena atteratur, donec fuerit ad lævigandum aptum.
3. Lapideus modulus exſiccatus aut alter æqualis charta veſtiatur, pulvere tripolitano & calce ſtanni illinenda.
4. Super hac ſpeculum tamdiu teratur, donec ſplendore exquiſito undiquaque refulgeat.

*COROLLARIUM.*

202. Non abſimili modo ſpecula vitrea poliuntur, niſi quod ſuperficies convexa in modulo concavo expolienda.

*SCHOLION.*

203. *Si ſpecula fuerint majora, ſuper tabula firmata primum lapide arenoſo, deinde pumice, inde arena ſubtili mediante vitro, quod capulo ligneo agglutinatum, teruntur, tandem calce ſtanni & pulvere tripolitano corio madido inſperſo fricantur.*

*PROBLEMA* 21.

204. *Speculum vitreum concavum terminare.*

RE-

(e) Magiæ Catoptr. part. 1. lib. 6. pragm. 4. p. 266 & ſeqq.
(f) in oculo artific. fundam. 3. ſynt. 3. c. 10. §. 9. prax. 4. f. m. 631 & ſeqq.

RESOLUTIO.

1. Paretur modulus concavus ex gypſo, cujus ſuperficiei concavæ convexa ſpeculi congruit.

2. Reliqua fiant ut in probl. 3 (§. 49).

THEOREMA 58.

Tab. V. Fig. 1. 205. *Si inclinatio radii* KI *in ſpeculum ſphæricum cavum* LI *incidentis & axi* AB *paralleli fuerit* 60 *graduum; radius reflexus* IB *cum axe* AB *in ipſo ſpeculi polo* B *concurrit.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam $m = 60°$ *per hypoth.* erit etiam $n = 60°$ (§. 144), & quia KI axi AB parallela, etiam $i = 60°$ (§. 222 *Geom.*), conſequenter $u = 60°$ (§. 225 *Geom.*) atque hinc BI radio CI æqualis (§. 239 *Geom.*). Punctum igitur B, in quo radius reflexus IB cum axe concurrit, eſt in ipſa ſuperficie ſpeculi (§. 338 *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 59.

Tab. V. Fig. 1. 206. *Si radii HE in ſpeculum concavum ſphæricum EI incidentis & axi AB paralleli inclinatio fuerit* 60 *gradibus minor; reflexus EF cum axe AB concurrit ad diſtantiam BF quarta diametri parte minorem.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam $o = x$ (§. 144) & ob paralleliſmum rectarum HE & AB $o = y$ (§. 222 *Geom.*); erit etiam $x = y$ (§. 79 *Arithm.*) & hinc FE = FC (§. 174 *Geom.*). Eſt vero CF + EF > EC (§. 179 *Geom.*) & CE = CB (§. 18 *Geom.*): ergo CF + FE > CB (§. 81 *Arithm.*), conſequenter CF > FB, hoc eſt, FB minor eſt dimidia radii CB aut quarta diametri parte. *Q. e. d.*

THEOREMA 60.

207. *Diſtantia FC puncti F, ubi radius HE in ſpeculum ſphæricum cavum EI incidens & axi AB parallelus cum eodem concurrit, a centro C eſt ad dimidum radium CD in ratione ſinus totius ad Coſinum inclinationis.* Tab. IV. Fig. 41.

DEMONSTRATIO.

Ex demonſtratione theorematis præcedentis patet, eſſe FE = FC. Quare ſi ex F demittatur perpendicularis FE; erit DC = ½ CE (§. 174 *Geom.*). Quodſi vero CF ſumatur pro ſinu toto, erit CD ſinus anguli DFC (§. 7 *Trigon.*) ſeu coſinus anguli DCF (§. 11 *Trigon.*), hoc eſt, inclinationis DEH (§. 222 *Geom.*). Eſt itaque CF ad CD ut ſinus totus ad coſinum inclinationis. *Q. e. d.*

PROBLEMA 22.

208. *Determinare rationem, quam habet portio axis, cum quo radii paralleli a toto ſpeculo ſphærico concavo reflexi concurrunt, ad radium.*

RESOLUTIO.

1. Coſinus inclinationis radii ex-

timi ſubtrahatur a ſinu toto; relinquetur OF differentia inter dimidium radium & puncti F, ubi radius extimus cum axe unitur, a centro C diſtantiam (§. 207).

2. Quodſi ergo per OF duplum coſinus iſtius, hoc eſt, EC (*§. cit.*) per OF dividas; quotus exprimit, quanta radii pars ſit OF.

Quare cum portio axis, cum qua radii paralleli ſub inclinatione 60 gradibus minore concurrunt, ſit eidem propemodum æqualis (§. 206); ratio ejus ad radium eſt ut unitas ad quotum inventum.

E. gr. Sit inclinatio trium graduum: erit

```
CF = 10000000
CD =  9986295
-------------
OF =    13705
CE = 19972590 (1457
      13705
      -----
      62675
      54820
      -----
       78559
       68525
       -----
      100340
       95935
       ------
        4405
```

Nempe OF eſt $\frac{1}{1457}$ radii. In ſpeculo itaque ſphærico concavo, cujus latitudo 6 gradus ſubtendit, radii paralleli poſt reflexionem uniuntur cum portione axis, quæ parte milleſima quadringenteſima quinquageſima ſeptima minor exiſtit. Eodem modo reperitur, ſi inclinatio fuerit 6, 9, 12, 15, 18 graduum; eſſe OF $\frac{1}{363}$, $\frac{1}{160}$, $\frac{1}{89}$, $\frac{1}{56}$, $\frac{1}{36}$ radii, hoc eſt, portionem axis, cum quo radii paralleli a ſpeculo ſphærico cavo reflexi concurrunt, eſſe minorem $\frac{1}{363}$, $\frac{1}{160}$, $\frac{1}{89}$, $\frac{1}{56}$, $\frac{1}{36}$, ſi latitudo ſpeculi ſubtendat arcum 12, 18, 24, 30, 36 graduum.

## *COROLLARIUM* 1.

209. Quoniam itaque radii per totam ſpeculi ſuperficiem diſperſi in anguſtum admodum ſpatium poſt reflexionem coarctantur; lumen radiorum parallelorum per reflexionem a ſpeculo ſphærico concavo valde intenditur (§. 84 *Optic.*), nempe in ratione duplicata latitudinis ſpeculi & diametri circuli, in quo radii omnes uniti continentur (§. 493 *Geom.*).

## *COROLLARIUM* 2.

210. Cum radii ſolares ſint paralleli (§. 92 *Optic.*); eorum vires per reflexionem a ſpeculo concavo ſphærico valde intenduntur (§. 209), adeoque non mirum, quod lignum aliaque inflammabilia accendant & liquabilia liquefaciant.

## *SCHOLION* 1.

211. Specula *concava ſpharica inde cauſtica ſeu* uſtoria *appellari ſolent: locus autem*

*in qu*

*in quo incendium excitatur,* Focus *dicitur. Apparet autem erraſſe* Euclidem *& cum eo veteres in univerſum, dum focum in centro eſſe credidere.*

## COROLLARIUM 3.

212. Quoniam focus ibi eſt, ubi radii arctiſſime uniuntur; ſi majoris fuerit ſphæræ ſegmentum, latitudo arcum 18 gradibus haud majorem ſubtendere debet, ſi vero fuerit ſphæræ minoris ſegmentum, ad ſummum arcum 30 graduum.

## SCHOLION 2.

213. Kircherus *ſane* (g) *ſpecula cauſtica omnium optima deprehendit, quorum latitudo arcum* 18 *gradibus haud majorem ſubtendit, experientia adeo demonſtrationi convenientе.*

## COROLLARIUM 4.

214. Quia ſuperficies ſpeculi, quod majoris ſphæræ ſegmentum eſt, plures radios excipit, quam quod minoris exiſtit, ſi utriusque latitudo arcum 18 graduum ſubtendat, vel etiam aliquanto majorem, vel minorem, ſed æqualem tamen; effectus quoque ſpeculorum majorum majores ſunt, quam minorum.

## COROLLARIUM 5.

215. Quia focus intra quartam & quintam diametri partem continetur (§. 206. 208); ſpecula, quæ ſunt majoris ſphæræ ſegmenta, ad majorem diſtantiam urunt, quam quæ ſunt ſegmenta minoris.

## COROLLARIUM 6.

216. Quoniam denique uſtio a radiorum unione, unio radiorum a figura concava ſphærica pendet (§. 206. 210); mirum ſane non eſt, quod etiam ſpecula lignea deaurata & quæ ex gypſo parantur atque auro obducuntur, immo etiam ex charta confecta & ſtramine obducta, urant.

## SCHOLION 3.

217. *Apud veteres celebrantur ſpecula Archimedis atque* Procli: *quorum ille naves Romanorum, duce* Marcello *Syracuſas obſidentium,* Zonara (h), Tzetze (i) & Galeno (k) *aliisque antiquioribus, quos* Tzetzes *citat, auctoribus; hic vero, referente denuo* Zonara (l) *claſſem* Vitaliani *Byzantium obſidentis ſpeculo cauſtico incendit. Enimvero cum diſtantia foci in ſpeculo ſphærico concavo quartam diametri partem non excedat, Archimedeum autem ad diſtantiam* 30 *paſſuum (re ab* Athanaſio Kirchero *Syracuſas tranſeunte examinata) vim ſuam uſtoriam extendere debuerit* (m), *& latitudo foci perquam exigua exiſtat; ſpeculo cauſtico ſphærico præſtari nequit, quod Archimedes atque* Proclus *feciſſe perhibentur. Quoniam vero nec difficultate carent, quæ de reflexione radiorum ſolarium a pluribus ſpeculis planis in eundem locum factis ſuſpicatur* Kircherus, *aut alii de ſpeculis parabolicis prodiderunt; ideo plurimis inter commenta referenda videntur, quæ veteres incer-*



(g) in Arte magna lucis & umbræ lib. 10. part. 3. c. 1. pragm. 2.
(h) *Annal.* Tom. 2. p. 83.
(i) variarum hiſtoriarum chiliad. 2 hiſt. 35. p. 22.
(k) de temperamentis lib. 3. c. 2.
(l) *Annal.* Tom. 3. p. 46.
(m) vid. Schottus in Magia univerſ. part. 1. lib. 7. ſyntagm. 5. §. 3. p. 417.

*ta fama deluſi de ſpeculis* Archimedis *atque* Procli *commemorant.*

## SCHOLION 4.

218. *Inter ſpecula recentiora eminent* Septalianum, Villetanum & Tſhirnhuſianum. *Nimirum* Manfredus Septala, *Canonicus Mediolanenſis, teſte* Schotto (n), *ſpeculo parabolico ad* 15 *ac* 16 *fere paſſuum diſtantiam aſſeres combuſſit.* Viletti, *artificis Lugdunenſis Galli, ſpeculum unum a* Tavernierio *emtum & Regi Perſarum oblatum eſt; ſecundum ſuis ſumtibus ſibi comparavit Rex Daniæ; tertium denique munificientia Regis Galliarum dignum fuit judicatum. Eorum effectus prædicantur ſequentes* (o): *Lignum viride in momento ignem concepit; minutia ferri ex lebete reſoluta liquefacta deſtillavit* 40 *minutorum ſecundorum ſpatio; nummus* 15 *ſolidorum Gallicorum perforatus eſt* 24 *ſecundis, calculus orichalceus perforatus eſt* $\frac{6}{10}$ *ſecundi, fruſtum laterculi quadrati ex camera vitrificatum eſt in guttam vitri* 45 *ſecundis, chalybs perforata eſt* $\frac{9}{10}$ *unius ſecundi, lapis mineralis, qui ſclopetis ad excitandum ignem affigitur, vitrificatus eſt minuto uno, fruſtum cœmenti vitrificatum eſt* 52 *ſecundis. Latitudo ſpeculi iſtiusmodi effectibus nobilitati erat* 30 *digitorum, latitudo foci ſemiaureum Ludovici adæquabat, tres circiter pedes a centro diſtantis. Denique de* Tſhirnhuſiano, *quod omnibus palmam præripit, ſequentia annotantur in Actis Eruditorum, quæ Lipſiæ publicantur* (p): „1 Admotum foco ſpeculi lignum momento flammam concipit, quam ne ventus quidem valentior facile extinguat. 2. Aqua, intra „vaſculum figulinum ei applicatum, extemplo effervefcit, ut ova injecta ſtatim fiant edulia; retento ibidem parumper vaſculo, aqua omnis evaporat. 3. Maſſa ſtanni plumbive, tres „pollices craſſa, ſimul ac foco admovetur, guttatim liqueſcere, pauloque „ibi detenta continuo fluere incipit, donec ſpatio 2 aut 3 minutorum plane „perterebretur. 4. Lamina ferrea aut „chalybea foco admota, in averſa a ſpeculo ſuperficie, qua parte focum contingit, illico candeſcere conſpicitur, „pauloque poſt in foramina dehiſcit: „quorum tria intra ſex minuta horaria „laminæ inuſta. Nec minus 5. cuprum, argentum &c. foco admota colliqueſcunt, e. gr. unciali Saxonico idem, quod laminæ ſupra memoratæ „contigit. 6. Quæ liquefactioni obnoxia non ſunt, ut lapides, lateres &c. „brevi inſtar ferri igniti candefiunt. 7. „Ardoſia e veſtigio candeſcit & intra „pauca minuta in vitrum nigrum non „inelegans transmutatur; cujus ſi pars „aliqua candeſcens forcipula prehenſa „detrahatur, in fila vitrea ſimul diducitur. 8. Tegulæ, intenſiſſimum ignis „æſtum alias perpeſſæ, exigui temporis lapſu in vitrum flavum deliqueſcunt: quemadmodum & 9. teſtæ ex „ollis non ſolum probe percoctis, ſed „multo etiam ignis admoti uſu duratis, „in vitrum nigroflavum. 10. Pumex montium, ut vocant in officinis, „igni-

(n) in Magia Univerſ. part. 1. lib. 7. §. 6. p. 418.
(o) in Tranſact. Anglic. n. 6. p. 95 & in Diario litteratorum Pariſino A. 1679 menſ. Decembr. p. 322.
(p) A. 1687 menſ. Jan. p. 52.

„ignivomorum uſtus ſolari hoc igne in „vitrum candidum & pellucidum funditur. 11. Crucibuli ſolidiſſimi pars „foco expoſita intra 8 minuta in vitrum conflata eſt. 12. Oſſa in vitrum aliquod opacum & gleba ex terra exciſa in flavum aut ſubinde nigrum „mutata. *Latitudo ſpeculi erat trium fere ulnarum Lipſienſium: & ex lamina cuprea conſtabat vix duplo craſſiori dorſo cultri communis. Focus duabus ulnis a ſpeculo diſtabat. Ad ſpeculorum* Tſchirnhuſianorum *imitationem artifex quidam inſignis Dresdæ ſpecula cauſtica majora ex ligno confecit, quæ non minores produxerunt effectus non ſine multorum admiratione.*

## SCHOLION 5.

219. Zacharias Traberus (q) *docet, quomodo ex auro ſtrepero ſpecula cauſtica confici queant. Scilicet a tornatore fieri debet ſpeculum ligneum concavum & pice cerata æqualiſſime tingi, aurum denique in quadrata duorum digitorum vel trium ſciſſum per fruſta agglutinandum, adhibitis ſi opus fuerit carbonibus.* I*mo* (r) *ſpecula majora fieri poſſe notat ex cavorum ſpeculorum aut vitri quadratis fruſtis* 30, *aut* 40 *vel pluribus, in ſcutella tornata lignea decenter connectendis, eorumque effectum non multo minorem eſſe, quam ſi ſuperficies continua eſſet.*

## SCHOLION 6.

220. *Speculum ex charta duriori & ſtramine eidem agglutinato A.* 1699 *Viennæ confecit* Neumannus *quidam* I*ngeniarius, quo omnia metalla in fluorem reduxit,* Zahnio referente (s).

## THEOREMA 61.

221. *Si lumen conſtitutum ſit in foco F ſpeculi ſphærici concavi EI; radii poſt reflexionem ſunt paralleli.* Tab. IV. Fig. 41.

## DEMONSTRATIO.

Radii enim paralleli per reflexionem in foco uniuntur (§. 207). Sed ſi lumen ſit in foco F, qui ante erat radius reflexus EF nunc erit incidens, & qui ante incidens erat, nunc fiet reflexus EH. Erit itaque reflexus HE axi AB, hoc eſt, omnes reflexi erunt inter ſe paralleli (§. 221 *Geom.*). *Q.e.d.*

## COROLLARIUM 1.

222. Lumen igitur intenſum ad inſignem diſtantiam projicitur candela accenſa in foco ſpeculi concavi conſtituta (§. 85 *Optic.*), non tamen ad infinitam (§. 91 *Optic.*).

## COROLLARIUM 2.

223. Quodſi ergo radii paralleli alio ſpeculo concavo denuo excipiantur; in foco poſt reflexionem iterum concurrent atque urent.

## SCHOLION.

224. *Experimento id comprobatum Viennæ* teſte Zahnio (t), *ope duorum ſpeculorum concavorum ex lamina orichalcea confectorum Majus erat* 6, *minus* 3 *pedum, diſtantia eorundem* 20 *vel* 24 *pedum. In foco majoris conſti-*

(q) in Nervo Optic. lib. 2. c. 12. prop. 5. cor. 1. f. 127.
(r) loc. cit. cor. 2. f. 128.
(s) in Oculo artific. fundam. 3. ſyntagm. 3. cap. 10. f. m. 634.
(t) loc. cit. ſyntagm. 5. c. 6. artif. 12. p. 753.

*conſtituti erant carbones candentes, in foco minoris ignitabulum cum filo ſulphureo candela circa apicem circumligatum. Radii carbonum reflexi candelam accendebant.*

### THEOREMA 62.

Tab. IV. Fig. 42. 225. *Si lucidum intra focum F & ſpeculum CH conſtituitur; radii poſt reflexionem ab axe BA divergunt.*

### DEMONSTRATIO.

Si lucidum eſſet in F, radius reflexus CE foret axi BA parallelus (§. 221), adeoque eandem ab axe conſtanter diſtantiam ſervaret (§. 78 *Geom.*). Quoniam vero DCG > FCG; erit etiam KCG > ECG (§. 144), adeoque CK ultra CE cadit, conſequenter ab axe AB divergit (§. 245 & 81 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

226. Lumen itaque per reflexionem debilitatur (§. 86 *Optic.*).

### THEOREMA 63.

Tab. IV. Fig. 42. 227. *Si lucidum inter focum F & centrum G conſtituitur; radii poſt reflexionem cum axe concurrunt ultra centrum.*

### DEMONSTRATIO.

Si lucidum eſſet in foco F, radius reflexus HL foret cum axe BA parallelus (§. 221), adeoque ab eo eandem conſtanter diſtantiam ſervaret (§. 78 *Geom.*). Quoniam vero IHG < FHG; erit etiam GHA < GHL (§. 144), adeoque reflexus HA a parallela verſus axem recedit, conſequenter cum axe BA convergit tandemque concurrere debet (§. 245 & 80 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

228. Quodſi lucidum ponatur in A, qui ante erat radius reflexus AH nunc fiet incidens, adeoque qui ante erat incidens IH nunc fiet reflexus (§. 144). Si ergo lucidum ultra centrum G conſtituitur; radii poſt reflexionem cum axe inter focum F & centrum G concurrunt.

### COROLLARIUM 2.

229. Hinc ſi candela ponatur in I, ejus imago apparet in A; ſi vero candela accenſa conſtituatur in A, imago ejus apparet in I, in punctis vero inter I & A ſectio luminis eſt circulus, tanto quidem major, quo puncto concurſus vicinior.

### THEOREMA 64.

230. *Si corpus luminoſum in centro ſpeculi ſphærici concavi ponatur, radii omnes reflectuntur in ſeipſos.*

### DEMONSTRATIO.

Incidunt enim in ſpeculum perpendiculares (§. 37 *Analyſ. infin.*), adeoque in ſeipſos reflectuntur (§. 25). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

231. Hinc ſi oculus in centro ſpeculi ponitur, ſeipſum confuſe videt per totum ſpeculum.

THEO-

### THEOREMA 65.

232. *In ſpeculo ſphærico concavo oculus ſeipſum non videt niſi per diametrum.*

### DEMONSTRATIO.

Oculus ſeipſum videre nequit niſi per radium, qui in ſeipſum reflectitur. Quamobrem cum radii perpendiculares tantum in ſeipſos reflectantur (§. 25), ad ſpeculum autem perpendiculares ſint diametri (§. 37 *Anal. inf.*); oculus ſeipſum non videt niſi per diametrum. *Q. e. d.*

### THEOREMA 66.

233. *Si duo oculi aut diverſæ ejusdem pupillæ partes fuerint in diverſis planis reflexionis; objecti imago videtur plerumque in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi, aliquando tamen extra cathetum apparet, ſi nempe oculus ſpeculo valde vicinus & objectum ultra centrum ab eodem removetur.*

### DEMONSTRATIO.

Imago objecti videtur, ubi radii reflexi ad utrumque oculum vel diverſas pupillæ ejusdem oculi partes concurrunt (§. 326 *Optic.*). Quoniam vero iidem a diverſis planis reflectuntur *per hypoth.* punctum concurſus eſſe debet in communi ſectione planorum. Cum itaque communis ſectio ſit cathetus incidentiæ (§. 146), ſi radii reflexi concurrunt, punctum concurſus eſt in catheto incidentiæ, conſequenter imago videtur in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi. *Quod erat unum.*

Si objectum FE ultra centrum C a ſpeculo removetur, catheti incidentiæ FG & ED ab extremis punctis F & E ductæ ſe mutuo in centro C interſecant (§. 146), adeoque poſt interſectionem cathetus puncti ſuperioris F deorſum, cathetus vero inferioris E ſurſum tendit, conſequenter ſi objecti imago poſt ſpeculum apparet, atque in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi videtur, inverſa apparere debet. Enimvero ſi oculus prope ſpeculum fuerit conſtitutus, experientia teſte, imago poſt ipſum ſitu erecto conſpicitur; videtur ergo in hoc caſu extra cathetum. *Quod erat alterum.* Tab. IV. Fig. 43.

### COROLLARIUM.

234. Si objectum in foco fuerit collocatum, radii poſt reflexionem fiunt paralleli tum inter ſe, tum axi (§. 221). Cum adeo nec inter ſe, nec cum axe ſeu catheto incidentiæ concurrant; in ſpeculo objectum hoc in caſu videri nequit.

### SCHOLION.

235. *Non difficultate caret doctrina de loco imaginis in ſpeculis ſphæricis non minus convexis, quam concavis. Quoniam enim diverſa*

*verſa plana, reflexionis in plano eodem commode delineari nequeunt; neque facile demonſtrari poteſt, ubinam radii ab eodem puncto in ſpeculum illapſi & ad diverſas pupillæ partes reflexi concurrant. Unde quod plerisque phænomenis ſatisfacit, aſſumitur, imaginem nempe eſſe in concurſu catheti incidentiæ radii reflexi.*

### THEOREMA 67.

Tab. IV. Fig. 44. 236. *Si radius ex puncto catheti* h *incidens in ſpeculum convexum* hF *& reflexus IF intra ſpeculum continuentur; erit FH incidens ex puncto catheti H in concavum & FO reflexus ejusdem.*

### DEMONSTRATIO.

Eſt enim $hFE = IFM$ (§. 24). Sed $hFE = MFO$ & $IFM = EFH$ (§. 150 *Geom.*). Ergo $MFO = EFH$. Quodſi itaque FH ſumatur pro incidente ex puncto H; erit FO reflexus (§. 24). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

237. Quoniam punctum catheti H eſt imago puncti *h* in ſpeculo convexo (§. 151); punctum vero *h* imago puncti H in concavo (§. 233 & 236): ſi imago objecti a ſpeculo convexo reflexi videretur per reflexionem in concavitate factam, inſtar objecti ipſius cerneretur.

### COROLLARIUM 2.

238. Cum catheti infinitæ imago in ſpeculo convexo ſit quarta diametri parte minor (§. 155. 158); catheti quarta parte diametri minor portio in ſpeculo concavo quantumvis magna apparere poteſt.

### COROLLARIUM 3.

239. Punctum igitur intervallo minore quarta diametri parte a ſpeculo concavo remotum intervallo quantumvis magno poſt ſpeculum apparere debet.

### SCHOLION 1.

240. *Videntur equidem hæc experientiæ contraria: quoniam ſenſuum judicio imago in ſpeculo plano longius diſtat, quam in concavo, in plano autem tanto intervallo poſt ſpeculum apparet; quanto objectum ab eodem removetur (§. 56). Enimvero majorem eſſe in concavo, quam in plano diſtantiam, clariſſime apparet in ſpeculis vitreis, quorum exterior ſuperficies plana, interior vero concava. Parantur ſcilicet ex vitris plano convexis in convexitate terminatis. Quodſi intra focum & ſpeculum candelam ſtatuas accenſam, videbis in ſpeculo duplicem imaginem, alteram clariorem & majorem, quæ a ſuperficie concava reflectitur, alteram vero obſcuriorem & minorem, quæ a ſuperficie plana reflectitur. Illa vero majori intervallo poſt ſpeculum quam hæc diſtat. Unde jucundum exhiberi poteſt ſpectaculum ligni in ſpeculo ardentis, quod tamen extra ſpeculum non ardet. Nimirum ſi inter candelam accenſam & ſpeculum collocetur ligni fruſtum longius, quam latius, ut ſit in catheto flammæ; ligni tantum imago unica cernitur, utpote objecti obſcurioris, quæ a ſpeculo concavo reflectitur, adeoque per flammam priorem tranſit, quæ quaſi ex eo erumpere videtur, ut adeo lignum in ſpeculo continuo ardeat, nec tamen comburatur. Quod vero imago exiguo admodum intervallo poſt ſpeculum diſtare videtur, ratio hæc eſt, quia major eſt objecto nec plura objecta eidem contigua una exhibentur. Cum adeo ex objectis interpoſi-*

*poſitis de diſtantia judicium fieri nequeat & magna atque diſtincta videntur vicina* (§. 204. 293 Optic.); *non mirum, quod exigua admodum imaginis a ſpeculo diſtantia credatur. Illico tamen magna apparebit, ſi ſtylum quendam longiorem, quarta tamen diametri parte minorem, inter objectum & ſpeculum ſtatuas, qui ſit in catheto aliqua.*

*COROLLARIUM 4.*

241. Quoniam imago objecti quantumvis latæ in ſpeculo convexo inter duas cathetos incidentiæ punctorum extremorum continetur (§. 233); ſi objectum inter duas cathetos in diſtantia minore diametri parte quarta ſtatuatur, latitudo imaginis quantumvis magna apparere poteſt (§. 238).

*COROLLARIUM 5.*

242. Cum itaque objecti inter duas cathetos in diſtantia minore diametri parte quarta collocati imago & latitudinem, & altitudinem juſta majorem, immo quantumvis magnam habere poſſit (§. 238. 241); objecta inter focum & ſpeculum collocata monſtroſæ magnitudinis in ſpeculis concavis apparere debent.

*SCHOLION 2.*

243. *Nimirum quanto minor eſt imago objecti in ſpeculo convexo, tanto major eſſe debet in concavo* (§ 237).

*COROLLARIUM 6.*

244. In ſpeculo convexo imago objecti remotioris centro propior eſt quam vicinioris (§. 174). Ergo in concavo imago objecti a ſpeculo remotioris majori intervallo diſtat quam vicinioris, modo diſtantia objecti a centro ſit quarta diametri parte minor.

*COROLLARIUM 7.*

245. In ſpeculo convexo imago objecti remotioris minor eſt quam vicinioris (§. 178): ergo in concavo imago objecti inter focum & ſpeculum conſtituti major eſt, ſi foco quam ſpeculo propius.

*COROLLARIUM 8.*

246. Recedentis igitur a ſpeculo concavo imago continuo fit major, modo ultra focum non recedatur, in quo confuſa evadit (§. 234): accedentis vero imago fit minor.

*COROLLARIUM 9.*

247. In ſpeculo convexo, quod eſt minoris ſphæræ ſegmentum, imago eſt minor quam in alio, quod majoris ſphæræ ſegmentum exiſtit (§. 180). Ergo in concavo, quod eſt minoris ſphæræ ſegmentum, imago major eſt quam in alio, quod majoris ſphæræ ſegmentum exiſtit: unde ſpecula concava ſphæræ minimæ ſegmenta microſcopii vicem præſtant.

*SCHOLION 3.*

245. *En magnum propoſitionum numerum inſtar corollariorum facillime deductorum; ad quas demonſtrandas multo alias apparatu utuntur ſcriptores Catoptricæ.*

*THEOREMA 68.*

250. *Si objectum AB inter focum*

Tab. IV. Fig. 45. *& ſpeculum fuerit conſtitutum, imago ab poſt ſpeculum apparet ſitu erecto; ſiniſtra apparent dextra & dextra ſiniſtra.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit AB longitudo objecti. Quoniam punctum A videtur in catheto C*a* & punctum B in catheto C*b* (§. 233); punctum ſuperius videtur in loco ſuperiori *a*, inferius in inferiori *b*, hoc eſt, objectum ſitu erecto poſt ſpeculum apparet. *Quod erat unum.*

Quodſi AB concipiatur latitudo objecti: eodem modo patet, dextra dextris ſiniſtra ſiniſtris reſpondere. Sed in viſione directa dextra objecti tuæ ſiniſtræ & illius ſiniſtra tuæ dextræ reſpondent, adeoque in ſpeculo concavo objecti inter focum & ſpeculum poſiti ſiniſtra apparent dextra, dextra vero videntur ſiniſtra. *Quod erat alterum.*

*THEOREMA 69.*

Tab. IV. Fig. 43. 250. *Si objectum AB inter focum & centrum conſtituatur; imago ejus EF ſitu inverſo apparet ultra centrum in libero aëre, oculo ultra centrum remoto.*

*DEMONSTRATIO.*

Radii enim, per quos punctum A reflectitur, in catheto GF ultra centrum C in F, & qui punctum B reflectunt, in catheto DE ultra centrum C in E concurrunt (§. 227). Punctum igitur B veluti ex E & punctum H veluti ex F in oculum ultra EF conſtitutum radiat: conſequenter punctum B in E & punctum A in F, adeoque imago objecti ultra centrum ſitu inverſo videtur (§. 326 *Optic.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA 70.*

251. *Puncti M inter centrum G & focum F ſpeculi concavi poſiti & foco propioris imago videtur a ſpeculo remotior, quam puncti I centro G propioris.* Tab. IV. F. 4

*DEMONSTRATIO.*

Radii MH & IH reflexi a puncto H cum catheto concurrunt ultra centrum (§. 227). Sed quoniam MHG > IHG & MHG = GHA, itemque IHG = GHN (§. 144); erit GHA > GHN (§. 79 *Arithm.*), conſequenter radius HA, qui punctum M foco F propius reflectit, cum catheto in majore a centro diſtantia GA concurrit, quam qui punctum centro G propius I reflectit. Videtur adeo punctum M in majore a centro diſtantia nempe in A, punctum vero I in minore ſcilicet in N (§. 326 *Optic.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA 71.*

252. *Si objectum EF ultra centrum C fuerit conſtitutum, oculo itidem ultra centrum collocato imago* Tab. IV. Fig. 4

*appa-*

*apparebit in libero aëre inter centrum & focum ſitu inverſo.*

### DEMONSTRATIO.

Radii enim a puncto E in ſpeculum illapſi poſt reflexionem cum catheto CD concurrunt inter centrum C & focum; ſimiliter qui a puncto F illabuntur, poſt reflexionem cum catheto FG inter centrum C & focum concurrunt (§. 228). Punctum igitur E veluti ex B & punctum F veluti ex A in oculum ultra centrum conſtitutum radiat, conſequenter objecti EF imago videbitur inter focum & centrum in AB ſitu quidem everſo (§. 326 *Optic.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

253. Imagines ergo objectorum inverſæ ultra centrum C ſitorum a ſpeculo concavo reflectuntur erectæ & inter centrum atque focum charta, in camera præſertim obſcura, excipi poſſunt.

### COROLLARIUM 2.

254. Si objectum EF magis diſtet a centro, quam focus, imago objecto minor eſt. Quia enim tum AC < EC; erit etiam ob verticales ad C æquales (§. 150 *Geom.*) AB < EF.

### SCHOLION.

255. *Jucunda admodum ſpecula concava, quæ majoris præſertim ſphæræ ſegmenta ſunt, ut objecta magna integra reflectere poſſint, præbent ſpectacula. Certe ſi gladium adverſus ſpeculum vibres; alius ex eodem prodibit ad oculum usque protenſus: cumque etiam capitis imago in libero aëro conſpiciatur, vero gladio illum percutere licebit, phantaſtico tuum percutiente. Si manum verſus ſpeculum porrigas, ex ea prodibit alia inverſa tua jungenda ut autem majori admirationi ſint ignaris imagines in aëre pendula, objecta poſt alia abſcondi debent, ne ipſamet videantur. Quoniam etiam objectum idem extra centrum collocatum a diverſis ſpeculi partibus in oculos reflectitur, ut quilibet videat imaginem peculiarem; in minoribus ſpeculis imagines coaleſcentes monſtroſas objecti figuras exhibent. Ita e. gr. facies intuentis unam habet frontem, naſos duos, oculos tres, ora duo; immo interdum inter naſum geminum oculos duos communibus palpebris gaudentes. Quodſi vitrum, ex quo ſpeculum paratur, ſit coloris ſubcinericii; facies intuentis eodem colore tincta magis deformabitur.*

### PROBLEMA 23.

256. *Ciſtulam catoptricam conſtruere, in quam introſpiciens videat objecta ciſta majora, e. gr. caput humanum aut ædificium quoddam.* Tab. V. Fig. 48.

### RESOLUTIO.

1. Conſtruatur ciſtula ABCDEFG pro magnitudine ſpeculi concavi, quo uſurus es, formam parallelepipedi habens, ne deſit ſufficiens ſpatium radiis reflectendis & tegatur ut ſupra (§. 119) charta pergamena pellucida, aut vitro lævigato quidem, ſed non polito.
2. Ad planum ABG firmetur ſpeculum concavum, quod majoris ſphæræ ſegmentum eſſe præſtat.
3. In plano oppoſito DEFC appli-

plicetur pictura hominis aut ædificii, aut objecti cujuscunque alterius, & ſuper ea fiat apertura oblonga HI vitro plano polito munienda.

Quodſi enim introſpicias, pictura a ſpeculo reflexa ſub vera objecti magnitudine comparebit.

*THEOREMA* 72.

257. *Lineæ rectæ ad ſpeculum concavum ſphæricum perpendicularis imago eſt linea recta; lineæ vero ad ſpeculum obliquæ vel eidem parallelæ imago eſt concava.*

*DEMONSTRATIO.*

Si linea ad ſpeculum perpendicularis, in catheto incidentiæ exiſtit (§. 16). Quare cum quodlibet ejus punctum in iſta catheto videatur (§. 233); imago ejus linea recta ſit neceſſe eſt. *Quod erat unum.*

Sit AB ſpeculo parallela vel ad idem obliqua, ducaturque ex centro C recta CF ad AB perpendicularis; erit CA > CD (§. 213 *Geom.*) adeoque ob CF = CE (§. 18 *Geom.*) FD > AE (§. 84 *Arithm*). Punctum igitur D a ſpeculo remotius majori intervallo poſt ſpeculum videtur, quam vicinius A (§. 244). Quare cum *d* magis diſtet a D, quam a ab A & b a B; imago *adb* videbitur concava (§. 262 *Optic.*). *Q. e. d.*

## CAPUT V.
## De
# SPECULIS CYLINDRICIS ET CONICIS, PYRAMIDALIBUS ALIISQUE PLURIBUS.

*PROBLEMA* 24.

258. *Specula cylindrica & conica, itemque pyramidalia & alia figuræ cujuscunque, conficere.*

*RESOLUTIO.*

Quomodo ſpecula cylindrica & conica convexa, itemque pyramidalia, ex vitro fiant, docuimus ſupra (§. 142).

Metallica eodem artificio parantur, quo ſupra ſpecula ſphærica concava fieri docuimus, niſi quod moduli ex luto §. 196 deſcripto parandi requirant alios ligneos figuram ſpeculorum habentes.

Quod-

Quodſi modulus pro elliptico, parabolico & hyperbolico ſpeculo effici debet;

1. In tabula ænea aut lignea accuratiſſime deſcribatur ellipſis AB (§. 396 *Analyſ.*) parabola (§. 364 *Analyſ.*) aut hyperbola CD (§. 429 *Analyſ.*) & figura non minus accurate exſcindatur, margo vero ejus lævigetur.
2. Affigatur ipſi axis EF cum manubrio & binis fulcris ellipticæ figuræ axis imponatur.
3. Subſternatur lutum, quod ſuperius §. 196 pro formandis modulis parare docuimus.
4. Axis EF cum plano AB circumducatur, donec luto figura elliptica, quantum fieri poteſt, exactiſſime fuerit impreſſa.
5. Axis figuræ parabolicæ aut hyperbolicæ CD apice E ita infigatur, ut ſemper maneat erectus, prope manubrium F vero ad fulcrum aliquod firmetur, & ut ante circumducatur, donec luto circumpoſito figuram ſui accuratiſſime impreſſerit.
6. Moduli pars ſic formata exſiccetur & vel pinguedine illinatur, vel pulvere lateritio conſpergatur, atque ex ſimili luto cavitati impreſſo moduli pars convexa paretur; quam *modulum maſculinum*, ſicuti illam *fœmininum* appellare ſolent.
7. Modulus maſculinus exſiccatus ſecundum convexitatem ita jungatur concavitati fœminini, ut inter utrumque tantum ſpatii relinquatur, quantum ſpeculum occupare debet. Reliqua fiant ut ſupra (§. 196).

Specula pyramidalia cylindrica atque conica, tam convexa, quam concava, fiunt quoque ex folio ſelenitis eodem modo terminato, quo ſpecula plana terminari docuimus (§. 49), & vel convexitati vel concavitati cylindri aut coni, vel ſuperficiei pyramidis ligneæ ſuperinducuntur: quod flexilitas materiæ patitur.

### *SCHOLION.*

259. *Specula elliptica, parabolica & hyperbolica omnium difficillime parantur, quia poliendo figura facile depravatur, ſi vel maxime modulus perfectam figuram ellipticam, parabolicam vel hyperbolicam habuerit.*

### *DEFINITIO* 22.

260. *Speculo cylindrico vel conico ſecundum longitudinem objici* dicitur, quod eſt in plano EFHG ſpeculum per axem CD ſecante. Et planum *ſecat* ſpeculum *per axem*, ſi axis ſpeculi CD fuerit in plano ſecante EFHG. Tab. V. Fig. 50.

### *DEFINITIO* 23.

261. *Speculo cylindrico vel conico ſecundum latitudinem objici* dicitur, quod eſt in plano HLKI baſi MN Tab. V. Fig. 51.

pa-

parallelo, vel in eodem plano, cui ſpeculum inſiſtit, ipſummet diametro ſpeculi parallelum.

*OBSERVATIO* 3.

262. *Si ſtylus aliquis ſpeculo cylindrico ſecundum longitudinem objicitur; imago intra ſpeculum apparet in recta axi parallela, ſuperficiei quam centro propior, ejusdem fere cum objecto longitudinis, ubi oculus ſtylo non fuerit altior. Quodſi oculum eleves, longitudo imaginis extendetur; ſi deprimas, eadem in ſe quaſi contrahitur.*

*COROLLARIUM* I.

Tab. V. Fig. 50. 263. Linea igitur objectiva AB, quæ ſpeculo ſecundum longitndinem objicitur, intra ſpeculum habet imaginem rectam *ab* axi CD parallelam, objecto propemodum æqualem.

*COROLLARIUM* 2.

264. Dimenſiones itaque objectorum, longitudini ſpeculi cylindrici reſpondentes parum mutantur.

*OBSERVATIO* 4.

265. *Si ſtylus in plano, cui ſpeculum cylindricum inſiſtit, vel in plano baſi ſpeculi parallelo vel diametro baſis, vel chordæ in directum collocetur; imago ut ante intra ſpeculum apparet erecta in recta axi parallela, ſuperficiei quam centro propior. Quodſi oculus elevatur, eadem celeritate, qua oculus movetur, imago extenditur multo magis, quam ſi ſtylus fuerit in plano ſpeculum per axem ſecante; ſin iſte deprimitur, hæc quaſi in ſeipſam contrahitur.*

*COROLLARIUM* I.

266. Lineæ igitur objectivæ in plano, cui ſpeculum inſiſtit, vel quod baſi ejus parallelum, diametro vel chordæ in directum jacentis MN imago *mn* axi ſpeculi CD parallela apparet, punctumque remotius N videtur in ſpeculo altius in *n*. T F 5

*COROLLARIUM* 2.

267. Linea itaque objectiva in plano, cui ſpeculum inſiſtit, vel quod baſi ejus parallelum, in directum jacens diametro vel chordæ, inſtar lineæ apparet, quæ ſecundum longitudinem ſpeculo objicitur (§. 263).

*OBSERVATIO* 5.

268. *Si ſtylus ſpeculo cylindrieo ſecundum latitudinem objicitur; imago ejus apparet curva, eoque minor, quo a ſpeculo remotior.*

*COROLLARIUM* I.

269. Linea igitur objectiva, quæ ſpeculo ſecundum latitudinem objicitur, AB vel CD imaginem curvam habet, eoque minorem, quo a ſpeculo remotior.

*COROLLARIUM* 2.

270. Quæ adeo ſpeculo cylindrico ſecundum latitudinem objiciuntur; eorum

orum figuræ mutantur & dimenſiones eo magis minuuntur, quo longius a ſpeculo diſtant.

## SCHOLION.

271. *Hæc quidem de imaginibus objectorum in ſpeculis cylindricis ab experientia petere libuit, quia de loco earundem in hoc ſpeculorum genere adhuc deſiderantur demonſtrationes ſatis firmæ ac inconcuſſæ. Quæ enim* Alhazen *atque* Vitellio *eam in rem afferunt, non ſatisfaciunt. Neque adeo facile eſt ſupplere hunc defectum, quia planum reflexionis pro diverſo ſpeculi & puncti radiantis ſitu ſpecie variat: id quod in theoremate ſequente demonſtramus.*

## THEOREMA 73.

272. *Si planum reflexionis per axem ſpeculum cylindricum ſecat, reflexio eodem modo contingit ac in ſpeculo plano: ſi fuerit baſi parallelum, reflexio fit ut in ſpeculo ſphærico: ſi denique ſpeculum oblique ſecet ſeu ſi fuerit ad baſin ejus obliquum; reflexio fit ut in ſpeculo elliptico.*

## DEMONSTRATIO.

Si planum reflexionis per axem ſecet ſpeculum cylindricum, communis interſectio plani & ſpeculi eſt linea recta (§. 438 *Geom.*). Radii igitur a linea recta reflectuntur. Quoniam itaque communis interſectio ſpeculi plani & plani reflexionis itidem linea recta, adeoque etiam in hoc radii a linea recta reflectuntur; reflexio hoc in caſu in ſpeculo cylindrico perinde fieri debet, ac ſi in plano contingeret. *Quod erat unum.*

Si planum reflexionis ſecet ſpeculum cylindricum per ſectionem baſi parallelam; communis interſectio plani & ſpeculi eſt arcus circuli (§. 439 *Geom.*). Quoniam itaque communis interſectio ſpeculi ſphærici & plani reflexionis itidem arcus circuli; reflexio in caſu præſenti in ſpeculo cylindrico perinde fieri debet, ac ſi in ſphærico contingeret. *Quod erat alterum.*

Denique ſi planum reflexionis ſpeculum oblique ſecet, planum ſectionis DHF erit ellipſis. Ducantur enim ad diametrum circuli normales ML & CI, ſitque in C centrum circuli. Ex I & M, itemque ex L & C erigantur normales IH & MN, itemque CE, LK, OP & QR. Ducantur denique PH & RN; erit, ob MN = QR & HI = OP ex natura ſectionis, RN ipſi QM & PH ipſi OI parallela (§. 215 *Geom.*), conſequenter ob EC, & HI, itemque KL & MN parallelas (§. 241 *Geom.*), EH = CI & KN = LM (§. 242 *Geom.*). Quare cum ſit (§. 253 *Geom.*) Tab. V. Fig. 52.

$$DE : DK = AC : AL$$
$$DE : KF = AC : LB$$

erit etiam $DE^2 : DK \cdot KF = AC^2 : AL \cdot LB$ (§. 197 *Arithm.*), hoc eſt, ob AC = CI = EH *per demon-*

*monſtrata* & AL. LB = $LM^2$ (§. 341 *Analyſ. finit.*) = $KN^2$ *per demonſtr.* $DE^2$ : DK. KF = $EH^2$ : $LM^2$, adeoque $DE^2$ : $EH^2$ = DK. KF : $KN^2$ (§. 164 *Arithm.*). Quoniam itaque, ob DE : EF = AC : CB (§. 253 *Geom.*) & AC = CB (§. 18 *Geom.*), DE = EF; erit DHF ellipſis (§. 389 *Analyſ. finit.*). Cum adeo communis interſectio ſpeculi & plani reflexionis ſit arcus ellipticus; reflexio non aliter contingit, ac ſi in ſpeculo elliptico fieret. *Quod erat tertium.*

## COROLLARIUM.

273. Quoniam planum reflexionis non tranſit per axem ſpeculi, niſi cum oculus & linea objectiva fuerint in eodem plano; nec baſi parallelum exiſtit, niſi cum punctum radians & oculus in eadem conſtituuntur altitudine; reflexio in ſpeculo cylindrico plerumque fit, ac ſi in elliptico contingeret.

## SCHOLION.

274. *Apparet adeo, a theoria ſpeculi elliptici multum luminis expectare cylindricum.*

## THEOREMA 74.

275. *Specula cylindrica deformant imagines objectorum.*

## DEMONSTRATIO.

Objectorum enim dimenſionem quæ longitudini eorum reſpondet, parum mutant nec juxta eas figuræ vim inferunt (§. 267): quæ vero latitudini reſpondent, eam eo magis minuunt, quo longius a ſpeculo diſtant objecta, ſimulque juxta eam figuras immutant (§. 270). Sublata igitur partium ſecundum longitudinem & latitudinem proportione & figura mutata, imagines deformes evadunt. *Q. e. d.*

## SCHOLION 1.

276. *Deformationes vi §. 267 & 270 in dato quolibet caſu haud difficulter prædicuntur. Ponamus e. gr. faciem hominis ita objici ſpeculo cylindrico, ut longitudo ſit axi, latitudo diametro parallela: apparebit admodum longa, ſed vix digitum lata. Contra ſi eandem eidem ita objicias, ut latitudo ſit axi, longitudo diametro parallela; ejus figura erit ovalis latitudine altitudinem plurimum excedente. Naſum habebis exiguum, os admodum latum; oculos fere clauſos.*

## SCHOLION 2.

277. *Quemadmodum vero ſpecula cylindrica imagines formoſas deformant; ita e contrario deformatas reformant. Ut autem intelligatur, quomodo imagines deformari poſſint, ut in ſpeculo cylindrico formoſæ appareant; ſequens præmittenda eſt theoria.*

## DEFINITIO 24.

278. Si ex oculo O in planum, cui ſpeculum inſiſtit, perpendicularis demittatur OE; punctum E dicitur *Punctum ſuboculare.* Recta ex puncto ſuboculari E ad punctum D, cui linea reflectens CD inſiſtit ducta ED vocatur *ſubocularis.* Tab. V. Fig. 53.

## THEOREMA 75.

279. *Linea objectiva cum axi parallel-*

*rallela PB, tum diametro vel chordæ in directum jacens AB habet ſingula puncta reflexionis in recta CD axi parallela.*

*DEMONSTRATIO.*

Utriusque lineæ imago *ab* eſt axi parallela (§. 262. 266) & ſingulæ rectæ in ſuperficie cylindri ſunt eidem axi parallelæ (§. 320. 438 *Geom.*). Ergo imago *ab* eſt rectæ cuilibet in ſuperficie ſpeculi parallela (§. 95 *Perſpect.*). Quoniam vero imago *ab* inſtar objecti radiat in O per radios reflexos O*a*, O*b* &c. (§. 326), radii vero reflexi omnes a recta *ab* ad idem punctum O ductæ in eodem ſunt plano; triangulum *a*O*b* ſpeculum ſecundum longitudinem ſecabit, adeoque ſingula puncta reflexionis erunt in recta CD axi parallela. *Q. e. d.*

*THEOREMA 76.*

Tab. V. Fig. 3. 280. *Si linea objectiva AD conſideretur ut radius incidens; erit ſubocularis DE reflexus.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam in plano CAD ſunt radii incidentes, in plano vero COED reflexi (§. 279); utrumque planum ad planum obliquationis eandem habet inclinationem (§. 144). Quodſi ergo planum obliquationis ſecet planum ſuboculare in DG; erit EDG = GDA (§. 449 *Geom.*). Eſt itaque ED reflexus incidentis AD (§. 144). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

281. Data igitur linea objectiva AB in plano, cui ſpeculum cylindricum inſiſtit, invenitur ſubocularis ED, ſi ducta ex centro ſpeculi per punctum incidentiæ D recta DG, tanquam catheto obliquationis (§. 146) fiat EDG = GDA & contra.

*THEOREMA 77.*

Tab. V. Fig. 54. 282. *Si radius AB incidat in ſpeculum cylindricum & inde reflectatur per BC, erit angulus ABE angulo DBC æqualis.*

*DEMONSTRATIO.*

Fiat AB = BC & puncta A atque C connectantur recta AC. Ducatur per punctum reflexionis B tangens FG & ex A atque C demittantur perpendiculares AG & FC. Fiat denique DB = BE ducanturque rectæ AE, DF & DC.

Quoniam ABG = CBF (§. 24), AGB = CFB (§. 139 *Geom.*) & AB = CB *per conſtr.* erit BG = FB & AG = FC (§. 237 *Geom.*). Porro FB = BG *per demonſtr.* DBF = GBE (§. 150 *Geom.*) & DB = BE *per conſtr.* Ergo FD = GE (§. 169 *Geom.*) Quia planum reflexionis FCAG ad planum tangens ſpeculum in puncto reflexionis DFEG rectum eſt (§.

 3?)

38) & AG atque CF perpendiculares ad illud planum in punctis G & F *per conſtruct.* erit quoque AG perpendicularis ad EG, & CF perpendicularis ad FD (§. 31 *Perſpect.*), adeoque AGE = CFD (§. 139 *Geom.*). Eſt vero etiam FD = GE & CF = AG *per demonſtr.* Ergo CD = AE (§. 169 *Geom.*). Cum itaque etiam ſit AB = BC & DB = BE *per conſtruct.* erit angulus EBA = CBD (§. 193 *Geom.*). *Q. e. d.*

## SCHOLION.

283. *Facilior foret demonſtratio in ſchematiſmo reali, ſi nempe cylindro ligneo debita ratione affigerentur fila ferrea, lineas repræſentantia, ut ſingularum linearum ſingulorumque angulorum vera quantitas in ſuo plano appareret: quod & in ſimilibus caſibus tenendum. Difficulter enim imaginatio per intellectum rectificatur, ſi ſenſus huic contraria exhibet.*

## THEOREMA 78.

Tab. V. Fig. 55. 284. *In ſpeculo cylindrico eſt altitudo oculi CE ad altitudinem puncti reflexionis GB ut compoſita ex ſuboculari EG & linea objectiva in plano horizontali GA ad eandem objectivam GA.*

## DEMONSTRATIO.

Quia CE & BG ad EH perpendiculares *per hypoth.* erit CE : BG = EH : GH (§. 253 *Geom.*). Et quia BG etiam perpendicularis ad GA (§. 31 *Perſpect.*), adeoque BGA = BGH (§. 139 *Geom.*), præterea CBD = HBG (§. 150 *Geom.*) & CBD = GBA (§. 282), adeoque HBG = GBA (§. 79 *Arithm.*): erit GA = GH (§. 236 *Geom.*) & hinc EH = EG + GA (§. 80 *Arithm.*), conſequenter CE : BG = EG + GA : GA. *Q. e. d.*

## PROBLEMA 25.

285. *Figuram in plano horizontali delineare, quæ in ſpeculo cylindrico ibidem collocato appareat inſtar quadrati in plures areolas quadratas minores diviſi.*

## RESOLUTIO.

1. Circa diametrum ſpeculi cylindrici AB deſcribatur circulus baſi cylindri æqualis (§. 159 *Geom.*). Tab. VI. Fig. 56. n. 1.
2. Aſſumto puncto ſuboculari O ducantur tangentes OC & OD (§. 253 *Analyſ. finit.*), quia ultra eas nullus radius a ſpeculo reflexus in oculum cadere poteſt. Poſſunt etiam duci rectæ OC & OD ita, ut circulum ſecent, quia, quæ per tangentes videntur, non ſatis diſtincta apparent.
3. Puncta contactus vel interſectionum CD connectantur recta CD, quæ aſſumenda pro latere quadrati in ſpeculo apparentis, quia imago in ſpeculo cylindrico inter centrum & ſuperficiem comparet (§. 266).
4. Dividatur CD in quotcunque partes æquales & ex ſingulis diviſionum punctis 1. 2. 3 &c. ducan-

cantur ad punctum ſuboculare O rectæ O1, O2, O3 &c.

5. Radii OH, OI &c. reflectantur in F, G &c. (§. 280): fiant nempe HF, IG &c. reflexi ipſorum O.1, O.3 &c.

.2. 6. Super recta indefinita MN erigatur perpendicularis MP, quæ ſit altitudini oculi æqualis.

7. Ex M in Q transferatur ſubocularis OH & in Q erigatur perpendicularis QR, quæ ſit lateri quadrati in ſpeculo apparentis æqualis & in tot partes æquales diviſa, in quot latus iſtud dividere libuit.

8. Per ſingula diviſionum puncta 1.2.3 &c. ducantur rectæ P.I, P.II, P.III &c.

.2. 9. Ex L in I, II, III &c. transferantur rectæ L.I, L.II, L.III &c. ipſis Q.I, Q.II, Q.III &c. æquales.

10. Eodem modo dividantur rectæ HF, IG &c. & per puncta diviſionum ejusdem ordinis ducantur curvæ: vel quia ſumma accuratione in talibus non eſt opus, per tria puncta ducantur arcus circulares, ut in figura factum eſſe comparet.

Dico, figuram STFGA in ſpeculo cylindrico ſuper circulo ACDB erecto inſtar quadrati in areolas quadratas æquales diviſi apparituram.

*DEMONSTRATIO.*

Recta IG apparet in ſpeculo verticaliter erecta (§. 266) & quia OI & GI ad ſpeculum æqualiter inclinantur *per conſtruct.* erit OI ſubocularis (§. 280) & hinc recta GI reflectetur in oculum O a ſuperficie ſpeculi (§. 281). Quoniam vero eſt compoſita ex ſuboculari OI & recta GI ad rectam GI ut altitudo oculi ad latus quadrati in ſpeculo apparentis, *per conſtruct.* erit IG linea objectiva, quæ in ſpeculo apparet lateri quadrati quam proxime æqualis (§. 284). Et eodem modo conſtat, apparere I.I, I.II, I.III &c. uni, duabus, tribus &c. partibus ejusdem lateris æquales. Idem cum de reliquis lineis in plano ductis HF, LO &c. demonſtretur; figura in plano delineata in ſpeculo cylindrico inſtar quadrati in areolas quadratas æquales diviſi apparere debet. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

296. Quodſi ergo quadratum conſtruatur, cujus latus ſit ipſi QR æquale, idemque in areolas æquales ut ante dividatur, & in ejus area imago quæcunque pingatur, tandem quæ in ſingulis areolis ejusdem comparent in areolas reſpondentes quadrati deformati transferantur; imago deformata per refle-

reflexionem reformabitur, videbiturque in ſpeculo formoſa.

### SCHOLION 1.

287. *Quadratum in areolas æquales diviſum, in quo imago delineatur, appellari ſolet* Craticula Prototypi; *figura vero deformata, quæ in ſpeculo inſtar quadrati in areolas æquales diviſi apparet*, Craticula Ectypi. *Quodſi igitur ſemel craticula Ectypi delineata fuerit, ſine ulla moleſtia toties multiplicari poteſt, quoties libuerit, ſi ſingula puncta interſectionum* I, II, III &c. *acu perforentur & pulvis carbonum ſubtilis linteo incluſus in chartam aliam ſubjectam tranſmittatur.*

### SCHOLION 2.

288. *Quodſi quis in arte delineandi non fuerit ſatis exercitatus; ei percommoda erit machina anamorphotica ab ingenioſo Mechanico Lipſienſi* Jacobo Leupoldo *nuper inventa & in Actis Eruditorum* A. 1712. *deſcripta. Etſi enim rigorem Geometricum non ſuſtineat (id quod Geometriæ ignari exinde colligere poſſunt, quia quadratum per machinam iſtam deformatum in ſpeculo non apparet in areolas æquales diviſum); ad praxin tamen, ubi ſumma accuratione opus non eſt, abunde ſufficit, prout unusquisque experiri facile poteſt.*

### THEOREMA 79.

289. *Si radii paralleli ita incidunt in ſuperficiem ſpeculi cylindrici concavi, ut axem ejus ad angulos rectos ſecent, & inclinatio eorundem ad ſpeculum fuerit* 60 *gradibus minor; poſt reflexionem uniuntur in linea recta axi parallela, quæ minori intervallo, quam quarta diametri parte diſtat.*

### DEMONSTRATIO.

Quodſi ſpeculum cylindricum ſecetur per plana ad axem recta ſeu baſi parallela; interſectiones in ſuperficie ſpeculi erunt peripheriæ circulorum æqualium (§. 439 *Geom.*). Quare cum radii incidant paralleli *per hypoth.* quia ex ſingulis peripheriis reflectuntur, in puncto obliquo concurrunt, quod minore intervallo, quam quarta diametri parte a ſpeculo diſtat (§. 206) & ob circulorum æqualitatem ſingula puncta concurſus a centris ſuorum circulorum æqualiter diſtant (§. 207). Quare cum centra omnia ſint in axe (§. 439 *Geom.*); omnia puncta concurſus ab axe eodem intervallo diſtant. Concurrunt itaque in recta axi parallela (§. 78 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

290. Quoniam radii ſolares ſunt ad ſenſum paralleli (§. 92 *Optic.*); ſi ſpeculum cylindricum cavum Soli directe objicitur, per reflexionem formabitur linea lucida axi parallela, intervallo minore, quam quarta diametri parte a ſpeculo diſtans.

### COROLLARIUM 2.

291. Quia igitur in uno puncto (phyſico ſcilicet, non mathematico) tantum uniuntur radii ab uno arcu reflexi;

xi; ſpeculum cylindricum cavum non eſt uſtorium (§. 210).

Tab. I. Fig. 6. *THEOREMA 80.*

292. *Radii* AB & AD, *qui ex eodem puncto axis* A *in eandem peripheriam* HI *ſpeculi cylindrici concavi incidunt, poſt reflexionem in uno puncto* F *uniuntur, quod tanto intervallo diſtat a centro circuli* C, *in cujus peripheria reflexio contingit, quanto punctum radians A inde removetur.*

*DEMONSTRATIO.*

Ex centro C concipiantur ducti radii BC & CD ad puncta reflexionis B & D. Quoniam planum circuli, cujus centrum eſt in C, axem ad angulos rectos ſecat, erunt BCA & BCF anguli recti (§. 31 *Perſpect.*). Et quia BC ad arcum HI perpendicularis (§. 37 *Analyſ. infinit.*); erit ABC = CBF (§. 144), conſequenter AC = CF (§. 236 *Geom.*), Radius igitur BF in puncto B reflexus axem ſecat in puncto F, quod tanto intervallo a centro C diſtat, quanto punctum radians A inde removetur. Quare cum eodem modo oſtendatur, incidentem AD vel quemcunque alium ita reflecti, ut axem ſecet in diſtantia CF ipſi AC æquali; evidens eſt omnes radios, qui a peripheria HI reflectuntur, ſe mutuo interſecare in puncto F. *Q.e.d.*

*COROLLARIUM 1.*

293. Per radios igitur reflexos OB, PD &c. punctum A videri debet in F (§. 326 *Optic.*).

*COROLLARIUM 2.*

294. Quoniam ſpeculum cylindricum ſecundum longitudinem eſt planum (§. 272), punctum ſublimius G a puncto ſublimiori L in oculum O reflectitur (§. 69). Quare cum omnes radii a peripheria ST reflexi axem in R ſecent (§. 292), punctum G videbitur in R, conſequenter recta AG in FR (§. 326 *Optic.*).

*SCHOLION.*

295. *Hinc intelligitur, quomodo* Kircherus & Schottus (u) *ope ſpeculi cylindrici concavi efficere potuerint, ut flamma candelæ ſupra ſpeculi orificium libero aere pendula, admirantibus artificii catoptrici ignaris, innoxie tangeretur. Idem* Kircherus, *referente* Schotto (x) *ſpeculo cylindrico concavo ex miſtura confecto Aſcenſionem Domini ita ad vivum exhibuit, ut omnes figuræ in medio aeris pendere viderentur. Ut vero artificium tegi poſſit, ſpeculum ſemicylindricum includitur thecæ cylindricæ & imagines in fundo ita collocantur, ut ſitæ ſint inverſæ reſpectu intuentis, nec prorſus horizontaliter proſtratæ, ſed verſus oculum elevatæ. Horum vero omnium demonſtratio limites noſtros excedere videtur.*

*PROBLEMA 26.*

296. *Delineare figuram deformem quæ*

(u) vid. Schottus in Magia Univerſali Part. I, lib. 6, c. 4. prop. I. cor. p. 351.
(x) loc cit.

*quæ oculo ſupra axem ſpeculi conici elevato appareat formoſa.*

*RESOLUTIO.*

1. Quoniam teſte experientia oculo ſupra axem ſpeculi conici elevato omnis circumjecta planities ſuperficiem totius ſpeculi implere videtur & per foramen admodum exiguum tranſpicienti inſtar circuli baſi æqualis propemodum apparet; ideo imago deformanda delineatur in circulo ſpeculi conici baſi æquali & tam peripheria per diametros *ad*, *be*, *cf* &c. quam radii O*b*, O*c*, O*d*, O*e* &c. per circulos concentricos in partes quotcunque æquales O.1, 1.2, 2.3 &c. dividuntur.
2. Ut habeantur, puncta I, II, III &c. in planitie circumjecta, quæ per radios reflexos intra ſpeculum in 1, 2, 3 &c. videntur; conſtruatur triangulum Rectangulum AOE, cujus baſis OE ſit radio ſpeculi, altitudo AC altitudini ſeu axi ejusdem æqualis, & in AO producta ſumatur AB altitudini oculi æqualis.
3. Ad ſingula diviſionum puncta 1, 2, 3 &c. ex puncto B, in quo ſupponitur oculus, ducantur rectæ B 1, B 2, B 3 &c.
4. Quoniam hi ſunt radii reflexi, per quos puncta 1, 2, 3 &c. videntur, AE vero eſt interſectio plani reflexionis & ſpeculi; fiant anguli I. DE, II. CE &c. æquales angulis BDA, BCA &c. erunt DI, C II &c. radii incidentes (§. 24), conſequenter I, II &c. puncta radiantia, quæ per reflexionem in 1, 2 &c. videntur.
5. Producantur itaque radii O*a*, O*b*, O*c* &c. in *craticula Prototypi*, & in continuatos transferantur diviſiones O.I, O. II, O. III &c. tandemque ex centro O ducantur circuli concentrici: ita prodibit *craticula Ectypi.*
6. Quodſi itaque per ſingulas ejus areolas diſpergantur, quæ in reſpondentibus areolis craticulæ prototypi depicta cernuntur; figura prodibit difformis, quæ oculo ſupra verticem ſpeculi conici decenter elevato formoſa apparet. *Q. e. f.*

*SCHOLION 1.*

297. *Supra laudatus* Leupoldus *machinam quoque invenit anamorphoticam, in Actis Eruditorum* (y) *deſcriptam, per quam imagines deformes delineari poſſunt, a ſpeculo Conico ita reformandas, ut ſatis formoſæ in eo appareant.*

*SCHOLION 2.*

298. *Poſſunt quoque fieri imagines deformes iis ſimiles, quæ a ſpeculis cylindricis reformantur, oculo ante ſpeculum conicum conſtituto*

(y) A. 1712. p. 367.

*ſituto formoſa apparituræ: ſed quia priores magis deformantur, ideo poſterioribus præferuntur.*

### *PROBLEMA* 27.

299. *Imaginem deformem delineare, quæ oculo ſuper axe ſpeculi pyramidalis elevato formoſa apparet.*

### *RESOLUTIO.*

Sit e. gr. imago deformis delineanda, quæ a ſpeculo pyramidali quadrangulari reformetur.

1. Quia experientia teſte ſpeculum pyramidale ſuper baſi ABCD elevatum non reflectit niſi triangula BEC, CFD, DGA, AHB in plano circumjecto deſcripta in oculum ſuper axe elevatum, ex intermediis ſpatiis HBE, ECF &c. nullus radius ad eundem pertingit; illa vero triangula totam ſpeculi ſuperficiem occupant & per foramen exiguum tranſpicienti ad idem planum baſi æquale ABCD depreſſa apparent; ideo imago deformanda delineatur in noſtro caſu in quadrato ABCD baſi ſpeculi æquali & ex centro E tum per diagonales, tum per rectas latera AB, BC &c. biſecantes perimeter in partes æquales dividitur, porro etiam recta EL & EB in partes quotcunque æquales dividitur, ut ductis per puncta diviſionum lineis, quæ lateribus baſeos ſint æquidiſtantes, prototypon craticulæ includatur.
2. Jam cum ſectio ſpeculi per axem & rectam EL, in baſi ductam ſit triangulum rectangulum, & quodlibet punctum diviſionis craticulæ prototypi ſit in radio reflexo; eodem prorſus modo, quo in problemate præcedente (§. 296) inveniuntur puncta in axe LE trianguli reflectendi BEC I, II, III &c. quibus datis, ipſum conſtrui poteſt.
3. Reliqua deinde itidem eodem modo peragantur, quo in problemate citato.

### *SCHOLION.*

300. *Anamorphoſes, quæ ope ſpeculorum pyramidalium perficiuntur, magis placent reliquis, quia imaginis deformatæ partes ſunt disjunctæ & inter eas alia quæcunque depingi poſſunt, unum continuum extra ſpeculum cum ipſis formantia, in ſpeculo autem non videnda: quo ipſo obtinetur, ut illa extra ſpeculum difficilius dignoſcantur.*

### *THEOREMA* 81.

301. *Omnes radii ML, ml &c. cum axe AX paralleli in ſpeculum parabolicum incidentes in foco parabolæ genetricis F concurrunt.* Tab. V. Fig. 60.

### *DEMONSTRATIO.*

Tangat enim TG parabolam in M; erit TF = FM (§. 373. *Analyſ. finit.*). Ergo angulus MTF = TMF

(§. 174 *Geom.*). Quoniam vero ML ipſi AX parallela, *per hypoth.* erit etiam LMG = MTF (§. 222 *Geom.*), conſequenter TMF = GML (§. 79 *Arithm.*). Eſt igitur FM radius reflexus incidentis ML (§. 24). Quare cum eodem modo oſtendatur, eſſe F*m* cujuscunque alterius *ml* reflexum; radii omnes axi paralleli in eodem puncto F foco nempe parabolæ uniuntur. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

302. Quia radii paralleli omnes in uno puncto uniuntur, ſpecula parabolica inter uſtoria ſunt omnium præſtantiſſima. (§. 209 *Optic.*).

*SCHOLION* 1.

303. *Paranda ſunt ſpecula parabolica inſtar tubæ per revolutionem arcus HI circa axem KX genita, ut focus F ſit extra ſpeculum.*

*SCHOLION* 2.

304. *Patet jam ratio, cur punctum F diſtans a vertice parabolæ A quarta parametri parte AF dicatur* Focus, *quia nempe ibi per radios reflexos excitatur ignis.*

*THEOREMA* 82.

Tab. V. Fig. 61. 305. *Radius FM ex uno foco F in ſpeculum ellipticum incidens in focum alterum G reflectitur.*

*DEMONSTRATIO.*

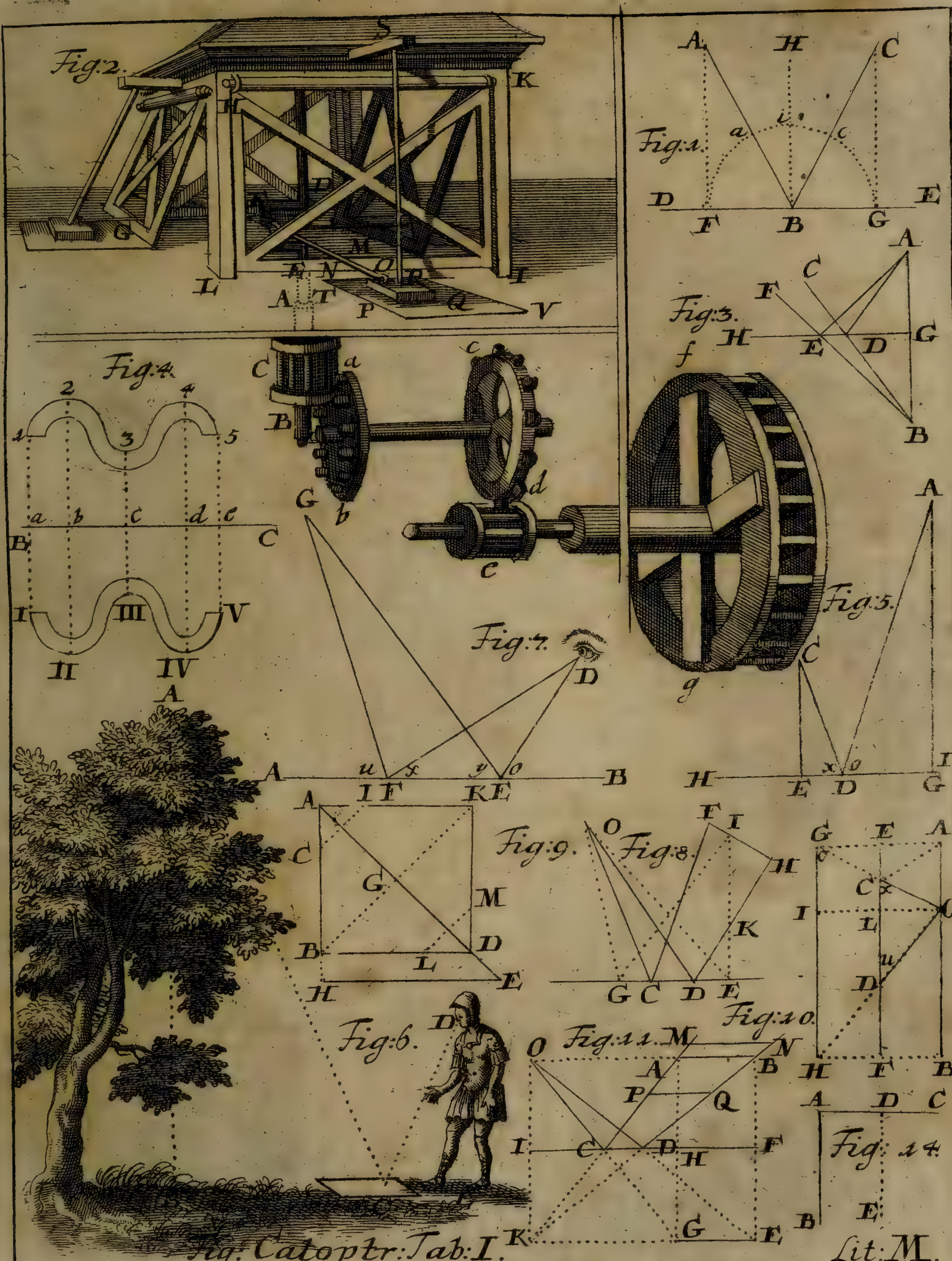
Recta FM ex foco F ducta continuetur in I, donec IM = MG. Angulus IMG per rectam CD dividatur bifariam (§. 198 *Geom.*) & ad punctum quodcunque H ducantur rectæ HI, HF, HG. Quoniam *o* = *x* & MI = MG, *per conſtr.* erit IH = HG (§. 169 *Geom.*). Sed IH + HF > IF (§. 179 *Geom.*). Ergo HF + HG > IF, conſequenter ob MI = MG *per conſtruct.* & FM + MG = AB (§. 395 *Analyſ. finit.*), HF + HG > AB. Punctum igitur H & quodcunque aliud extra M in recta CD aſſumtum extra Ellipſin cadit (§. *cit. Analyſ.*), & hinc CD ellipſin in M tangit (§. 45 *Geom.*). Quare cum verticales ad M ſint æquales (§. 150 *Geom.*) & *o* = *x per conſtr.* adeoque CMF = FMD; ſi FM fuerit radius incidens; erit MG reflexus (§. 24). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

306. Si igitur candela accenſa ponatur in foco ſpeculi elliptici uno F; radii ejus poſt reflexionem coëunt in altero G.

*FINIS Catoptricæ.*

ELE-


Fig:1.
Fig:2.
Fig:3.
Fig:4.
Fig:5.
Fig:6.
Fig:7.
Fig:8.
Fig:9.
Fig:10.
Fig:11.
Fig: 14.
Fig: Catoptr: Tab: I.
Lit: M.

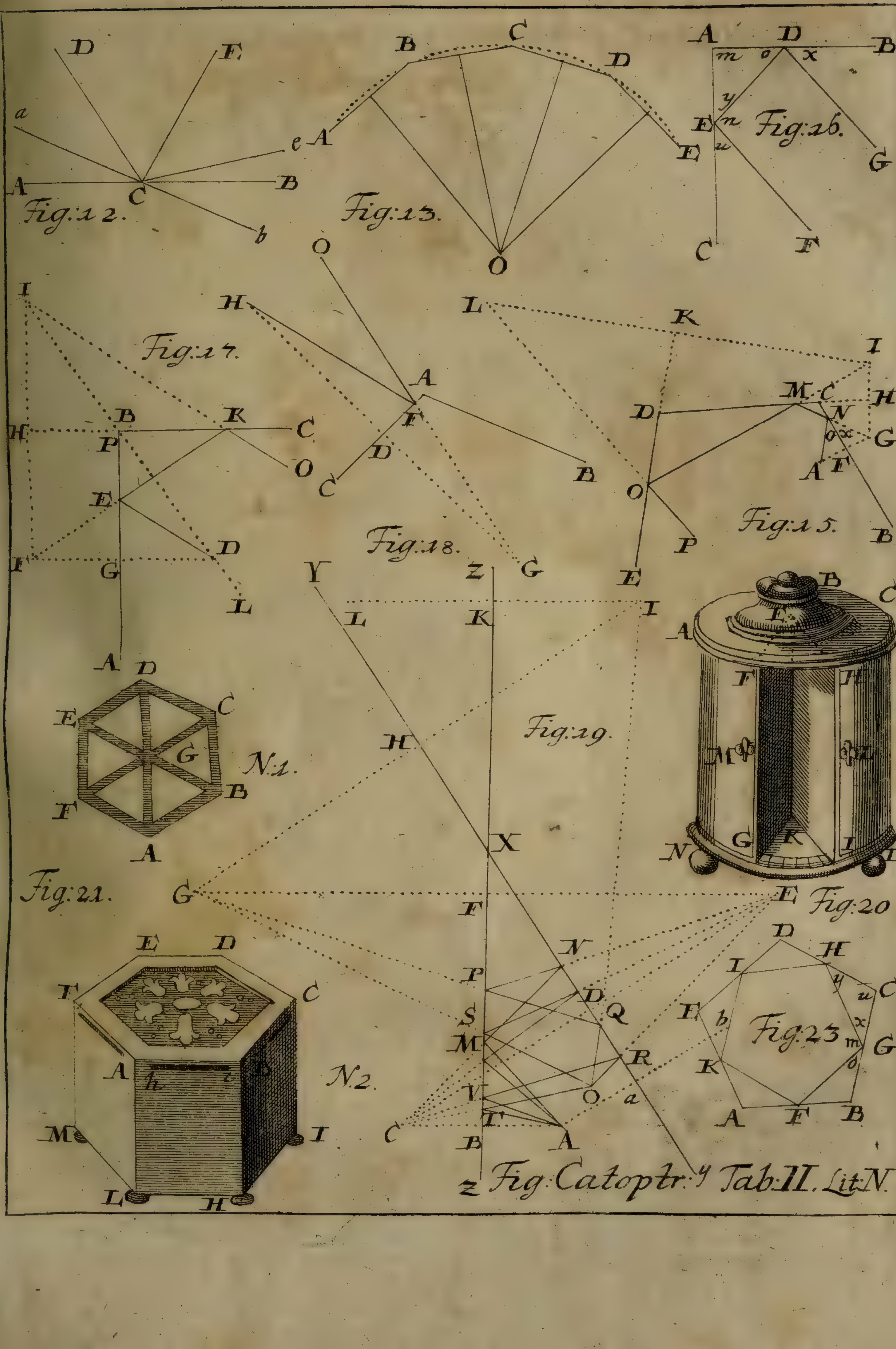
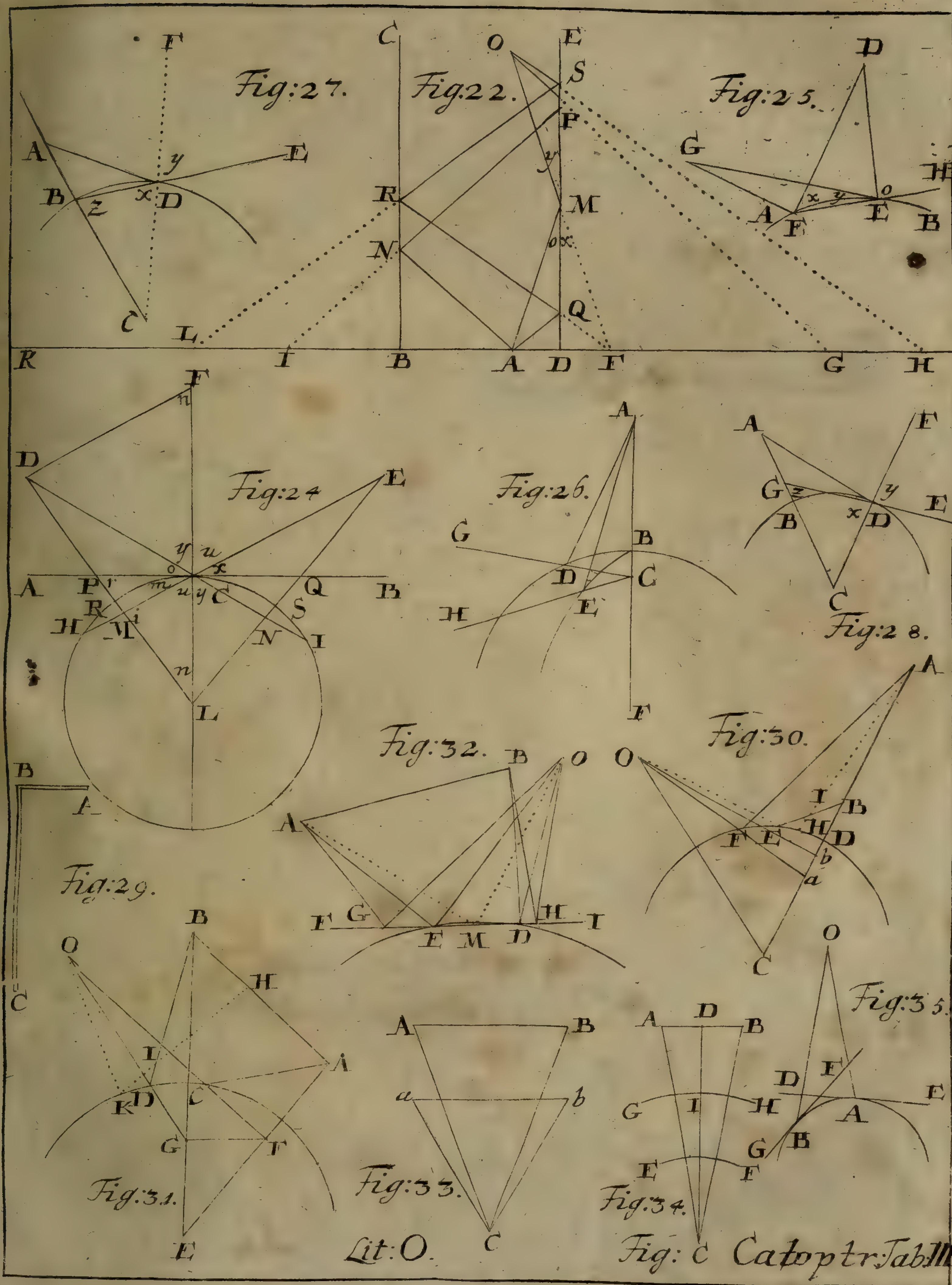



Fig. Catoptr. Tab. II. Lit. N.


Fig:27.
Fig:22.
Fig:25.
Fig:24
Fig:26.
Fig:28.
Fig:30.
Fig:32.
Fig:29.
Fig:31.
Fig:33.
Fig:34.
Fig:35.
Lit:O.
Fig: C
Catoptr:Tab.III

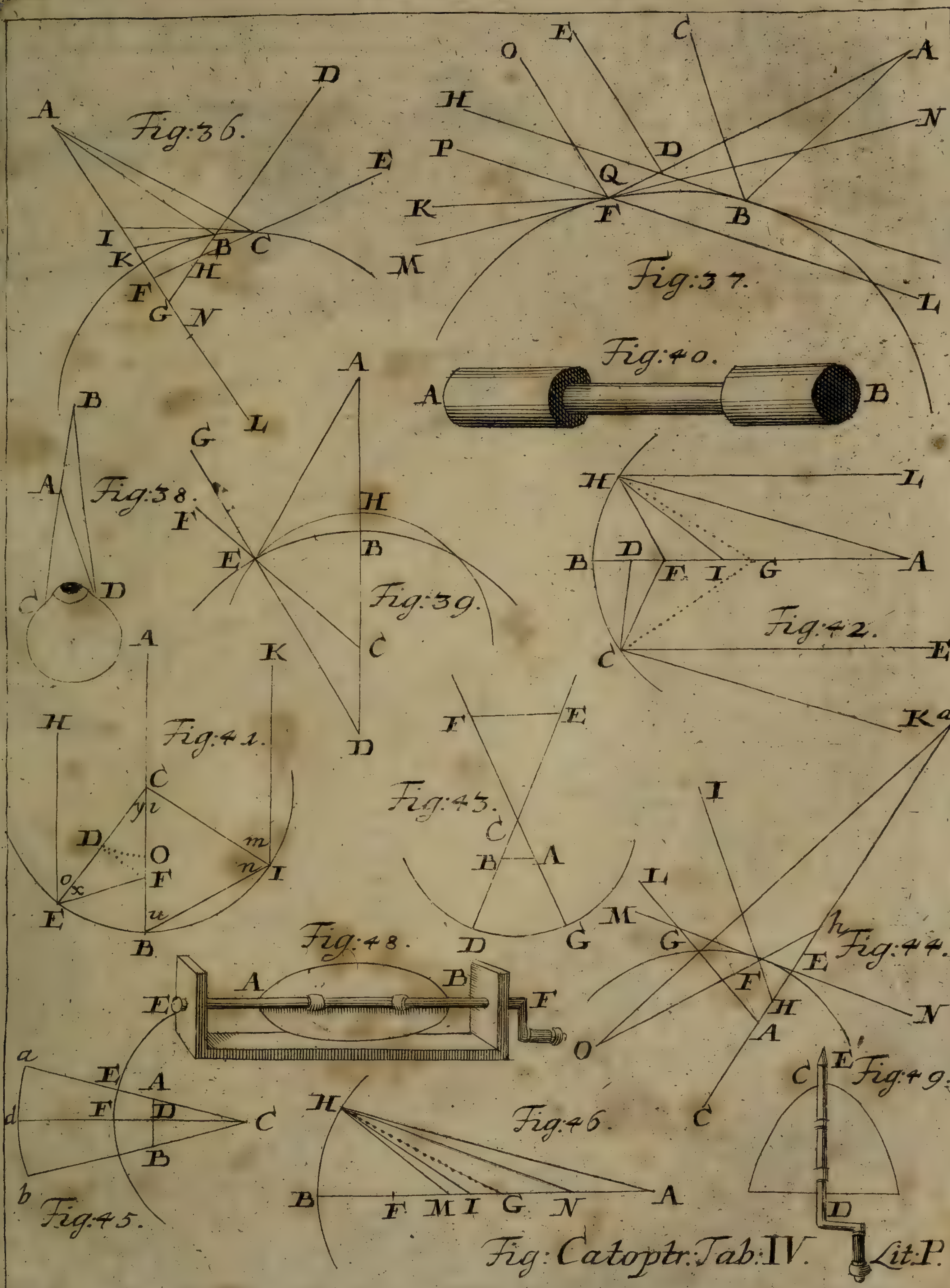



Fig: Catoptr. Tab: IV. Lit: P.

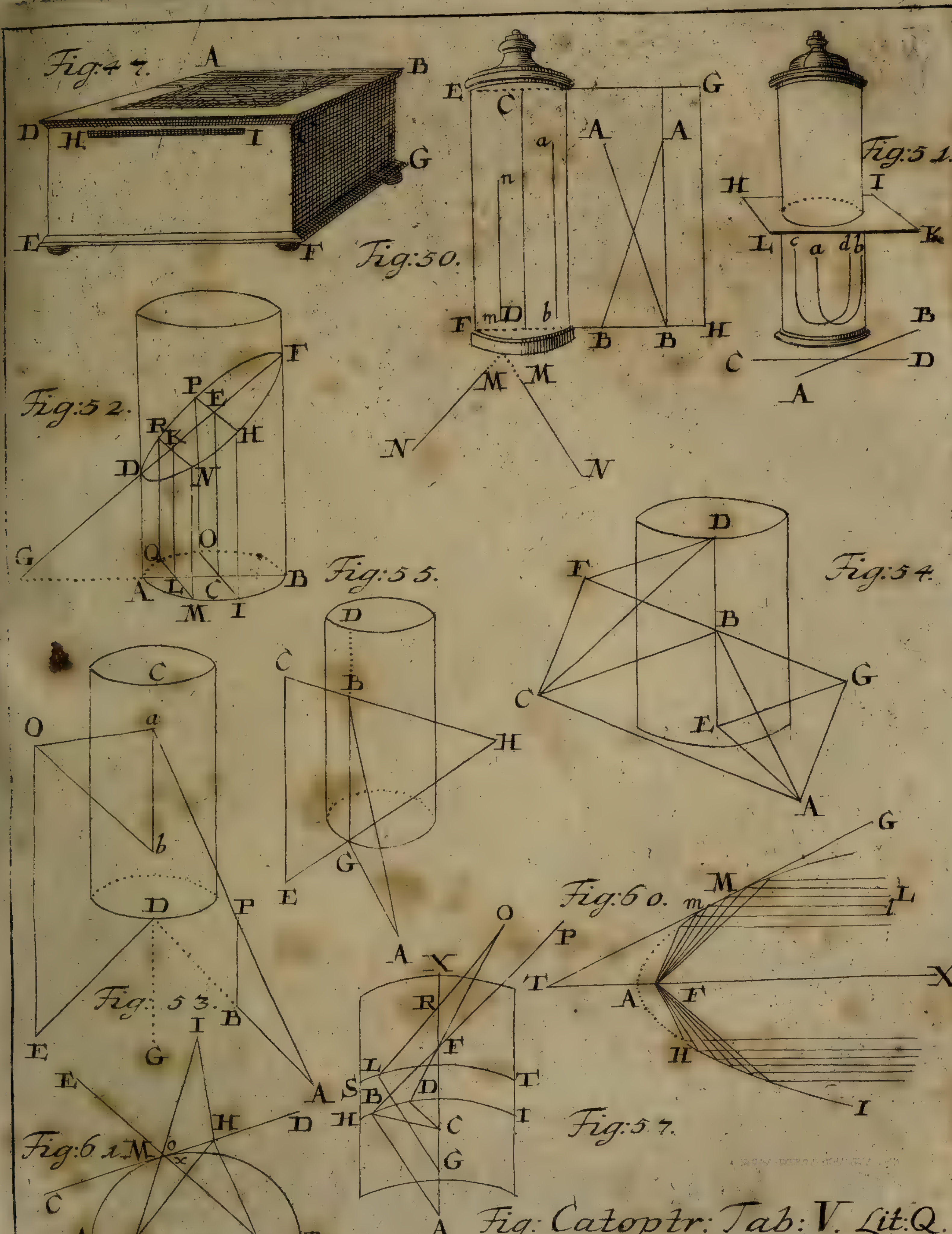


Fig: Catoptr: Tab: V. Lit: Q.

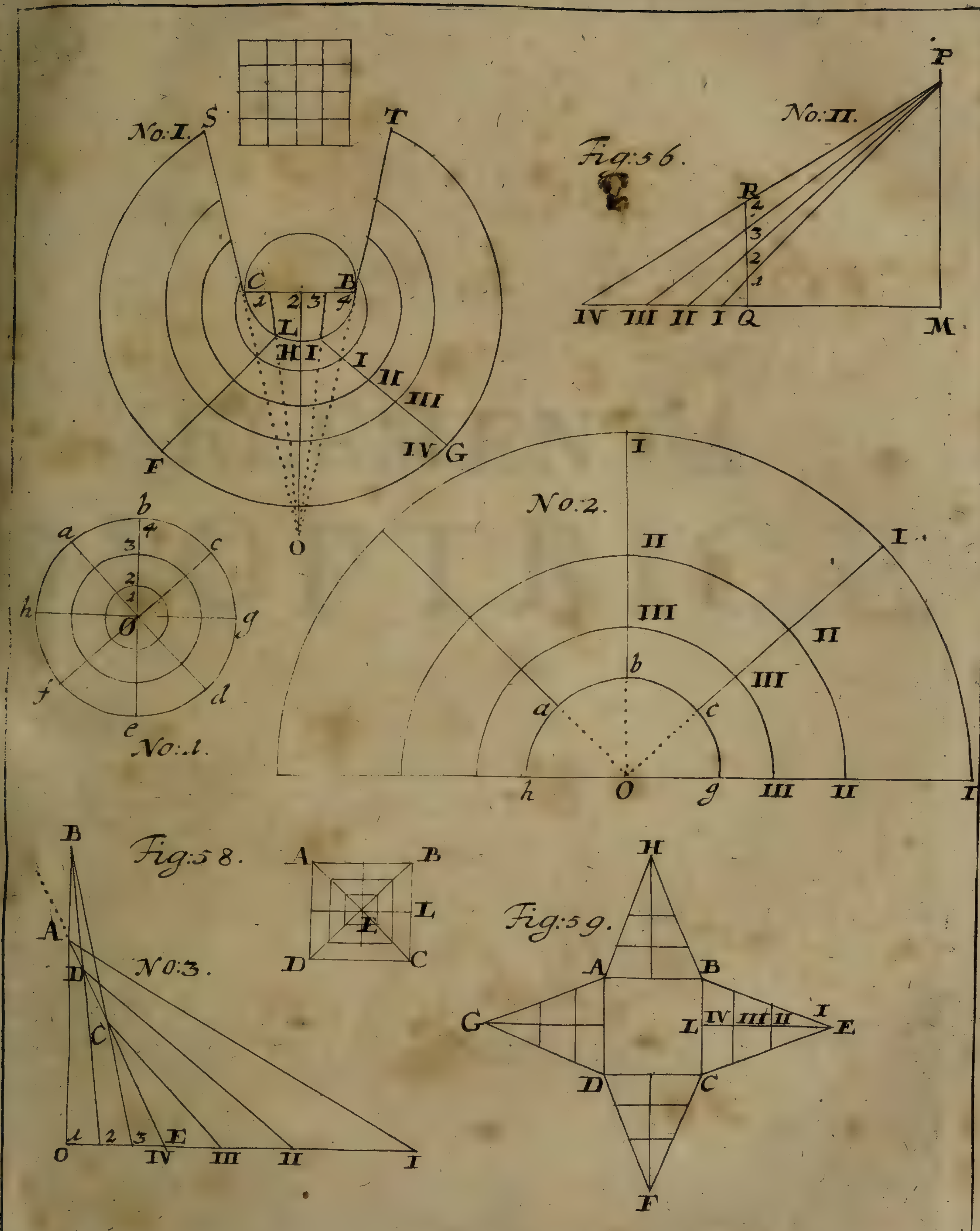



Fig: Catoptr. Tab: VI.  Lit: E. 2.

# ELEMENTA
# DIOPTRICÆ.

# PRÆFATIO.

HOdie Dioptrica teleſcopiorum ac microſcopiorum perfectioni potiſſimum deſtinatur: unde ratio refractionis in ſpecillis ſeu vitris politis cujuscunque figuræ inprimis in ea explicatur. Plerique Autores utuntur proportione prope vera angulorum inclinationis & refractionis, quam in his Elementis quoque illuſtravi: *Molyneux* & *Hugenius* ſoli veram proportionem ſinuum anguli inclinationis & refracti adhibent, quamvis diverſa ratione. Ille enim calculo Geometrico puncta concurſus & diſperſionis radiorum eruit: hic vero generaliter absque certa hypotheſi eadem invenire docet. Ego ex vera refractionis lege indolem refractionis generaliter

ter in omni diaphano figuræ potiſſimum planæ ac ſphæricæ demonſtro & generalia ad ſpecilla vitrea & aquea applico : ac inde teleſcopiorum ac microſcopiorum, aliorumque inſtrumentorum dioptricorum conſtructionem deduco. Aliqua tamen exempla demonſtrationum vulgarium affero, ut methodorum varietas innoteſcat ad amplificandum ingenii vires, quem ſcopum labori meo non ultimum præfigendum eſſe ſtatui. Prodeſt Dioptrices cognitio illis, qui rerum naturalium cognitionem curæ cordique habent : neque enim ſolum principia ſuppeditat, unde quæſtiones phyſicæ permultæ enodantur, verum etiam veræ methodi philoſophandi de rebus naturalibus ideam lectoribus inſinuat & varias obſervandi & experimentandi methodos ſuppeditat. In Aſtronomia utilis eſt tum ad obſervandum, tum ad demonſtrandum, ut hodie ſine Dioptrica mancum ac mutilum dicendum ſit Aſtronomiæ ſtudium. Varias quoque ad vitam affert utilitates & jucunditates: quod ſatis perſpicient, qui vel hæc elementa attentione non ſuperficiaria perluſtrabunt. Addidi eum in finem vitrorum poliendorum aliorumque perficiendorum praxes, ut iis una conſulerem, qui ſuperficiaria cognitione rerum contenti ad inſtrumenta dioptrica paranda potiſſimam curam dirigunt.

ELE-

# ELEMENTA DIOPTRICÆ.

## CAPUT I.

## DE FUNDAMENTIS DIOPTRICÆ.

### DEFINITIO 1.

1. *Dioptrica* ſeu *Anaclaſtica* eſt ſcientia viſionis refractæ.

### SCHOLION.

2. *Potiſſimum autem in Dioptrica traditur refractio luminis in vitris lenticularibus, quia ex iis tum teleſcopia, tum microſcopia, tum vitra cauſtica, tum alia machinæ dioptricæ parantur.*

### DEFINITIO 2.

3. *Viſio refracta* eſt, quæ fit per radios refractos.

### DEFINITIO 3.

4. *Radius incidens* ſeu *Linea incidentiæ* eſt recta AB, per quam lumen irrefractum in eodem medio propagatur a puncto refractionis usque ad ſuperficiem corporis refringentis HKLI.

### DEFINITIO 4.

5. *Radius refractus* ſeu *Linea refractionis* eſt recta BC, per quam lumen poſt refractionem in medio diverſæ denſitatis ab eo, per quod a puncto radiante emanaverat, propagatur.

### DEFINITIO 5.

6. *Superficies refringens* eſt ſuperficies diaphani, in qua fit refractio, ſeu in qua radius incipit a via priſtina deviare.

### DEFINITIO 6.

7. *Punctum refractionis* eſt punctum B in ſuperficie refringente, in quo refractio contingit. Vocatur idem reſpectu radii incidentis AB *punctum incidentiæ*. Tab. I. Fig. I.

### DEFINITIO 7.

8. *Planum refractionis* eſt, in quo ſunt radius incidens AB & refractus BC.

### DEFINITIO 8.

9. *Axis incidentiæ* eſt recta DB ad ſuperficiem refringentem in puncto incidentiæ perpendicularis, ducta in eodem medio, unde incidit radius.

### DEFINITIO 9.

10. *Axis refractionis* eſt recta BE ad ſuperficiem refringentem in puncto refractionis B perpendicularis, ducta in medio refringente.

DE-

### *DEFINITIO* 10.

Tab. 1. Fig. 1 11. *Angulus incidentiæ* eſt angulus ABI, quem facit radius incidens AB cum ſuperficie refringente HI.

### *DEFINITIO* 11.

12. *Angulus inclinationis* eſt angulus ABD, quem facit radius incidens AB cum axe incidentiæ DB.

### *DEFINITIO* 12.

13. *Angulus refractionis* eſt angulus MBC, quem facit radius refractus BC cum incidente MB ultra ſuperficiem refringentem protracto.

### *DEFINITIO* 13.

14. *Angulus refractus* eſt angulus CBE, quem facit radius refractus BC cum axe refractionis BE.

### *DEFINITIO* 14.

15. *Lens* ſeu *ſpecillum* dicitur vitrum formæ lenticularis.

### *DEFINITIO* 15.

16. *Vitrum plano-convexum* eſt, cujus ſuperficies altera convexa, altera plana. Communiter intelligitur convexitas ſphærica, niſi expreſſe contrarium moneatur.

### *DEFINITIO* 16.

17. *Vitrum convexo-convexum* eſt, cujus utraque ſuperficies convexa. Dicitur etiam *utrinque convexum*. Eſtque *vel æqualiter convexum*, ſi eadem diameter utriusque convexitatis; vel *inæqualiter convexum*, ſi convexitatum diametri diverſæ.

### *DEFINITIO* 17.

18. *Vitrum plano-concavum* eſt, cujus altera ſuperficies concava, altera plana. Communiter intelligitur concavitas ſphærica, niſi diſerte contrarium moneatur.

### *DEFINITIO* 18.

19. *Vitrum concavo-concavum* eſt, cujus utraque ſuperficies concava. Dicitur etiam *utrinque concava*. Eſtque vel *æqualiter concava*, ſi concavitatis eadem diameter, vel *inæqualiter concava*, ſi concavitatum diametri ſunt diverſæ.

### *DEFINITIO* 19.

20. *Meniſcus* eſt vitrum, cujus altera ſuperficies convexa, altera concava. Vocatur etiam interdum *Lunula*.

### *DEFINITIO* 20.

21. *Axis lentis* eſt recta, tranſiens per axem ejus ſolidi, cujus ſegmentum lens exiſtit. E. gr. Lens ſphærica plano-convexa eſt ſegmentum alicujus ſphæræ; ejus itaque axis idem eſt cum axe ſphæræ, ſeu recta per hunc tranſiens

### *DEFINITIO* 21.

22. *Punctum concurſus* eſt punctum,

ctum, in quo radii refracti concurrunt ſi per refractionem fiunt convergentes. Vocatur etiam *Focus*.

*DEFINITIO* 22.

23. *Punctum diſperſus* eſt punctum, ex quo radii refracti divergunt, ſi poſt refractionem divergentes evadunt. Vocatur etiam *Focus virtualis*.

*PROBLEMA* I.

24. *In legem refractionis per experimenta inquirere*.

*RESOLUTIO*.

Si deſideretur refractio ex aëre in vitrum, qua potiſſimum opus habemus in Dioptrica,

1. Paretur cubus vitreus CBEDG FHI exacte politus.
2. Jungantur ad angulos rectos duo aſſerculi dedolati NIPO & NABI, ita ut latitudo communis IN excedat latus cubi IH, multo magis autem idem ſuperet longitudo inferioris NO: altitudo vero minoris CH ſit lateri cubi æqualis.
3. Obvertatur hoc inſtrumentum anaclaſticum Soli in diverſis altitudinibus ſupra horizontem noteturque terminus umbræ tam intra cubum in K, quam extra eum in L.
4. Quoniam CK eſt radius refractus, CL vero irrefractus; erit HCK angulus refractus (§. 14), KCL angulus refractionis (§. 13) & HCL angulus inclinationis (§. 12), conſequenter ſi CL ſumatur pro ſinu toto, HL ſinus anguli inclinationis, & HK ſinus anguli refracti (§. 2 *Trigon.*). Obſervare igitur licebit rationem ſinus anguli refracti HK ad ſinum anguli inclinationis HL, utramque nempe lineam HK & HL accurate in ſcala ſubtiliter diviſa dimetiendo.
5. Et quia in triangulo HCL ad H rectangulo latera HC & HL dantur, itemque in triangulo CHK latera HC & HK; invenietur angulus inclinationis HCL & angulus refractus HCK (§. 38 *Trigon.*).
6. Si loco cubi vitrei adhibeatur vaſculum aqua, vel alio liquore plenum, refractio ex aere in aquam vel liquorem alium obſervabitur.

*COROLLARIUM* I.

25. Radius in ingreſſu ex aëre in vitrum aut generaliter ex medio rariori in denſius ad axem refractionis frangi obſervatur: hinc angulus refractus minor angulo inclinationis & perpendicularis ad ſuperficiem refringentem irrefractus tranſit.

## *COROLLARIUM* 2.

26. Ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti conſtans deprehenditur, nempe, ſi refractio ſit ex aëre in vitrum, major quam 114 ad 76, minor vero quam 115 ad 76, hoc eſt, quam proxime ut 3 ad 2, obſervante *Hugenio* (a).

## *SCHOLION* 1.

27. *Conſentit cum hac obſervatione altera illuſtr.* Nevvtoni (b), *qua ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti exhibetur ut* 31 *ad* 20, *hoc eſt, itidem fere ut* 3 *ad* 2. *Hac igitur proportione ad explicandas refractiones in lentibus vitreis commode utimur in Dioptricis. Quamvis enim in omni vitro non ſit eadem refractionis quantitas; in argumentis tamen phyſicis omnimoda accuratione non eſt opus.*

## *SCHOLION* 2.

28. *In aqua pluvia* Carteſius *rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti deprehendit* (c) *ut* 250 *ad* 187, *hoc eſt, propemodum ut* 4 *ad* 3: *cum quo denuo conſpirat obſervatio* Nevvtoni (d), *vi cujus ratio obtinet ut* 529 *ad* 396. *Cæterum idem* Nevvtonus *in ſpiritu vini eam facit ut* 100 *ad* 73; *quæ itidem a ſeſquitertia non multum abit; in aere vero ut* 3851 *ad* 3850.

## *SCHOLION* 3.

28. *Multæ dantur methodi obſervandi quantitatem refractionis, paſſim apud autores explicatæ. Ego hic tradidi eam, quam* Keplerus (e) *commendat, quia nulla Dioptrices principia ſupponit, alias additurus inferius, ubi earum fundamenta demonſtrabuntur.*

## *COROLLARIUM* 3.

29. Uno igitur angulo inclinationis &, qui ipſi reſpondet, refracto per obſervationem reperto, facile per computum eruuntur anguli refracti ſingulis angulis inclinationis reſpondentes.

## *COROLLARIUM* 4.

30. Si angulus inclinationis graduum 70, angulus refractus 38° 50′, obſervantibus *Kirchero* (f) & *Zahnio* (g).

## *SCHOLION* 4.

31. *Et hinc* Zahnius *condidit tabulam refractionum ex aere in vitrum ad ſingulos gradus anguli inclinationis, quam hic contractam exhibemus.*

An-

(a) in Dioptrica p. 5.
(b) Optic. lib. 2. part. 3. p. 232 edit. Lat.
(c) in Tract. de Meteoris c. 8. §. 10. p. m. 221.
(d) loc. cit.
(e) Dioptr. lib. 1. prop. 3.
(f) in Arte magna lucis & umbræ lib. 8. part. 1. c. 2.
(g) in Oculo artific. fund. 2. ſynt. 1. c. 2. f. 228 & ſeqq.

| Angul. inclinat. | Angul. refractus. | Angul. refractionis. |
|---|---|---|
| 1 | 0°. 40′ 5″ | 0°. 19′. 55″ |
| 2 | 1. 20. 6 | 0. 39. 54 |
| 3 | 2. 0. 3 | 0. 59. 56 |
| 4 | 2. 40. 5 | 1. 19. 55 |
| 5 | 3. 20. 3 | 1. 39. 57 |
| 6 | 3. 59. 50 | 2. 0. 10 |
| 7 | 4. 39. 48 | 2. 20. 12 |
| 8 | 5. 19. 49 | 2. 40. 11 |
| 9 | 5. 59. 35 | 3. 0. 25 |
| 10 | 6. 39. 16 | 3. 20. 44 |
| 11 | 7. 18. 55 | 3. 41. 5 |
| 12 | 7. 58. 32 | 4. 1. 28 |
| 13 | 8. 38. 2 | 4. 21. 58 |
| 14 | 9. 17. 25 | 4. 42. 35 |
| 15 | 9. 56. 46 | 5. 3. 14 |
| 16 | 10. 35. 59 | 5. 24. 1 |
| 17 | 11. 15. 3 | 5. 44. 57 |
| 18 | 11. 54. 5 | 6. 5. 55 |
| 19 | 12. 34. 36 | 6. 25. 24 |
| 20 | 13. 11. 35 | 6. 48. 25 |
| 25 | 16. 22. 51 | 8. 37. 9 |
| 30 | 19. 29. 29 | 10. 30. 31 |
| 35 | 22. 30. 18 | 12. 29. 42 |
| 40 | 25. 24. 6 | 14. 35. 54 |
| 45 | 28. 9. 19 | 16. 50. 41 |
| 50 | 30. 44. 35 | 19. 15. 25 |
| 60 | 35. 18. 12 | 24. 41. 48 |
| 70 | 38. 50. 0 | 31. 10. 0 |
| 80 | 41. 5. 15 | 38. 54. 55 |
| 90 | 41. 51. 40 | 48. 8. 20 |

## *COROLLARIUM* 5.

32. Quodſi itaque angulus inclinationis fuerit minor quam 20 graduum, & radius ex aëre in vitrum refrangatur; angulus refractionis erit propemodum pars tertia anguli inclinationis. Angulus enim refractionis, qui convenit inclinationi unius gradus, a parte tertia deficit 5 ſecundis, angulus refractionis reſpondens inclinationi duorum graduum a parte tertia abeſt 9 ſecundis & ita porro. Angulo inclinationis 20 graduum reſpondet angulus refractionis 6°. 48′. 25″, adeoque excedit partem tertiam 8′, 25″. Sed angulus refractionis conveniens angulo inclinationis 30 graduum, partem tertiam jam ſuperat gradu dimidio & 31 ſecundis & inde exceſſus continuo fit major.

## *COROLLARIUM* 6.

33. Quamdiu itaque angulus inclinationis minor fuerit quam 20 graduum; radius ex aëre in vitrum refrangitur ad axem refractionis ſeu incidentiæ tertia propemodum parte anguli inclinationis.

## *SCHOLION* 5.

34. *Hoc principio utitur* Keplerus *ad demonſtrandas refractiones in ſpecillis in ſua Dioptrica & poſt ipſum uſi ſunt ſcriptores Dioptricæ plerique omnes. Exemplo enim* Alhazeni & Vitellionis, *legem refractionis quæſivit in ratione angulorum, adeoque ad veritatem puram pervenire non potuit. Conſtantem rationem eſſe ſinuum angulorum inclinationis & refracti, multiplici experimento detexit* Willebrordus Snellius, *quamvis non adverterit lineas, per quas rationem conſtantem explicavit, eſſe illorum angulorum ſinus. Ex ejus ſcripto non edito eandem rationem conſtantem non nominato* Snellio *propoſuit*

 Car.

Carteſius (h), *cui vulgo hoc inventum tribui ſolet.* Snellio *idem vindicat* Hugenius, *cui conſtabat,* Carteſium *Tractatum* Snellii *vidiſſe* (i). *Cæterum cum* ex *Optica* (§. 191) *conſtet, radios luminis omnes non ejusdem eſſe refrangibilitatis; conſtans illa ratio admittenda eſt diverſa in ſingulis radiorum ſpeciebus: unde quam a ſe obſervatam contendunt Autores, eam de radiis medium refrangibilitatis gradum habentibus, hoc eſt, viridibus intelligendum eſſe jam monuit perſpicaciſſimus* „Newtonus (k), differentiam *tamen* „adeo parvam *judicat*, ut raro ejus ul„lam rationem haberi ſit neceſſe.

## *PROBLEMA* 2.

Tab. I. Fig. 1. 35. *In legem refractionis per rationes inquirere.*

### *RESOLUTIO.*

Quoniam lumen in diverſis mediis diverſa quippe vi reſiſtentibus eadem celeritate moveri nequit, ſit ratio celeritatis luminis incidentis AB ad celeritatem refracti BC $=m:n$. Erunt itaque tempora, quibus lineæ AB & BC percurruntur in ratione $n$BA ad $m$BC (§. 28 *Mechan.*). Demittantur perpendiculares AQ & CP fiatque AQ $=a$, CP $=b$, PQ $=c$, PB $=x$, erit BQ $=c-x$, conſequenter BC $=\sqrt{(bb+xx)}$ & AB $=\sqrt{(aa+cc-2cx+xx)}$, adeoque tempus, quo percurritur via AB + BC $=m\sqrt{(bb+xx)}+n\sqrt{(aa+cc-2cx+xx)}$: quod erit minimum aliquod, quia, cum natura ſemper via breviſſima agat, lumen ex A in C via breviſſima pervenire debet. Habemus adeo

$$\frac{mxdx}{\sqrt{(b^2+x^2)}}+\frac{nxdx-ncdx}{\sqrt{(aa+cc-2cx+xx)}}=0$$

(§. 61 *Analyſ. infinit.*)

& hinc

$$mx:\sqrt{(b^2+x^2)}=n(c-x):\sqrt{(n^2+c^2-2cx+x^2)}$$

hoc eſt, $m$PB : BC $=n$BQ : BA

Fiat BC $=$ BA

erit $m$PB $=n$BQ

conſequenter $m:n=$ BQ : PB

Quodſi ergo BA ſeu BC ſumatur pro ſinu toto, erit BQ ſinus anguli A & PB ſinus anguli C (§. 2 *Trigon.*), hoc eſt, quia AQ & PC ipſi DE parallelæ (§. 241 *Geom.*), PB ſinus anguli CBE & BQ ſinus ipſius ABD (§. 222 *Geom.*), nempe PB ſinus anguli refracti (§. 14), BQ vero ſinus anguli inclinationis (§. 12). Patet adeo, *ſinum anguli inclinationis eſſe ad ſinum anguli refracti in ratione conſtante, ea nempe, quæ eſt celeritatis luminis ante refractionem ad celeritatem ejusdem poſt refractionem.*

CO-

(h) in Dioptrica c. 2. §. 2. p. m. 57.
(i) in Dioptrica p. 2 & 3.
(k) in Optica ax. 5. p. 5 & lib. 1. part. 1. prop. 6. p. 61 & ſeqq. edit. Lat.

### COROLLARIUM 1.

36. Quodſi radius refractus CB ſumatur pro incidente, erit ut $n$ ad $m$ ita ſinus anguli CBE ad ſinum anguli refracti (§. 35). Eſt vero etiam ut $n$ ad $m$ ita ſinus anguli CBE ad ſinum anguli ABD (§. *cit.*). Ergo ſinus anguli ABD eſt idem cum ſinu anguli refracti (§. 169 *Arithm*), conſequenter ABD eſt angulus refractus incidentis CB (§. 2 *Trigon.*). Radius adeo CB ſi contraria ratione refringitur, cum incidente BA coincidet.

### COROLLARIUM 2.

37. Quando itaque radius ex vitro in aërem, & generaliter ex medio denſiori in rarius tranſit, ab axe incidentiæ ſeu refractionis refringitur, & hinc angulus refractus major eſt angulo inclinationis (§. 12. 14).

### COROLLARIUM 3.

38. Si angulus inclinationis 30 gradibus minor; tum propemodum eſt $MBC = \frac{1}{3} MBE$ (§. 38 *Dioptr.* & §. 150 *Geom.*). Quare $MBC = \frac{1}{2} CBE$, conſequenter ſi refractio fit ex vitro in aërem & angulus inclinationis 30 gradibus minor; radius refringitur ab axe refractionis dimidia propemodum parte anguli inclinationis (§. 37).

### SCHOLION.

39. *Atque hoc eſt alterum principium Dioptricum, quo Autores fere omnes cum* Keplero *utuntur ad refractiones in ſpecillis demonſtrandas.*

### COROLLARIUM 4.

40. Si refractio ex aere in vitrum contingit, ratio ſinus inclinationis ad ſinum anguli refracti eſt ut 3 ad 2 (§. 26), ſi vero ex aëre in aquam ſit, ut 4 ad 3 (§. 28). Ergo ſi refractio contraria ratione ex vitro vel aqua in aërem contingit, eorundem ſinuum ratio erit in caſu priore ut 2 ad 3, in poſteriore ut 4 ad 3.

### THEOREMA 1.

41. *Si recta EF ſecet ſuperficiem refringentem quamcunque GH ad angulos rectos in puncto incidentiæ & ex puncto quocunque intra diaphanum denſius D ducatur recta DC radio incidenti AB parallela; hæc refracto CB occurret in C eritque ad partem refracti CB ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.* Tab. I. Fig. 4. Fig. 5.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam CD ipſi AB parallela, *per hypoth.* erit $o = x$ (§. 222 *Geom.*). Sed ſi radius BC exit ex medio denſiori in tenuius, veluti ex vitro in aerem, $y > x$ (§. 37); ſi vero tranſit ex tenuiori in denſius, veluti ex aere in vitrum, $y < x$ (§. 25): ergo in caſu priore $y > o$, in poſteriore $y < o$, conſequenter in priore $o + u$, in poſteriore $y + u$ duobus rectis minores ſunt (§. 141 *Geom.*) & hinc in utroque DC ipſi BC occurrit (§. 247 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Jam cum $o=x$ *per demonſtr.* adeoque angulus inclinationis (§. 12) & *y* ſit angulus refractus (§.14), ſit vero præterea CB ad CD ut ſinus anguli *o* ad ſinum anguli *y* (§. 5 & 33 *Trigon.*) ; evidens eſt, quod ſit CB ad CD in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti. *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM* 1.

42. Quando igitur BC ex vitro in aerem exit, ad CD eſt in ratione ſubſeſquialtera (§. 40) : ſi vero ex aere in vitrum tranſit, ad CD rationem ſeſquialteram habet (§. 26).

*COROLLARIUM* 2.

43. Quando lumen ex aqua in aerem exit ; CB ad CD habet rationem ſubſeſquitertiam (§. 40) : ſi vero ex aëre in aquam tranſit, ſequiquartam (§. 28).

*THEOREMA* 2.

Tab. I. Fig. 4. & 5. 44. *Si recta EF ſecet ſuperficiem refringentem GH ad angulos rectos & radius refractus BC rectæ cuidam alteri DC ex quocunque axis EF puncto D intra medium denſius aſſumto ductæ ita occurrat, ut ad eam habeat rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti; erit CD radio incidenti AB parallela.*

*DEMONSTRATIO.*

CB eſt ad CD ut ſinus anguli *o* ad ſinum anguli *y* (§. 5 & 33 *Trigon.*). Eſt vero etiam CB ad CD ut ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti *per hypoth.* Quare cum *y* ſit angulus refractus; erit *o* angulo inclinationis *x* æqualis (§. 169 *Arithm.*), conſequenter CD ipſi AB parallela (§ 240 *Geom.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 3.

45. *Radius incidens in ſuperficiem curvam, ſive convexam, ſive concavam, perinde refringitur, ac ſi incideret in planam, quæ curvam in puncto incidentiæ tangit.*

*DEMONSTRATIO.*

Superficies curva & plana, quæ ipſam tangit, habent partem infinite parvam communem. Sed radius in tam exigua parte refringitur. Ergo perinde eſt ac ſi refringeretur in ſuperficie plana, quæ curvam in puncto incidentiæ tangit. *Q. e. d.*

CA-

# CAPUT II.

## De REFRACTIONE IN SUPERFICIEBUS PLANIS.

### *THEOREMA* 4.

46. *Si radii paralleli ex uno diaphano tranſeunt in aliud diverſæ denſitatis, etiam in medio altero manent paralleli.*

### *DEMONSTRATIO.*

Si radii ad ſuperficiem refringentem perpendiculares; irrefracti tranſeunt (§. 25), adeoque in diaphano ſecundo eorum ſitus non mutatur. Sed in diaphano primo erant paralleli, *per hypoth.* Ergo etiam in diaphano ſecundo manent paralleli. *Quod erat unum.*

Si radii AB & CD ad ſuperficiem refringentem obliqui ſed paralleli; erunt anguli incidentiæ *o* & *u* (§. 222 *Geom.*), conſequenter etiam anguli inclinationis *x* & *y* æquales (§. 139 *Geom.* & §. 83 *Arithm.*). Quoniam igitur angulorum inclinationis *x* & *y* ſinus ad ſinus angulorum refractorum *m* & *n* eandem rationem habent (§. 26), anguli etiam refracti *m* & *n* (§. 169 *Arithm.*), adeoque & anguli *s* & *r* (§. 139 *Geom.* & §. 83 *Arithm.*) æquales, conſequenter radii refracti BE & DF paralleli ſunt (§. 240 *Geom.*). *Quod erat alterum.*

### *COROLLARIUM.*

47. Quodſi igitur vitrum utrinque planum Soli directe objiciatur; lumen per ipſum tranſiens perinde propagatur, ac ſi vitrum abeſſet (§. 92 *Optic.*): ſi oblique obvertatur, lumen tamen refractum ejusdem manet intenſitatis (§. 83 *Optic.*).

### *LEMMA* 1.

48. *Coſecantes angulorum, qui menſuram trium graduum non excedunt, a Cotangentibus in centeſimis radii non differunt: Coſecantes vero eorum, quorum menſura gradibus quinque major non eſt, cum cotangentibus in decimis radii conveniunt.*

### *DEMONSTRATIO.*

Etenim vi Canonis differentia Cotangentium & Coſecantium usque ad gradum tertium in quatuor notis prioribus nulla eſt. Exprimunt vero quatuor notæ priores radii particulas centeſimas, nempe ſi radius eſt partium 1000, cotangens ſinus anguli trium graduum eſt 19081, coſecans ejusdem 19087.

In

In centeſimis igitur cotangentes & coſecantes usque ad tertium gradum non differunt. *Quod erat unum.*

Simili prorſus modo oſtenditur, cotangentium & coſecantium differentiam nullam eſſe in decimis radii usque ad gradum quintum. *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM.*

49. Quodſi itaque decima vel centeſima pars radii in dato aliquo caſu adeo exigua fuerit, ut vel plane non, vel ægre admodum aſſignari poſſit; coſecantes angulorum in caſu priore quinque, in poſteriore tribus gradibus non majorum ſunt inter ſe ut cotangentes.

*THEOREMA 5.*

Tab. I. Fig. 7. 50. *Diſtantia puncti refractionis D a catheto incidentiæ GL eſt ad diſtantiam puncti radiantis CK a ſuperficie refringente in ratione ſinus anguli inclinationis ad coſinum ipſius.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam GL ad AB perpendicularis (§. 214 *Geom.*) & axis refractionis HI itidem ad AB normalis (§. 10); erit HI ipſi GL parallela (§. 241 *Geom.*), conſequenter KCD angulo inclinationis CDH æqualis (§. 222 *Geom.*). Sed KD eſt ad KC in ratione ſinus anguli inclinationis KCD ad ſinum anguli KDC (§. 30 *Trigon.*). Quare cum KDC ſit complementum ipſius KCD ad rectum (§. 226 *Geom.*); erit KD ad CK in ratione ſinus anguli inclinationis ad coſinum.

*COROLLARIUM 1.*

51. Quoniam ſinus anguli 5 graduum ad ejus coſinum eſt ut 8715 ad 99619, hoc eſt fere ut 1 ad $11\frac{1}{3}$; quamdiu diſtantia puncti refractionis KD minor eſt undecima parte diſtantiæ puncti radiantis KC, angulus inclinationis minor eſt quam 5 graduum.

*COROLLARIUM 2.*

52. Similiter quia ſinus anguli 3 graduum ad ejus coſinum ut 5240 ad 99862, hoc eſt fere ut 1 ad $19\frac{1}{17}$; quamdiu diſtantia puncti refractionis KD minor eſt parte decima nona diſtantiæ puncti radiantis KC, angulus inclinationis minor eſt quam trium graduum.

*THEOREMA 6.*

53. *Si radius ex uno medio in diaphanum aliud diverſæ denſitatis & planæ ſuperficiei oblique incidit, diſtantia puncti radiantis a ſuperficie refringente eſt ad diſtantiam puncti diſperſus in ratione cotangentis anguli inclinationis ad cotangentem anguli refracti.*

*DEMONSTRATIO.*

Tendat radius CD ex medio tenuiori in diaphanum denſius AB, ſitque CK cathetus incidentiæ & HI axis refractionis: refringetur radius ad axem (§. 25) adeoque refra-

fractus DF concurret cum catheto ultra C in D. Jam quoniam GL (§. 16 *Catoptr.*) & HI ad AB normales (§. 10), erit CK diſtantia puncti diſperſus (§. 314 *Geom.*), atque HI ipſi GL parallela (§. 241 *Geom.*), conſequenter KCD = CDH & KGD = FDI (§. 222 *Geom.*). Eſt vero CDH angulus inclinationis (§. 12) & FDI angulus refractus (§. 14): ergo KCD angulo inclinationis & KGD angulo refracto æqualis. Jam ſi KD ſumatur pro ſinu toto, erit KC tangens anguli KDC & KG tangens anguli KDG (§. 7 *Trigon.*), ſeu quia KDC eſt complementum ipſius KCD, & KDG complementum ipſius KGD ad rectum (§. 226 *Geom.*), KC eſt cotangens ipſius KCD & KG cotangens ipſius KGD (§. 11 *Trigon.*). Quare CK ad GK ut cotangens anguli inclinationis ad cotangentem refracti. *Quod erat unum.*

Sit GD radius incidens ex medio denſiori in diaphanum tenuius: frangetur ab axe HK in DE (§. 37), adeoque cum catheto incidentiæ GL infra punctum radians G in C concurrit. Patet vero ut ante eſſe KGD angulo inclinationis, KCD angulo refracto æqualem, & ideo KG ad KC ut cotangentem anguli inclinationis ad cotangentem anguli refracti. *Quod erat alterum.*

(II.)

*PROBLEMA* 3.

54. *Data diſtantia puncti radiantis in ſuperficiem planam diaphani diverſæ denſitatis a medio, per quod incidit, KC una cum diſtantia puncti refractionis D a catheto incidentiæ KD, invenire diſtantiam puncti diſperſus GK a ſuperficie refringente AB.* Tab. I. Fig. 7.

*RESOLUTIO.*

1. Quoniam in triangulo KCD ad K rectangulo dantur crura KD & KC; invenietur angulus KCD (§. 38 *Trigon.*), quem angulo inclinationis CDH æqualem eſſe conſtat (§. 53).
2. Quia datur ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 24); per regulam trium invenitur porro ſinus anguli refracti, & hinc in Canone ſinuum ipſe angulus refractus. Immo ſi refractio ex aere in vitrum fit; angulus refractus ſine calculo in tabula ſuperius tradita (§. 31) evolvi poteſt.
3. Datis angulis inclinationis & refracto, tandem reperitur diſtantia puncti diſperſus GK (§. 91).

Et perinde problema ſolvitur, ſi refractio fiat ex medio denſiori in tenuius, hoc eſt, ſi G fuerit punctum radians, C vero punctum diſperſus.

 E. gr.

E. gr. Incidat radius DC ex aëre in vitrum, ſitque CK = 33′, KD duorum pedum: erit

| | |
|---|---|
| Log. KD | 0.3010300 |
| KC | 1.5185139 |
| Sin. Tot. | 10.0000000 |
| Log. Cotang. KCD | 11.2174839 |

& hinc vi Canonis angulus inclinationis KCD = 3° 28′ 10″.

Eſt vero ut 3 ad 2 ita ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 26). Ergo ſinus refracti = 2. 605162 : 3 = 403441: unde vi Canonis reperitur angulus refractus KGD quam proxime 2° 18′ 40″. Quare tandem,

| | |
|---|---|
| Log. Cotang. KCD | 11.2174839 |
| Cotang KGD | 11.3935439 |
| KC | 1.5185139 |
| | 129120578 |
| Log. KG | 1.6945739 |

Habetur adeo KG = 4° 9′ 5″.

THEOREMA 7.

Tab. I. Fig. 7. 55. *Si radiorum CD & CP ex eodem puncto in ſuperficiem planam diaphani diverſæ denſitatis AB incidentium puncta refractionis D & P a catheto incidentiæ GK æqualiter diſtent; refracti DF & PQ idem punctum diſperſus G habent.*

DEMONSTRATIO.

Quia PK = KD *per hypoth.* & anguli ad K recti (§. 214 *Geom.*); erunt anguli inclinationis PCK & KCD æquales (§. 169 *Geom.*). Habent ergo diſtantiæ punctorum, in quibus radii refracti DF & PQ cum catheto incidentiæ concurrunt, ad CK eandem rationem (§. 86), adeoque æquales ſunt (§. 169 *Arithm.*), conſequenter punctum diſperſus G idem eſt (§. 163 *Geom.*). *Q. e. d.*

Eadem eſt demonſtratio, ſi ſupponamus G eſſe punctum radians, C vero punctum diſperſus.

COROLLARIUM 1.

56. Quoniam radiorum valde vicinorum diſtantia a catheto ad ſenſum eadem eſt; radii valde vicini ex eodem puncto G diſperguntur.

COROLLARIUM 2.

57. Quare cum radii refracti in oculum extra cathetum incidentiæ conſtitutum incidentes vel æqualiter a catheto diſtent, vel valde vicini ſint; veluti ex puncto G emanantes in eum illabuntur, conſequenter punctum C per radios refractos in G videri debet (§. 326 *Optic.*).

THEOREMA 8.

58. *Si radius CD ex medio tenuiori in diaphanum denſius planam ſuperficiem habens AB oblique incidit, diſtantia puncti radiantis CK minorem rationem habet ad diſtantiam puncti diſperſus KG, quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. Quodſi tamen diſtantia puncti refractionis a catheto inciden-* Tab. I. Fig. 7.

*tiæ*

*tiæ KD minor fuerit undecima vel decima nona parte diſtantiæ puncti radiantis CK & in caſu priore decima, in poſteriore centeſima ejus pars ſit adeo exigua, ut aſſignari nequeat, vel ſaltem contemni mereatur; erit CK ad KG ad ſenſum in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

*DEMONSTRATIO.*

Dicatur brevitatis gratia ratio ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis $n:m$, ducaturque GB radio incidenti CD ex puncto diſperſus G parallela; erit CK : KG = CD : GB (§. 253 *Geom.*). Eſt vero GB > GD (§. 394 *Geom.*) adeoque CD : GB < CD : GD (§. 189 *Arithm.*). Ergo CK : KG < CD : GD (§. 81 *Arithm.*). Quare cum ſit $n:m$ = CD : GD (*vi demonſtr. theor.* 5 §. 3 & *vi* §. 26); erit CK : KG < $n:m$ (§. 81 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Quodſi DK < $\frac{1}{11}$ CK, erit angulus inclinationis KCD < 5° (§. 91). Quare ſi etiam decima pars radii adeo exigua fuerit, ut vel plane non, vel ægre admodum aſſignari poſſit; erit CK : KG = CD : GD (§. 48), conſequenter cum CD ad GD ſit in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, *per demonſtrata*, etiam CK ad KG eandem rationem habet. Idem eodem modo oſtenditur, ſi DK < $\frac{1}{19}$ CK & centeſima pars radii parvitatis contemptibilis. *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM 1.*

59. Quodſi ergo refractio ex aëre in vitrum contingit; diſtantia puncti diſperſus radiorum catheto vicinorum eſt ſeſquialtera puncti radiantis; remotiorum vero ſeſquialtera major (§. 26).

*COROLLARIUM 2.*

60. Si refractio ex aëre in aquam contingit, diſtantia puncti diſperſus radiorum catheto incidentiæ vicinorum eſt ſeſquitertia; remotiorum vero ſeſquitertia major (§. 28).

*SCHOLION.*

61. *Conſentit cum hiſce calculus ſecundum problema 3 inſtitutus. Sane in exemplo ibi allato erat CK* = 33′ *& reperiebatur KG* = 49′5″. *Quodſi vero fiat ut 2 ad 3 ita 33 ad KG, reperietur denuo KG* = 33 . 3 : 2 = 99 : 2 = 49′ ½ = 49′5″.

*COROLLARIUM 3.*

62. Oculo itaque in medio denſiore conſtituto objecta in rariore collocata remotiora apparent quam ſunt (§. 326 *Optic.*) & locus imaginis in quolibet caſu dato vel ex ratione refractionis data (§. 58) vel per calculum juxta problema 3 inſtituendum (§. 54) facile definitur.

*SCHOLION.*

63. *Ita piſcibus ſub aqua natantibus remotiora apparent, quam ſunt, quæ extra aquam conſtituuntur.*

### THEOREMA 9.

Tab. I. Fig. 7. 64. *Si radius GD ex medio denſiori in Diaphanum tenuius, quod planam ſuperficiem AB habet, oblique incidit, diſtantia puncti radiantis GK majorem rationem habet ad diſtantiam puncti diſperſus KC quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. In caſu reliquo theorematis præcedentis erit GK ad KC ad ſenſum in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

### DEMONSTRATIO.

Dicatur brevitatis gratia ratio ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis $n:m$, ducaturque ex puncto radiante GB radio refracto CD parallela: erit KG : KC = GB : CD (§. 253 *Geom.*). Eſt vero GB > GD (§. 394 *Geom.*), adeoque GB : CD > GD : CD (§. 189 *Arithm.*). Ergo KG : KC > GD : CD (§. 81 *Arithm.*). Quare cum ſit $m : n$ = GD : CD (§. 26 & §. 53); erit KG : KC > $m : n$ (§. 81 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Poſterius eodem modo oſtenditur, quo idem de radiis ex medio tenuiori in diaphanum denſius incidentibus (§. 63) demonſtravimus.

### COROLLARIUM 1.

65. Quodſi ergo refractio ex vitro in aërem contingit; diſtantia puncti diſperſus radiorum catheto vicinorum eſt ſubſeſquialtera diſtantiæ puncti radiantis; remotiorum vero ſubſeſquialtera minor (§. 40).

### COROLLARIUM 2.

66. Sed ſi refractio ex aqua in aërem fit, diſtantia puncti diſperſus radiorum catheto vicinorum eſt ſubſeſquitertia; remotiorum vero ſubſeſquitertia minor (§. 40).

### COROLLARIUM 3.

67. Oculo itaque in medio rariore conſtituto objecta in denſiore collocata viciniora apparent quam ſunt (§. 326 *Optic.*) & locus imaginis in quolibet caſu dato vel ex ratione refractionis data (§. 64), vel per calculum juxta problema tertium inſtituendum (§. 54) facile definitur.

### SCHOLION.

68. *Hinc planum, cui cubus vitreus politus imponitur in experimento ſuperiori* (§. 24), *ad dimidiam; fundus vaſis aqua pleni ad tertiam altitudinis partem per refractionem attollitur reſpectu oculi ſupra planum refringens perpendiculariter elevati. Et piſces aliaque corpora ſub aquis poſita propiora videntur quam ſunt.*

### THEOREMA 10.

69. *Si radius ex medio quocunque incidens in diaphanum diverſæ denſitatis tendat ad punctum aliquod rectæ LG ad ſuperficiem planam refringentem AB perpendicularis; erit diſtantia puncti, ad quod incidens con-*

*convergit, ad diſtantiam puncti concurſus in ratione cotangentis anguli inclinationis ad cotangentem refracti.*

*DEMONSTRATIO.*

Incidat radius ED ex medio rariori in denſius, convergens ad punctum C perpendiculi LC. Refringetur ergo ad axem IH (§. 25), adeoque demum infra C cum LG concurret. Jam quia IH parallela ipſi LG (§. 241 *Geom.*), erit KCD anguli inclinationis IDE & KGD angulo refracto GDH æqualis (§. 222 *Geom.*). Quodſi itaque KD ſumatur pro ſinu toto, erit KC tangens anguli KDC ſeu cotangens ipſius KCD & KG tangens anguli KDG ſeu cotangens ipſius KGD (§. 7. 11 *Trigon.*). Eſt itaque CK ad KG in ratione cotangentis anguli inclinationis ad cotangentem refracti.

Quodſi radius FG tendens ad punctum G ex medio denſiori in rarius incidit, refractio fiet ab axe (§. 37) & refractus CD cum perpendiculo LG concurret in C, eritque adeo KCD angulo refracto CDH & KGD angulo inclinationis IDF æqualis (§. 222 *Geom.*), conſequenter ut ante diſtantia puncti convergentiæ KG ad diſtantiam puncti concurſus KC in ratione cotangentis anguli inclinationis ad cotangentem refracti. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* I.

70. Eodem itaque modo, quo in theoremate 7 (§. 55) oſtenditur, radios ad idem punctum C tendentes, in uno G poſt refractionem concurrere, ſi idem fuerit angulus inclinationis.

*COROLLARIUM* 2.

71. Quoniam adeo radii valde vicini ad idem punctum phyſicum tendunt; in uno quoque poſt refractionem concurrunt.

*PROBLEMA* 4.

72. *Data diſtantia puncti C, ad quod radius ED tendit, a ſuperficie refringente AB, una cum diſtantia puncti refractionis D a perpendiculo LG, in quo eſt punctum convergentiæ C, invenire diſtantiam puncti concurſus GK a ſuperficie refringente AB.* Tab. I. Fig. 8.

*RESOLUTIO.*

Eadem prorſus eſt, quæ problematis tertii (§. 54).

*THEOREMA* II.

73. *Si radius ED tendens ad punctum C ex medio tenuiori in diaphanum denſius, quod planam habet ſuperficiem AB, oblique incidit, diſtantia puncti, ad quod ante refractionem tendit, a ſuperficie refringente CK eſt ad diſtantiam puncti concurſus ab eadem GK in ratione minore,* Tab. I. Fig. 8.

 *quam*

*quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. Quodſi tamen DK diſtantia puncti refractionis D a perpendiculo LG, in quo eſt punctum convergentiæ C, minor fuerit undecima parte diſtantiæ puncti radiantis CK & ejusdem pars decima, vel minimum centeſima fuerit parvitatis contemnendæ, erit CK ad CG ad ſenſum in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

*DEMONSTRATIO.*

Eadem prorſus eſt, quæ theorematis 8 (§. 58).

*COROLLARIUM* 1.

74. Quodſi ergo refractio ex aëre in vitrum contingit, diſtantia puncti concurſus radiorum catheto LG vicinorum a ſuperficie refringente AB eſt ſeſquialtera diſtantiæ puncti C, ad quod irrefracti tendunt; remotiorum vero diſtantia eſt ſeſquialtera minor (§. 26).

*COROLLARIUM* 2.

74. Si refractio ex aere in aquam contingit, diſtantia puncti concurſus radiorum catheto LG vicinorum a ſuperficie refringente AB eſt ſeſquitertia diſtantiæ puncti C, ad quod irrefracti tendunt; remotiorum vero diſtantia eſt ſeſquitertia minor (§. 58).

*THEOREMA* 12.

Tab. I. Fig. 8. 76. *Si radius FD tendens ad punctum G ex medio denſiori in diaphanum tenuius, quod planam habet ſuperficiem AB, oblique incidit, diſtantia GK puncti G, ad quod ante refractionem tendit, a ſuperficie refringente GK eſt ad diſtantiam puncti concurſus ab eadem CK in ratione majore, quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. Quodſi tamen DK diſtantia puncti refractionis D a perpendiculo LG, in quo eſt punctum convergentiæ G, minor fuerit undecima parte diſtantiæ puncti radiantis CK & ejusdem pars decima, vel minimum centeſima fuerit parvitatis contemnendæ, erit* GK *ad* KC *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

*DEMONSTRATIO.*

Eadem prorſus eſt, quæ theorematis 9 (164).

*COROLLARIUM* 1.

77. Quodſi ergo refractio ex vitro in aërem contingit & radii fuerint perpendiculo LG vicini, erit KG ad KC in ratione ſeſquialtera; ſi vero radii fuerint remotiores in ratione ſeſquialtera majore (§. 40).

*COROLLARIUM* 2.

78. Similiter ſi refractio ex aqua in aërem contingit; habebit in caſu priore KG ad KC rationem ſeſquitertiam; in altero ſeſquitertia majorem (§. 40).

*THEO-*

### THEOREMA 13.

79. *Si oculus fuerit conſtitutus in medio rariore, objectum in denſiore collocatum videtur per radium in ſuperficie plana refractum juſto majus; ſi vero objectum in rariore, oculus in denſiore medio conſtituatur, illud juſto minus apparet. In utroque caſu eſt magnitudo apparens ad veram in ratione compoſita diſtantiæ puncti ad quod radii irrefracti tendunt, a ſuperficie refringente* FL *ad diſtantiam oculi GL ab eadem & diſtantia objecti ab oculo GM ad diſtantiam ejusdem a puncto, ad quod radii irrefracti tendunt, FM.*

Tab. I. Fig. 9.

### DEMONSTRATIO.

Sit radius ML ad ſuperficiem refringentem DE perpendicularis: tranſit ergo irrefractus (§. 25). Quodſi radius BE ad punctum F tendens ex medio rariori in denſius defertur, punctum concurſus G a ſuperficie DN remotius, quam punctum convergentiæ F (§. 73), radius adeo, qui irrefractus ad G pertingeret, a perpendiculo GM remotior eſſe debet quam refractus EG. Quare ſi in G ſupponatur oculus videns refracte objectum MB ſub angulo LGE, per irrefractos idem ibidem videret ſub angulo LGN, conſequenter per radios refractos minus apparet, quam per irrefractos (§. 202 *Optic.*). *Quod erat unum.*

Quodſi BE ex medio denſiori in rarius defertur, punctum concurſus G a ſuperficie refringente minori intervallo diſtat, quam punctum F, ad quod irrefractus tendit (§. 64): radius adeo, qui irrefractus ad punctum G pertingeret, perpendiculo GM vicinior quam GE. Quare ſi in G ſupponatur oculus videns objectum MB refracte ſub angulo LGE, quod directe ſub angulo LGN videret; eidem objectum majus apparere debet quam per radios irrefractos (§. 202 *Optic.*). *Quod erat alterum.* Tab. I. Fig. 10.

Ob paralleliſmum linearum MB & LE; erit MB : MH = LN : LE (§. 253 *Geom.* & §. 156 *Arithm.*) hoc eſt, magnitudo vera eſt ad apparentem ut LN ad LE (§. 202 *Optic.*). Porro (§. 253 *Geom.*) Tab. I. Fig. 9. 10.

$$FM : FL = MB : LE$$
$$GM : GL = MB : LN$$

Hinc $LE = MB.FL : FM$ & $LN = MB.GL : GM$, conſequenter

$$LE : LN = \frac{FL.MB}{FM} : \frac{GL.MB}{GM}$$

hoc eſt FL.GM : GL.FM (§. 170, 172 *Arithm.*). *Quod erat tertium.*

### COROLLARIUM.

80. Si objectum AB fuerit valde remotum, erit FM ipſi GM phyſice æqualis, adeoque magnitudo vera MB ad apparentem MH ut GL ad FL ſeu diſtantia oculi G a plano refringente ad

ad diſtantiam puncti convergentiæ F ab eodem plano.

### SCHOLION.

81. *Hinc ſub aquis demerſa oculo in aere conſtituto majora apparent: piſcibus vero ſub aquis, quæ ſunt in aere, minora apparere debent.*

### PROBLEMA 5.

Tab. I. Fig. 11. 82. *Machinam hydromanticam conſtruere, vi cujus imaginem ex oculis ſpectatoris immoti pro arbitrio ſubducere & ad eos iterum reducere poſſis.*

### RESOLUTIO.

1. Fiant duo vaſa ABF & CGLK intus cava & tribus columellis, quarum una BC epiſtomio B inſtructa ſit itidem cava, inter ſe connexa.
2. Vas inferius CL per diaphragma HI in duas cavitates dividatur, quarum inferior mediante epiſtomio P claudi & aperiri poteſt.
3. In fundo cavitatis prioris collocetur imago, quæ ſpectatori in M per radium directum GL non apparet.

Quodſi epiſtomium B aperias, aqua in cavitatem CI deſcendet radiusque GL refringetur a perpendiculo GR in O (§. 37). Spectator itaque per radium refractum OG imaginem videbit. Si jam clauſo epiſtomio B alterum P aperiatur, aqua in cavitatem inferiorem HL deſcendet. Ceſſante igitur refractione radius nullus ab objecto G ad oculum amplius pertinget. Clauſo vero rurſus epiſtomio P & aperto ſuperiore B, aqua denuo effluet, ſicque radius refractus OG denuo ſiſtet imaginem, quæ evanuerat.

## CAPUT III.
## DE
# REFRACTIONE LUMINIS IN SUPERFICIEBUS SPHÆRICIS TAM CAVIS, QUAM CONVEXIS.

### THEOREMA 14.

Tab. II. Fig. 12. 83. *Radius DE axi ſphæræ denſioris parallelus, poſt refractionem ſimplicem cum eodem ultra centrum C in F concurrit.*

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Quia ſemidiameter CE ad punctum refractionis E ducta eſt ad ſuperficiem KL perpendicularis (§. 37 *Analyſ. infinit.*), erit ea axis refractionis (§. 10). Quare cum radius EH ad eum refrangitur (§. 25); ad axem ſphæræ AF convergit, adeoque tandem cum eo concurrit & quidem ultra centrum C in F, quia angulus refractionis FEH minor eſt angulo inclinationis CEH (§. *cit.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 15.

Tab. II. Fig. 12. 84. *Si radius DE in ſuperficiem ſphærice convexam diaphani denſioris incidit axi ejus AF parallelus, erit ſemidiameter CE ad radium refractum EF in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis: diſtantia vero puncti concurſus a centro CF ad radium refractum FE in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam ex demonſtratione theorematis præcedentis (§. 83) conſtat, ſemidiametrum CE eſſe axem refractionis & DH ſit axi AF parallela *per hypoth.* erit BCE angulo inclinationis DEG & CFE angulo refractionis FEH æqualis (§. 222 *Geom*). Quare cum angulorum ad C deinceps poſitorum idem ſit ſinus (§. 5 *Trigon.*); erit CE ad EF in ratione ſinus anguli refractionis CFE ad ſinum anguli inclinationis BCE & CF ad EF in ratione ſinus anguli refracti CEF ad ſinum anguli inclinationis BCE. (§. 33 *Trigon.*). *Q. e. d.*

*PROBLEMA* 6.

85. *Data diſtantia ME puncti refractionis E ab axe diaphani ſphærice convexi AF, una cum ſemidiametro ejus CE, invenire punctum F, in quo radius ex medio rariori incidens & axi parallelus DE cum axe unitur.* Tab. II. Fig. 12.

*RESOLUTIO.*

1. Quoniam angulus ad M rectus eſt (§. 214 *Geom.*), ex datis lateribus ME & CE invenitur angulus MCE (§. 36 *Trigon.*), quem angulo inclinationis æqualem eſſe conſtat ex demonſtratione theorematis 15 (§. 84).
2. Et quia ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti datur (§ 24), reperto angulo inclinationis reperietur per regulam trium ſinus anguli refracti, conſequenter ipſe angulus refractus CEF.
3. Quodſi hunc ex angulo MCE ſubtrahas, relinquetur angulus refractionis CFE (§. 224 *Geom.*).
4. Unde tandem ob datos angulos

los inclinationis & refractionis una cum ſemidiametro CE reperitur diſtantia puncti concurſus F a centro CF (§. 84): cui ſi ſemidiameter CB addatur, habebitur quoque diſtantia ejusdem a ſuperficie refringente BF.

E. gr. Sit ME = 1′, CE = 8′, fiatque refractio ex aere in vitrum, erit

| | |
|---|---|
| Log. CE | 0.9030900 |
| Sin. tot | 10.0000000 |
| ME | 0.0000000 |

Log. ſin. MCE 9.0969100, cui in Canone quam proxime reſpondent 7° 10′ 50″.

Jam cum ſit ſinus anguli MCE ad ſinum anguli CEF ut 3 ad 2 (§. 26); reperietur ſinus anguli CEF = 1249965. 2 : 3 = 833310, cui in Canone quam proxime reſpondent 4° 46′ 50″. Eſt itaque angulus FEH 2° 24′. Tandem

| | |
|---|---|
| Log. Sin. FEH | 8.6219616 |
| Sin. FEC | 8.9208517 |
| CE | 0.9030900 |
| | 9.8239417 |

Log. CF 1.2019801, cui in Canone reſpondent 1592 +

Eſt ergo CF quam proxime 1° 5′ 9″ 2‴ ſeu 16′, conſequenter BF = 2° 3′ 9″ 2‴ ſeu 24′.

Sit angulus inclinationis BCE = 3°, reperietur refractus CEF = 2° & angulus refractionis CFE = 1°, & hinc porro CF = 1° 5′ 9″ 9‴ ſeu 16′, conſequenter BF = 2° 3′ 9″ 9‴ ſeu 24′.

## THEOREMA 16.

86. *Si radius DE axi AF parallelus in ſuperficiem convexam KL diaphani ſphærici denſioris incidit, diſtantia foci a ſuperficie refringente FB eſt ad diſtantiam ejus a centro FC in ratione majore quam ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti. Quodſi tamen radii fuerint axi valde vicini, angulo inclinationis BCE paucorum graduum exiſtente, diſtantiæ foci a ſuperficie & centro FB & FC erunt quam proxime in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti.*

### DEMONSTRATIO.

FB > FE (§. 287 *Geom.*). Sed FE eſt ad FC ut ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 84). Ergo FB ad FC rationem majorem habet quam ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 187 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Quodſi angulus inclinationis BCE fuerit paucorum graduum; erit FE ipſi BF propemodum æqualis, adeoque BF & FE eandem rationem propemodum habent ad FC (§. 157 *Arithm.*). Eſt itaque in eo caſu BF ad FC quam proxime in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti. *Quod erat alterum.*

CO-

### COROLLARIUM 1.

87. Quodſi refractio ex aëre in vitrum contingit, erit in caſu radiorum axi vicinorum BF : FC = 3 : 2 & in caſu radiorum ab axe remotiorum BF : FC > 3 : 2 (§. 26), conſequenter in priore BC : BF = 1 : 3 (§. 183 *Arithm.*) & hinc in poſteriore BC : BF < 1 : 3.

### SCHOLION 1.

88. *Convenit cum hiſce calculus ſuperior in probl.* 6 (§. 85).

### COROLLARIUM 2.

89. Si refractio ex aëre in aquam contingit, erit in caſu priore BF : FC = 4 : 3 & in poſteriore BF : FC > 4 : 3 (§. 28), conſequenter in priore BC : BF = 1 : 4 (§. 183 *Arithm.*) & hinc in poſteriore BC : BF < 1 : 4.

### COROLLARIUM 3.

90. Quoniam radii ſolares ſunt ad ſenſum paralleli (§. 92 *Optic.*); ſi in ſuperficiem ſphæræ vitreæ ſolidæ vel aqua repletæ incidunt, intra eam cum axe non concurrunt.

### SCHOLION 2.

91. *Fallitur adeo* Vitellio, *dum ſibi perſuadet, radios Solis parallelos in ſuperficiem ſphæræ cryſtallinæ incidentes ad centrum refringi.*

### THEOREMA 17.

Tab. I. Fig. 3. 92. *Si radius DE axi FA parallelus ex medio denſiore in diaphanum ſphæricum rarius incidit; poſt refractionem ab axe divergit, eſtque diſtantia puncti diſperſus a centro diaphani ſphærici FC ad ſemidiametrum ejus CE in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli refractionis, ad portionem vero radii refracti retroducti EF, in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam ſemidiameter CE ad ſuperficiem ſphæræ perpendicularis (§. 37 *Analyſ. infin.*), erit ea axis refractionis (§. 10) adeoque radius DE ab eo frangitur (§. 37), conſequenter refractus EN ab axe intra diaphanum ſphæricum divergit & hinc in medium denſius retro continuatus cum eodem concurrit (§. 248 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Quoniam DH ipſi FA parallela *per hypoth.* & CG ad ſuperficiem KL perpendicularis (§. 37 *Analyſ. infin.*); erit BCE angulo inclinationis DEG (§. 222 *Geom.* & §. 12 *Dioptr.*) & CFE angulo refractionis HEN (§. *cit. Geom.*) & §. 13 *Dioptr.*) æqualis. Quare cum angulus CEF cum refracto CEH eundem habeat ſinum (§. 5 *Trigon.*); erit FC ad CE ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli refractionis & FC ad FE ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 33 *Trigon.*). *Quod erat alterum.*

## PROBLEMA 7.

Tab. II. Fig. 13. 93. *Data diſtantia ME puncti refractionis ab axe diaphani rarioris ſphærici, in quod incidit ex medio denſiori radius DE axi* FA *parallelus, una cum ſemidiametro diaphani CE, invenire punctum diſperſus F.*

## RESOLUTIO.

1. Quoniam EM ad MC perpendicularis (§. 214 *Geom.*), in triangulo ad M rectangulo ex datis lateribus ME & CE invenitur angulus inclinationis BCE (§. 33 *Trigon.*).
2. Quia datur ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 24. 36); per regulam trium porro reperitur ſinus anguli refracti & hinc vi Canonis angulus refractus CEN.
3. Ab angulo refracto CEN ſubducendus eſt angulus inclinationis BCE, & reliquetur angulus refractionis CFE.
4. Quare tandem (§. 92) reperitur FC diſtantia puncti diſperſus a centro, unde ſubducta ſemidiametro BC, ejus a ſuperficie refringente KL diſtantia relinquitur.

E. gr. Sit ME = 1, EC = 12″. Quoniam CE ad ME ut ſinus totus ad ſinum anguli inclinationis; reperietur hic = 10000000 : 12 = 8333333 & hinc vi Canonis BCE = 4°46′ 50″. Quodſi jam ſupponamus refractionem fieri ex vitro in aërem, erit ſinus anguli refracti CEN = 3. 8333333 : 2 = 12499999, cui in Canone quam proxime reſpondent 7°10′50″. Unde F = 2°24′, tandemque

| | | |
|---|---|---|
| Log. Sin. F. | | 86219615 |
| | Sin. CEN | 90968979 |
| | CE | 10791812 |
| | | 101760791 |

Log. FC = 15541186, cui in Canone quam proxime reſpondent 3′5″8‴2⁗ ſeu 36″. Eſt igitur FB = 2382⁗ ſeu 24″.

## THEOREMA 18.

94. *Si radius DE axi* AF *parallelus in ſuperficiem convexam KL diaphani ſphærici rarioris ex medio denſiori incidit, diſtantia puncti diſperſus a centro FC ad diſtantiam ejus a ſuperficie FB rationem majorem habet, quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. Quodſi tamen radii DE fuerint axi* FA *valde vicini, ratio erit quam proxime ea, quæ eſt ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.* Tab. II. Fig. 13.

## DEMONSTRATIO.

FC ad FE habet rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 92). Sed FE > FB (§. 287 *Geom.*). Ergo FC ad FB rationem majorem habet quam ſinus

ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 189 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Quodſi radius DE fuerit axi FA admodum propinquus, differentia rectarum FE & FB evadet tandem parvitatis contemnendæ, conſequenter FC ad FB & FE eandem quam proxime rationem habet (§. 157 *Arithm.*). Sed FC eſt ad FE ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 92). Ergo etiam FC ad FB eandem quam proxime rationem habet. *Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM 1.

95. Si refractio ex vitro in aërem contingit, erit in caſu radiorum axi vicinorum FC : FB = 3 : 2 (§. 40), conſequenter BC : FB = 1 : 2 (§. 183 *Arithm.*). In caſu itaque radiorum ab axe remotiorum BC : FB < 1 : 2.

## COROLLARIUM 2.

96. Si refractio ex aqua in aërem contingit, erit in caſu priore FC : FB = 4 : 3 (§. 40), conſequenter BC : FB = 1 : 3 (§. 183 *Arithm.*). In caſu itaque poſteriori BC : FB < 1 : 3.

## COROLLARIUM 3.

97. Cum adeo punctum diſperſus F a ſuperficie refringente KL longius diſtet ſi radii ex aqua, quam ſi ex vitro in aerem erumpunt; radii paralleli in priore caſu minus diſperguntur, quam in poſteriore.

## SCHOLION.

98. *Cum his conſentit calculus ſecundum problema 7 inſtitutus* (§. 93).

## THEOREMA 19.

99. *Si radius HE axi* FA *parallelus in ſuperficiem concavam diaphani ſphærici denſioris ex medio rariori incidit; refractus EN diſpergetur ex puncto axis F, ita ut FE habeat ad FC rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti.* Tab. II. Fig. 12.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam ſemidiameter CE ſecat KL ad angulos rectos, (§. 37 *Anal. inf.*) & BF ipſi EH parallela *per hypoth.* radius refractus EF cum BF concurrere debet eſtque FE ad FC in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 41). *Q. e. d.*

## PROBLEMA 6.

100. *Data diſtantia ME puncti refractionis E ab axe* AF *una cum ſemidiametro CE diaphani ſphærici denſioris KL, in cujus cavam ſuperficiem radius EH axi parallelus ex medio rariori incidit, invenire diſtantiam puncti diſperſus F a ſuperficie refringente FB.* Tab. II. Fig. 12.

## RESOLUTIO.

1. Cum in triangulo EMC angulus M ſit rectus (§. 214 *Geom.*), ex datis ME & CE reperietur

 an-

angulus inclinationis MCE (§. 33 *Trigon.*).

2. Quia ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti datur (§. 24); per regulam trium invenietur ſinus anguli refracti, adeoque vi Canonis habetur ipſe angulus refractus CEF, qui

3. Ex angulo inclinationis BCE ſubductus relinquit angulum refractionis CFE (§. 224 *Geom.*).

4. Datis itaque in triangulo CEF omnibus angulis & latere CE, invenitur diſtantia puncti diſperſus FC a centro (§. 33 *Trigon.*).

E. gr. Sit EM = 1″, BF = 16″; erit ſinus anguli inclinationis = 10000000 : 16 = 625000.

Eſt itaque BCE vi Canonis 3° 35′. Quare ſi ponamus refractionem fieri ex aëre in vitrum, erit ſinus anguli refracti (§. 26) 625000. 2 : 3 = 416665 7, adeoque vi Canonis CEF = 2° 23′ 20″ & hinc CFE = 1° 11′ 40″. Quare tandem

| | |
|---|---|
| Log. ſin. CFE | 83190118 |
| CE | 12041199 |
| Sin. CEF | 86199474 |
| | 98240673 |

Log. FC 15050545, cui in tabulis quam proxime reſpondent 3′ 1″ 9‴ 9⁗ ſeu 32″. Ergo FB = 48″.

### THEOREMA 20.

101. *Si radius EH axi FB parallelus in diaphani ſphærici denſioris ſuperficiem cavam KL ex medio rariori incidit; diſtantia puncti diſperſus a ſuperficie refringente FB eſt ad diſtantiam ejus a centro FC in ratione majore quam ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti. Quodſi tamen radii fuerint axi valde vicini, angulo BCE paucorum graduum exiſtente; erit BF ad CF quam proxime in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti.* Tab. II. Fig. 12.

*DEMONSTRATIO.*

BF > EF (§. 281 *Geom.*). Sed FE eſt ad FC in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti (§. 98). Ergo FB ad FC rationem iſta majorem habet (§. 187 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Quodſi FE fuerit ipſi FB valde propinqua, differentia earum erit parvitatis contemnendæ, adeoque ratio rectarum FE & FB ad FC quam proxime eadem (§. 157 *Arithm.*). Sed FE eſt ad FC in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti (§. 98). Ergo FB ad FC in hoc caſu quam proxime rationem eandem habet. *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM* I.

102. Quodſi refractio ex aëre in vitrum contingit, erit in caſu radiorum axi viciniorum FB : FC = 3 : 2, in caſu remotiorum ab axe FB : FC > 3 : 2 (§. 26).

26), conſequenter in priore BC : FC = 1:2 (§. 183 *Arithm.*), & hinc in poſteriore BC : FC < 1 : 2.

*SCHOLION.*

103. *Conſentit cum his calculus in problemate octavo* (§. 100).

*COROLLARIUM 2.*

104. Si refractio ex aëre in aquam contingit, erit in caſu radiorum axi vicinorum FB : FC = 4 : 3 (§. 28), in caſu remotiorum ab axe FB : FC > 4 : 3; conſequenter in priore BC : FC = 1 : 3 (§. 183 *Arithm.*) & hinc in poſteriore BC : FC < 1 : 3.

*COROLLARIUM 3.*

105. Quia punctum diſperſus F a centro C longius diſtat, ſi refractio in aqua, quam ſi in aëre contingit (§. 102 104); in poſteriore caſu radii refracti minus diſperguntur quam in priore.

*THEOREMA 21.*

Tab. II. Fig. 13 106. *Si radius HE axi* AF *parallelus ex medio denſiori in ſuperficiem cavam* KL *diaphani ſphærici rarioris incidit, refractus in FE cum axe AF in F concurrit, ita ut diſtantia puncti concurſus a centro* CF *ſit ad radium refractum FE in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam CG ſecat KL ad angulos rectos (§. 37 *Analyſ. infinit.*) & ex C ducta CF ſit radio incidenti parallela *per hypoth.* refractus EF eidem occurrere debet, eſtque FC ad FE ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 41). *Q. e. d.*

*PROBLEMA 9.*

107. *Data diſtantia puncti refractionis ME ab axe diaphani ſphærici* KL *rarioris, in cujus ſuperficiem cavam radius EH axi* AF *parallelus ex medio denſiore incidit, una cum ſemidiametro diaphani* CE, *invenire diſtantiam foci a ſuperficie refringente* BF. Tab. II. Fig. 13.

*RESOLUTIO.*

1. Ex datis in triangulo CME ad M rectangulo (§. 214 *Geom.*) lateribus ME & CM invenitur angulus inclinationis MCE (§. 33 *Trigon.*).
2. Et quia ratio ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis datur (§. 24. 36), ille quoque per regulam trium facile invenitur.
3. Angulus inclinationis BCE ex refracto CEN ſubductus relinquit angulum refractionis HEN ſeu CFE (§. 222 *Geom.*).
4. Tandem ex datis in triangulo FCE præter latus CE angulis ſingulis reperitur FC (§. 33 *Trigon.*).

E. gr. Sit ME = 1″, CE = 10″; erit ſinus anguli MCE = 10000000 : 10 = 1000000, cui in Canone quam proxime

me reſpondent 5° 44′ 20″. Quare ſi ponamus refractionem ex vitro in aerem fieri, reperietur ſinus anguli CLN = 1000000. 3 : 2 = 1500000, cui in Canone quam proxime conveniunt 8° 37′ 40″. Et hinc angulus refractionis CFE 2° 53′ 20″. Quare tandem

| | |
|---|---|
| Log. ſin. F | 87024241 |
| CE | 10000000 |
| Sin. FEC | 91761337 |
| | 101761337 |

Log. FC 1.4737096, cui in tabulis reſpondent quam proxime 2′ 9″ 7‴ 7⁗ ſeu fere 30″. Unde AB = 1′ 9″ 7‴ 7⁗ ſeu 20″.

### *THEOREMA* 22.

108. *Si radius* HE *axi* AB *parallelus ex medio denſiori in diphani*
Tab. II. Fig. 13. *ſphærici rarioris ſuperficiem cavam incidit; diſtantia foci a centro FC habet ad diſtantiam ejus a ſuperficie refringente rationem majorem quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, niſi radius fuerit axi vicinus.*

### *DEMONSTRATIO.*

FC eſt ad FE ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 106). Sed FB < FE (§. 287 *Geom.*). Ergo FC ad FB rationem majorem habet quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 187 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Quodſi radii axi AB fuerint valde vicini, erit differentia rectarum FB & FE parvitatis contemnendæ; unde FC rationem eandem habet ad FB & FE (§. 157 *Arithm.*), conſequenter FC ad FB in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 106). *Quod erat alterum.*

### *COROLLARIUM* 1.

109. Si refractio ex vitro in aerem contingit, in caſu radiorum axi vicinorum erit FC ad FB ut 3 ad 2 (§. 40), in caſu remotiorum FC : FB > 3 : 2. Unde BC : FB = 1 : 2 (§. 183 *Arithm.*) in caſu priore, & BC : FB < 1 : 2 in caſu poſteriore.

### *COROLLARIUM* 2.

110. Si refractio ex aqua in aerem contingit in caſu radiorum axi vicinorum erit FC : FB = 4 : 3 (§. 40), in caſu remotiorum FC : FB > 4 : 3. Unde BC : FB = 1 : 3 (§. 183 *Arithm.*) in caſu priore, & BC : FB < 1 : 3 in caſu poſteriore.

### *LEMMA* 2.

111. *Coſinus anguli ſeptem graduum, & multo magis anguli minoris, a ſinu toto in centeſimis non differt. Coſinus vero viginti graduum nondum in decimis a ſinu toto diſſidet. Et idem de ſecantibus eorundem angulorum valet.*

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Quodſi enim ſinus totus fuerit 10000, coſinus ſeptem graduum eſt vi canonis 9925. Differentia itaque $\frac{75}{10000}$ ſeu $\frac{7}{1000}$ < $\frac{1}{100}$. *Quod erat unum.*

Similiter ſi ſinus totus fuerit 10000, coſinus viginti graduum eſt vi Canonis 9396. Differentia itaque $\frac{604}{10000}$ ſeu $\frac{6}{100}$ < $\frac{1}{10}$. *Quod erat alterum.*

Nec abſimili modo idem de ſecantibus oſtenditur. *Quod erat tertium.*

*COROLLARIUM 1.*

Tab. I. Fig. 3. 112. Quoniam in triangulo MFE ad M rectangulo FEM eſt complementum anguli F ad rectum (§. 226 *Geom.*) & hinc FE ad FM ut ſinus totus ad coſinum anguli F (§. 33 & 11 *Trigon.*); quamdiu angulus F ſeptem gradus non excedit, differentia hypothenuſæ FE & catheti FM centeſima iſtius parte minor; & quamdiu idem angulus F viginti gradus non ſuperat, differentia rectarum FE & FM decima longe minor.

*COROLLARIUM 2.*

113. Quodſi ergo in triangulo rectangulo FME angulus F fuerit 7 graduum vel minor, & centeſima hypothenuſæ FE pars fuerit parvitatis contemnendæ, hypothenuſa FE, & cathetus FM ad ſenſum æquales ſunt. Eodemque modo patet, fore ad ſenſum FE = FM ſi F 20° vel minor, & $\frac{1}{10}$ FE parvitatis contemnendæ.

*THEOREMA 23.*

114. *Si axis AF diaphani ſphærici LM ita ſecetur in N, ut NB habeat ad NC rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto N incidat radius ND per medium rarius in ſuperficiem convexam diaphani denſioris LM, angulo N paucorum graduum exiſtente; refractus DV erit axi AF parallelus. Quodſi incidens AD ex puncto remotiori A emanet, refractus DF cum axe concurrit in F; ſi vero incidens QD ex puncto viciniori Q adveniat, refractus DT ab axe divergit punctum diſperſus in G habens.* Tab. II. Fig. 14.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam ND ipſi NB admodum vicinus ſeu angulus BND paucorum graduum, *per hypoth.* erit ND ipſi NB propemodum æqualis (§. 110). Quare cum NC ad NB habeat rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti *per hypoth.* etiam NC ad ND eandem rationem habebit (§. 157 *Arithm.*). Sunt vero latera NC & ND ut ſinus angulorum CDN (ſeu CDS, §. 3 *Trigon.*) & NCD (§. 33 *Trigon.*). Quoniam itaque CDS eſt angulus inclinationis (§. 12),

erit NCD refracto CDV (§.14) æqualis, conſequenter DF axi AF parallela (§.240 *Geom.*). *Quod erat primum.*

Si radius AD ex puncto remotiori incidit, erit CDX angulus inclinationis (§. 12), CDF angulus refractus (§. 14). Quare ſi ex centro C demittantur perpendiculares CH & CO, itemque CI & CP: ſumto CD pro ſinu toto, erit CO ſinus anguli inclinationis CDX & CH ſinus refracti eidem reſpondentis CDF, ſimiliterque CP ſinus anguli inclinationis CDS radii ex N emanantis & CI ſinus anguli refracti CDV eidem reſpondentis (§. 2 *Trigon.*). Eſt vero CP : CI = CO : CH (§. 26) adeoque CP : CO = CI : CH (§. 164 *Arithm.*). Quare cum CP > CO, quia angulus CDS > CDX (§. 76 *Arithm.*); etiam CI > CH, conſequenter radius refractus DF a puncto axis C minus diſtat, quam parallela DV. Sed in puncto D eadem erat utriusque ab axe diſtantia. Ergo diſtantia ipſius DCF ab axe in progreſſu minuitur, adeoque DF cum eodem convergit (§. 80 *Geom.*) tandemque alicubi veluti in F concurrere debet. *Quod erat ſecundum.*

Si denique radius QD ex puncto vicinori incidit, erit CDR angulus inclinationis & RDT refractus (§. 12 & 14), demiſſæque ex C perpendiculares CZ & CK, ſumto CD pro ſinu toto, eorundem ſinus (§. 2 *Trigon.*). Unde eodem, quo ante modo, oſtenditur, refractum DT ab axe divergere, adeoque punctum diſperſus in G habere. *Quod erat tertium.*

*PROBLEMA* 10.

115. *Si axis* AF *diaphani ſphærici* LM *ita ſecetur in N, ut NB ad NC habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto remotiori* A *per medium rarius in ſuperficiem convexam diaphani denſioris LM radius incidat, angulo BCD exiguo exiſtente; determinare diſtantiam puncti concurſus a ſuperficie refringente* BF. Tab. II. Fig. 15.

*RESOLUTIO.*

Ex Centro C demittantur perpendiculares CH & CI, quæ ſumto CD pro ſinu toto erunt ſinus angulorum refracti CDF & inclinationis CDG (§. 2 *Trigon.* & §. 11 & 14 *Dioptr.*). Demittatur etiam ex D ad axem AF perpendicularis DK. Quoniam angulus BCD exiguus exiſtit *per hypoth.* erit CK ipſi CB æqualis (§. 113) & hinc etiam FK ipſi FB atque AK ipſi AB, immo etiam per eandem rationem perpendiculares ex CH & CI æquales habentur perpendicularibus

bus ex punctis I & H ad axem demiſſis.

Fiat itaque $AB = d$, $CB = a$, $CH = m$, $CI = n$, $FB = x$, erit $AC = a + d$, $FC = x - a$, conſequenter (*per monſtrata* & §. 252 *Geom.*).

$$FC : FK = CH : KD$$
$$x-a : x = m : \frac{mx}{x-a}$$
$$AC : AK = CI : KD$$
$$a+d : d = n : \frac{nd}{a+d}$$

Habemus adeo

$$mx : (x-a) = nd : (a+d)$$
$$max + mdx = ndx - nad$$
$$nad = ndx - max - mdx$$

Quæ ultima æquatio in analogiam reſoluta dabit

$$(n-m)d - ma : na = d : x$$

hoc eſt $(n-m)$ AB - $m$CB : $n$CB = AB : FB

Data adeo ratione refractionis $n : m$ (§. 24), in quolibet caſu ſpeciali per regulam trium invenietur FB.

E. gr. Si refractio ex aëre in vitrum contingit, $n : m = 3 : 2$ (§. 26). Sit $CB = 6$, $AB = 150''$; erit $n - m = 1$, $(n-m)$ AB - $m$CB $= 150'' - 12'' = 138''$, $n$CB $= 18''$, conſequenter FB $= 150 . 18 : 138 = 19\frac{13}{23}$.

*COROLLARIUM* 1.

116. Ergo ſi refractio ex aëre in vitrum contingit, erit AB - 2CB : 3CB = AB : FB (§. 26) & hinc AB - 2CB : AC = AB : AF (§. 181 *Arithm.*).

*COROLLARIUM* 2.

116. Si refractio ex aëre in aquam fit, erit AB - 3CB : 4CB = AB : BF (§. 40) & hinc AB - 3CB : AC = AB : AF.

*THEOREMA* 24.

117. *Si axis diaphani ſphærici AF ita dividatur in N, ut NB ad NC habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & ex puncto* A *radius* AD *axi vicinus, (hoc eſt, angulo* A *paucorum graduum exiſtente) per medium rarius in ſuperficiem convexam diaphani denſioris LM incidat; erit* AN : NC = AB : FB. Tab. II. Fig. 15.

*DEMONSTRATIO.*

Sit ratio ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis $= m : n$; erit NB : NC $= m : n$ *vi hypoth.* & hinc BC : NB $= n - m : m$ (§. 181 *Arithm.*), conſequenter NB $= m$BC : $(n-m)$, adeoque NC = BC + $m$BC : $(n-m)$ & AN = AB - $m$BC : $(n-m)$. Eſt itaque

$$AN : NC = AB - \frac{mBC}{n-m} : BC + \frac{mCB}{n-m}$$

hoc eſt AN : NC = $(n-m)$ AB - $m$BC : $n$BC (§. 170 *Arithm.*). Unde AN : NC = AB : BF (§. 114). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

118. Erit igitur etiam AN : AC = AB : AF (§. 181 *Arithm.*) & ideo ulterius AN : AB = AC : AF (§. 164 *Arithm.*).

### COROLLARIUM 2.

119. Eſt adeo etiam AN : BN = AC : CF (§. 183 *Arithm.*).

### PROBLEMA 11.

Tab. II. Fig. 26. 120. *Si axis FK ita fuerit diviſus in N, ut NB ad NC habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto* A *in ſuperficiem convexam LM diaphani ſphærici denſioris per medium rarius incidat radius* AD *axi vicinus; punctum diſperſus F determinare.*

### RESOLUTIO.

Quoniam radius AD axi diaphani AC vicinus, adeoque angulus A exiguus ſupponitur; ſi DK ad AC, CH ad FE & CI ad AG perpendiculares demittantur, erit ad ſenſum AK = AB, FK = FB, & perpendiculares ex K ad AG, ex I & H ad AC demiſſæ a normalibus DK, CI & CH ad ſenſum non different (§. 112). Quodſi CD ſumatur pro ſinu toto; erit CI ſinus anguli inclinationis CDG (§. 2 *Trigon.* & §. 12 *Dioptr.*) & CH ſinus anguli refracti CDE (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.*).

Fiat jam AB = $d$, CB = $a$, CH = $m$, CI = $n$, FB = $x$, erit AC = $a+d$, FC = $x+a$, conſequenter (*per demonſtrata* & §. 252 *Geom.*)

$$FC : FK = CH : KD$$
$$x+a : x = m : \frac{mx}{x+a}$$
$$AC : AK = CI : KD$$
$$a+d : d = n : \frac{nd}{a+d}$$

Habemus adeo

$$mx : (x+a) = nd : (a+d)$$
$$max + mdx = ndx + nad$$
$$max + mdx - ndx = nad$$

Hæc æquatio in analogiam reſoluta dabit

$$ma + (m-n)\, d : na = d : x$$
$$m\text{BC} + (m-n)\,\text{AB} : n\text{CB} = \text{AB} : \text{FB}$$

Data adeo ratione refractionis $m : n$ (§. 24), in dato quolibet caſu ſpeciali per regulam trium invenitur FB.

E. gr. Si refractio ex aere in vitrum contingit; erit $n : m = 3 : 2$ (§. 26). Sit CB = 6″, AB = 10″, erit $m$BC = 12, $(m-n)$ AB = −10, $n$CB = 18, conſequenter FB = 18 . 10 : 2 = 90″.

### COROLLARIUM 1.

121. Ergo ſi refractio ex aëre in vitrum contingit, erit 2BC − AB : 3CB = AB : FB (§. 26) & hinc 2BC − AB : AC = AB : AF (§. 181 *Arithm.*).

CO-

*COROLLARIUM 2.*

122. Si refractio ex aere in aquam ſit, erit $3BC - AB : 4BC = AB : FB$ (§. 40) & hinc $3BC - AB : AC = AB : AF$ (§. 181 *Arithm.*).

Tab. II. Fig. 16.

*THEOREMA 25.*

123. *Si axis diaphani ſphærici FP ita ſecetur in N, ut NB habeat ad NC rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto viciniori quam N per medium rarius incidat radius AD axi vicinus (hoc eſt angulo A paucorum graduum exiſtente) in ſuperficiem diaphani denſioris convexam LM; erit* $AN : NC = AB : FB$.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam $NB : NC = m : n$ (§. 120), erit $BC : NC = n - m : n$ & $BC : NB = n - m : m$ (§. 183 *Arithm.*), adeoque $NC = nBC : (n - m)$ & $NB = mBC : (n - m)$, conſequenter $AN = mBC : (n - m) - AB$. Eſt itaque $NA : NC = \frac{mBC}{n-m} - AB : \frac{nBC}{n-m} = mBC - (n + m)\,AB : nBC$ (§. 170 *Arithm.*) $= AB : FB$ (§. 120). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

124. Eſt itaque etiam $NA : AC = AB : AF$ (§. 183 *Arithm.*).

*PROBLEMA 12.*

125. *Si radius FC ex puncto F axis FP per medium denſius in ſuperficiem convexam LM diaphani ſphærici rarioris incidit; determinare punctum diſperſus A.* Tab. II. Fig. 16.

*RESOLUTIO.*

Ex antecedentibus conſtat, demiſſis CH & CI ex centro diaphani C perpendicularibus ad incidentem FE & refractum AG, fore CH ſinum anguli inclinationis CDE & CI ſinum anguli refracti CDG, & ſi fiat $CH = m$, $CI = n$, $FB = d$, $BC = a$, $AB = x$ & hinc $AC = a + x$, $FC = a + d$, fore ulterius

$$AC : AB = CI : KD$$
$$a + x : x = n : \frac{nx}{a+x}$$
$$FC : FB = CH : KD$$
$$a + d : d = m : \frac{md}{a+d}$$

Habemus ergo

$$nx : (a + x) = md : (a + d)$$
$$nax + ndx = mad + mdx$$
$$nax + ndx - mdx = mad$$

Hæc æquatio in analogiam reſoluta dabit

$$na + (n - m)\,d : ma = d : x$$

hoc eſt, $nBC + (n - m)\,FB : mBC = FB : AB$.

E. gr. Si refractio ex vitro in aërem contingit, erit $n : m = 3 : 2$ (§. 40). Quare ſi $BC = 8'$, $FB = 20''$, erit

 nBC

$n$BC + $(n-m)$ FB = 24 + 20 = 44, $m$BC = 16, conſequenter AB = 20.16 : 44 = $7\frac{3}{11}$.

*COROLLARIUM* 1.

126. Si refractio ex vitro in aërem contingit, erit 3BC + FB : 2BC = FB : AB (§. 40), adeoque FC : 2BC = FA : AB (§. 183 *Arithm.*).

*COROLLARIUM* 2.

127. Si refractio ex aqua in aërem fit, erit 4BC + FB : 2BC = FB : AB (§. 28) & hinc FC + BC : 2BC = FA : AB (§. 183 *Arithm.*).

*THEOREMA* 26.

Tab. II. Fig. 16. 128. *Si ex puncto F axis diaphani ſphærici rarioris per medium denſius incidat radius FD axi vicinus, axisque FP ita dividatur ut BP ad PC habeat rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti; erit FP : PC = FB : BA.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam BP : PC = $n : m$ *per hypoth.* erit BC : PC = $n - m : m$ & BC : BP = $n - m : n$ (§. 183 *Arithm.*), adeoque PC = $m$BC : $(n-m)$ & BP = $n$BC : $(n-m)$, conſequenter FP = $n$BC : $(n-m)$ + FB. Eſt itaque FP : PC = $\frac{nBC}{n-m}$ + FB : $\frac{mBC}{n-m}$ = $n$BC + $(n-m)$ FB : $m$BC (§. 170 Arithm.) = FB : AB (§. 122). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* 1.

129. Eſt igitur etiam FP : FC = FB : FA (§. 183 *Arithm.*). & FP : FB = FC : FA (§. 164 *Arithm.*).

*COROLLARIUM* 2.

130. Si refractio ex vitro in aerem contingit, erit 3BC + FB : FB = FC : FA (§. 40); ſi vero ex aqua in aërem, 4BC + FB = FC : FA (§. *cit.*)

*PROBLEMA* 13.

131. *Si radius* AD *ex puncto axis* A *per medium rarius in cavam ſuperficiem diaphani ſphærici denſioris* LM *incidat, determinare punctum diſperſus F.* Tab. II. Fig. 17.

*RESOLUTIO.*

Sit CI ſinus anguli inclinationis CDA = $n$, CH ſinus anguli refracti CDF = $m$, AB = $d$, FB = $x$, CB = $a$; erit FC = $x - a$, AC = $d - a$ & ex antecedentibus conſtat fore

$$AC : AB = CI : KD$$
$$d-a : d = n : \frac{nd}{d-a}$$
$$FC : FB = CH : KD$$
$$x-a : x = m : \frac{mx}{x-a}$$

Habemus ergo

$$nd : (d-a) = mx : (x-a)$$
$$ndx - nda = mdx - max$$
$$max + ndx - mdx = nda$$

Hæc æquatio in analogiam ſequentem reſolvitur

$$am + (n-m)\,d : na = d : x$$

$$mBC + (n-m)\,AB : nBC = AB : FB$$

E. gr. Si refractio ſit ex aere in vitrum, erit $n : m = 3 : 2$ (§. 26). Quare ſi $BC = 20''$, $AB = 80''$; erit $mBC + (n-m)\,AB = 40 + 80$, $nBC = 60$, adeoque $FB = 80.60 : 120 = 40$.

### COROLLARIUM 1.

132. Si refractio ex aere in vitrum contingit, erit $2BC + AB : 3BC = AB : FB$ (§. 26) & hinc $2BC + AB : AC = AB : AF$ (§. 183 *Arithm.*).

### COROLLARIUM 2.

133. Si refractio ex aere in aquam ſit, erit $3BC + AB : 4BC = AB : FB$ (§. 28) & hinc $3BC + AB : AC = AB : AF$ (§. 183 *Arithm.*).

### THEOREMA 27.

Tab. II. Fig. 17. 134. *Si radius* AD *ex puncto axis* A *per medium rarius in cavam ſuperficiem diaphani ſphærici denſioris* LM *incidat &* CQ *ad* QB *habeat rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti; erit* $AQ : CQ = AB : FB$.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam $CQ : QB = n : m$ *per hypoth.* erit $CB : CQ = n-m : n$ & $CB : QB = n-m : m$ (§. 183 *Arithm.*) atque hinc $CQ = nCB : (n-m)$ & $QB = mCB : (n-m)$, adeoque $AQ = mCB : (n-m) + AB$. Eſt itaque $AQ : CQ = \frac{mCB}{n-m} + AB : \frac{nCB}{n-m} = mCB + (n-m)\,AB : nCB$ (§. 170 *Arithm.*) $= AB : FB$ (§. 128). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

135. Eſt ergo $AQ : AC = AB : AF$ (§. 183 *Arithm.*) & hinc $AQ : AB = AC : AF$ (§. 164 *Arithm.*).

### THEOREMA 28.

136. *Si axis* AB *diaphani ſphærici concavi* DR *ita dividatur in* N *ut* BN *ad* NC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto* N *incidat radius* ND *axi vicinus per medium denſius in rarius; erit refractus* DL *axi* AF *parallelus. Quodſi ex puncto ulteriori* A *incidat* AD, *refractus* DF *cum axe* AI *in puncto* F *concurret; ſi vero ex puncto propiori* I *vel* S *adveniat radius* ID *vel* SR, *refractus* DO *vel* ZR *ab axe* AF *divergit habens punctum diſperſus in* Q *vel* T. *Si denique radius incidat ex centro* C, *nullam refractionem patitur.* Tab. II. Fig. 18.

### DEMONSTRATIO.

Si radius DL axi parallelus & vicinus per medium rarius in ſuperficiem convexam diaphani ſphærici denſioris DR incidit fueritque BN ad CN in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti; erit N punctum concurſus poſt refractionem (§. 86). Quare ſi refractus DN ſumatur pro inciden-

ciden-

cidente, ſitque adeo angulus NDC angulus inclinationis, qui ante erat refractus; erit nunc radius DL refractus, qui ante erat incidens (§. 36), conſequenter refractus DL axi AF parallelus. *Quod erat primum.*

Demittantur jam ex centro C rectæ *Ca*, *Cb*, *Cd*, *Ce*, *Cf*, *Cg* ad ND, DG, DA, DH, DI, DQ perpendiculares; erunt *Ca*, *Cd*, *Cf* ſinus angulorum inclinationis CDN, CDA, CDI (§. 2 *Trigon.* & §. 12 *Dioptr.*) & *Cb*, *Ce*, *Cg* ſinus angulorum refractorum CDG, CDH, CDQ (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.*). Quare cum ſit $Ca : Cb = Cd : Ce$ (§. 26 & 36) & $Cd > Ca$; erit etiam $Ce > Cb$, conſequenter centrum C a radio refracto DH magis diſtat, quam a parallelo DG, & hinc DH ab axe AB divergit, adeoque DF cum BF convergit (§. 248 *Geom.*). *Quod erat ſecundum.*

Similiter quia $Ca : Cb = Cf : Cg$ (§. 26. 46) & $Cf < Ca$, erit quoque $Cg < Cb$, conſequenter centrum C a radio refracto DQ minus diſtat, quam a parallelo DG & hinc DQ cum axe AB convergit, adeoque DO ab eodem divergit (§. 248 *Geom.*). Eſt itaque punctum diſperſus in Q (§. 23). Quod vero incidentis RS punctum diſperſus ſit in T ſatis patet (§. 37). *Quod erat tertium.*

Si radius ex centro incidit, eſt ad LM perpendicularis (§. 37 *Analyſ. infinit.*). Tranſit ergo irrefractus (§. 25). *Quod erat quartum.*

### PROBLEMA 14.

137. *Si axis diaphani ſphærici ita dividatur in O, ut BO ſit ad OC in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto F incidat radius FD axi vicinus per medium denſius in ſuperficiem cavam diaphani rarioris LM; determinare punctum concurſus A.* Tab. II. Fig. 15.

### RESOLUTIO.

Ex centro C demittantur in radium incidentem DF & refractum DG perpendiculares CH & CI; ſumto CD pro ſinu toto, erit CH ſinus anguli inclinationis (§. 2 *Trigon.* & §. 12 *Dioptr.*) & CI ſinus anguli refracti CDG (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.*). Demittatur ex puncto refractionis D perpendicularis ad axem DK. Ex antecedentibus conſtat, fore ad ſenſum FK ipſi FB, & perpendiculares KD, CI & CH perpendicularibus ex puncto K ad AG & ex punctis I & H ad axem BF demiſſis æquales. Quare ſi fiat $CH = m$, $CI = n$, $FB = d$, $AB = x$, $CB = a$, erit $FC = d - a$, $AC = x + a$, adeoque (§. 253 *Geom.*)

AC:

$AC : CI = AB : KD$
$x+a : n = x : \frac{nx}{x+a}$
$FC : CH = FK : KD$
$d-a : m = d : \frac{md}{d-a}$

Habemus igitur

$nx : (x+a) = md : (d-a)$

$ndx - nax = mdx + mad$

$ndx - mdx - nax = mad$

Hæc æquatio in ſequentem reſolvitur analogiam

$(n-m)d - na : ma = d : x$

hoc eſt, $(n-m)$ FB - $n$CB : $m$CB = FB : AB

E. gr. Si refractio ex vitro in aërem contingit, erit $n : m = 3 : 2$ (§. 40). Quare ſi FB = 24″ BC = 6″, erit AB = 24. 12 : (24 - 18) = 48.

*COROLLARIUM* 1.

138. Si refractio ex vitro in aërem contingit, erit FB - 3CB : 2CB = FB : AB (§. 40), adeoque FB - CB : 2CB = FA : AB (§. 181 *Arithm.*).

*COROLLARIUM* 2.

139. Si refractio ex aqua in aërem contingit, erit FB - 4CB : 3CB = FB : AB (§. 40) adeoque FB - CB : 3CB = FA : AB (§. 181 *Arithm.*).

*THEOREMA* 29.

Tab. II. Fig. 5. 140. *Si axis diaphani ſphærici FB ita dividatur in O ut BO ad OC ſit in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto F per medium rarius in ſuperficiem concavam diaphani denſioris LM incidat radius FD; erit* FO : CO = FB : FA.

*DEMONSTRATIO.*

Sit BO : OC = $n : m$; erit BC : OC = $n - m : m$ & BC : BO = $n - m : n$ (§. 183 *Arithm.*), adeoque OC = $m$BC : $(n-m)$ & BO = $n$BC : $(n-m)$, atque FO = FB - $n$BC : $(n-m)$. Eſt igitur FO : CO = FB - $\frac{nBC}{n-m}$ : $\frac{mBC}{n-m}$ = $(n-m)$ FB - $n$BC : $m$BC = (§. 170 *Arithm.*) = FB : AB (§. 134). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

141. Ergo FO : FC = FB : FA (§. 181 *Arithm.*), conſequenter FO : FB = FC : FA (§. 164 *Arithm.*).

*PROBLEMA* 15.

142. *Si axis diaphani ſphærici* AF *ita dividatur in* N, *ut* BN *ad* NC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto I diaphano viciniori quam* N *incidat per medium denſius in ejus ſuperficiem cavam* LM *radius axi vicinus* ID, *determinare punctum diſperſus* Q. Tab. II. Fig. 19.

*RESOLUTIO.*

Demittantur ex centro C perpendiculares CH ad radium incidentem ID & CK ad refractum DQ:

DQ: erit CH ſinus anguli inclinationis CDI (§. 2 *Trigon.* & §. 12 *Dioptr.*) & CK ſinus anguli refracti CDK (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.* . Demittatur etiam ex D recta DE ad axem AB normalis; erit eadem ob anguli Q parvitatem perpendiculari ex E ad QD demiſſæ æqualis: ob quam rationem etiam QE = QB. Quare ſi fiat CH = $m$, CK = $n$, BC = $a$, IB = $d$, QB = $x$, adeoque IC = $d-a$, QC = $x-a$; erit (§. 251 *Geom.*),

$$QC : QB = CK : ED$$
$$x-a : x = n : \frac{nx}{x-a}$$

$$IC : IB = CH : ED$$
$$d-a ; d = m : \frac{md}{x-d}$$

Habemus adeo

$$\frac{nx}{x-a} = \frac{md}{d-a}$$

$$ndx - nax = mdx - mad$$

$$mad = nax + mdx - ndx$$

Hæc æquatio in ſequentem abit analogiam:

$$na + (m-n)\, d : ma = d : x$$
$$nBC + (m-n)\, IB : mBC = IB : QB$$

E. gr. Si refractio ex vitro in aërem contingit, erit $m : n = 2 : 3$ (§. 40). Quare ſi BC = 6″, IB = 10″; erit QB = 10.12 : (18 - 12) = 20.

Quodſi radius ex puncto S intra centrum C & ſuperficiem diaphani ſito incidat, continuetur RS in $ſ$ & RT in $t$ atque ex C demittantur perpendiculares C$ſ$ & C$t$, qui erunt ſinus anguli inclinationis CRS & refracti CRT. Quare cum ob verticales ad S & T ΔΔ CS$ſ$ & SR$y$, itemque CT$t$ & RT$y$ ſint ſimilia, & ob parvitatem angulorum S & T ſit S$y$ = SB & T$y$ = TB; reperietur eodem, quo ante modo, Tab. II. Fig. 18.

$$nBC + (m-a)\, SB : mBC = SB : TB.$$

## COROLLARIUM I.

143. Si refractio ex vitro in aërem contingit, erit 3BC - IB : 2BC = IB : QB (§. 40), conſequenter IC : 2BC = QI : QB (§. 183 *Arithm.*).

## COROLLARIUM 2.

144. Si refractio ex aqua in aërem contingit, erit 4BC - IB : 3BC = IB : QB (§. 40) conſequenter IC : 3BC = QI : QB (§. 183 *Arithm.*).

## THEOREMA 30.

145. *Si axis diaphani ſphærici* AB *ita dividatur in* N, *ut* BN *ad* NC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto* I *ſuperficiei viciniori quam* N, *per medium rarius in ſuperficiem cavam diaphani ſphærici* Tab. II. Fig. 19.

*den-*

*denſioris LM radius incidat; erit* IN : NC = IB : QB.

*DEMONSTRATIO.*

Si ratio refractionis ponatur ut ſupra $m:n$, erit NC : NB = $m:n$, *vi hypoth.* unde NC : CB = $m : m-n$ & NB : CB = $n : m-n$ (§. 183 *Arithm.*), adeoque NC = $m$CB : $(m-n)$ & NB = $n$CB : $(m-n)$ & IN = $n$CB : $(m-n)$ - IB. Eſt itaque IN : NC = $\frac{nCB}{m-n}$ - IB : $\frac{mCB}{m-n}$ = $n$CB - $(m+n)$ IB : $m$CB = IB : QB (§. 140). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

146. Ergo IN : IC = IB : IQ (§. 183 *Arithm.*).

*PROBLEMA 16.*

Tab. III. Fig. 20. 147. *Si radius* GA *tendens ad punctum* A *axis* BA *diaphani ſphærici denſioris incidat per medium rarius in ejus ſuperficiem convexam* LM; *determinare punctum concurſus* F.

*RESOLUTIO.*

Quia radius frangitur ad axem refractionis CD, eſt autem angulus refractionis ADF minor angulo inclinationis ADC (§. 25); evidens eſt, punctum concurſus F eſſe inter centrum C & A. Quodſi ex centro C demittantur perpendiculares CH & CI, notenturque ea, quibus in antecedentibus jam ſæpe uſi fuimus, & fiat CH = $m$, CI = $n$, BC = $a$, AB = $d$, FB = $x$; erit FC = $x-a$, AC = $d-a$ atque

$$AC : AB = CI : ED$$
$$d-a : d = n : \frac{nd}{d-a}$$
$$FC : FB = CH : ED$$
$$x-a : x = m : \frac{mx}{x-a}$$

Habemus adeo

$$mx : (x-a) = nd : (d-a)$$
$$mdx - max = ndx - nad$$
$$nad = ndx - mdx + max$$

Hæc æquatio in ſequentem reſolvitur analogiam:

$$(n-m)\,d + ma : na = d : x$$

hoc eſt, $(n-m)$ AB + $m$CB : $n$CB = AB : FB

E. gr. Si refractio ex aere in vitrum contingit, erit $m:n = 2:3$. Quare ſi CB = 10′, BA = 25′, erit FB = 25 . 30 : $(25+20) = 16\frac{2}{3}$.

Quodſi punctum A, ad quod radius ED tendit, fuerit inter centrum C & ſuperficiem diaphani; tum quia radius EA ad perpendiculum DC refringitur, angulus tamen refractionis ADF minor eſt angulo inclinationis ADC (§ 25); refractus DF axi occurret inter A & C. Jam ſi DA & DF ultra axem producantur & in eas perpendicu- Tab. II. Fig. 21.

 lares

lares CI & CH demittantur; ſumta DC pro ſinu toto, erit CI ſinus anguli inclinationis ADC (§. 2 *Trigon.* & §. 10 *Dioptr.*) & CH ſinus anguli refracti FDC (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.*) & ob parvitatem angulorum A & F (§. 111) AD = AB; FD = FB. Quare ſi fiat ut ante CI = $n$, CH = $m$, CB = $a$, AB = $d$, FB = $x$, erit AC = $a - d$, FC = $a - x$, & cum verticales ad A & F ſint æquales (§. 150 *Geom.*), demiſſa ex D perpendiculari DE, erit (§. 252 *Geom.*)

$$AC : CI = AE : ED$$
$$a - d : n = d : \frac{nd}{a-d}$$
$$FC : CH = FB : ED$$
$$a - x : m = x : \frac{mx}{a-x}$$

Habemus itaque

$$nd : (a-d) = mx : (a-x)$$
$$nda - ndx = max - mdx$$
$$nda = ndx - mdx + max$$

Quæ æquatio cum ſuperiori coincidit. Eadem igitur regula ſatisfacit determinando puncto concurſus F, ſive radius incidens ad punctum axis intra centrum & ſuperficiem, ſive ad aliud ultra centrum ſitum tendat.

## COROLLARIUM I.

148. Si refractio ex aere in vitrum contingit, erit, AB + 2CB : 3CB = AB : FB (§. 26), adeoque AB + 2CB : AC = AB : AF (§. 183 *Arithm.*). Tab. III. Fig. 20.

## COROLLARIUM 2.

149. Si refractio ex aere in aquam contingit, erit AB + 3CB : 4CB = AB : FB (§. 28), adeoque AB + 3CB : AC = AB : AF (§. 183 *Arithm.*).

## THEOREMA 31.

150. *Si radius* GD *tendens ad punctum* A *axis diaphani ſphærici incidat per medium rarius in ejus ſuperficiem convexam* LM *& poſt refractionem eidem occurrat in* F, *axe in* N *producto, donec* CN *habeat ad* NB *rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, erit* AN : CN = AB : FB. Tab. III. Fig. 20. Fig. 21

## DEMONSTRATIO.

Quoniam CN : NB = $n : m$ *per hypoth.* erit CB, NB = $n - m : m$ & CB : CN = $n - m : n$ (§. 183 *Arithm.*), adeoque NB = $m$CB : $(n - m)$, CN = $n$CB : $(n - m)$ & AN = $m$CB : $(n - m)$ + AB. Eſt itaque AN : CN = $\frac{mCB + AB}{n-m} : \frac{nCB}{n-m}$ = $m$CB + $(n-m)$ AB : $n$CB = AB : FB (§. 147). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM 2.

151. Eſt adeo AN : AC = AB : AF (§. 183 *Arithm.*), conſequenter AN : AB = AC : AF (§. 164 *Arithm.*).

THEO-

*THEOREMA 32.*

152. *Si partes axis diaphani ſphærici OC & OB fuerint in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti & radius ED axi vicinus ad punctum F ultra O ſitum tendens per medium denſius in diaphani rarioris ſuperficiem convexam LM incidat; refractus DG diſpergetur ex puncto A, ita ut ſit* FO : FB = FC : FA.

*DEMONSTRATIO.*

Si radius FD in concavam ſuperficiem incidit & ab axe CD refringitur in DG, ex puncto A ita diſpergitur, ut FO : FB = FC : FA (§. 141). Sed ſi radius ED incidit in diaphani rarioris convexam ſuperficiem, angulus inclinationis idem, qui ante manet, & eadem quantitate ab axe refractionis CD refringitur (§. 37). Ergo is quoque refractus ex puncto A ita diſpergi debet, ut ſit FO : FB = FC : FA. *Q. e. d.*

*THEOREMA 33.*

Tab. II. Fig. 9. 153. *Si fuerit in axe diaphani NC: NB in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti & radius FD ad punctum I inter centrum C & punctum N ſitum tendens per medium denſius in ſuperficiem convexam diaphani rarioris incidit, poſt refractionem is axi occurret in Q, ita ut ſit* NI : IB = IC : IQ.

*DEMONSTRATIO.*

Si radius ID ex medio denſiori incidit in cavam ſuperficiem, ab axe refractionis CD refractus axi diaphani in Q occurrit, ita ut NI : IB = IC : IQ (§. 146). Sed ſi radius DF in ſuperficiem convexam diaphani ex medio denſiori incidit, idem manet angulus inclinationis & radius itidem ab axe CD refringitur (§. 37). Ergo idem quoque eſt angulus refractionis IDK (§. 40), conſequenter radius DF poſt refractionem concurrit cum axe in Q. *Q. e. d.*

*THEOREMA 34.*

154. *Si fuerit NC ad NB in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti & radius PR axi vicinus tendens ad punctum S, inter centrum C & ſuperficiem diaphani ſphærici rarioris DR ſitum, per medium denſius in ejus ſuperficiem convexam incidat, refractus RT cum axe in T concurrit, ita ut ſit* SN : SB = SC : ST. Tab. II. Fig. 18.

*DEMONSTRATIO.*

Si radius SR in ſuperficiem cavam per medium denſius incidit, refractus ab axe refractionis CR ex puncto T diſpergitur, ita ut ſit SN : SB = SC : ST (§. 140. 146). Enimvero ſi radius PR per medium denſius in ſuperficiem convexam incidit, idem manet angulus inclinatio-

tionis & radius ibidem ab axe ſub eodem angulo refringitur (§. 37. 40): ergo refractus RT cum axe concurrit, ita ut ſit SN : SB = SC : ST. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 35.

Tab. II. Fig. 15. 155. *Si C ſit centrum ſuperficiei ſphæricæ LM atque NB ad NC habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & radius axi vicinus GD tendens ad punctum A per medium rarius incidat in ſuperficiem cavam diaphani ſphærici denſioris LM; refractus diſpergetur ex puncto F, ita ut ſit* AN : AB = AC : AF.

*DEMONSTRATIO.*

Si ex puncto A per medium rarius in ſuperficiem convexam incidit radius AD, refractus ad axem refractionis CD ita occurrit axi diaphani in F ut ſit AN : AB = AC : AF (§. 118). Sed ſi DG fuerit radius incidens, idem eſt angulus inclinationis GDC & ad axem refractionis CD eadem quantitate anguli GDF refrangitur (§. 25 26). Ergo refractus DE itidem axi in F occurrit, ita ut ſit AN : AB = AC : AF, conſequenter ex hoc puncto diſpergitur (§. 23). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 36.

Tab. II. Fig. 16. 156. *Si fuerit NB ad NC in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & radius DG tendens ad punctum* A *inter N & ſuperficiem diaphani ſitum, incidat per medium rarius in ſuperficiem cavam diaphani denſioris, refractus cum axe in F concurrit, ita ut ſit* NA : AB = CA : AF.

*DEMONSTRATIO.*

Si ex puncto A per medium rarius in ſuperficiem convexam incidit radius AD, refractus DE ad axem refractionis CD ex puncto F ita diſpergitur, ut ſit NA : AB = CA : AF (§. 124). Sed ſi DG per medium rarius in ſuperficiem cavam incidit, idem eſt, qui ante, angulus inclinationis GDE & refractio ſub eodem angulo GDE ad axem refractionis CD contingit. Ergo radius refractus DF axi diaphani in F ita occurrit, ut ſit NA : AB = CA : AF. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 37.

157. *Si fuerit PB ad PC in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & radius EF axi vicinus tendens ad punctum F per medium denſius incidat in ſuperficiem cavam diaphani ſphærici rarioris, refractus AD axi diaphani ita occurrit in* A *ut ſit* FP : FB = FC : FA. Tab. II. Fig. 16.

*DEMONSTRATIO.*

Eadem eſt, quæ demonſtratio theorematis præcedentis (§. 129).

CA-

# CAPUT IV.
## DE
# REFRACTIONE LUMINIS IN LENTIBUS CONVEXIS.

### THEOREMA 38.

Tab. I. Fig. 2. 158. *Radius EG axi vicinus & parallelus incidens in ſuperficiem planam lentis plano-convexæ luminoſo directe oppoſitæ poſt refractionem cum axe concurrit in F & ſi C ſit centrum convexitatis, CF ad FL habet rationem refractionis.*

### DEMONSTRATIO.

Quia ſuperficies plana luminoſo directe opponitur, *per hypoth.* radius EG ad AB perpendicularis, adeoque irrefractus tranſit usque in H (§. 25). Incidit adeo in ſuperficiem cavam AHB adhuc axi parallelus. Quare cum ex lente denſiori in medium rarius erumpat, axi lentis in F occurrit, eſtque CF ad FL in ratione refractionis, hoc eſt, in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 108). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

159. *Poſthac conſtanter ſupponemus, lentem eſſe denſiorem medio circumfuſo & rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis vocabimus* rationem refractionis.

### COROLLARIUM 1.

160. Si itaque refractio ex lente vitrea in aërem contingit, erit CF : FL = 3 : 2 (§. 40) adeoque FL = 2CL, hoc eſt, radii paralleli axi vicini cum eodem uniuntur in diſtantia diametri.

### COROLLARIUM 2.

161. Si refractio ex lente aquea, hoc eſt, ex vitro plano-convexo & aqua pleno contingit, erit CF : FL = 4 : 3 (§. 40), adeoque FL = 3CL, hoc eſt, radii paralleli axi vicini cum eodem uniuntur in diſtantia ſeſquidiametri.

### COROLLARIUM 3.

162. Ergo ſi in foco lentis plano convexæ, hoc eſt, in puncto F, quod a ſuperficie convexa lentis vitreæ ALB diſtat intervallo diametri, a ſuperficie vero lentis aqueæ intervallo ſeſquidiametri collocetur candela accenſa, radii poſt refractionem erunt paralleli (§. 36).

### COROLLARIUM 4.

163. Ope lentis plano - convexæ optime obſervari poteſt ratio refractionis ex vitro in aërem.

THEO-

### *THEOREMA 39.*

Tab. III. Fig. 23. 164. *Si radius KI axi lentis plano convexæ vicinus & parallelus incidat in ſuperficiem convexam AHB, poſt duplicem refractionem axi occurret in F, ita ut HG ad GC & GF ad FH habeat rationem refractionis.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam radius KI axi EG parallelus, vi primæ refractionis in I tendit ad punctum G, ita ut GH ad GC habeat rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti (§. 86). Ergo vi ſecundæ refractionis in L factæ cum axe in F concurrit, ita ut GD ad FD rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis habeat (§. 76). *Q. e. d.*

### *PROBLEMA 17.*

Tab. III. Fig. 23. 165. *Data ſemidiametro HC craſſitie DH lentis plano-convexæ AB & ratione refractionis, determinare focum F, radiorum axi parallelorum & vicinorum, in ſuperficiem convexam AHB incidentium.*

### *RESOLUTIO.*

1. Sit brevitatis gratia ratio refractionis $= n:m$. Quoniam $n:m = HG:GC$ (§ 160); erit $n-m: n = HC:GH$ (§. 183 *Arithm.*), adeoque ratione refractionis & ſemidiametro datis inveniri poteſt GH. Eſt nempe generaliter $GH = nHC:(n-m)$.
2. Inde ſi ſubducatur craſſities lentis DH, relinquetur $GD = nHC:(n-m) - HD$.
3. Quare cum porro ſit $n:m = GD:FD$ (§. 160); ob datam rationem refractionis $n:m$, reperitur quoque FD, nempe univerſaliter $FD = \frac{mCH}{n-m} - \frac{mHD}{n}$ $=$ (ſi $\frac{m}{n}HD$ parvitatis contemnendæ) $\frac{m}{n-m}CH$.

### *COROLLARIUM 1.*

166. Si lens vitrea fuerit, erit $FD = 2CH - \frac{2}{3}HD$ (§. 26). Quare ſi duæ tertiæ craſſitiei lentis fuerint parvitatis contemnendæ (quod in praxi plerumque accidit); radii paralleli axi uniuntur in diſtantia diametri a lente, etiam cum in ſuperficiem convexam incidunt.

### *COROLLARIUM 2.*

167. Perinde igitur eſt, ſive ſuperficiem planam, ſive convexam luminoſo radiorum parallelorum obvertas (§. 158).

### *SCHOLION.*

168. *Conſtat tamen cum experientia, tum calculus Trigonometricus juxta caput præcedens inſtitutus evincit, plures radios in ſpatio minori*

*minori uniri, ſi ſuperficies convexa, quam ſi plana luminoſo obvertatur.*

*COROLLARIUM* 3.

169. Si lens aquea fuerit, erit FD $= 3CH - \frac{3}{4}HD$ (§. 26). Quare ſi $\frac{1}{4}$ HD parvitatis contemnendæ, erit FD $= 3CH$, aut ſi mavis $\frac{1}{4}$ HD contemnere, $FH = 3CH$. Uniuntur adeo radii axi paralleli & vicini in diſtantia ſeſquidiametri, ſi refractio in aqua fiat, etiam cum ſuperficies convexa luminoſo obvertitur.

*THEOREMA* 40.

Tab. I. Fig. 4. 170. *Si radius DE axi* AB *parallelus & vicinus in ſphæram incidat, poſt duplicem refractionem axi continuato in* F *occurrit, ita ut ſemidiametro* CB *biſariam in* I *diviſa* CF *ad* FI *ſit in ratione refractionis.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam radius DE axi AB vicinus & parallelus *per hypoth.* poſt refractionem in ingreſſu factam ad punctum G tendit, ita ut GA ad GC habeat rationem refractionis $n:m$ (§. 86). Quare cum etiam ſit $n-m : n = AC : GA$ (§. 183 *Arithm.*); erit $GA = nAC : (n-m)$. Quodſi jam radius alteram patitur refractionem in egreſſu, fiatque $BL : LC = n : m$; cum axe in F concurrit, ut ſit $GL : GB = GC : GF$ (§. 157), adeoque $BL : GB = FC : GF$ (§. 183 *Arithm.*). Eſt vero $CB : BL = n-m : n$ (§. *cit.*), $BL = nCB :$ $(n-m) = GA$. Ergo ſi fiat $CB = a$, $GF = x$, erit

$$GA : GB = FC : GF$$

$$\frac{na}{n-m} : \frac{na-2a}{n-m} = x : \frac{ma-x}{n-m}$$

hoc eſt, $n : 2m - n = nx - mx : ma - nx + mx$ (§. 170. 172 *Arithm.*).

$2m : n = ma : nx - mx$ (§. 183 *Arithm.*)

$1 : n = \frac{1}{2}a : (n-m)x$

$n-m : n = \frac{1}{2}a : x$ (§. 175. 170 *Arithm.*).

$m : n = x - \frac{1}{2}a : x$ (§. 183 *Arithm.*).

$m : n = IF : CF$. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* I.

171. Quoniam circulus eſt ſectio cylindri pariter ac ſphæræ, immo omnis ſolidi per rotationem figuræ curvilineæ circa axem geniti; ſi radii paralleli diametro ſectionis baſi ſolidi parallelæ poſt duplicem refractionem in F concurrunt, IF ad CF rationem refractionis habebit.

*COROLLARIUM* 2.

172. Facile adeo obſervatur ratio refractionis in omnis generis fluido, ſi radiis ſolaribus, qui pro parallelis haberi poſſunt (§. 93 *Optic.*) directe opponatur cylindrus AB liquore quocunque dato plenus & in charta oppoſita notetur punctum F, ubi radii concurrunt. Quodſi enim radium CB biſariam ſecet in I, exhibebit IF ad CF rationem refractionis deſideratam (§. 171). Tab. III. Fig. 25.

## COROLLARIUM 3.

173. Quoniam $n - m : n = \frac{1}{2}a : x$; erit $x = na : (2n - 2m) =$ FC. Data itaque ratione refractionis & ſemidiametro ſphæræ refringentis CB, inveniri poteſt foci a centro diſtantia CF.

## COROLLARIUM 4.

174 Si ſphæra vitrea, erit CF $= \frac{3}{2}a = \frac{3}{2}$CB (§. 26), adeoque BF $= \frac{1}{2}$ BC $= \frac{1}{4}$AB. Focus adeo a ſphæra vitrea quarta diametri parte diſtat.

## COROLLARIUM 5.

175. Si ſphæra aquea, erit CF $= \frac{4}{2}a$ = 2CB (§. 28), adeoque BF = CB $= \frac{1}{2}$ AB. Focus adeo a ſphæra aquea dimidia diametri parte diſtat.

## THEOREMA 41.

Tab. III. Fig. 26. 176. *Si radius HI axi DG parallelus & vicinus incidit in lentem utrinque convexam, poſt duplicem refractionem eidem occurrit in F, ſique tum GE ad GC, tum DK ad DO habuerit rationem refractionis, erit* GD : GK = GO : GF.

## DEMONSTRATIO.

Si EG ad GC habuerit rationem refractionis, radius HI axi lentis vicinus & parallelus tendit ad punctum G (§. 86). Quare ſi porro DK ad DO rationem refractionis habuerit, poſt alteram refractionem in egreſſu factam axi in F occurret, eſtque GD : GK = GO : GF (§. 157). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

177. Ergo etiam GK : DK = GO : FO (§. 183 *Arithm.*).

## PROBLEMA 18.

178. *Datis ſemidiametris CE & OK lentis utrinque convexæ, una cum craſſitie ejus EK, determinare focum F radiorum axi parallelorum & vicinorum.*

## RESOLUTIO.

1. Si ratio refractionis fuerit $= n : m$, erit GE : GC $= n : m$ & DK : DO $= n : m$ (§. 176), adeoque $n - m : n$ = CE : GE & $n - m : n$ = KO : DK (§. 183 *Arithm*). Quare ſi ratio refractionis & ſemidiametri CE atque KO dentur, inveniri poſſunt GE & DK.
2. Quare cum GD = DK + EG - EK & GK = GE - EK, denique GO = GE + KO - EK, ſitque GD. GK = GO : GF (§. 176); GF quoque inveniri poteſt.
3. Quodſi vero GF ex GE ſubducas, relinquetur FE.

## COROLLARIUM 1.

179. Si EK fuerit parvitatis contemnendæ (quod plerumque accidit); erit GD = DK + EG, GK = GE & GO = GE + KO, adeoque DK + EG : GE = GE + KO : GF.

## COROLLARIUM 2.

180. Ergo ſi refractio in lente vitrea contingit, cum ſit GE = 3CE & DK

DK = 3KO (§. 87); erit 3KO + 3CE : 3CE = 3CE + KO : GF (§. 179), conſequenter KO + CE : CE = 3CE + KO : GF (§. 172 *Arithm.*).

### COROLLARIUM 3.

181. Quare ſi fiat KO $= a$, CE $= b$, GF $= x$; erit $x = (3bb + ab) : (a + b)$, adeoque FE vel FK (in hypotheſi nempe craſſitiei EK contemnendæ) $= 3b - \frac{3bb - ab}{a+b} = \frac{3ab + 3bb - 3bb - ab}{a+b} = \frac{2ab}{a+b}$. Eſt nempe ſumma ſemidiametrorum KO & CE ad unius duplum 2CE ut altera KO ad diſtantiam foci a lente FK.

### COROLLARIUM 4.

182. Si refractio in lente aquea contingit, cum ſit GE = 4CE & DK = 4KO (§. 89); erit 4KO + 4CE : 4CE = 4CE + KO : GF (§. 179), conſequenter KO + CE : CE = 4CE + KO : GF (§. 172 *Arithm.*).

### COROLLARIUM 5.

183. Quare ſi fiat KO $= a$, CE $= b$, GF $= x$; erit $x = (4bb + ab) : (a + b)$, adeoque in hypotheſi præſenti FE vel FK $= 4b - \frac{4bb - ab}{a+b} = \frac{4ab + 4bb - 4bb - ab}{a+b} = \frac{3ab}{a+b}$. Eſt nempe ſumma ſemidiametrorum KO & CE ad alterutrius triplum 3CE ut altera KO ad diſtantiam foci a lente FK.

### COROLLARIUM 6.

184. Si lens vitrea fuerit utrinque æqualiter convexa, erit KO = CE, adeoque 2CE : CE = 4CE : GF, (§. 180), conſequenter CE : CE = 2CE : GF (§. 174 *Arithm.*). Eſt itaque GF = 2CE.

### COROLLARIUM 7.

185. Immo in eadem hypotheſi FK $= 2a^2 : 2a = a$ = EC (§. 181), hoc eſt, focus a lente ſemidiametri intervallo diſtat.

### COROLLARIUM 8.

186. Si lens aquea utrinque æqualiter convexa, erit ob KO = CE, 2CE : CE = 5CE : GF (§. 182). Ergo GF = $\frac{5}{2}$CE (§. 174 *Arithm.*).

### COROLLARIUM 9.

187. In eadem hypotheſi FK $= 3aa : 2a = \frac{3}{2}a$ (§. 183), hoc eſt diſtantia foci a lente eſt ad ſemidiametrum in ratione ſeſquialtera.

### COROLLARIUM 10.

188. Cum in ratione, per quam foci diſtantia a lente utrinque inæqualiter convexa, neglecta craſſitie, determinatur, termini tres priores maneant iidem, quæcunque convexitas luminoſo obvertatur; foci quoque diſtantia eadem manere debet (§. 169 *Arithm.*).

### THEOREMA 42.

189. *Lumen ſolare in foco lentis*

*convexæ, ſive plano-convexæ, ſive convexo-convexæ, valde intenditur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam radii ſolares ſunt paralleli (§. 92 *Optic*), axi vicini in foco lentium plano-convexarum atque convexo-convexarum, itemque ſphærarum, uniuntur (§. 164. 176. 170). Radii igitur per integram lentem diſperſi in ſpatium minus rediguntur, conſequenter lumen ſolare in foco valde intenditur (§. 83 *Optic.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

190. Non igitur mirum, quod radii ſolares ope lentis convexæ aut ſphæræ pellucidæ collecti ignem ſuſcitent & liquabilia liquefaciant, aliosque effectus edant, quæ igni vehementiori debentur.

SCHOLION 1.

191. *Nemo lentes cauſticas majores unquam paravit* Illuſtri Dn. de Tſchirnhauſen, *quarum inter alios ſequentes prædicat effectus in Eruditorum Actis* (a) *Lignum durum, immo aqua humectatum, momento flammam concepit; aqua in vaſe parvo ſtatim effervescere cœpit, metalla liquefacta ſunt, lateres, pumex, porcellana Hollandica, asbeſtus in vitrum converſi; ſulphur, colophonis, pix & id genus alia ſub aqua colliquata, lignum rarius aſtate ſub eadem in carbonem converſum, cineres vegetabilium, lignorum aliarumque materiarum in vitrum transmutati. Verbo quæ foco admovit, vel fundi, vel in calcem verti, vel in auras abire deprehendit. Notat autem, omnia melius ſuccedere, ſi carbonibus durioribus probeque exeoctis materia vi ignis probandæ imponantur, & non modo gemmas, ſed omnia etiam alia corpora præter metalla ſuis privari coloribus. Lentium diameter fuit trium & quatuor pedum, lentique majori AB addita eſt minor CD, quæ radios ad punctum G tendentes in viciniori F colligit, adeoque magis unitorum vires intendit.* Ta. III. Fig. 27

SCHOLION 2.

192. *Quamvis vero radiorum ſolarium vires adeo ſtupendas expertus eſt; luna tamen plenæ radii per eadem vitra cauſtica collecti nullum caloris incrementum præbuere.*

SCHOLION 3.

193. *Cæterum cum vis cauſtica lentium a convexitate earundem unice pendeat; mirum ſane non eſt, quod etiam ex glacie paratæ ignem exicitent. Parantur autem iſtiusmodi lentes, ſi fruſtum glaciei cavitati ſcutellæ immittatur, ut carbonum calore ad liquefactionem diſpoſitum figuram ejus induat.*

SCHOLION 4.

194. *Nec minus attoniti flammam flammæque effectus contuentur dioptrices ignari, quæ ope refractionis luminis in bulla vitrea aqua repleta factæ excitatur.*

THEOREMA 43.

195. *Si poſt ſphæram diaphanam, aut lentem ſive plano-convexam ſive convexo-convexam vel æqualiter, vel inæqualiter, in foco collocetur luminoſum, radii poſt refractionem evadunt paralleli.*

DE-

(a) A. 1697 p. 415 & ſeqq.

*DEMONSTRATIO.*

Radii enim paralleli poſt refractionem in ſphæra diaphana aut lente convexa factam in foco uniuntur (§. 189). Quare ſi luminoſum fuerit in foco & ex eo radiet in lentem per radios inde divergentes, qui antea erant radii refracti, nunc fiunt incidentes, adeoque refracti evadunt, qui antea erant incidentes, conſequenter refracti ſunt paralleli. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* 1.

196. Hinc ope lentis convexæ aut bullæ vitreæ aqua repletæ lumen valde intenſum ad magnam diſtantiam projicitur (§. 85 *Optic.*).

*COROLLARIUM* 2.

197. Quoniam tamen luminis per radios parallelos in aëre propagati intenſitas continuo minuitur, ope refractionis in lente convexa factæ ad datam quamcunque diſtantiam propagari nequit.

*COROLLARIUM* 3.

198. Si luminoſum in foco collocatum fuerit majoris amplitudinis, a punctis ſenſibiliter a ſe invicem diſtantibus incidentes radii inter ſe paralleli eſſe nequeunt, ſed plures conſtituunt tramites radiorum inter ſe parallelorum.

*SCHOLION.*

199. *Hæc quoque aliqua ratio eſt, cur lumen per refractionem propagatum ſenſim ſenſimque longueſcat, dum nempe tramites luminoſi a ſe invicem diſcedunt.*

*PROBLEMA* 19.

200. *Lucernam conſtruere, quæ lumen valde intenſum ad inſignem diſtantiam projiciat.* Tab. III. Fig. 28.

*RESOLUTIO.*

1. Lucernæ AB afferruminetur tubus CD, cui alius ductitius EF immittatur.
2. Huic inſeratur lens vitrea utrinque convexa FE, diametro convexitatis unius circiter pedis, vel etiam majore, aut minore exiſtente, pro magnitudine ſcilicet lucernæ.
3. Ex oppoſito tubi CD intus aptetur ad parietem lucernæ ſpeculum concavum HI diametro concavitatis quinque circiter digitorum, vel etiam majore aut minore exiſtente, pro magnitudine nimirum lucernæ. Ita autem aptandum eſt ſpeculum, ut, ſi opus fuerit, remota capſa K, eximi poſſit.
4. In foco ſpeculi conſtituatur ellychnium L & tubus ductitius cum lente extrahatur, donec lumen ſatis intenſum ad diſtantiam deſideratam projiciatur.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam ellychnium L in foco ſpeculi concavi HI collocatur, *per hypoth.* radii poſt reflexionem ſunt

paralleli (*§. 221 Catoptr.*). Lumen itaque intenſum in lentem DE reflexum (§. 85 *Optic.*) poſt refractionem conſtat radiis ad focum lentis in diſtantia ſemidiametri convergentibus (§. 185) & inde rurſus divergentibus. Quodſi vero ellychnium L fuerit quoque in foco lentis DE, radii poſt refractionem ſunt itidem paralleli (§. 195). Quare cum lumen hoc per ſe ſatis intenſum cum altero non minus intenſo concurrat, per intervallum diametri a lente lumen intenſiſſimum (§.85 *Optic.*). Et licet poſtea decreſcat, quia tamen diverſi tramites radiorum parallelorum cum divergentibus procul admodum progrediuntur (§.198), lumen ſatis intenſum ad inſignem diſtantiam propagatur. *Q. e. d.*

## *SCHOLION.*

201. *Lucernarum iſtiusmodi uſus eſt, ſi nocturno tempore objecta procul diſſita detegenda. Proſunt item, ſi cancri & piſces de nocte congregandi, ut captentur.*

## *COROLLARIUM.*

202. Quodſi ad diverſa loca, e. gr. per plures plateas, lumen una transmittendum, pluribus opus eſt tubis cum lentibus vitreis pluribusque ſpeculis concavis iisdem oppoſitis.

## *THEOREMA* 44.

Tab. III. Fig. 29. 203. *Si H fuerit centrum convexitatis ſuperioris & I centrum convexitatis inferioris lentis utrinque convexæ, CH ad CD in ratione refractionis; radii ex C in lentem incidentes poſt refractionem in E concurrunt, ita ut EI ad EF ſit in ratione refractionis.*

## *DEMONSTRATIO.*

Etenim poſt primam refractionem intra lentem propagantur paralleli (§. 114): ergo poſt alteram uniuntur in E, ita ut EI ad EF ſit in ratione refractionis (§. 108). *Q. e. d.*

## *COROLLARIUM.*

204. Si lens vitrea fuerit; erit CD = 2DH (*§.*26) & EF = 2IH (§.40). Quare ſi punctum radians C a lente convexa AB diſtet intervallo diametri convexitatis ADB; punctum concurſus E ab eadem diſtat intervallo diametri convexitatis alterius AFB.

## *THEOREMA* 45.

205. *Si C ſit centrum lentis plano-convexæ LM fueritque NB ad NC in ratione refractionis & ex puncto ulteriori A incidat radius AD axi vicinus; poſt duplicem refractionem eidem occurret in F, ita ut poſita ratione refractionis* = n : m *ſit* (n-m) *AB* - m*BC* : *AB* = m*BC* : *EF.* Tab. IV. Fig. 30.

## *DEMONSTRATIO.*

Si enim fiat AB = $d$, BC = $a$; erit GE = $nad : [(n-m)d - ma]$ (*§.* 115). Sed GE : EF = $n : m$ (§. 76). Ergo

Ergo EF $=$ *mad*: [(*n* - *m*) *d* - *ma*], conſequenter

$(n-m)\,d - ma : ma = d : EF$

hoc eſt, $(n-m)\,AB - mBC : mBC = AB : EF$. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* I.

206. Ergo ſi lens vitrea, erit $AB + 2BC : 2BC = AB : EF$ (§. 26), adeoque cum 2BC ſit diſtantia foci principalis, hoc eſt, radiorum parallelorum, erit ut differentia diſtantiæ foci principalis a diſtantia puncti radiantis ad priorem, ita diſtantia poſterior ad diſtantiam foci minus principalis ſeu radiorum divergentium.

*COROLLARIUM* 2.

207. Si lens aquea fuerit, erit $AB - 3BC : 3BC = AB : EF$ (§. 28). Quare cum 3BC ſit diſtantia foci principalis (§. 169); eadem regula lentibus vitreis & aqueis ſatisfacit.

*THEOREMA* 46.

Tab. IV. Fig. 31. 208. *Si* C *fuerit centrum convexitatis inferioris B & H ſuperioris E, PE ad PH habeat rationem refractionis, ſitque præterea* $AP : PH = AE : EF$ *&* $FP : PC = FB : BG$; *erit G punctum concurſus radiorum axi vicinorum & ex puncto* A *oblique incidentium.*

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim $AP : PH = AE : EF$ vi refractionis in D factæ (§ 117). Cum adeo radius DI in inferiorem ſuperficiem incidens ad punctum F tendat, & ex medio denſiore in rarius egrediatur *per hypoth.* erit $FP\ FB = FC : FG$ (§. 157). Eſt igitur etiam $FP : FC = FB : FG$ (§. 164 *Arithm.*), conſequenter $FP : PC = FB : BG$ (§. 183 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*PROBLEMA* 20.

209. *Data ratione refractionis* PC : PB, *ſemidiametris convexitatum CB & EH atque diſtantia puncti radiantis A ultra centrum C, invenire punctum G, ubi radius* AD *axi vicinus & oblique incidens poſt refractionem cum eodem concurrit.* Tab. IV. Fig. 31.

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur punctum concurſus F, ad quod vi primæ refractionis tendit radius AD (§. 115).
2. Hinc inveſtigetur punctum G, ad quod vi ſecundæ cum axe concurrit (§. 157).

Idem problema reſolvitur utendo analogiis theorematis præcedentis, quamvis paulo prolixius, ſi calculo uti, non geometrica conſtructione contentus eſſe volueris. In hoc altero vero caſu ſolutio poſterior priori præfertur.

*THEOREMA* 47.

210. *Si C fuerit centrum convexitatis ſuperioris B & H centrum inferioris I lentis utrinque convexæ ſive æqualiter, ſive inæqualiter, & NB habeat ad NC itemque OI ad OH ratio-* Tab. IV. Fig. 32.

*tionem refractionis , ſitque præterea* AN : NC = AB : FB *&* FO, OH = FI : GI ; *erit* G *punctum, ubi radius* AD *oblique ex* A *incidens cum axe poſt refractionem concurrit.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam NB ad NC rationem refractionis habet & AN : NC = AB : FB, *per hypoth.* radius AD vi primæ refractionis ex puncto F diſpergitur (§. 123). Quare cum porro ſit OI ad OH in ratione refractionis & FO : OH = FI : GI *per hypoth.* erit G focus radiorum axi vicinorum ex A incidentium (§. 140). *Q. e. d.*

### *PROBLEMA* 21.

211. *Datis ratione refractionis, ſemidiametris convexitatum* BC *&* IH *atque diſtantia puncti radiantis inter centrum & lentem, invenire focum* G.

### *RESOLUTIO.*

1. Quæratur punctum F, unde radius vi primæ refractionis in D factæ diſpergitur (§. 120).
2. Hinc ulterius inveſtigetur punctum G, ubi radius poſt alteram refractionem cum axe concurrit (§. 137).

Si geometrica conſtructione contentus ſis, per theorema præcedens optime abſolvetur.

### *SCHOLION.*

212. *Ex his abunde patet, quomodo in omni caſu reliquo vi principiorum in capite præcedenti expoſitorum focus determinari poſſit, ſi nempe radius in lentem quamcunque convexam incidens ad punctum aliquod tendere ſupponatur ; ea igitur ut prolixè hic perſequamur ſuperfluum eſſe videtur. Conſideremus itaque potius, quid accidat radiis a punctis extra axem lentium ſitis incidentibus vel etiam ad puncta extra axem lentium ſita tendentibus.*

### *PROBLEMA* 10.

213. *Invenire focum radiorum ex puncto* K *extra axem* AF *ſito in lentem utcunque convexam incidentium.*

### *RESOLUTIO.*

Illud ſatis patet, ſi refractio in unica tantum ſuperficie fiat, punctum radians K ſemper eſſe in axe, qui eſt recta ex puncto dato K per centrum ſuperficiei, in quam incidit, ducta (§. 110). Unde per principia in capitibus præcedentibus tradita in omni caſu haud difficulter focus radiorum inde incidentium determinabitur : quod adeo unico in caſu demonſtraſſe ſuffecerit.

1. Sit itaque lens utrinque convexa AB, axis lentis AF, punctum extra axem K & K*f* ducatur per centrum C convexitatis ſuperioris, radius AD irrefractus tranſibit & punctum *f*, ad quod

vi pri-

vi primæ refractionis tendit, determinabitur (§. 115).

2. Ex $f$ ducatur ad centrum convexitatis inferioris LEM recta H $f$, qui erit axis aliquis diaphani, cujus ſuperficies LM. Cum adeo radius B$f$ ad punctum $f$ tendat & in cavitate ex diaphano denſiori in rarius refringatur; punctum concurſus G determinabitur (§. 157); quod eſſe focum, in quo colliguntur radii ex K venientes, per ſe patet.

### THEOREMA 48.

214. *Foci* g *&* G *radiorum ex punctis A & K a centro ad ſenſum æqualiter diſtantibus in lentem quomodocunque convexam incidentium ab ea æqualiter ad ſenſum diſtant.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam CA = CK *per hypoth.* & CE = CD (§. 18 *Geom.*); erit EA = DK (§. 83 *Arithm.*), conſequenter EF = D$f$ (§. 117) & ob CE = CD (§. 18 *Geom.*) CF = C$f$ (§. 83 *Arithm.*). Jam cum angulus A C K exiguus ſupponatur; erunt anguli $f$HC & C$f$H multo magis exigui (§. 177 *Geom.*), conſequenter H$f$ ipſis HC & C$f$ ſimul ſumtis ad ſenſum æqualis, & hinc H$f$ = HF (§. 80 *Arithm.*). Quare etiam H$g$ ipſi HG (§. 157) & inde ob HI = HB (§. 18 *Geom.*) porro B$g$ ipſi IG ad ſenſum æqualis (§. 83 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA 49.

215. *Focus radiorum divergentium a lente longius diſtat foco radiorum parallelorum & diſtantia foci in priori caſu major aut minor eſt pro diſtantia puncti radiantis majore aut minore.* Tab. IV. Fig. 39.

### DEMONSTRATIO.

Ponamus refractionem fieri in lente plano-convexa, diſtantia foci radiorum parallelorum HE erit 2CB, ſi C ſit centrum convexitatis (§. 160. 166). Sed diſtantia foci radiorum divergentium FE eſt 2BC. AB : (AB - 2BC) (§. 206). Eſt itaque $HE : FE = 2CB : \frac{2CB.AB}{AB-2BC} = AB-2BC : AB$ (§. 70. 72 *Arithm.*). Quare cum AB - 2BC < AB; erit HE < FE. *Quod erat unum.*

Sit 2BC = $b$, AB in caſu uno = $a$, in altero = $ea$; erit $a - b : a$ (= $ea - eb : ea$) < $ea - b : ea$ (§. 84 *Arithm.*) adeoque HE ad HE in priori caſu rationem majorem habet quam in poſteriori (§. 187 *Arithm.*). Ergo diſtantia foci radiorum divergentium in caſu priori minor quam in poſteriori (§. 190 *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

Eodem modo oſtenditur utrumque in quocunque caſu alio. *Q. e. d.*

### THEOREMA 50.

Tab. IV. Fig. 33. 216. *Objectorum lenti quomodocunque convexæ oppoſitorum imagines in foco ejus inverſo ſitu depinguntur.*

### DEMONSTRATIO.

Omnes enim radii a puncto A venientes in foco G concurrunt (§. 210); radii vero e K emanantes in foco *g*, & radii a punctis intermediis inter A & K adventantes in punctis intermediis inter *g* & G uniuntur (§. 214). Radii igitur e puncto K propagati poſt refractionem quaſi ex *g* radiant & a puncto A propagati quaſi ex G emittuntur, conſequenter punctum K in *g*, punctum A in G videri debet (§. 326 *Optic*). Objecti adeo imago in foco ſitu inverſo delineatur. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

217. Hinc ſi charta, in loco præſertim obſcuro, lenti convexæ in diſtantia foci objiciatur; imagines objectorum in eam radiantium ſitu inverſo quam diſtinctiſſime ſuisque nativis coloribus delineantur.

### COROLLARIUM 2.

218. Imagines objectorum vicinorum in majori diſtantia diſtincte delineantur; imagines vero remotorum in minore (§. 215).

### COROLLARIUM 3.

219. Neque focus adeo radiorum ſolarium aliud eſt, quam imago ſolis.

### COROLLARIUM 4.

220. Hinc in ecclipſibus ſolaribus imago Solis deficientis jucundo ſpectaculo lentibus grandioribus ligno inuritur.

### COROLLARIUM 5.

221. Quodſi ergo lentem quamcunque convexam objectis tam vicinis quam remotis obvertas & chartam eidem ſubjicias, in qua imago diſtincte repræſentatur; foci ab ea diſtantiam dimetiri & inde ſemidiametrum convexitatis (§. 160. 185) conjicere licebit.

### SCHOLION 1.

222. *Hoc modo explorari poſſunt, quæ ſupra de focis demonſtrata ſunt.*

### COROLLARIUM 6.

223. Quodſi ſpeculum concavum ita conſtituas, ut imago inverſa per refractionem formata ſit inter centrum & focum, vel etiam ultra centrum; per reflexionem rurſus invertetur, adeoque erecta apparebit, in priori caſu ultra centrum (§. 250 *Catoptr.*), in poſteriori intra centrum & focum, (§. 253 *Catoptr.*).

### SCHOLION 2.

224. *Hoc artificium debetur* Johanni Baptiſtæ Portæ (b).

CO-

(b) Magiæ Natural. lib. 17. c. 6.

## COROLLARIUM 7.

r b. 225. Si poſt lentem AB ſpeculum
V. planum CD ſub angulo ſemirecto ad
ig. planum horizonti parallelum inclines
34. atque planum horizontale FG ita ſubſternas, ut $Da = D\alpha$ & $Cb = C\beta$; imago, quæ remoto ſpeculo inverſa videtur in $\beta\alpha$, nunc ſitu erecto videbitur in $ab$, quia punctum A $a$ D in $a$ & B $a$ C in $b$ reflectitur (§. 24 *Catoptr.*).

## COROLLARIUM 8.

Tab. 226. Si poſt imaginem $\alpha\beta$ per refractionem in lente CD factam conſti-
IV. tuatur lens altera convexa EF, ita ut
Fig. imago inverſa $\alpha\beta$ ſit extra focum ejus;
35. imago hæc perinde ac objectum aliquod in eam radiabit (§.320 *Optic.*). Per refractionem itaque in altera lente formabitur imago inverſa $ba$ imaginis inverſæ $\alpha\beta$ (§. 216), hoc eſt, erecta objecti AB. Unde patet novum artificium imagines erigendi, ſi duæ lentes utrinque convexæ tubo ductitio inſerantur.

## SCHOLION 3.

227. *Lentes vel ejusdem ſunt ſphæricitatis, vel (quod præſtat) anterior majoris ſphæræ ſegmentum exiſtit? ſed cum non quævis vitrorum propoſitio commoda deprehendatur (lens enim interior ſi ſphæræ exiguæ ſegmentum, imagines obſcuræ evadunt); ideo ex* Zahnio (c) *proportionem diametrorum in particulis centeſimis pedis huc apponere libet.*

| Vitrum anterius utrinque convexum. | Vitrum anterius plano convexum. | Vitrum interius utrinque convexum. |
|---|---|---|
| 50 | 25 | 40.45.50 |
| 55 | $27\frac{1}{2}$ | 40.45.50.55 |
| 60 | 30 | 40.45.50.55.60 |
| 65 | $32\frac{1}{2}$ | 45.50.55.60.65 |
| 70 | 35 | 50.55.60.65.70 |
| 75 | $37\frac{1}{2}$ | 55.60 65.50.75 |
| 80 | 40 | 60.65.70.75.80 |
| 85 | $42\frac{1}{2}$ | 65.70.75.80.85 |
| 90 | 45 | 70.75.80.85.90 |
| 95 | $47\frac{1}{2}$ | 75.80.85.90.95 |
| 100 | 50 | 80.85.90.95.100 |
| 110 | 55 | 90.85.usq; ad 110 |
| 120 | 60 | & ita porro. |
| 130 | 65 | |
| 140 | 70 | |
| 150 | 75 | |
| 200 | 100 | |

*Nimirum ſi lentis prioris diameter fuerit* $\frac{50}{100}$ *ſeu dimidii pedis; erit commode lentis poſterioris diameter* $\frac{40}{100}$, *vel* $\frac{45}{100}$, *vel* $\frac{50}{100}$. *Et eadem manebit lentis poſterioris diameter, ſi anterior fuerit plano-convexa & diameter ejus* $\frac{25}{100}$ *pedis.*

## PROBLEMA 24.

228. *Cameram obſcuram conſtruere, in qua imagines objectorum externorum diſtinctiſſimæ ſuisque nativis coloribus ſitu vel inverſo, vel ſi mavis erecto repræſententur.*

## RESOLUTIO.

1. Cubiculum quodcunque, ex quo feneſtra patet in locum multis



(c) Oculi artific. fund. 1. ſynt. 3. c. 4. ſ. m. 170.

objectis obſitum, totum obſcuretur, nonniſi exiguo in feneſtra foramine relicto.

2. Foramen muniatur lente vel plano-convexa, vel utrinque convexa, quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum.

3. In diſtantia debita, per experientiam facile definienda, collocetur charta vel telum expanſum.

In hac enim objectorum imagines deſideratæ delineabuntur inverſæ (§. 216).

4. Quodſi vero easdem ſitu erecto comparere malueris; id vel ope ſpeculi concavi (§. 223), vel ope ſpeculi plani (§. 225), vel ope duarum lentium tubo ductitio incluſarum (§. 226) efficies.

*Aliter.*

Tab. V. Fig. 36. Quodſi cameram obſcuram portatilem aut ciſtulam paraſtaticam deſideres

1. Ex ligno arido paretur ciſtula ABGD figuram parallelepipedi habens, cujus latitudo 9 circiter digitorum, longitudo duorum vel plurium pedum, pro diverſa magnitudine diametrorum lentium.

2. In plano BD applicetur tubus ductitius EF cum duabus lentibus, aut, ut imago minori a tubo intervallo diſtet, tribus utrinque convexis. Diametri anteriorum æquales e.gr. $\frac{60}{100}$ pedis, diameter interioris minor e. gr. $\frac{40}{100}$ (§. 227).

3. Intra ciſtulam perpendiculariter in debita a tubo diſtantia erigatur charta oleo imbuta & ſubſcudibus agglutinata GH, ut imagines in eam trajectæ tranſpareant.

4. Denique in I fiat foramen rotundum, ut ambobus oculis commode introſpicere poſſis.

Quodſi tubum objectis obvertas, lentibus rite collocatis, quarum diſtantiam experientia optime definit; in charta GH objecta ut ante delineabuntur ſitu erecto.

*Aliter.*

1. In medio ciſtulæ erigatur turricula rotunda vel quadrata HI verſus objectum AB aperta. Tab. V. Fig. 37.

2. Pone aperturam inclinetur ſub angulo 45 graduum ſpeculum planum exiguum *ab*, quod

3. Radios A*a* & B*b* reflectat in lentem utrinque convexam G tubulo GL incluſam.

4. In diſtantia foci ſubſternatur tabula charta munda obducta EF imaginem $\alpha\beta$ exceptura.

5. Denique in NM fiat foramen oblongum, per quod introſpicere poſſis.

## SCHOLION.

229. *Uſus cameræ obſcuræ multiplex. Naturam viſionis optime declarat, ita ut non immerito oculus cameræ obſcura naturalis & viciſſim Camera obſcura oculus artificialis appelletur. Jucundiſſima ſpectacula exhibet, tum quod imagines objectis ſuis ſimillimas ſuisque nativis coloribus tinctas repræſentet, tum quod motus quoscunque una exprimat, quod poſterius præſertim ars nulla imitari poteſt. Artis pictoriæ peritus ex contemplatione harum imaginum multa annotabit, quæ ad perfectionem illius tendunt: artis vero imperitus objecta quævis accurate delineabit, ſi præſertim tertiam ſtructuram a nobis expoſitam ſibi elegerit.*

## LEMMA 3.

Tab. IV. Fig. 38. 230. *Si fuerint duæ lineæ parallelæ* AB *&* CD *& eas ſecent duæ aliæ* EF *&* HI *ita ut angulus* HKB *ſit ipſi* CLF *æqualis; erit* FL *ipſi* KH *parallela.*

### DEMONSTRATIO.

Eſt enim $o=x$ (§. 222 *Geom.*) & $o=y$ *per hypoth.* Ergo $y=x$ (§. 79 *Arithm.*). Quare cum ſit $y=u$ (§. 150 *Geom.*); erit $u=x$ (§. *cit. Arithm.*), adeoque KH ipſi LF parallela (§. 240 *Geom.*). *Q. e. d.*

## THEOREMA 51.

Tab. IV. Fig. 39. 231. *Si angulus inclinationis* SDE *in egreſſu lentis fuerit æqualis angulo refracto* DEM *in ingreſſu, erit angulus refractus in egreſſu* KDN *angulo inclinationis in ingreſſu* HEG *æqualis.*

### DEMONSTRATIO.

Sit ratio ſinus anguli MED ad ſinum anguli HEG $= m:n$; erit ſinus anguli SDE ad ſinum anguli KDN itidem $= m:n$ (§. 35). Sed ſinus anguli SDE æqualis eſt ſinui anguli MED *per hypoth.* Ergo ſinus anguli HEG ſinui anguli KDN æqualis eſt (§. 169 *Arithm.*), conſequenter anguli HEG & KDN æquales ſunt. *Q. e. d.*

## THEOREMA 52.

232. *In vitro utrinque plano parallelarum baſium* AB *&* PQ *radius* KD *poſt duplicem refractionem fit incidenti* IG *parallelus.* Tab. IV. Fig. 39.

### DEMONSTRATIO.

Sint CN & HM axes refractionis. Quoniam AB ipſi PQ parallela *per hypoth.* & CN ad PQ atque HM ad AB perpendicularis (§. 10); erit quoque HM ad PQ perpendicularis (§. 219 *Geom.*), adeoque HM ipſi CN parallela (§. 241 *Geom.*). Cum adeo MED = SDE (§. 222 *Geom.*); erit etiam HEG = KDN (§. 231) & hinc KO ipſi IG parallela (§. 230). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM I.

233. Quodſi PQ tangat arcum ADB in D, cujus centrum in C; erit QD ad CD perpendicularis (§. 293 *Geom.*). Quare cum etiam CN ad AB perpendicularis ſupponatur; erit PQ ipſi AB

parallela & hinc radius refractus DK incidenti GI parallelus (§. 45. 232).

*COROLLARIUM 2.*

234. Eodem modo patet, ſi radius KD ſit incidens, fore refractum GE eidem parallelum.

*THEOREMA 53.*

Tab. IV. Fig. 40. 235. *Si C fuerit centrum convexitatis inferioris, M vero ſuperioris & craſſities lentis IH ita diviſa in* S, *ut* MI : CH = IS : SH, *radius KD poſt duplicem refractionem in lente utrinque convexa factam erit incidenti GE parallelus.*

*DEMONSTRATIO.*

Quia MI : CH = IS : SH *per hypoth.* erit etiam MI : IS = CH : SH (§. 164 *Arithm.*) & hinc MI : MS = CH : CS (§. 181 *Arithm.*), hoc eſt, ob MI = ME & CD = CH (§. 18 *Geom.*), ME : MS = CD : CS (§. 15 *Arithm.*). Quare cum verticales ad S ſint æquales (§. 150 *Geom.*), erit CDS = DEM (§. 116. 166 *Geom.*), conſequenter ob rectos DEA & CDQ (§. 293 *Geom.* & §. 45 *Dioptr.*) æquales (§. 139 *Geom.*) AED = EDQ (§. 83 *Arithm.*) Eſt igitur AB ipſi PQ parallela (§. 240 *Geom.*) & hinc ſi DE ſit radius per lentem tranſiens, erit poſt alteram refractionem radius DK incidenti GE parallelus (§. 232). *Q. e. d.*

*THEOREMA 54.*

Tab. V. Fig. 41. 236. *Imago ab objecti* AB *poſt lentem convexam* DE *delineata eſt ad ipſum objectum* AB *quoad diametrum in ratione diſtantiæ imaginis* Cd *ad diſtantiam objecti* CD.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam quodlibet objecti punctum per totam lentem DE radiat; neceſſario radius unus ex A proveniens per punctum C tranſit, quod refractum Ca facit incidenti AC parallelum (§. 233. 234. 235). Eodem modo patet, radium aliquem Cb eſſe incidenti BC parallelum. Quodſi lentis craſſities contemnatur, AC & *ca*, itemque BC & *cb* pro una recta haberi poſſunt. Quare cum ob paralleliſmum AB & *ab* $o = x$ & verticales ad C ſint æquales (§. 150 *Geom.*), triangulum *a*C*b* alteri ACB ſimile eſt (§. 252 *Geom.*), adeoque *ba* : AB = C*d* : CD (§. 378 *Geom.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM 1.*

237. Quia imago objecti remotioris minus diſtat a lente quam vicinioris (§. 218), imago remotioris minor eſt quam vicinioris.

*COROLLARIUM 2.*

238. Quoniam diſtantia imaginis a lente major eſt, ſi lens DE fuerit majoris ſphæræ ſegmentum, quam ſi minoris extiterit (§. 160. 185); imago quoque in caſu priore major eſt, in poſteriore minor.

CO-

## COROLLARIUM 3.

239. Imago igitur *ab* tantæ magnitudinis eſt, quantæ foret, ſi objectum AB radiaret in locum obſcurum per exiguum foramen in parietem eodem intervallo remotum, quo focus a lente diſtat (§. 119 *Optic.*).

## COROLLARIUM 4.

240. Quando objectum minus diſtat a lente foco radiorum parallelorum imaginis diſtantia major eſt quam objecti (§. 216. 211), alias vero diſtantia imaginis minor quam objecti exiſtit (§. 206). In caſu itaque priore imago major eſt objecto, in poſteriore minor.

## COROLLARIUM 5.

241. Quia omnes radii ab axe non nimis remoti in eodem puncto uniuntur per refractionem, ſi ab eodem inciderint; ſi pars aliqua lentis prope axem tegatur, aut bullæ quædam, vel arenulæ, vel denique nævi quidam polituræ in lente obſerventur, nihil tamen horum in unam imaginis partem magis redundat, quam in reliquam.

## SCHOLION 1.

242. *Si imagines objecto majores fiunt, non ſatis diſtinctæ apparent, quia tum pauciores ſunt radii, qui in eodem puncto poſt refractionem concurrunt, unde contigit radios a diverſis punctis objecti emanantes in eodem imaginis puncto terminari. Sed hæc cauſa confuſionis* (§. 76 Optic.).

## SCHOLION 2.

243. *Hinc apparet, non eandem in quovis caſu admitti lentis aperturam, ſi arcere volueris radios diſtinctioni nocituras. Quamvis autem tum imago maxime diſtincta, ſi radiis tantum prope axem concedatur ingreſſus; ob radiorum tamen defectum obſcurior eſt.*

## THEOREMA 55.

244. *Si oculus fuerit in foco F lentis utcunque convexæ, objectum* AB *ſitu videt erecto & auctum in ratione diſtantiæ ejus ab oculo* FM *ad oculi a lente diſtantiam* FL, *ſi vicinum fuerit; in infinitum, ſi fuerit remotum.* Tab. V. Fig. 42.

## DEMONSTRATIO.

Sit radius ML in axe lentis: erit ergo ad utramque ſuperficiem perpendicularis (§. 21) adeoque per utramque irrefractus tranſit (§. 25). Ducatur BN axi ML parallelus. Quia in F focus eſt radiorum parallelorum *per hypoth.* radius BN refringetur in F (§. 22). Objectum igitur MB videtur per radios refractos ſub angulo LFN. Sed per irrefractos videtur ſub angulo MFB: in priore itaque caſu auctum apparet (§. 202 *Optic.*), ſitu tamen erecto, quia punctum dextrum B per radium FN videtur verſus dextram; ſiniſtrum vero M per radium FL verſus ſiniſtram. *Quod erat unum.*

Quoniam arcus LN exiguus, ut pro recta haberi poſſit & ob angulis ad L & M rectos *per hypoth.* BM ipſi BN parallela (§. 241 *Geom.*); erit

erit FM : FL = MB : LE (§. 253 *Geom.*). Sed ob parallelismum rectarum ML & BN *per hypoth.* MB = LN (§. 215 *Geom.*) & objectum apparens eſt ad verum ut LN ad LE, tantæ nimirum magnitudinis videntur verum & apparens, quantæ LE & LN in diſtantia FL videntur (§. 202 *Optic.*). Eſt igitur diameter apparentis ad diametrum veræ ut FM ad FL. *Quod erat alterum.*

Si diſtantia objecti nimis longinqua, ratio FL & FM quavis data tandem major evadit, adeoque imago in infinitum augetur. *Quod erat tertium.*

## *THEOREMA* 56.

Tab. V. Fig. 43. 245. *Si oculus G fuerit in axe lentis convexæ MF, ſed inter focum O & lentem DE, objectum videtur ſitu erecto, ſed auctum quoad diametrum in ratione compoſita diſtantiæ puncti F, ad quod radius BE irrefractus tendit, a lente FL ad diſtantiam oculi ab eadem GL & diſtantiæ objecti AB ab oculo GM ad diſtantiam ejusdem objecti a puncto, ad quod radii irrefracti tendunt, FM, hoc eſt, ut FL. GM ad GL. FM.*

### *DEMONSTRATIO.*

Coincidit cum demonſtratione theorematis 13 (§. 79).

### *COROLLARIUM.*

246. Si objectum AB fuerit longinquum, GF reſpectu ipſius GM tandem evaneſcit, adeoque FM ipſi GM redditur phyſice æqualis, conſequenter magnitudo apparens ad veram quoad diametrum in ratione FL ad GL.

### *SCHOLION.*

247. *Punctum F, ad quod radius BE irrefractus tendit per ſuperiora determinari poteſt. Immo data latitudine objecti MB una cum angulo MBE, qui ob parallelismum rectarum LI & MB ipſi LIB æqualis, ſi nempe LI ſit normalis ad GM; in triangulo ad M rectangulo reperietur FM* (§. 34 Trigon.).

## *THEOREMA* 57.

248. *Si oculus G ultra focum O conſtitutus per lentem utcunque convexam videat objectum AB ſitque F punctum, unde radius ab extremo B incidens BE divergit remotius a lente ipſo objecto AB; objectum videbitur ſitu erecto & auctum in ratione compoſita FL ad FM & GM ad GL.* Tab. V. Fig. 44.

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam objectum MB per radios refractos ſub angulo LGE, per irrefractos vero ſub angulo LGN videtur; in priore caſu auctum videri debet (§. 202 *Optic.*). Et quia punctum extremum B per radium GE videtur; M vero per radium GM; dextrum extremum videtur verſus dexteram, ſiniſtrum vero verſus ſiniſtram, hoc eſt objectum ſitu erecto videtur. *Quod erat unum.*

Patet vero ex theorematis 55 demonſtratione (§. 244); magnitudinem

nem veram eſſe ad apparentem quoad diametrum ut LN ad LE & LE haberi poſſe pro recta ipſi MB parallela. Eſt itaque (§. 253 *Geom.*)

$$FM : FL = MB : LE$$
$$GM : GL = MB : LN$$

Ergo LE = MB.FL : FM & LN = MB.GL : GM, conſequenter

$$LE : LN = \frac{MB.FL}{FM} : \frac{MB.GL}{GM}$$

hoc eſt, LE : LN = GM.FL : FM.GL (§. 170. 172 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## THEOREMA 58.

Tab. V. Fig. 45. 249. *Si objectum AB a lente convexa adeo diſtet, ut radius BE, qui in oculum G refringitur, ex puncto axis F inter lentem & objectum ſito ab eo divergat; ſitu videbitur inverſo, eſtque magnitudo apparens LE ad veram LN in ratione compoſita FL ad FM & GM ad GL.*

## DEMONSTRATIO.

Quia objectum AB ita ſitum eſt, ut radius BE in oculum G refractus axem ſecet in F; punctum B videbitur per radium GE adeoque verſus ſiniſtram. Et quia M per radium GM videtur, idem verſus dexteram apparet. Ergo BM ſitu inverſo videtur. *Quod erat unum.*

Ex antecedentibus vero conſtat, magnitudinem veram ad apparentem eſſe in ratione LN ad LE. Quare cum EN vi antecedentium demonſtrationum haberi poſſit pro recta ad FL perpendiculari & ipſi AB parallela; erit GM : GL = MB : LN (§. 253 *Geom.*), adeoque LN = MB.GL : GM, & cum anguli ad L & M recti, verticales ad F æquales (§. 150 *Geom.*), FM : FL = MB : EL (§. 252 *Geom.*), adeoque LE = FL.MB : FM. Quare

$$LE : LN = \frac{FL.MB}{FM} : \frac{MB.GL}{GM}$$

hoc eſt, LE : LN = FL.GM : GL.FM (§. 170. 172 *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM 1.

250. Si fiat GM = $a$, GL = $b$, FM = $c$, FL = $d$, fueritque $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$; erit $\frac{ad}{bd} > \frac{cb}{bd}$ (§. 217 *Arithm.*), conſequenter $ad > cb$ (§. 60. 82 *Arithm.*). In hoc itaque caſu LE > LN (§. 249), hoc eſt, objectum MB videtur auctum.

## COROLLARIUM 2.

251. Si fuerit $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$; erit $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{bd}$ (§. 217 *Arithm.*), conſequenter $ad < cb$ (§. 60. 82 *Arithm.*). In hoc igitur caſu LE < LN (§ 249), hoc eſt, objectum MB videtur minutum.

## COROLLARIUM 3.

252. Si fuerit $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; erit $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$ (§. 217 *Arithm.*), conſequenter $ad = bc$

*bc* (§. 85 *Arithm.*). In hoc igitur caſu LE = LN (§. 249), hoc eſt, objectum MB tantæ magnitudinis oculo armato apparet, quantæ a nudo videtur.

### *THEOREMA* 59.

Tab. V. Fig. 42. 253. *Si oculus fuerit in foco F, viſibile AB ejusdem conſtanter magnitudinis apparet, quantocunque intervallo a lente removeatur.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam radius BN axi MF parallelus in focum F refringitur (§. 22), & diſtantia LF conſtans ſupponitur; angulus viſorius LFN ſemper idem manet. Objectum igitur MB ad quamcunque diſtantiam LM ejusdem ſemper magnitudinis apparet (§. 202 *Optic.*). *Q. e. d.*

### *DEFINITIO* 23.

254. *Polyedrum* eſt lens ex ſuperficiebus planis in convexitatem diſpoſitis compoſita.

### *THEOREMA* 60.

Tab. V. Fig. 4. 255. *Si radii EF, AB, CD paralleli incidunt in ſuperficiem polyedri; poſt refractionem etiam ſunt paralleli.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quia ſuperficies polyedri componitur ex planis in convexitatem diſpoſitis (§. 254) & radii paralleli incidunt, poſt refractionem in ingreſſu factam etiam ſunt paralleli (§. 46). Cum adeo in ſuperficiem planam LM paralleli incidant; poſt alteram itidem refractionem paralleli ſint neceſſe eſt (§. *cit.*). *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM* 1.

256. Quodſi polyedrum fuerit regulare, LH, HI, IM ſunt veluti tangentes lentem ſphæricam convexam in F, B & D, conſequenter radii in puncta contactus incidentes axem interſecant (§. 164). Quare cum reliqui ſint iisdem paralleli (§. 255); iidem quoque prope G ſe mutuo interſecare debent.

### *COROLLARIUM* 2.

257. Quodſi ergo oculus ibi conſtituatur, ubi radii paralleli decuſſantur, a ſingulis hedris radii paralleli ab eodem objecto promanantes in eum propagantur. Quare cum humor cryſtallinus, utpote lenticula convexa (§. 34 *Optic.*), radios parallelos uniat (§. 176); in totidem diverſis retinæ punctis *a, b, c* uniuntur radii, quot ſunt vitri LBM hedræ, conſequenter oculus per vitrum polyedrum toties videre poteſt objectum, quot ſunt hedræ, ſi debito loco conſtituatur (§. 70 *Optic.*).

### *COROLLARIUM* 3.

258. Quoniam radii ab objectis longinquis venientes ſunt paralleli (§. 92 *Optic.*), objectum remotum per vitrum polyedrum toties videtur, quot ſunt hedræ ipſius (§. 257).

THEO-

THEOREMA 61.

Tab. V. Fig. 47. 259 *Si a puncto radiante A in diverſa polyedri regularis plana incidant radii AB, AC, AD, poſt refractionem in G decuſſantur & a ſingulis planis venientes ad ſingulas plagas tendunt nonnihil divergentes.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ipſi KL parallela & AB ad HI perpendicularis *per hypoth.* erit etiam eadem ad KL normalis (§. 219 *Geom.*), adeoque radius A*b* irrefractus tranſit (§. 25). Cum vero KH, HI, IL conſiderari poſſint inſtar tangentium lentem convexam, radii in puncta contactus incidentes axem A*b* poſt refractionem ſecant (§. 206). Incidat jam radius AK in idem planum, in quod incidere ſupponitur AC ad punctum contactus, ſintque PQ & RS ad planum perpendiculares, hoc eſt, axes refractionis (§. 10). Quoniam $o > x$ (§. 177 *Geom.*); erit $y > u$ (§. 139 *Geom.* & §. 84 *Arithm.*), conſequenter $n > m$ (§. 31) & ideo radii KO & CT poſt primam refractionem divergunt (§. 246 *Geom.*): non tamen multum divergunt, quia ob parvitatem anguli A $o$ & $x$ non multum differunt (§. 224 *Geom.*) adeoque $m$ atque $n$ ab æqualitate parum abſunt (§. 31). Radius itaque KO etiam poſt alteram refractionem a radio CT nonnihil divergit (§. 64). Cum adeo radii per puncta contactus tranſeuntes axem ſecent *per demonſtrata*; reliqui ipſis vicini poſt refractionem parum divergentes ſimiliter ſeſe in vicinia interſecare debent & ideo poſt refractionem, qui ab uno plano veniunt, ad eandem quoque plagam tendunt; qui veniunt ab alio, ad aliam progrediuntur. *Q. e. d.*

Tab. V. Fig. 48.

COROLLARIUM.

260. Quodſi oculus ibi conſtituatur, ubi radii a diverſis planis advenientes decuſſantur; a ſingulis planis propagantur in eum radii nonnihil divergentes, hoc eſt, veluti ex diverſis punctis emanantes. Quare cum humor cryſtallinus, utpote lenticula convexa (§. 34 *Optic.*), radios a puncto emanantes in uno puncto iterum colligat (§. 176); in totidem diverſis retinæ punctis *a, b, c* uniuntur radii, quot ſunt vitri LBM hedræ, conſequenter oculus in foco G conſtitutus per polyedrum toties videt objectum etiam vicinum, quot ſunt hedræ (§. 70 *Optic.*). Tab. V. Fig. 47.

SCHOLION 1.

261. *Cum in demonſtratione uſi ſimus theorematibus, in quibus objecta ultra focum remota ſupponuntur; objectum quoque multiplicandum ultra focum diſtare debet, ejus nempe lentis, quæ eſt ſegmentum ſphæræ, cui polyedrum inſcribi poteſt.*

SCHOLION 2.

262. *Me non monente ſtatim apparet, imagines quoque objectorum in camera obſcura multiplicari, ſi foramini apponatur lens polye-*

*lyedra & ei in debita diſtantia jungatur convexa.*

## SCHOLION 3.

Tab. V. Fig. 46. 263. *Illud quoque prætereundum non eſt, quod radii ſolares in ſuperficiem LM incidentes, poſt refractionem per ſingulas hedras colorati diſpergantur, ita ut in parietem præſertim album illapſi aut charta munda excepti totidem maculas coloratas exhibeant, quot ſunt hedræ polyedri, tanto quidem ſplendidiores, quo obſcurior fuerit locus, ubi experimentum capitur. Sæpiſſime id expertus ſum ope polyedri LNM tubo LMIH incluſi, ita ut HI eſſet planum, in quo radiorum per lentem propagatorum decuſſatio juxta ſuperiora contingit,* Tab. VI. Fig. 50. *tantæ adeo amplitudinis, ut omnes radios per polyedrum refractos caperet. Radios autem ſolares per aperturam tubi HI in caſu præſenti immiſi.*

## SCHOLION 4.

264. *Magis jucunda ſpectacula exhibere poteris in camera obſcura, ſi radios a refractione in priſmate trigono facta coloratos* (§ 182 Optic) *polyedro paulo majore* h. e. *latitudinis 3 aut 4 digitorum excipias. Quodſi lens a priſmate trium vel quatuor pedum intervallo removeatur, in pariete aut charta vicina maculæ, de quibus dixi, coloratæ multo illuſtriores apparebunt, gemmarum quemvis ſplendorem longe ſuperantes. In foco autem polyedri, hoc eſt, ubi radii decuſſantur (in hoc enim experimento radii excipiuntur a ſuperficie convexa polyedri) ſtella quadam ſplendoris prorſus admirandi conſpicitur. Non tamen in radiorum concurſu colores confunduntur ſed ubi rurſus divergunt, diſtincti denuo obſervantur.*

## SCHOLION 2.

265. *Cæterum quamvis in demonſtratione ſuppoſuerimus, vitrum polyedrum eſſe regulare & habere planum unum HI alteri LM parallelum; haud difficulter tamen apparet, eas quoque aliis polyedris ſphæræ circumſcriptibilibus applicari poſſe, modo radius unus AG ſupponatur axis ſphæræ. Quodſi planum unum fuerit ipſi LM parallelum, radii per ipſum refracti non erunt colorati.*

## SCHOLION 6.

266. *Ut objectum verum digito attingere poſſis, ita quidem dirigendus, ut ad ſingulas imagines digiti ſinguli tendere videantur: ita nimirum verus quoque digitus ad objectum tendet. Hoc qui non obſervant, fruſtra objectum attingere conantur. Nonnulli polyedrum movent in gyrum obſervantes, quodnam viſibilium maneat immotum; id enim objectum verum eſt, apparentibus loca mutantibus, ſi plana refringentia loca mutent.*

## SCHOLION 7.

267. *Quodſi duas lentes polyedras in conſpicilla aptes, ut inſtar aliorum conſpicillorum naſo imponi poſſint; gemino oculo aperto objecta multiplicata videntur: quod gratius accidit, quam ſi oculo uno per polyedrum tranſpiciente alter claudi debet.*

## SCHOLION 8.

268. *Si in planis polyedri in convexitatem diſpoſitis pingantur imagines coloribus aqua dilutis & lens ad foramen cameræ obſcuræ aptetur; radii ſolares per eam tranſeuntes ſecum ferent ſpecies iſtarum imaginum easque in parietem oppoſitum projicient, multo quidem nitidiores, ſi lente convexa in foco polyedri poſita denuo refractio fiat* (§. 260). *Hoc artificium ſimile eſt alteri, quo candela pariter ac Solis lumine imago in charta depicta in cameram obſcuram projicitur. Scilicet charta, in qua imago depicta, oleo perungitur &, ne rugas contrahat, tigillis ligneis agglutinatur: quo facto ante foramen cameræ obſcuræ conſtituitur, candela accenſa pone illam collocata, niſi Solis lumine illuſtretur. Radii nimirum luminis per char-*

tam

*tam pellucidam tranſeuntes ſpeciem imaginis cum ſuis coloribus in Cameram obſcuram ſecum ferent.*

## PROBLEMA 25.

269. *Imaginem deformare, quæ per vitrum polyedrum adſpecta formoſa appareat.*

### RESOLUTIO.

1. Super tabula horizontali ABCD erigatur alia AEFD ad angulos rectos.
2. Tabula tam horizontalis, quam verticalis habeat inciſuras juxta longitudinem diſpoſitas, ita ut intra inciſuras horizontalis AB & DC fulcrum BHC huc illucque moveri, intra inciſuras vero verticalis EA & FD charta munda alii compactiori agglutinata demitti & denuo extrahi poſſit.
3. Ad fulcrum BHC aptetur tubus ductitius IK, lente polyedra plano-convexa, ex 24 planis triangularibus non nimis magnis in parabolæ fere convexitatem diſpoſitis conſtante in I inſtructus. In K tubus ſit obturatus & exiguo tantum foramine præditus, quod paulo ultra focum a lente remotum.
4. Fulcrum BHC a tabula verticali removeatur, ut ultra foci intervallum ab ea diſtet, eo quidem magis, quo major imago diſſipata per lentem recolligenda.
5. Ante foramen tubi K lampas collocetur (non candela, quia hujus flamma non conſtanter eadem) & areolæ luminoſæ in tabula verticali ſeu charta eidem applicata plumbagine notentur. Ne tamen facile aberres, in iis deſignandis oculari continuo opus eſt obſervatione, ut nimirum appareat, utrum per lentem conſpectæ unum continuum exhibeant nec ne.
6. In areolis iſtis pingantur partes, quæ conjunctæ totius cujusdam imaginem exhibeant, oculari ſemper adhibita obſervatione, ut per lentem ſingulæ bene ordinatæ compareant. Interjecta vero ſpatia alia pictura repleantur, opera inprimis data, ut libero etiam oculo conſpecta pictura diſtinctam rei cujusdam ab ea, quæ per polyedrum videtur, diverſa appareat.

Quodſi per foramen K picturam contuearis, partes per areolas diſperſæ unam continuam exhibebunt imaginem, quæ vero in ſpatiis intermediis depicta ſunt, plane non videntur.

### SCHOLION.

270. *Si baſis tubi K amplior fiat & pluribus foraminibus pertundatur, in eadem tabula EFDA plures imagines una diſſipari poſſunt, ita ut per ſingula foramina inſpicienti ſingulæ diverſa appareant imagines. Sed majori artificio opus eſt ad plurium, quam ad unius diſſipationem.*

# CAPUT V.
# DE REFRACTIONE LUMINIS IN LENTIBVS CONCAVIS ET MENISCIS.

### THEOREMA 62.

Tab. VI. Fig. 51. 271. *Si radii paralleli in lentem plano-concavam KL incidunt, & FC ad FB fuerit in ratione refractionis; erit F focus virtualis.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam radius HI axi FB parallelus *per hypoth.* ad KL perpendicularis (§. 21 *Dioptr.* & §. 219 *Geom.*) adeoque irrefractus tranſit usque ad E (§. 25). Quare cum FC ad FB ſit in ratione refractionis *per hypoth.* erit F focus virtualis (§. 94). *Q. e. d.*

### COROLLARIVM 1.

272. Si lens fuerit vitrea, erit FB = 2BC (§. 95), hoc eſt, focus virtualis F a lente KL diametri intervallo 2BC diſtat.

### COROLLARIUM 2.

273. Si refractio in aqua contingit, erit FB = 3CB (§. 96), hoc eſt, focus virtualis F a lente KL intervallo ſesquidiametri 3BC diſtat.

### THEOREMA 63.

274. *Si radius AE axi FP parallelus incidat in lentem utrinque concavam & tam FC ad FB quam IP ad PH rationem refractionis habeat; atque FP : PH = FB : BG; erit G punctum diſperſus ſeu focus virtualis.* Tab. VI Fig. 52.

### DEMONSTRATIO.

Quia radius AE per medium rarius in ſuperficiem cavam diaphani denſioris incidit & FC ad FB rationem refractionis habet *per hypoth.* radius refractus DE ex puncto F diſpergitur (§. 99). Cum itaque in ſuperficie convexa ex diaphano denſiori in medium rarius refringatur & IP ad PH in ratione refractionis atque FP : PH = FB ; BG, *per hypoth.* erit G punctum, unde poſt alteram refractionem DN diſpergitur (§. 128). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

275. Si ergo ratio refractionis = $n : m$, CB = $a$, IH = $b$; erit FB = $na : (n - m)$ & PI = $nb : (n - m)$ (§. 183 *Arithm.*), conſequenter neglecta lentis craſſitie FP = FB + IP = $(na + nb) : (n - m)$ & PH = PI - IH = $nb : (n - m) - b = (nb -$

nb

$nb + mb) : (n-m) = mb : (n-m)$. Quare (§. 274)

$$\frac{n(a+b)}{n-m} : \frac{mb}{n-m} = \frac{na}{n-m} : BG$$

h. e. $a+b : \frac{mb}{n-m} = a : BG$ (§. 170. 172 *Arithm.*)

ſeu $(n-m)(a+b) : mb = a : BG$ (§. 170 *Arithm.*).

### COROLLARIUM 2.

276. Si refractio in lente vitrea contingit, erit $m=2$, $n=3$ (§. 26), adeoque $a+b : 2b = a : BG$, hoc eſt, ſumma ſemidiametrorum CB & HI ad diametrum concavitatis alterutrius 2HI ita ſemidiameter alterius CB ad diſtantiam foci virtualis a lente BG.

### COROLLARIUM 3.

277. Quodſi $a=b$, hoc eſt, ſi ſemidiametri HI & CB æquales, erit $BG = 2a^2 : 2a = a$, ſeu diſtantia foci virtualis a lente BG ſemidiametro CB vel HI æqualis.

### COROLLARIUM 4.

278. Si refractio in lente aquea contingit, erit $m=3$, $n=4$ (§. 40), adeoque $a+b : 3b = a : BG$, hoc eſt, ſumma ſemidiametrorum CB & HI ad ſeſquidiametrum concavitatis alterutrius 3HI ita ſemidiameter alterius CB ad foci virtualis a lente diſtantiam BG.

### COROLLARIUM 5.

279. Si $a=b$, hoc eſt, HI = CB, erit $BG = 3a^2 : 2a = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2}BC$, hoc eſt, diſtantia foci virtualis a lente BG eſt ad ſemidiametrum BC in ratione ſeſquialtera.

### THEOREMA 64.

280. *Si radii ſolares in lentem concavam incidunt, lumen poſt refractionem debilitatur.*

### DEMONSTRATIO.

Cum enim radii ſolares ad ſenſum ſint paralleli (§. 92 *Optic.*), poſt refractionem in lente concava factam divergunt (§. 271). Lumen igitur debilitatur (§. 86 *Optic.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

281. Effectus igitur lentium concavarum effectui convexarum contrarius eſt (§. 189).

### PROBLEMA 26.

282. *Invenire punctum diſperſus* Tab.
*F radii CD ex puncto axis C in len-* VI.
*tem plano-convexam AB incidentis,* Fig.
*ſuperficie plana puncto radianti AB* 53.
*obverſa.*

### RESOLUTIO.

1. Quia radius CD ex puncto C in ſuperficiem planam diaphani denſioris per medium rarius incidit; punctum G, ex quo poſt primam refractionem diſpergitur, invenitur per theor. 8. (§. 58).

2. Qua-

2. Quare cum radius ſimplicem refractionem paſſus DI veluti ex puncto axis G in ſuperficiem convexam incidat & ex medio denſiori in rarius refringatur; punctum F, ex quo radius IK poſt alteram refractionem diſpergitur; ſeu focus virtualis invenietur per probl. 12 (§. 125) aut per theor. 26 (§. 128).

*COROLLARIUM.*

283. Quoniam per ea, quæ cap. 2 & 3 tradita ſunt, ſemper determinari poteſt punctum diſperſus vel concurſus radii in ſuperficie plana, convexa & concava ex medio rariori in denſius & ex denſiori in rarius refracti & ante refractionem vel ex puncto quodam axis divergentis, vel ad id convergentis; eodem prorſus modo focum lentium concavarum in omni caſu reliquo invenire licet, ſive radii ex puncto quodam axis ante primam refractionem emanent, ſive ad punctum quoddam axis tendant.

*SCHOLION.*

284. *Ne igitur præter neceſſitatem prolixi ſimus, cum ſpeciales regulæ de refractione radiorum divergentium & convergentium in lentibus concavis non tam frequenter uſui ſint, quam quæ de lentibus convexis capite ſuperiori habentur; eas eruat, qui opus iisdem habuerit.*

*THEOREMA 65.*

285. *Objectum AB per lentem cavam videtur ſitu erecto & imminutum in ratione compoſita FL. GM & GL. FM, ſi nempe F ſit punctum, ad quod radius BC irrefractus tendit, G vero oculus.*

*DEMONSTRATIO.*

Quia radius refractus GI, per quem punctum B videtur, poſt refractionem in I ad punctum G tendit, *per hypoth.* incidens EI ante refractionem in I factam ad punctum lenti vicinius tendebat (§. 153. 154). Similiter cum radius EI poſt refractionem in E ad punctum H tendat, *per demonſtrata* BE ante refractionem in E factam ad punctum F axi vicinius quam H, conſequenter multo vicinius quam G, tendebat (§. 73). Ergo radius BG, qui irrefractus ad G perveniret, lente remota, ſecabit lentem in puncto N ab axe LM remotiori, quam BE, conſequenter angulus LGE, ſub quo refracte videtur MB, minor eſt angulo LGN, ſub quo eadem MB directe in G videtur. Nec abſimili modo idem in aliis caſibus oſtenditur, ſi lens utrinque concava, vel plano-concavæ ſuperficies cava objecto obvertatur. Quare objectum per lentem cavam imminutum videtur (§. 202 *Optic.*). *Quod erat primum.*

Et quia punctum M videtur per radium GM utpote irrefractum (§. 45); B vero per radium dexteriorem GE; objecti extremum

ſupe-

ſuperius loco ſuperiore inferius inferiore videtur. Objectum itaque ſitu erecto apparet. *Quod erat ſecundum.*

Quoniam LE videtur ſub eodem angulo, quo MB refracte; & LN ſub eodem, quo MB directe; diameter objecti apparens erit ad diametrum veram ut LE ad LN (§. 20 *Optic.*). Eſt vero LN perpendicularis ad MG (§. 21): quare cum etiam MB ad MG normalis ponatur, erit MB ipſi LN parallela (§. 241 *Geom.*), & hinc GM : GL = MB. LN & FM : FL = MB : LE (§. 253 *Geom.*) adeoque LN = GL. MB : GM & LE = FL. MB : FM. Ergo

$$LE : LN = \frac{FL.MB}{FM} : \frac{GL.MB}{GM}$$

h. e. LE : LN = FL. GM : GL. FM (§. 170. 172 *Arithm.*). *Quod erat tertium.*

*COROLLARIUM.*

286. Quodſi objectum MB adeo procul diſtet, ut GF reſpectu ipſius FM fiat parvitatis contemnendæ; erit GM ipſi FM ad ſenſum æqualis, adeoque LE : LN = FL : FM (§. 172 *Arithm.*).

*THEOREMA 66.*

287. *Si radius EH axi AF parallelus in meniſco LM refringatur atque diameter convexitatis CB diametro concavitatis OD æqualis; refractus GI erit axi AF itidem parallelus.*

*DEMONSTRATIO.*

Quia radius EH axi parallelus incidit in ſuperficiem convexam diaphani denſioris per medium rarius, poſt refractionem in H factam ad aliquod axis punctum veluti F tendet (§. 83). Sed quia OD = BC *per hypoth.* & craſſities lentis BD ſupponitur parvitatis contemnendæ; ad idem punctum F radius EH tenderet, ſi in puncto I ex medio rariori in denſius refringeretur (§. 86). Quare cum radius HF contraria ratione refractus cum incidente coincidat (§. 36); erit GI axi AF parallelus. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

288. Cum adeo meniſci, quarum diameter concavitatis diametro convexitatis æqualis eſt, radios nec colligant, nec diſpergant; earum in dioptrica nullus eſt uſus.

*PROBLEMA 27.*

289. *Invenire focum Q, ubi radius OK axi meniſci ſemidiametrum concavitatis HE ſemidiametro convexitatis CB majorem habentis parallelus & vicinus cum axe concurrit.* Tab. VI. Fig. 56.

*RESOLUTIO.*

1. Sit ratio refractionis = $m : n$ HE = $b$, CB = $a$. Quoniam radius KO poſt primam refractionem in O ad punctum I tendit, ita ut $n : m$ = IB : IC (§. 8), erit quoque $n - m : n$ = CB : IB (§. 183 *Arithm.*), adeoque IB = $na : (n-m)$.

2. Quodſi KO in ſuperficiem con-

 vexam

vexam PEM incideret, diſtantia foci a lente NE foret $nb : (n-m)$, *vi demonſtratorum*, atque hinc focus N longiori intervallo a ſuperficie PEM diſtat, quam I, adeoque ob NI : IH = IB : IQ (§. 153), erit (§. 181 *Arithm.*) neglecta lentis craſſitie NI : NH = IB : EQ

$$\frac{nb-na}{n-m} : \frac{nb}{n-m} - b = \frac{na}{n-m} : EQ$$

h. e. $b-a : \frac{mb}{n-m} = a : \frac{mab}{(n-m)(b-a)}$

(§. 70. 72 *Arithm.*). Eſt itaque $EQ = mab : (n-m)(b-a)$.

## COROLLARIUM 1.

290. Si meniſcus ex vitro conſtet, erit $m : n = 2 : 3$ (§. 26), adeoque $EQ = 2ab : (b-a)$, conſequenter $b-a : a = 2b : EQ$, hoc eſt, ut differentia ſemidiametrorum convexitatis & concavitatis ad ſemidiametrum convexitatis, ita diameter concavitatis ad foci a meniſco diſtantiam.

## COROLLARIUM 2.

291. Aquea ſi fuerit meniſcus, erit $m : n = 3 : 4$ (§. 50), adeoque $EQ = 3ab : (b-a)$, conſequenter $b-a : a = 3b : EQ$, hoc eſt, neglecta lentis craſſitie, HC : CB = 3HE : EQ.

## COROLLARIUM 3.

292. Si ſemidiameter concavitatis HE tripla fuerit ſemidiametri convexitatis CB, hoc eſt, $b = 3a$; erit diſtantia foci a meniſco vitrea $= 6aa : 2a = 3a =$ HE, hoc eſt ſemidiametro æqualis (§. 290), adeoque meniſcus æquipollet lenti utrinque æqualiter convexæ (§. 85).

## COROLLARIUM 4.

293. Eodem modo, ſi meniſcus aquea fuerit, in eadem hypotheſi reperitur $QE = 9aa : 2a = \frac{9}{2}a = \frac{6}{2}a + \frac{3}{2}a = HE + \frac{1}{2}HE$ (§. 291), hoc eſt, diſtantia foci a meniſco eſt ad ſemidiametrum concavitatis HE in ratione ſeſquialtera, adeoque meniſcus lenti utrinque æqualiter convexæ æquipollet (§. 187).

## SCHOLION.

294. *Haud obſcurum eſt artificium, quomodo inveniatur, quando meniſcus lenti utrinque æqualiter convexæ æquipollet. Tum enim in præſenti caſu* $QE = \frac{3}{2}HE$ (§. 191), *hoc eſt*, $3ab : (b-a) = \frac{3b}{2}$. *Hæc æquatio reducta dat* $b = 3a$.

## COROLLARIUM 5.

295. Si ſemidiameter concavitatis HE dupla fuerit ſemidiametri convexitatis CB, hoc eſt, $b = a$; erit diſtantia foci a meniſco vitrea $EQ = 4aa : a = 4a =$ 2HE, hoc eſt diametro æqualis (§. 290), adeoque meniſcus æquipollet lenti plano-convexæ (§. 160).

## COROLLARIUM 6.

296. Eodem modo, ſi meniſcus aquea fuerit, in eadem hypotheſi $EQ = 6aa : a = 6a =$ 3HE (§. 291), adeoque meniſcus denuo æquipollet lenti plano-convexæ (§. 169).

CO-

### COROLLARIUM 7.

297. Si ſemidiameter concavitatis HE quintupla fuerit ſemidiametri convexitatis CB, hoc eſt, ſi $b = 5a$; erit diſtantia foci a meniſco vitrea $= 2 . 5aa : 4a = \frac{5}{2}a = \frac{1}{2}HE$ (§. 290), adeoque meniſcus ſphæræ vitreæ æquipollet (§. 174).

### COROLLARIUM 8.

298. Eodem modo ſi meniſcus aqueaſ fuerit & ſemidiameter concavitatis HE quadrupla ſemidiametri convexitatis CB, hoc eſt, ſi $b = 4a$, erit diſtantia foci $= 3 . 4aa : 3a = 4a = HE$, adeoque meniſcus ſphæræ aqueæ æquipollet (§. 175).

### COROLLARIUM 9.

299. Quodſi diſtantia foci fuerit ad ſemidiametrum concavitatis in ratione data $m : 1$; erit in meniſco vitrea $2ab : (b-a) = mb$ (§. 290), adeoque $b = \frac{2+ma}{m}$. E. gr. Si focus diſtare debet a meniſco triplo ſemidiametri concavitatis intervallo; erit $m = 3$, conſequenter ſemidiameter concavitatis $= a$, hoc eſt, ad ſemidiametrum convexitatis in ratione 5 ad 3 exiſtit.

### COROLLARIUM 10.

300. Similiter ſi diſtantia foci a meniſco vitrea fuerit ad ſemidiametrum convexitatis in ratione data $m : 1$; erit $2ab : (b-a) = ma$ (§. 290), adeoque $b = ma : (m-2)$. E. gr. ſi focus diſtare debet triplo ſemidiametri convexitatis intervallo, erit ſemidiameter concavitatis illius tripla.

### COROLLARIUM 11.

301. Data igitur ſemidiametro convexitatis inveniri poteſt ſemidiameter concavitatis, quæ focum a meniſco removeat dato intervallo.

### SCHOLION.

302. *Eadem omnia inveniuntur, ſi ponamus meniſci ſuperficiem cavam lumini obvertis.*

### PROBLEMA 28.

303. *Invenire punctum diſperſus radiorum axi parallelorum in meniſcum incidentium, quæ habet ſemidiametrum concavitatis KI minorem ſemidiametro convexitatis BC.* Tab. VI. Fig. 57.

### RESOLUTIO.

1. Quoniam radius DE axi AB vicinus & parallelus in ſuperficiem convexam diaphani denſioris per medium rarius incidit, poſita ratione refractionis $= n : m$, axi AF in F poſt refractionem occurret, ita ut ſit $n : m = FB : FC$ (§. 86), conſequenter $n - m : n = BC : FB$ (§. 185 *Arithm.*). Quare ſi fiat $BC = a$; erit $FB = na : (n - m)$.
2. Quia ſemidiameter concavitatis IK minor ſemidiametro convexitatis CB *per hypoth.* ſi radius DE in convexitatem ſuperficiei LIM incideret ac inde in medi-

medium denſius refringeretur, focus O ab ea minori intervallo diſtaret quam F, foretque (ſi $KI = b$) $OI = mb : (n-m)$ *per modo demonſtrata.* Quare radius EH tendens ad punctum F ex diaphano denſiori in rarius refractus diſpergetur ex A, ita ut ſit $FO : FI = FK : FA$ (§. 152) ſeu $FO : FK = FI : FA$ (§. 164 *Arithm.*), conſequenter (§. 183 *Arithm.*)

$$FO : OK = FI : BA$$

hoc eſt, $\frac{na-nb}{n-m} : \frac{nb}{n-m} - b = \frac{na}{n-m} : BA$

$a - b : \frac{mb}{n-m} = a : BA$ (§. 170. 171 *Arithm.*), quia nempe neglecta lentis craſſitie $FI = FB$, & $FO = FB - OI : OC = OI - KI$ Habemus igitur $BA = mab : (n-m)(a-b)$.

### *COROLLARIUM* 1.

304. Quodſi meniſcus fuerit vitrea, erit $BA = 2ab : (a-b)$, hoc eſt, ut differentia ſemidiametrorum convexitatis ita diameter concavitatis ad diſtantiam foci virtualis (§. 26).

### *COROLLARIUM* 2.

305. Quodſi meniſcus aquea fuerit, erit $BA = 3ab : (a-b)$ hoc eſt, ut differentia ſemidiametrorum concavitatis & convexitatis ad ſemidiametrum convexitatis, ita ſeſquidiameter concavitatis ad diſtantiam foci virtualis (§. 50).

### *COROLLARIUM* 3.

309. Si meniſcus fuerit vitrea & ſemidiameter concavitatis IK ſemidiametri convexitatis CB ſubtripla, erit $a = 3b$, conſequenter $AB = 6bb : 2b = 3b = 3CB$, hoc eſt, diſtantia foci virtualis a meniſco eſt ſemidiametro convexitatis æqualis (§. 304). Æquipollet adeo meniſcus lenti utrinque concavæ (§. 277).

### *COROLLARIUM* 4.

307. Si meniſcus aquea fuerit, erit in eadem hypotheſi $9bb : 2b = \frac{9}{2}b = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2}CB$ (§. 305), adeoque meniſcus denuo æquipollet lenti aqueæ utrinque concavæ (§. 278).

### *COROLLARIUM* 5.

308. Si meniſcus vitrea fuerit & ſemidiameter concavitatis ſemidiametro convexitatis ſubdupla, hoc eſt, $a = 2b$, erit $AB = 4bb : b = 4b = 2a = 2CB$ (§. 304), hoc eſt, diſtantia foci virtualis a meniſco eſt diametro convexitatis æqualis. Æquipollet adeo meniſcus lenti vitreæ plano-concavæ (§. 272).

### *COROLLARIUM* 6.

309. Si meniſcus aquea fuerit, erit in eadem hypotheſi $6bb : b = 6b = 3a = 3CB$ (§. 305), adeoque meniſcus æquipollet lenti aqueæ plane concavæ (§. 273).

### *COROLLARIUM* 7.

310. Si diſtantia foci virtualis a meniſco vitrea fuerit ad ſemidiametrum concavitatis in ratione data $m : 1$; erit

$2ab:(a-b)=ma$ (§.304). Unde elicitur $b=\frac{m}{m+2}a$. E.gr. ſi focus virtualis diſtare debet triplo ſemidiametri convexitatis intervallo; erit $b=\frac{3}{5}a$.

### *COROLLARIUM 8.*

311. Data igitur ſemidiametro convexitatis inveniri poteſt ſemidiameter concavitatis, quæ focum virtualem a meniſco removeat dato intervallo.

### *SCHOLION 1.*

312. *Eadem omnia inveniuntur, ſi ponamus meniſci ſuperficiem cavam lumini obverti.*

### *SCHOLION 2.*

313. *Solent autem meniſci, qua diametrum convexitatis minorem habent diametro concavitatis, a nonnullis dici* meniſci propriæ: *quæ vero diametrum convexitatis majorem habent diametro concavitatis,* meniſci impropriæ *appellantur.*

### *SCHOLION 3.*

314. *Cæterum qua methodo focum radiorum parallelorum in meniſcis inveſtigavimus eadem quoque inveſtigantur foci radiorum divergentium & convergentium, ut adeo iis expreſſius docendis merito ſuperſedeamus.*

### *SCHOLION 4.*

315. *Quia meniſci propriæ lentibus convexis æquipollent, in numero vitrorum cauſticorum locum habent & in cameris quoque obſcuris adhiberi poſſunt.*

### *SCHOLION 5.*

316. *Carteſius lentes hyperbolicas plano-convexas & convexo-convexas, itemque meniſcos ellipticas & hyperbolicas commendat* (a), *quia radios axi parallelos vel ab aliquo ejus puncto emanantes in eodem præciſe puncto unirent. Enimvero cum non modo difficillimum ſit lentes iſtiusmodi ſatis exactas parare, verum etiam radios a puncto extra axem lentis ſito emanantes minus accurate colligant quam lentes ſphæricæ; vitra objectiva ſphærica iis præferuntur, non refragante viro ſummo* Nevvtono (b) & *experientia id comprobante* Millieto Dechales (c). *Supervacaneum igitur ducimus de hoc lentium genere in his elementis agere.*

## CAPUT VI.
## DE
# TUBIS SEU TELESCOPIIS.

### *DEFINITIO 4.*

317. *Teleſcopium* ſeu *tubus* eſt inſtrumentum dioptricum ex lentibus compoſitum, per quod remota tanquam vicina ſpectantur.

 *SCHO-*

(a) in Dioptr. c. 8. p. m. 111. (b) in Princip. Phil. nat. Mathem. lib. 2. prop. 98 ſchol. p. edit. poſt.
(c) Dioptr. lib. 2. prop. 69. f. 686 Tom. 3 Mund. Math.

## SCHOLION.

318. *Teleſcopiorum inventum longe utiliſſimum portenta univerſi nobis revelavit & eam Aſtronomiæ perfectionem conciliavit, quam antea ſperare nefas erat. Caſui autem debetur, non meditationi, ut adeo in inventore felicitatem magis prædicent, quam ingenium admirentur, qui ultra vulgi captum ſapiunt. Hinc parum intereſt noſſe, cuinam primum contigerit eſſe tam felici, ut in inventum nunquam pro dignitate deprædicandum primus incideret. Primus dubio procul tubum opticum conſtruxit* Joannes Baptiſta Porta, *Neapolitanus, ita enim* (d): ſi utrumque, inquit, (*vitrum nempe concavum & convexum*) recte conjungere noveris, & longinqua, & proxima majora & clara videbis. Non parum multis amicis auxilii præſtitimus, qui & longinqua obſoleta, proxima turbida conſpiciebant, ut omnia perfectiſſime contuerentur. *Enimvero* Porta *inventum ſuum, quod caſui acceptum ferebat, non ſatis intellexit, adeoque nec magis id induſtria perfecit, nec ad obſervationes cæleſtes tranſtulit. Quindecim abhinc annis, poſtquam liber* Portæ *prodierat, in quo illa ſcripſerat,* Hugenio *autore* (e) *circa annum* 1609 *artifex quidam Medioburgenſis apud Selandos tubum conſtruxit &* Mauritio *Principi Naſſoviæ obtulit, quem* Ioannem Lipperſein *fuiſſe,* Sirturus (f) *contendit,* Petro Borello (g) *hanc gloriam vindicante* Zachariæ Hanſen, *artifici itidem Middelburgenſi. Poſt eos quoque teleſcopia confecit* Jacobus Metius, *Alcmarienſis, cui* Adrianus Metius *Matheſeos Profeſſor Franekeranus frater* Jacobi *laudem inventionis tribuit. Sed cum tubos ſeſquipedalibus non majores conficerent artifices iſti, mox in Germania* Simon Marius, *in Italia* Gallilæus *majores paravere & meliores & ad contemplanda phænomena cæleſtia iisdem uſi ſunt: quorum obſervationes inexſpectatæ invento tam egregio magis perficiendo anſam dedere.*

## DEFINITIO 1.

319. *Vitrum objectivum* eſt lens, quæ objecto obvertitur.

## DEFINITIO 2.

320. *Vitrum oculare* eſt lens, quæ oculo vicinior.

## SCHOLION.

321. *Quodſi teleſcopium ex pluribus quam duabus lentibus componatur, nonniſi una dicitur objectiva, reliquæ omnes dicuntur oculares.*

## DEFINITIO 3.

322. *Tubus Hollandicus* ſeu *Gallilæanus* eſt teleſcopium ex lente objectiva convexa & oculari concavo compoſitum.

## DEFINITIO 8.

323. *Tubus Aſtronomicus* eſt teleſcopium ex lente objectiva convexa & oculari itidem convexa compoſitum.

## SCHOLION.

324. *Nomen Aſtronomici inde eſt, quia hoc tuborum genus ad contemplationem rerum cæleſti-*

(d) Magiæ Natur. lib. 17. c. 10.
(e) in Dioptrica p. 163. 164.
(f) in Teleſcopio A. 1618 edito part. 2. c. 1.
(g) in Tractatu de vero teleſcopiorum inventore A. 1655 edito c. 12.

*leſtium ſeu obſervationes Aſtronomicus adhibetur.*

### DEFINITIO 5.

325. *Tubus terreſtris* eſt teleſcopium ex pluribus, quam duabus, lentibus, communiter ex objectiva convexa & tribus ocularibus itidem convexis, compoſitum, ſeu teleſcopium objecta ſitu erecto ſpectanda exhibens, ab Hollandico tamen diverſum.

### SCHOLION.

326. *Nomen inde eſt, quod ad ſpectanda corpora terreſtria remota adhibetur.*

### PROBLEMA 29.

327. *Tubum ductitium in uſum teleſcopii conſtruere.*

### RESOLUTIO.

In conſtructione horum tuborum ſollicite cavendum eſt, ne pondere fiant moleſti & ne facile diſtorqueantur ſitum lentium everſuri. Unde non quilibet tubi in quolibet caſu commendantur.

I. Si tubi fuerint minores, ex laminis ferreis ſtanno obductis parantur, fiſtulis pluribus pro longitudine teleſcopii ſibi invicem immiſſis, ita ut nec nimis facile, nec difficulter nimis diduci poſſint.

II. Quodſi tubi fuerint longiores, minime conſultum eſt, ut ex laminis ferreis parentur, quia ponderoſiores evadunt, nec commode de loco in locum transportari, nec ad viſibile dirigi poſſunt. Unde aliqui eos ex charta conficere ſolent hunc in modum:

1. Ex ligno tornetur cylindrus ligneus ejus longitudinis, quanta eſt charta, ex qua tubus fieri debet. Diameter vero tanta ſit, quanta eſſe debet cavitatis fiſtulæ minimæ.
2. Cylindro circumducatur charta nigra & huic agglutinetur alia, donec fiſtula cenſeatur ſatis firma: quæ tandem charta Turcico more colorata obducatur. Ut citius atque commodius iſtiusmodi fiſtulas parare poſſis; duo aut tria folia in uſum futurum ſuper tabula conglutinentur & ſub prelo compreſſa ſiccentur.
3. Fiſtula una exſiccata, eodem artificio parentur aliæ, & una ſuper aliam compingatur, donec diductæ exhibeant tubum longitudinis deſideratæ.
4. Denique annuli ligni tornatoris arte parati fiſtularum extremis exterioribus agglutinentur, ut tubus extrahi poſſit.

III. Cum tubi chartacei id incommodi habeant, ut, ſi ductus fuerint anguſti, tempeſtate humida adeo

adeo coarctentur, ut vix ac ne vix quidem extrahi poſſint; ſi vero ductus fiant ſatis laxi, tempeſtate ſicca nimis amplientur, conſequenter in utroque caſu ſitus lentium facile depravetur; præterea iidem facile diſtorqueantur damnumque patiantur; optimam tuborum conſtruendorum rationem hanc ego judico.

1. Cylindro ligneo membrana tenuis (Pergamenam vulgo vocant) circumducatur & conglutinetur, ne pulviſculis detritis lentes maculentur, Sitque membrana iſta nigredine infecta, ne radii reflexi confuſionem aliquam pariant.
2. Ex ligno fagino parentur aſſerculi admodum tenues & in cylindrum curvati membranæ cum cura agglutinentur.
3. Fiſtula hæc lignea veſtiatur membrana pergamena alba & circa extremum exterius fiat annulus exiguus AB ex duplici membrana pergamena conglutinatus, ut tubus commode diduci poſſit. Tab. VI. Fig. 58.
4. Eodem artificio fiat fiſtula alia ſuper priore & ita porro, donec diductæ exhibeant tubum longitudinis deſideratæ.
5. Singularum fiſtularum extremis interioribus aptetur annulus ligneus, ut radii ſpurii ad latera tubi alliſi arceantur: id quod majoris momenti deprehenditur in telescopiorum uſu, quam experientia nondum convictis videri poterat. Juvat autem annulos iſtos cochleis fœminis inſtrui iis in locis, ubi lentes aptandæ.
6. Denique ex ligno rariori tornatoris manu paretur operculum CD, quo Vitrum objectivum contra pulverem tegi poſſit, ipſumque vitrum annulo ligneo incluſum mediante cochlea ad tubum firmetur.
7. Ejuſdem tornatoris induſtria ex eodem ligno fiat tubulus EFG tantæ longitudinis, quanta eſſe debet oculi a lente oculari diſtantia, & alteri tubi extremo decenter aptetur.

IV. *Hevelius* (h) commendat tubos ex ligno ſicco tornatos, nec e multis partibus ductibusque compactos, ut parallela lentium linea non turbetur.

*SCHO-*

(h) Selenogr. Prolegom. f. 16.

### SCHOLION 1.

328. *Si ductus tubi juxta tertium artificium parati commode extrahi nequeant, ſapone veneto affricari debent.*

### SCHOLION 2.

329. *Gluten, quo ad tubos conficiendos opus eſt, ita præparatur. Aqua calidæ, ſed nondum ferventi, immittatur farina triticea & cochleari agitetur, donec ab eodem extracto inſtar fili defluat. Hinc igni admotum coquatur & continuo cochleari agitetur, donec ſatis ſpiſſum evaſerit.*

### PROBLEMA 30.

330. *Teleſcopium Batavum conſtruere.*

### RESOLUTIO.

1. Tubo conſtructo (§. 327) inſeratur lens objectiva convexa, ſive plano-convexa, ſive utrinque convexa, modo ſit majoris ſphæræ ſegmentum.
2. Eidem inſeratur lens ocularis utrinque concava, quæ ſit minoris ſphæræ ſegmentum, ita ut ante imaginem lentis objectivæ in diſtantia foci virtualis collocetur.

Dico, oculo valentes & presbytas per teleſcopium viſuros objectum diſtincte, ſitu erecto & auctum in ratione diſtantiæ foci virtualis lentis ocularis ad diſtantiam foci lentis objectivæ : ut vero myopes videant objectum diſtincte, lentem ocularem objectivæ propius admovendam eſſe.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam per teleſcopium objecta valde remota ſpectantur (§. 317), radii ab eodem puncto in lentem objectivam incidentes ſunt paralleli (§. 93 *Optic.*), conſequenter poſt lentem concurrunt (§. 158. 164. 176). Jam cum focus virtualis radiorum parallelorum in lente oculari ſemidiametri intervallo diſtet (§. 277), radii in eam incidentes *vi conſtructionis* ad centrum concavitatis inferioris A tendunt. Quodſi ergo fiat AN = AB = BC; habebit NC ad NB rationem refractionis 3:2 (§. 26), conſequenter radius GD ad punctum A tendens poſt refractionem axi occurrit in F, ita ut NA : AB = CA : AF (§. 156), hoc eſt, ob NA = AB *per demonſtrata*, adeoque CA = AF = 2BA in foco virtuali radiorum parallelorum in cavitatem inferiorem incidentium (§. 103). Refractus ergo in egreſſu ML erit axi CF parallelus (§ 36). Quamobrem cum oculi valentes atque presbytæ diſtincte videant objecta per radios parallelos (§. 93. 358. 359 *Optic.*); per teleſcopium ita diſpoſitum diſtincte vident objecta valde remota. *Quod erat unum.* Tab. VI. Fig. 59.

Ponamus in A eſſe focum lentis objectivæ. Quoniam illorum radiorum, qui ab extremo dextro objecti per tubum viſi ad lentem Tab. VII. Fig. 60.

pertingunt, unus per A tranſire debet; ſit radius iſte AC. Erit ergo refractus CE axi BI parallelus (§. 195), conſequenter poſt refractionem in cava factam, ex foco virtuali F, hoc eſt, centro concavitatis ſuperioris diſpergetur (§. 277). Quare cum omnes radii ab eodem extremo ad oculum poſt lentem cavam conſtitutum pertingentes ſint ipſi LE, qui vero a puncto medio adveniunt, axi FG paralleli, per ea, quæ primo loco demonſtrata ſunt, punctum medium videbitur in directum axi GA, dextrum vero extremum verſus dextram, in directum lineæ LN vel ipſi parallelæ, hoc eſt, ſitu erecto. *Quod erat ſecundum.*

Quoniam vero rectæ ipſi LN parallelæ axem ſub eodem angulo ſecant (§. 221 *Geom.*), ſemidiameter objecti per teleſcopium ſub angulo AFN, ſeu EFI (§. 150 *Geom.*), videtur: radii nimirum LE & GI oculum perinde ingrediuntur, ac ſi pupilla in F conſtitueretur. Quodſi oculus nudus eſſet in A, ſemidiametrum objecti videret ſub angulo *c*A*b*, ſeu CAB (§. 150 *Geom.*). Quoniam vero objectum valde remotum ſupponitur, diſtantia AF ejus reſpectu evaneſcit, adeoque oculus nudus etiam in F ſub angulo ipſi A æquali, hoc eſt, ducta FM ipſi AC parallela, ſub angulo IFM (§. 222 *Geom.*), objecti ſemidiametrum videt. Eſt itaque ſemidiameter objecti nudo oculo viſa ad eam, quæ armato videtur, ut IM ad IE. Ducatur KE ipſi FM parallela: erit IM : IE = IF : IK (§. 253 *Geom.*). Quare cum EK etiam ipſi AC parallela exiſtat (§. 221 *Geom.*); erit AK = CE (§. 242 *Geom.*). Sed quia ſitus lentium ſupponitur parallelus, EC = BI (§. *cit.*). Ergo IB = AK (§. 79 *Arithm.*), conſequenter IK = AB (§. 80 *Arithm.*). Quamobrem IM : IE = IF : AB, *per demonſtr.* hoc eſt, ſemidiameter nudo oculo viſa eſt ad ſemidiametrum per teleſcopium viſam in ratione diſtantiæ foci virtualis lentis ocularis FI ad diſtantiam foci lentis objectivæ AB. *Quod erat tertium.*

Quoniam myopes habent retinam ab humore cryſtallino nimis remotam (§. 379 *Optic.*), radii vero divergentes ad majorem diſtantiam colliguntur, quam paralleli (§. 215), qui denique paralleli erant, divergentes evadunt, ſi lens ocularis objectivæ propius admoveatur (§. 156): ut myopes per teleſcopium objecta diſtincte videant, lens ocularis objectivæ propius admoveri debet. *Quod erat quartum.*

*COROLLARIUM I.*

331. Ut objectum integrum videatur, ſemidiameter pupillæ non minor eſſe debet

debet diſtantia radiorum LE & GI, alias enim ab extremo dextro objecti radios non excipiet, adeoque nec illud videbit (§. 42 *Optic.*).

*COROLLARIUM 2.*

332. Quo magis itaque pupilla fuerit ampliata, eo major area per teleſcopium uno obtutu comprehenditur & contra.

*SCHOLION 1.*

333. *Hinc ſi oculum claudas, antequam eundem teleſcopio admoveas, ut pupilla in tenebris multum dilatetur, intuitu primo latiorem campum comprehendes, quam ubi ob lucis fulgorem rurſus coarctatur.*

*COROLLARIUM 3.*

334. Quia radiorum EL & IG major diſtantia in loco a lente remotiore; major quoque erit area uno obtutu comprehenſa, ſi oculus fuerit propior lenti concavæ.

*COROLLARIUM 4.*

335. Quia focus lentis objectivæ plano-convexæ & focus virtualis lentis ocularis plano-concavæ eſt in diſtantia diametri (§. 160. 272), focus vero lentis objectivæ utrinque convexæ & focus virtualis lentis ocularis utrinque concavæ in diſtantia ſemidiametri (§. 185. 277); ſi lens objectiva fuerit plano-convexa & ocularis plano-concava, teleſcopium auget diametrum objecti in ratione diametri concavitatis ad diametrum convexitatis: ſi lens objectiva utrinque convexa & ocularis utrinque concava, amplificatio contingit in ratione ſemidiametri concavitatis ad ſemidiametrum convexitatis: ſi lens objectiva plano-convexa & ocularis utrinque concava, ſemidiameter objecti creſcit in ratione diametri convexitatis ad ſemidiametrum concavitatis: ſi denique lens objectiva utrinque convexa, ocularis plano-concava, augmentum fit in ratione diametri concavitatis ad ſemidiametrum convexitatis (§. 132).

*COROLLARIUM 5.*

336. Quoniam ſemidiametrorum eadem eſt ratio, quæ diametrorum (§. 172 *Arithm.*), teleſcopia eodem modo diametrum objecti amplificant, ſive fuerit lens objectiva plano-convexa & ocularis plano-concava; ſive illa utrinque convexa, hæc utrinque concava (§. 335).

*COROLLARIUM 6.*

337. Quia ſemidiameter concavitatis ad diametrum convexitatis minorem rationem habet, quam ejus diameter (§. 187 *Arithm.*); teleſcopium magis amplificat, ſi lens ocularis utrinque concava, quam ſi plano-concava (§. 194 *Arithm.* & §. 334 *Dioptr.*).

*COROLLARIUM 7.*

338. Quia ſemidiameter pariter atque diameter concavitatis ad diametrum convexitatis minorem rationem habet, quam ad ejus ſemidiametrum (§. 189 *Arithm.*); teleſcopium magis amplificat, ſi lens objectiva plano-convexa,

vexa, quam ſi utrinque convexa (§. 190 *Arithm.* & §. 335 *Dioptr.*).

*COROLLARIUM* 8.

339. Quo major fuerit diameter lentis objectivæ & quo minor ſemidiameter lentis ocularis; eo minorem rationem habet diameter objecti nudo oculo viſa ad ſemidiametrum armato viſam (§. 335), conſequenter eo major videtur diameter objecti per teleſcopium (§. 190 *Arithm.*).

*COROLLARIUM* 9.

Tab. VII. Fig. 60. 340. Quia objecti ſemidiameter amplificatur pro ratione anguli EFI (§. 330), quo major vero angulus EFI, eo minorem objecti partem oculus uno obtutu comprehendit (§. 331); teleſcopium eo minorem objecti partem oculo ſpectandam exhibet, quo magis ejus diametrum amplificat.

*SCHOLION* 2.

341. *Atque hæc eſt ratio, cur de alio teleſcopio inveniendo cogitaverint Mathematici, poſtquam imperfectionem ejus, quod caſu inventum fuerat, diſtincte cognoverant: nec ſucceſſu caruit eventus, quemadmodum ex ſubſequentibus plenius conſtabit.*

*SCHOLION* 3.

342. *Quodſi rationem nimis parvam habuerit ſemidiameter vitri ocularis ad ſemidiametrum objectivi; objectum per teleſcopium non ſatis clarum apparet, quia nimia fit radiorum diſtractio, ut penicilli quotlibet objecti puncta in retina depingentes ex nimis paucis radiis conſtent. Illud quoque compertum eſt, lentes objectivas æquales non eandem ferre lentem ocularem, ſi vel diaphaneitatis fuerint diverſæ, vel non eadem induſtria elaboratæ. Certe lens objectiva minus diaphana, vel etiam minus accurate elaborata, lentem ocularem requirit ſphæricitatis majoris quam magis diaphana, vel etiam accuratius elaborata. Neque difficulter ratio reddi poteſt. Conſtat enim lentes oculares acutiores obſcurius exhibere objectum, quia pauciores radios ab eodem objecti puncto ad oculum refringunt, & eaſdem magis diſpergere radios, quam minus acutas, conſequenter radios a diverſis objecti punctis venientes & per lentem objectivam non ſatis a ſe invicem ſeparatos facile confundere.*

*SCHOLION* 4.

343. *Quamvis adeo per experientiam conſtet* [*quemadmodum obſervat* Dechales (i)], *teleſcopium bonum haberi, ſi diſtantia foci lentis objectivæ fuerit ſex digitorum, diameter lentis ocularis plano concavæ digiti unius & lineæ unius, vel utrinque æqualiter concavæ digiti unius cum dimidio; non tamen ſuadendum eſt artifici, ut huic vel alteri cuicunque combinationi, quæ experientiæ fide laudatur, nimis fidat. Præſtat igitur cum eadem lente objectiva conjungere oculares & majores, & minores data, & ex iis eam eligere, per quam objectum maxime clarum atque diſtinctum videtur.*

*SCHOLION* 5.

344. Hevelius (k) *commendat lentem objectivam utrinque convexam, cujus diameter* 4 *pedum Gedanenſium, lentem ocularem utrinque concavam, cujus diameter* $4\frac{1}{2}$ *digitorum. Ait autem pedem Gedanenſem eſſe ad Pariſienſem Regium ut* 914 *ad* 1055, *ad Rhenanum ut* 914 *ad* 1000. *Juxta eundem vitro*

(i) Dioptr. lib. 2. prop. 54 f. 711 Tom. 3 Mund. Math.
(k) in Prolegom. Selenograph. f. 12 & 13.

*tro objectivo utrinque æqualiter convexo, cujus diameter ſ circiter pedum, convenit oculare, cujus diameter* $5\frac{1}{2}$ *digitorum.* Idem *oculare ſatisfacere obſervat objectivo utrinque convexo, cujus diameter* 8 *pedum, immo majori, cujus nempe diameter* 10 *pedum. Egregium prorſus teleſcopium haberi & quod ſiderum obſervationibus perquam idoneum ſit, monet, ſi eidem oculari jungatur vitrum objectivum* 12 *pedum vel utrinque convexum, vel plano-convexum. Enimvero cum nimis anguſta ſit area, quam iſtiusmodi teleſcopia uno obtutu ſpectandam exhibent, ſi ultra tres aut quatuor pedes extendantur, nunc quidem nullus eorum amplius eſt in obſervationibus Aſtronomicis uſus: nec ad objecta terreſtria ſpectanda adhibentur, niſi quæ* 4 *aut* ſ *digitorum longitudinem non excedunt. Et ad tam exigua teleſcopia* Hugenius (1) *commendat rationem ſemidiametri lentis objectivæ ad ſemidiametrum ocularis quadruplam, immo dupla non majorem.*

### COROLLARIUM 10.

345. Quoniam diſtantia lentis objectivæ & ocularis eſt differentia inter diſtantiam foci virtualis ocularis & diſtantiam foci objectivæ (§. 330); longitudo teleſcopii habetur, ſi illam ab hac ſubtrahas: nempe longitudo teleſcopii eſt differentia inter diametros lentium objectivæ & ocularis, ſi illa plano-convexa, hæc plano-concava (§. 160. 272); differentia inter ſemidiametros lentis objectivæ & ocularis, ſi illa utrinque convexa, hæc utrinque concava (§. 185. 277); differentia inter ſemidiametrum objectivæ & diametrum ocularis, ſi illa utrinque convexa, hæc plano-concava (§. 185. 272); differentia denique inter diametrum objectivæ & ſemidiametrum ocularis, ſi illa plano-convexa, hæc utrinque concava (§. 160. 277).

### SCHOLION 6.

346. *E. gr. Si lentis objectivæ utrinque convexæ diameter* 4 *pedum, ocularis utrinque concavæ diameter* $4\frac{1}{2}$ *digitorum; longitudo teleſcopii erit* 1 *pedis &* 8 *digitorum.*

### COROLLARIUM 11.

347. Quoniam denique per hoc teleſcopium objectum videtur magnum, clarum atque diſtinctum (§. 330); vicinum quoque apparere debet (§. 204. 293 *Optic.*).

### PROBLEMA 31.

348. *Teleſcopium Aſtronomicum conſtruere.*

### RESOLUTIO.

1. Tubo conſtructo (§. 327) inſeratur lens objectiva convexa, ſive plano-convexa, ſive utrinque convexa; modo ſit majoris ſphæræ ſegmentum.
2. Eidem inſeratur lens ocularis utrinque convexa, quæ ſit minoris ſphæræ ſegmentum, in diſtantia communi focorum.

Dico oculum prope focum lentis ocularis conſtitutum viſurum objectum diſtincte, ſitu everſo & auctum in ratione diſtantiæ foci lentis ocularis ad diſtantiam foci lentis objectivæ.



(1) Dioptr. prop. 49 p. 178.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam per teleſcopium objecta valde remota ſpectantur (§. 317), radii ab eodem puncto in lentem objectivam incidentes ſunt paralleli (§. 93 *Optic.*), conſequenter poſt lentem concurrunt (§. 158. 164. 176). Jam cum concurſus fiat in foco lentis ocularis, *per conſtruct.* iidem radii refractione in hac facta evadent paralleli (§. 195). Quamobrem cum oculis valentes atque presbytæ diſtincte videant objecta per radios parallelos (§. 93. 358. 359 *Optic.*); per teleſcopium ita diſpoſitum diſtincte vident objecta valde remota. *Quod erat unum.*

Tab. VII. Fig. 61. Sit jam focus communis lentium in F, fiatque AB = BF. Quia radiorum unus AC, qui a dextro objecti latere emanant, per A tranſire debet; erit radius CE axi AI parallelus (§. 195), adeoque a lente oculari per refractionem concurret in ejus foco G. Quare cum oculus prope eum conſtituatur, *per hypoth.* & omnes radii reliqui ab eodem puncto objecti egreſſi, ad quod pertinet radius EG, huic paralleli refringantur, *per modo demonſtrata*; punctum in latere dextro objecti videbitur in recta EG. Et eodem modo patet, punctum medium videri in axe GB. Objectum ergo ſitu everſo apparet. *Quod erat ſecundum.*

Conſtat vero ex hactenus demonſtratis, ſemidiametrum objecti per teleſcopium videri ſub angulo EGI, quæ nudo oculo in A, hoc eſt, quia objectum valde remotum ſupponitur, etiam in G ſub angulo *bAc*, ſeu BAC (§. 150 *Geom.*), ſpectatur. Fiat jam IF diſtantiæ foci IG æqualis. Quoniam anguli recti ad I æquales (§. 139 *Geom.*); erit EGF = EFI (§. 169 *Geom.*). Ducatur FM ipſi AC parallela: erit IFM = BAC (§. 222 *Geom*). Eſt igitur ſemidiameder nudo oculo viſa ad ſemidiametrum armato viſam ut IM ad IE. Ducatur KE ipſi FM parallela: erit IM : IE = IF : IK (§. 253 *Geom*). Sed ob lentium paralleliſmum CE = BI (§. 219. 215 *Geom.*) = BF + FI = AB + FI *per conſtruct.* & ob paralleliſmum rectarum CA & EK *per conſtruct.* CE = AK (§. 242 *Geom.*). Ergo BI = AK (§. 79 *Arithm.*), conſequenter AB = KI (§. 83 *Arithm.*). Quare IM : IE = IF : AB, hoc eſt, ſemidiameter nudo oculo viſa eſt ad ſemidiametrum armato viſam in ratione diſtantiæ foci lentis ocularis IF ad diſtantiam foci lentis objectivæ AB. *Quod erat tertium.*

*COROLLARIUM I.*

349. Quia teleſcopium Aſtronomicum ſitu everſo objecta exhibet (§. 348); ad contemplanda ſidera commode quidem eodem utimur (quæ an ſitu

ere-

erecto contemplemur, an inverſo parum intereſt), ſed non æque ad ſpectanda objecta terreſtria, quia ſitus everſus ſæpe non permittit, ut objectum agnoſcatur.

*COROLLARIUM 2.*

350. Quodſi inter lentem ocularem & ejus focum G ſpeculnm planum LN, ex metallo paratum probeque politum (§. 198 *Catoptr.*), longitudinis pollicaris, figuræ ovalis, ſub angulo ſemirecto ad axem inclinetur; radii EP & MQ ita reflectentur, ut in *g* concurrentes efficiant angulum ipſi PGQ æqualem. Eſt enim LPE = *g*PQ (§. 24 *Catoptr.*) = GPQ (§. 150 *Geom.*) & IQP = GQN (§. 150 *Geom.*) = *g*QN (§. 24 *Catopr.*), adeoque PQG = PQ*g* (§. 141 *Geom*), conſequenter PGQ = P*g*Q (§. 231 *Geom.*). Oculus itaque in *g* ejusdem magnitudinis objectum videt, quantæ ipſi apparet in G (§. 202 *Optic.*), ſitu tamen erecto (§. 71 *Catoptr.*). Addito igitur ſpeculo, teleſcopium ad ſpectanda objecta terreſtria commode adhibetur.

*SCHOLION 1.*

351. *Speculum metallicum eſſe debet, non vitreum, quia multiplex refractio in ſpeculis vitreis confuſionem parit* (§. 88 Catroptr.).

*COROLLARIUM 3.*

352. Quia focus vitri utrinque convexi ſemidiametri (§. 185), plano-convexi diametri intervallo a lente diſtat (§. 160. 167); ſi lens objectiva utrinque convexa, teleſcopium ſemidiametrum objecti amplificat in ratione ſemidiametri lentis ocularis ad ſemidiametrum lentis objectivæ; ſi vero lens objectiva plano-convexa, in ratione ſemidiametri lentis ocularis ad diametrum lentis objectivæ (§. 348).

*COROLLARIUM 4.*

353. Quare cum ſemidiameter lentis ocularis ad ſemidiametrum objectivæ majorem rationem habeat, quam ad ejus diametrum (§. 189 *Arithm.*); teleſcopium ſemidiametrum objecti magis amplificat, ſi lens objectiva fuerit plano-convexa, quam ſi utrinque convexa exiſtat (§. 190 *Arithm.*).

*COROLLARIUM 5.*

354. Ratio ſemidiametri lentis ocularis ad diametrum vel ſemidiametrum objectivæ eo minor, quo minoris ſphæræ ſegmentum fuerit vitrum oculare & quo majoris objectivum: teleſcopium itaque eo magis amplificat diametrum objecti, quo lens objectiva majoris, ocularis vero minoris ſphæræ ſegmentum fuerit.

*SCHOLION 2.*

355. *Neceſſe tamen eſt, ne ratio ſemidiametri lentis ocularis ad ſemidiametrum objectivæ ſit juſta minor: alias enim pauciores radios ab eodem objecti puncto ad oculum refringet, nec a diverſis punctis emanantes probe ſeparabit, ſicque viſio evadet obſcura & confuſa. Præterea hic quoque valent, quæ de teleſcopio* Batavo *ſchol.* 3 *&* 4 *probl.* 30 (§. 342.

(§. 342. 343) *monuimus.* Dechales (m) *obſervavit, lenti objectivæ* $2\frac{1}{4}$ *pedum convenire ocularem* $1\frac{1}{2}$ *digiti; lenti objectiva 8 imo 10 pedum ocularem 4 digitorum. Lenti objectivæ 8 pedum ocularem 4 digitorum junxit* Euſtachius de Divinis, *qui in elaborandis propria manu perſpicillis excelluit.* Hugenii *teleſcopium, quo veram Saturni faciem & unum e comitibus ipſius primus detexit, conſtat ex vitro objectivo 12 pedum & oculari paulo minori quam 3 digitorum: mox tamen ad eadem phænomena obſervanda uſus eſt teleſcopio 23 pedum, quod duo habebat vitra ocularia* $1\frac{1}{2}$ *digitum diametro æquantia juncta invicem, ut æquipollerent uni radios parallelos ad intervallum 3 circiter digitorum cogenti* (n). *Idem obſervavit* (o) *lenti objectivæ 30 pedum convenire ocularem* $3\frac{2}{10}$ *digitorum & tabulam ſequentem a nobis contractam pro teleſcopiis Aſtronomicis conſtruendis exhibet:*

| Foci diſtantia vitri objectivi. | Diameter aperturæ | Foci diſtantia vitri ocularis. | Amplific. ſec. diam. |
|---|---|---|---|
| Pedes Rhenani. | Decim. & cent. dig. | Dec.& centeſ. digit. | |
| 1 | 0.55 | 0.61 | 20 |
| 2 | 0.77 | 0.85 | 28 |
| 3 | 0.95 | 1.05 | 34 |
| 4 | 1.09 | 1.20 | 40 |
| 5 | 1.23 | 1.35 | 44 |
| 6 | 1.34 | 1.47 | 49 |
| 7 | 1.45 | 1.60 | 53 |
| 8 | 1.55 | 1.71 | 56 |
| 9 | 1.64 | 1.80 | 60 |
| 10 | 1.73 | 1.90 | 63 |
| 15 | 2.12 | 2.33 | 72 |
| 20 | 2.45 | 2.70 | 89 |
| 25 | 2.74 | 3.01 | 100 |
| 30 | 3.00 | 3.30 | 109 |
| 40 | 3.46 | 3.56 | 126 |
| 50 | 3.87 | 4.26 | 141 |
| 60 | 4.24 | 4.66 | 154 |
| 70 | 4.58 | 5.04 | 166 |
| 80 | 4.90 | 5.39 | 178 |
| 90 | 5.05 | 5.56 | 183 |
| 100 | 5.48 | 9.03 | 199 |

*Conſtruxit autem hanc tabulam per regulam ſequentem:* Foci diſtantia lentis exterioris, quem numerum pedum habebit, is numerus ducatur in 3000; facti radix erit diameter aperturæ quæſitæ in centeſimis pollicum (ſeu digitorum). Eadem ſi augeatur decima ſui parte dabit foci diſtantiam lentis ocularis iisdem centeſimis expreſſam. Apparentes vero rei viſæ latitudines ſunt ſicut diametri aperturarum. *Demonſtrationem vide apud inventorem* Hugenium.

## COROLLARIUM 6.

356. Si in duobus vel pluribus teleſcopiis eadem fuerit ratio lentis ocularis ad obiectivam; obiectum eodem modo amplificatur (§. 348).

## SCHOLION 3.

357. *Forte hinc concludent nonnulli, in elaborandis perſpicillis majoribus inanem operam ſumi. Enimvero probe tenendum ex ſcholiis ſuperioris*

(m) Dioptr. lib. 2. prop. 21. cor. 1. f. 699 Tom. 3 Mund. Mathem.
(n) Syſtem. Saturnin. p. 3 & 4.
(o) Dioptr. prop. 56 p. 211.

*perioris, quod lens ocularis ad objectivam majorem in ratione minore eſſe poſſit quam ad objectivam minorem.* E. gr. *In teleſcopio* Hugeniano 25 *pedum vitrum oculare eſt trium digitorum. Servata hac proportione, in teleſcopio* 50 *pedum idem foret* 6 *digitorum: ſed tabulæ inſpectio docet, ſufficere vitrum oculare* $4\frac{1}{2}$ *digitorum. Hinc vi ejusdem tabulæ teleſcopium pedum* 50 *amplificat in ratione* 1:141; *teleſcopium pedum* 25 *nonniſi in ratione* 1:100. *Negandum tamen non eſt, lentem objectivam minorem exacte elaboratam præferendam eſſe majori minus exacte elaboratæ. Cum enim illa non modo acutiorem lentem ocularem ferat, verum etiam aperturam majorem, radiosque ſatis accurate colligat; fieri ſane poteſt, ut teleſcopium minus, ſi non magis amplificet objectum, quam majus, idem tamen & clarius, & magis diſtinctum exhibeat: quod utrumque facit, ut rectius agnoſcatur. Sane non apparet, quid tandem* Hevelius (p) *prægrandi ſuo* 140 *pedum teleſcopio fuerit aſſecutus, cum non modo* Hugenius *teleſcopio* 23 *pedum veram Saturni figuram & ejus ſatellitum quartum; verum etiam* Caſſinus *teleſcopiis* 35, 40 & 70 *pedum reliquos Saturni Lunas aliaque phænomena detexerit* (q).

## COROLLARIUM 7.

358. Quia lentium diſtantia aggregato ex diſtantiis focorum lentis objectivæ & ocularis æqualis (§. 348), focus vero vitri utrinque convexi ſemidiametri (§. 185), plano-convexi diametri intervallo a lente diſtat (§. 160. 167); longitudo teleſcopii æquatur aggregato ſemidiametrorum lentium, ſi objectiva utrinque convexa; ſummæ ſemidiametri lentis ocularis & diametri objectivæ, ſi objectiva plano-convexa.

## SCHOLION 4.

359. *Quoniam ſemidiameter lentis ocularis reſpectu diametri vel ſemidiametri objectivæ admodum exigua* (§. 355); *longitudo teleſcopii ex diſtantia lentis objectivæ ordinarie cenſetur, hoc eſt, ex ejus diametro, ſi fuerit plano-convexa, ex eius ſemidiametro, ſi utrinque convexa. Ita dicimus teleſcopium* 12 *pedum, ſi lentis obiectivæ utrinque convexæ ſemidiameter* 12 *pedum, aut lentis plano-convexæ diameter itidem* 12 *pedum, ſemidiameter* 6 *pedum.*

## COROLLARIUM 9.

360. Cum myopes probe videant objecta vicina, per radios divergentes radiantia (§. 362 *Optic.*); lentem ocularem objectivæ propius admovere debent, ut radii per eam refracti fiant magis divergentes.

## SCHOLION 5.

361. *Ut maiorem campum uno obtutu comprehendere liceat, quidam lentem ocularem geminant, ita tamen ut prior ſit maioris ſphæræ ſegmentum quam poſterior. Neque tamen eadem ratione lentes oculares collocant. Quidam nimirum tubo Aſtronomico iuxta problema præſens constructo addunt lentem ocularem alteram acutiorem, ita ut intra focum prioris conſtituatur: alii contra lentem ocularem priorem ita collocant, ut ſit intra focum obiectivæ. Sed de his fuſius agere non attinet, quia tubi ex binis vitris ordinarie adhibentur.*



(p) Vide Machin. cœleſt. Tom. I. c. 21. f 403 & ſeqq.
(q) Vid. Dn. Hamel in Philoſ. Vet. & Nov. Tom. 5. Phyſ. part. 2. Tract. I. diſſ. 3. c. 9. p. m. 109 & ſeqq.

### SCHOLION 6.

362. *Illud tamen notatu dignum eſt, ſi duæ lentes immediate iungantur, ita ut una alteram contingat, focum ad duplam diſtantiam eius removeri, ad quam focus unius pertingit. Hinc & Hugenius, ut ſupra notatum eſt, loco vitri convexi ocularis unius duo adhibuit contingua & acutiora.*

### COROLLARIUM 9.

363. Quia tubus aſtronomicus objecta clara diſtincta & aucta exhibet (§. 348), ideo etiam vicina apparere debent.

### COROLLARIUM 10.

364. Cum objectum veluti ex foco objectivæ, ubi imago ejus conſiſtit, in lentem objectivam radiet; ſi in foco communi lentium objectivæ atque ocularis collocetur objectum aliquod, illud cum altero per tubum viſum eodem in loco apperere debet (§. 326 *Optic.*).

### SCHOLION 7.

365. *Non difficultate caret fulcrorum conſtructio, quibus tubi maiores imponendi, ne pandare poſſint, nec nimia difficultate huc illucve moveantur. Multum ea in re deſudavit* Hevelius (r), & P. Cherubin (s) *duplex excogitavit iſtiusmodi fulcrorum genus: quorum minus poſtea deſcribemus. Si enim lentes objectivæ fuerint maximarum ſphærarum ſegmenta; teleſcopia a tubi molimine liberari præſtat ex* Hugeniano *invento, paulo poſt diſtinctius exponendo. Quidam teleſcopia in brevitatem contrahere allaborarunt: quemadmodum ſequenti problemate docetur.*

### PROBLEMA 33.

366. *Teleſcopium Aſtronomicum contrahere, hoc eſt, tubum Aſtronomicum conſtruere, qui minoris ſit longitudinis communi, viſibilis tamen diametrum æque amplificet.*

### RESOLUTIO.

1. Tubo ductitio conſtructo (§. 327) inſeratur lens objectiva EG, mediocris ſphæræ ſegmentum. Tab. VII. Fig. 62.
2. Lens ocularis prima BD ſit utrinque concava & ita collocetur in tubo, ut focus objectivæ A ſit pone ipſam, centro tamen concavitatis G propior. Dico imaginem jam fore in Q, ita ut ſit GA : GI = AB : QI.
3. Denique lens ocularis altera utrinque convexa, ſphæræ minoris ſegmentum, ita collocetur, ut ejus focus ſit in Q.

Dico, hunc tubum magis amplificaturum diametrum objecti, quam ſi lens objectiva convexa ad eandem diſtantiam EQ imaginem exprimeret, conſequenter breviorem hac ratione conſtructum æquipollere longiori communi.

### DEMONSTRATIO.

Fiat NC : NB = 3 : 2, ut nempe NC ad NB habeat rationem refra-

(r) in Machina cœleſti Tom. I. c. 19, 20. 21. 22. f. 379 & ſeqq.
(s) Dioptrique Oculaire part. 3.

fractionis (§. 26); erit NC : BC = 3:1 (§. 83 *Arithm.*), conſequenter ſi fiat BC = GI = $a$ & AB = $d$, NC = $3a$, NA = $2a - d$: erit quoque NA : AB = AC : AF (§. 156). Quamobrem NA : AC = AB : AF (§. 164 *Arithm.*) & ideo (§. 181 *Arithm.*).

$$NA : NC = AB : FB$$
$$2a - d : 3a = d : \frac{3ad}{2a-d}$$

Quodſi eſſet $d = a$, tum foret FB = $3aa : a = 3a$. Sed quia $d < a$, nempe AB < GB *per conſtruct.* (ſupponimus enim GB = GI, quia craſſities lentis cenſetur parvitatis contemnendæ): erit FB < $3a$. Quare ſi fiat LI = $3a$, punctum L ultra F cadet, cumque ſit LG : LI = 2 : 3, hoc eſt, in ratione refractionis (§. 26); poſt alteram refractionem radius axi occurret in Q, ita ut ſit LF : FI = FG : FQ (§. 153), hoc eſt, LF : FG = FI : FQ (§. 164 *Arithm.*), & hinc (§. 181 *Arithm.*) LF : LG = FI : QI.

Eſt vero FL minor quam LG: ergo etiam FI, hoc eſt (neglecta craſſitie lentis BI) FB minor quam QI.

Patet adeo focum per lentem concavam removeri ex F in Q, atque adeo imaginem objecti in Q exiſtere. *Quod erat unum.*

Ponamus jam lentem aliquam convexam GE ad eandem diſtantiam QE imaginem objecti exprimere Q$m$, ita ut radius ab altero ejus extremo adveniens ſit E$m$, axem interſecans intra lentem E & incidenti in directum jacens (§. 233). Jam radius EH in ingreſſu in lentem concavam frangitur ad perpendiculum HC (§. 25) & hinc refractus HK ab axe EQ magis divergit, quam E$m$. Porro HK in egreſſu a perpendiculo KG refrangitur (§. 37), adeoque refractus KM ab axe magis divergit quam KH, conſequenter multo magis quam E$m$. Radii igitur KM & BQ majorem imaginem intercipient, quam H$m$ & DQ, conſequenter lens concava HD & convexa EG æquivalent lenti objectivæ, quæ majoris ſphæræ ſegmentum & imaginem ipſi QM æqualem ad majorem diſtantiam quam EQ exprimit. *Quod erat alterum.*

*Aliter.*

Vir ſummus, *Iſaacus Newtonus*(t) com-



(t) Optic. lib. 1. part. 1. prop. 7 & 8. p. 85.

compendioſam tuborum conſtructionem invenit.

1. Fiat tubus ABCD in AD apertus, in BC vero clauſus, intus nigerrimus, tantæ circiter longitudinis, quanta eſt foci a ſpeculo concavo EF diſtantia.

Tab. VII. Fig. 63.

2. Ad fundum BC aptetur ſpeculum metallicum concavum maximo, quo fieri poteſt, ſtudio politum, aut, ut objecta clariora exhibeantur, ſpeculum vitreum, ab anteriore ſui parte concavum, a poſteriori ex æquo convexum. Niſi enim ubique eandem habuerit craſſitiem, ſpecies objectorum coloratas & minus diſtinctas reflectit.

3. Ab altera tubi extremitate ad ejus fere medium deſcendat anſa ferrea HL, cui agglutinetur ſpeculum planum metallicum vel, quod melius eſt, priſma trigonum vitreum aut cryſtallinum G, cujus angulus ſuperior G rectus, reliqui duo ſemirecti. Facies in angulum G coëuntes debent eſſe quadratæ: tertii figura eſt parallelogrammum rectangulum. Ita autem collocari debet hoc priſma, ut radius a ſpeculo reflexus per mediam faciem GM tranſiens eam ſecet ad angulos rectos, ad rectangulum vero MN inclinetur ſub angulo ſemirecto, ea vero ſit illius a ſpeculo concavo EF diſtantia, ut radii reflexi $ac$ & $bd$ a concavo poſt alteram reflexionem in baſi priſmatis factam concurrant in $e$, hoc eſt, ut diſtantia foci $e$ a ſuperficie reflectente priſmatis & hujus a ſpeculo concavo diſtantia ſit diſtantiæ foci a ſpeculo concavo æqualis, vi eorum, quæ ſupr. (§. 349) demonſtrata ſunt.

4. In I ſit lenticula plano-convexa, cujus focus in $e$, ut radii reflexi oculum ingrediantur paralleli (§. 195).

5. Hæc denique lenticula tegatur lamella plumbea vel orichalcea, tenui foramine rotundo inſtructa, ut radii peregrini arceantur, confuſionem cauſaturi (§. 76 *Optic.*).

## *SCHOLION I.*

367. *Primum teleſcopii genus egregium eſt, modo lentes ſint ſatis accurate elaboratæ, quia lens concava, præſertim quæ minoris ſphæræ ſegmentum, radios valde diſpergit: unde & minus clarum, & confuſum apparere ſolet objectum, ſi lens objectiva non ſatis ſeparat radios ab eodem puncto venientes & cava nimium eosdem diſpergat.*

## *COROLLARIUM.*

368. Quia lens concava convexæ juncta magnam objecti imaginem in exigua diſtantia exprimit (§. 366); hoc artificium egregie conducit ad cameras obſcuras portatiles (§. 228).

*SCHO-*

## SCHOLION 2.

369. *Cum vir excelſi ingenii* Nevvtonus *de conſtructione teleſcopii ſui primum cogitaret, non tam de tubo contrahendo, quam de imperfectionibus tuborum ex refractione oriundis tollendis ſollicitus erat. Quoniam enim radios diverſæ refrangibilitatis eſſe primus repererat* (§.191 Opt.) ; *facile quoque videbat, fieri non poſſe, ut omnis aberratio radiorum avertatur, quantacunque cum cura lentes poliantur. In primo, quem conſtruxit, tubo ſpeculi cavi metallici ſemidiameter erat* $12\frac{2}{3}$ *digitorum, a quo adeo focus diſtabat* $6\frac{1}{2}$ *digitorum intervallo : lenticulæ ocularis diameter erat* $\frac{1}{6}$ *unius digiti, ut adeo diametrum objecti amplificaret in ratione* 1 *ad* 38 (u). *Deprehendit autem, objecta aliquanto obſcuriora exhiberi. Unde ſuaſit poſtea* (x), *ut vitrea ſpecula metallicis ſubſtituantur, nec quicquam amplius in hoc negotio deſiderari putat, quam ut ars vitra poliendi magis perficiatur, obſervavit enim, inæqualitates quaſdam, quæ lentibus objectivis non officiunt, ſpeculis tamen multum obeſſe ac impedire, quo minus objecta diſtincte cernantur. Prima inventi hujus idea ex* Jacobi Gregorii *Optica promota ipſi advenit, qui ſimile quid ante ipſum meditatus.*

## SCHOLION 3.

370. *Monet præterea* Nevvtonus (y), *ſi longitudo inſtrumenti ſit* 6 *pedum, adeoque ſemidiameter ſpeculi concavi pedum* 12 (§.206 Catoptr.), *aperturam in ſpeculo eſſe debere* 6 *unciarum, & rem objectam amplificari in ratione* 1 *ad* 200 *vel* 300. *Si longius breviusque fiat, aperturam eſſe debere ut cubum radicis quadrato-quadratæ longitudinis & amplificandi potentiam ut aperturam. Speculum fieri jubet uncia una aut duabus latius quam aperturam. Olim* (z) *pro conſtructione iſtiusmodi teleſcopiorum ſequentem exhibuit tabellam* :

| Semid. Speculi concavi. | Apertura. | Diameter vitri ocularis. | Semid. Speculi concavi. | Aperturæ. | Diameter vitri ocularis |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 ped. | 100 | 100 | 12 ped. | 645 | 186 |
| 2 | 168 | 119 | 16 | 800 | 200 |
| 4 | 283 | 141 | 20 | 946 | 221 |
| 6 | 338 | 157 | 24 | 1084 | 221 |
| 8 | 476 | 168 | 32 | 1345 | 238 |
| 10 | 562 | 178 | 40 | 1591 | 251 |

*Nullum tamen eſt dubium, quin eadem hic valeant, quæ ſuperius de ocularibus vitris ad objectiva rite proportionandis dicta ſunt.*

## PROBLEMA 34.

371. *Fulcrum conſtruere, quo teleſcopia* 15, 20 *aut* 25 *pedum ſuſtentari, commode ad objectum datum dirigi & in ſitu ſuo immota retineri poſſunt.*

## RESOLUTIO.

Placet nobis illud fulcri genus, quod R. P. *Cherubin* (a) invenit. En ejus conſtructionem. Tab. Fig. VII. 64.

1. Baſis fiat ex tribus partibus A, B, C in figuram trianguli firmiter inter ſe junctis: ut ex ſchemate ſatis patet.

 2. Ba-

(u) Philoſ. Transact. n. 81. p. 4004.
(x) Optic. l. c. p. 89. (y) loc. cit. p. 91. 92.
(z) Phil. Transact. n. 82. p. 40. 32.
(a) Dioptr. Oculaire part. 3. ſect. 9. c. 1. ſ. 271 & ſeqq.

2. Baſi infigatur columna lignea intus cava DE: cui

3. Immittatur virga ferrea dentata EF, cujus ope tubus elevari ac deprimi poteſt.

4. Hæc virga ex cavitate columnæ educenda & in eam reducenda ope manubrii G, cujus axis, ut in antlia pneumatica (§. 40 *Aërom.*) rotula dendata, ex altera figuræ parte latente, inſtructa.

5. Ne autem eadem ſua ſponte relabatur, pondere tubi preſſa, vel ope rotæ hamatæ, qualis in molis ſerrariis (§. 705 *Mechan.*) occurrit, atq; elateris, vel aliis artificiis mechanicis impediendum.

6. Fiat globus concavus ex ligno nuceo H tubulo TF affixus, & circa axem convertibilis, ut teleſcopium in omnem plagam dirigi poſſit.

7. Huic globo immittatur alius convexus, cui cochlea afferruminetur, ut tubi ſuſtentaculum ad eum aptari poſſit, ſitque concavus crena aliqua inſtructus, ut tubus ſub angulo quocunque ad horizontem facile inclinari queat: quod artificium cum in fulcris inſtrumentorum Geodæticorum obvium ſit, ut hic diſtinctius exponatur opus non eſt.

8. Suſtentaculum ML ex tribus partibus componatur, quarum media IK eſt quadrata intusque cava inſtar canalis, altitudine & latitudine 3 digitorum, longitudine duorum circiter pedum cum dimidio, ut teleſcopium in cavitate reponi poſſit. Duæ laterales MI & KL ex aſſere non nimis tenui paratæ, ne mediæ ſimiles pondus præter neceſſitatem augeant.

9. Ut tamen teleſcopium firmiter incumbat, non modo ſegmenta annularia lignea prope extremitates affigenda, ſed teleſcopium quoque in medio utriusque partis V & X alligandum.

10. Ut vero idem in ſitu ſuo retineri poſſit, haſtæ ferreæ NO ſuſtentaculo infigendo immittatur cubus orichalceus intus cavus Q, ut ſurſum deorſumque libere protrudi poſſit. Superficiei ſuperiori afferruminatus eſt axiculus rotundus per foramen in baſi inferiore cubi orichalcei alterius P trajiciendus, ut is circa hunc libere moveri poſſit.

11. Denique per cubum P trajiciatur regula lignea ER, mediantibus cochleis partim ad cubum Q, partim ad columnam ED parte ſui ſuperiore ferro obductam firmanda.

Ita nimirum teleſcopium elevari ac deprimi, in quamcunque plagam dirigi, ad horizontem quomodocunque inclinari & in omni ſuo

ſuo ſitu firmiter retineri facile poteſt: quæ ſingula ex ipſa ſtructura per ſe manifeſta ſunt. Neque quicquam amplius a tubi fulcro deſiderari poteſt.

### PROBLEMA 35.

372. *Teleſcopia longiora a tubi molimine liberare.*

### RESOLUTIO.

Egregii hujus problematis ſolutionem ſequentem dedit celeberrimus *Hugenius* (b):

Tab. VIII. Fig. 5. 1. Malus AB ejus fere longitudinis, quæ foret tubi, normaliter in terram defigatur & antequam erigatur, latus unum dolabra complanetur atque ibi regulæ binæ affigantur inter ſe parallelæ ac ſeſquipollice diſtantes, itaque canalem efficientes, interius paulo latiorem, qui a ſummo malo ad imum fere pertingat.

2. In cacumine mali imponatur orbiculus A circa axem mobilis & in eum funis G*g* ducatur dupla mali longitudine, craſſitudine minimi digiti dimidia, in ſe rediens & plumbum H pondere æquali adjectum habens, quantum eſt brachii mobilis cum lente impoſita, utque, ſi opus ſit, aſcendi poſſit, triangula lignea æqualibus ſpatiis defigantur, quæ in ſchemate omiſſa ſunt.

3. Aſſerculus bipedalis CD uno latere ita incidatur, ut intra canalem liberrime moveri queat.

4. Hujus medio affigatur brachium E ligneum, pedem unum a malo exſtans, in cujus extremo aliud ſeſquipedale F*f* media ſui parte ad angulos rectos conjungatur. Utrumque horizonti parallelum extendatur.

5. Lens objectiva includatur in cylindrum cavum IK, 4 digitos longum & ex bractea ferrea fabricatum.

6. Huic cylindro affigatur bacillus pedalis KL, digiti craſſitudine inſiſtens, globulo æneo M avellanæ magnitudine, qui in ſubjecto moduli ſui cavo liberrime volui poſſit. Cavum, uti fieri ſolet, ex duabus partibus conſtat, cochlea conſtringendis.

7. Ut lens æqualiter librata exigua vi moveri poſſit, pondus unius circiter libræ N ex filo æneo craſſiore ſemipedali NF ſuſpendatur, cujus flexu facile obtinetur, ut centrum commune gravitatis ejus & lentis coincidat cum centro ſphærulæ.

8. Bacillo KL infigatur ſtylus æneus L digiti longitudine & deorſum

(b) in Aſtroſcopia compendiaria.

ſum flexo, donec cuſpide ſua tantundem ac centrum globuli infra bacillum deſcendat, filum tenue bombycinum LV alligetur, quod adeo erit bacillo KL parallelum.

9. Lens ocularis O cylindro brevi includatur eique bacillus PV affigatur.

10. Infra eum appendatur pondus exiguum S, quantum opus eſt ad faciendum libramentum.

11. In Q ſit capulus R, qui axiculum tranſverſum ferat, manu obſervatoris apprehendendus & bacillus PV verſus lentem objectivam directus filo LV alligetur.

12. Filum per foramen V trajectum verticillo T circumvolvatur, qui medio bacillo infixus, ut ejus converſione longitudo fili contrahi producique poſſit, quantum opus fuerit.

13. Ut obſervator lentem ocularem immotam tenere poſſit, fulcrum X brachiis ſupponatur, cujus ſtructura ex inſpectione figuræ ſatis manifeſta. Ejus altitudo 4′9″.

14. Ut in tenebris ſtellæ teleſcopio facile reperiantur, laterna opus eſt, cujus conſtructionem ſupra docuimus (§. 200).

15. Denique ut lux quædam tenuis ab aëre ad oculum manans (c) excludatur, perforatus apponatur orbiculus Y, brachiolo mobili flexilique affixus.

## SCHOLION.

373. *Quanti fieri debeat præclarum hoc* Hugenii *inventum, non illi modo experiuntur, qui teleſcopiis majoribus ſidera contemplari animum inducunt; verum etiam a praxi alienus facile judicabit, qui ſpeculam* Hevelii (b) *regiis ſumtibus eum in finem exſtruendam conſideraverit.*

## PROBLEMA 36.

374. *Teleſcopium terreſtre conſtruere.*

## RESOLUTIO.

1. Tubo conſtructo (§. 327) inſeratur lens objectiva vel utrinque convexa, vel plano-convexa, quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum.
2. Eidem jungantur tres lentes oculares utrinque convexæ & æqualium ſphærarum ſegmenta, ita quidem ut binarum quarumcunque diſtantia ſit aggregatum ex diſtantiis focorum earundem.

Dico, oculum lenti ultimæ in diſtantia foci ejus admotum videre objectum diſtinctum, ſitu erecto & amplificatum in ratione diſtantiæ foci lentis unius ocularis LK ad diſtantiam foci objectivæ AB.

DE-

(c) Machin, cœleſt. Tom. I. c. 22 f. 419.

*DEMONSTRATIO.*

Cum per tubum objecta remota ſpectentur (§. 317), adeoque radii ab uno puncto emanantes in lentem objectivam paralleli incidant (§. 93 *Optic.*), in diſtantia foci principalis delineabitur objecti imago ſitu inverſo (§. 216). Quare cum hæc imago ſit in foco lentis ocularis primæ, *per conſtruct.* radii poſt refractionem alteram erunt paralleli (§. 195), qui in lentem tertiam incidentes poſt tertiam refractionem imaginem inverſam imaginis inverſæ, hoc eſt, erectam objecti in foco ejus formabunt (§. 216). Quoniam itaque hæc imago in foco lentis ocularis tertiæ exiſtit, *per conſtruct.* radii poſt quartam refractionem erunt paralleli. Oculus adeo objectum per radios parallelos videt: unde liquet ex demonſtrationibus anterioribus, quod idem diſtinctum videre debeat. *Quod erat unum.*

Quando imago inverſa in foco lentis oculo proximæ conſtituta in eam radiat, objectum ſitu inverſo apparet (§. 348) Ergo cum imago erecta ibidem conſtituta in eandem radiat, objectum ſitu erecto apparere debet. *Quod erat alterum.*

Tab. VII. Fig. 66. Quodſi IQ = IK, hoc eſt, diſtantia foci lentis objectivæ æqualis; oculus in M poſitus ſemidiametrum objecti amplificatam intuetur in ratione LM ad KI (§. 348). Jam radius AQ ex foco Q lentis objectivæ AB incidens poſt refractionem fit axi IL parallelus (§. 195), conſequenter a lente oculari prima CD unitur ſemidiametri intervallo cum axe in M (§. 185). Et cum in M etiam ſit focus lentis ocularis ſecundæ EF, *per conſtruct.* radius FH poſt refractionem erit axi NO parallelus (§. 195), adeoque ab oculari tertia cum axe unitur in P ad diſtantiam ſemidiametri PO (§. 185). Sunt vero ſemidiametri lentium GH & CD æquales, *per conſtruct.* Ergo PO = LM. Quare cum anguli recti ad O & L (§. 10) etiam ſint æquales nec minus HO = CL (§. 274. 276 *Geom.*); erit angulus OPH ipſi CML æqualis (§. 169 *Geom.*). Objecti adeo ſemidiameter tanta apparet in P, quanta videtur in M (§. 202 *Optic.*), conſequenter aucta cernitur in ratione LM vel PO ad KI. *Quod erat tertium.*

*COROLLARIUM I.*

375. Tubus adeo Aſtronomicus facile convertitur in terreſtrem, lentem ocularem triplicando, & terreſtris contra in Aſtronomicum abit, duas lentes oculares auferendo, eadem tamen manente potentia amplificandi.

### *COROLLARIUM* 2.

376. Quia diſtantia lentium ocularium exigua eſt, longitudo teleſcopii parum mutatur, ſi tribus ocularibus loco unius utaris.

### *COROLLARIUM* 3.

377. Patet autem ex conſtructione longitudinem teleſcopii haberi, ſi diametro lentis objectivæ plano-convexæ vel ſemidiametro utrinque convexæ addas quintuplum ſemidiametri lentium ocularium.

### *SCHOLION* 1.

378. Hugenius *primum invenit in tubo Aſtronomico non minus, quam in terreſtri multum conducere ad teleſcopii perfectionem, ſi eo in loco, ubi hæret imago in lentem oculo proximam radians, conſtituatur annulus vel ex ligno tornatus, vel ex lamina metallica confectus cum foramine paulo anguſtiore, quam eſt vitri ocularis latitudo* (d). *Ita nimirum colores arcentur viſionem diſtinctam turbaturi & tota area, quæ uno obtutu comprehenditur, termino ſuo circumſcribitur.*

### *SCHOLION* 2.

379. *Sunt equidem, qui tubos terreſtres ex tribus lentibus conſtruunt, objecta non minus erecta & amplificata exhibentes: ſed talia teleſcopia minus perfecta cenſeri debent, tum quia imagines coloribus inficiunt, tum quia eas circa marginem diſtorquent.*

### *SCHOLION* 3.

380. *Nonnulli quatuor & pluribus lentibus ocularibus utuntur. Sed cum in tranſitu per ſingulas lentes pars quædam radiorum intercipiatur, objecta non ſatis clara apparent. Sufficit itaque nobis optimum teleſcopii genus expoſuiſſe.*

### *PROBLEMA* 37.

381. *Aperturam lentis objectivæ in teleſcopio definire.*

### *RESOLUTIO.*

1. Ex charta compacta & nigredine infecta exſcindantur plures annuli, ita ut diameter minoris foraminis piſi majoris diametrum adæquet, diameter vero foraminum in reliquis continuo creſcat. Totius vero annuli diameter ſit latitudini vitri objectivi æqualis.
2. Teleſcopium interdiu verſus objectum aliquod procul diſtans, noctu verſus Lunam, planetam aliquem atque ſtellas fixas diverſæ magnitudinis dirigatur, & adhitis diverſis aperturis notetur, per quamnam objectum non modo clarum, ſed & maxime diſtinctum appareat.

Ita nimirum aperturam convenientisſimam deprehendes.

### *SCHOLION* 1.

382. *Quantum momenti ſitum ſit in apertura vitri objectivi conveniente, experientia clariſſime loquitur. Nec difficulter idem ratione aſſequi datur. Radii enim ab axe remotiores a loco aberrant, nec in eo colliguntur: unde*

(d) in Syſtemate Saturnino p. 82. conf. Dioptr. prop. 53 p. 195.

*unde objecti imago in retina ſit confuſa. Major vero aberratio eſt, quæ a diverſa radiorum refrangibilitate pendet. Radium enim unum per refractionem in plures diverſicolores diſpeſci, diverſos adeo angulos cum catheto refractionis efficientes, dudum obſervavit* Nevvtonus (§. 197 Optic.). *Atque ex his fundamentis* Hugenius *deduxit* (e), *conſtituta per experientiam apertura lentis objectivæ 30 pedum, eſſe ut 30 ad 3, hoc eſt, ut 10 ad 1 ita radicem ex diſtantia foci lentis cujuscunque per 30 multiplicata ad ejus aperturam, diſtantias vero focorum lentium ocularium eſſe aperturis proportionales.*

## SCHOLION 2.

383. *Quoniam interdiu oculus majori lumine occupatus minus vivide afficitur a debiliori, ut plures radii per tubum ad oculum pertingant, aut amplianda erit apertura, aut lente oculari, quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum, utendum. Sed ne aberratio radiorum,* Nevvtoniana *præſertim, viſioni diſtinctæ officiat; medelam poſteriorem afferre præſtat, quam priorem. Hinc interdiu lentem ocularem adhiberi conſultum eſt, cujus diameter ſit dupla diametri nocturnæ. Cum enim hac ratione imago interdiu in retina delineata ſit ſubdupla ejus, quæ noctu ibidem exhibetur* (§. 236) *claritatem quoque duplam hujus illa habebit* (§. 83 Optic.).

## SCHOLION 3.

384. *Illud quoque notatu dignum eſt, quod lentes objectivæ majorem aperturam admittant, ſi tubi intus denigrentur & eorum ductus annulis ligneis muniantur* (§. 327).

## SCHOLION 4.

385. *Cum tanta ſit lentis objectivæ obtegenda circa marginem neceſſitas; mirum ſane videri poterat, quod per lentes vitreas, quæ majorum ſphærarum ſegmenta exiſtunt, ſolitisque multo latiores ſunt, in ipſa luce meridiana, ſine ullo tubi molimine, objecta valde diſſita & per amplum ſpatium diffuſa clare atque diſtincte videri poſſint tam ſitu erecto, ſi intra focum & vitrum oculus conſtituatur, quam ſitu everſo, ſi ultra focum ſpectator conſiſtat. Etenim jam ante aliquot annos notatum eſt in Actis Eruditorum* (f), *me per tabulam vitream plano-convexam, cujus convexitatis diameter 30 pedum, longitudo duorum, latitudo unius cum dimidio exiſtebat, ad diſtantiam duorum milliarium Germanicorum in ipſa luce meridiana, ſine ullo tubi molimine, duobus oculis apertis ſine vitro oculari ædificia monti ſuperſtructa diſtinctiſſime vidiſſe. Nec credo ab hoc diverſum eſſe illuſtris* Tſchirnhuſii *inventum, quod ab ipſo celatum tantopere commendatur a celeberrimo* Fontenellio. *Eadem enim obſervavi per vitrum non ſatis exacte politum, quæ de ſua lente ſingulari ad illuſtrem Academiam Regiam Scientiarum perſcripſit* Tſchirnhuſius, *ut adeo ſecretum nullum ſit, quod hic ſubeſſe ſuſpicatur* Fontenellius.

## PROBLEMA 38.

386. *Rationem experimentaliter definire, quam habet diameter objecti nudo oculo viſi ad diametrum per teleſcopium viſi.*

## RESOLUTIO.

1. Dirigatur tubus verſus tectum alicujus domus & per eum oculus ſuperiorem tegularum ſeriem contueatur.
2. Oculus alter ſit apertus, ut eædem



(e) Dioptr. prop. 56. p. 205 & ſeqq.
(f) A. 1710. menſ. Octobr. p. 466. 467.

dem tegulæ quoque videantur nudo.

3. Teleſcopium tamdiu vertatur, donec unius tegulæ extremum per teleſcopium viſum incidat in extremum ejusdem nudo oculo viſum.

4. Numerentur tegulæ nudo oculo viſæ, quæ uni vel pluribus tegulis per teleſcopium conſpectis congruant.

Erit enim ut numerus prior ad poſteriorem ita diameter objecti oculo armato viſi ad diametrum nudo oculo viſi.

*SCHOLION 1.*

387. *Ne manu vacillante obſervatio irrita fiat, tubus fulcro cuidam firmo inniti debet. Oculus non minus immotus ſit neceſſe eſt.*

*SCHOLION 2.*

388. *Qua de tubis binoculis primum* Antonius Maria Schyrlæus de Reita *& poſt ipſum alii meditati ſunt: curioſitati magis, quam utilitati ſervire videntur. Unde non mirum, quod vir in hoc ſtudiorum genere præſtantiſſimus & de tuborum perfectione tantopere ſollicitus* Hugenius, *nullam eorum in ſuo de Dioptrica opere mentionem injiciat. Uno nimirum oculo ſatis bene diſtinguimus objecta, modo lens objectiva ſit exacte elaborata & aperturam habeat lentemque ocularem convenientem.*

## CAPUT VII.
## DE
# MICROSCOPIIS SEU ENGYSCOPIIS.

*DEFINITIO 31.*

389. *Microſcopium* ſeu *Engyſcopium* eſt inſtrumentum dioptricum, per quod objecta minuta valde aucta & diſtincte ſpectantur.

*SCHOLION.*

390. *Quando & a quonam microſcopia fuerint inventa, non liquet. Certe anno* 1618 *ea adhuc incognita fuiſſe, inde manifeſtum eſt, quod* Hieronymus Syrturus, *qui eo ipſo anno de origine & fabrica teleſcopiorum librum edidit, nullam eorum mentionem injicit.*

*DEFINITIO 32.*

391. *Microſcopium ſimplex* eſt, quod unica lenticula aut ſphærula conſtat.

*DEFINITIO 33.*

392. *Microſcopium compoſitum* eſt, quod ex pluribus lentibus conſtat.

*SCHOLION.*

393. *Microſcopia compoſita anno* 1621 *apud* Drebbelium *Batavum jam conſpecta eſſe eumque tum pro inventore habitum fuiſſe, autor*

*tor eſt* Hugenius (g). *Anno* 1646 *in libro Obſervationum hoc inventum ſibi arrogavit* Franciſcus Fontana, *Neapolitanus, quaſi in id jam anno* 1621 *incidiſſet. Cum tubus inverſus ſit microſcopium, haud difficilis fuit microſcopii compoſiti inventio. Sed caſu, non minus quam tubus, reperiri potuit.*

## *THEOREMA* 67.

Tab. VII. Fig. 67. 394 *Si objectum AB ponitur in foco lenticulæ convexæ microſcopii ſimplicis DE & oculus lenticulæ ab altera parte proxime admovetur; videbitis objectum diſtinctum, ſitu erecto atque auctum in ratione diſtantiæ foci ad eam diſtantiam, in qua collocanda ſunt objecta, quæ nudo oculo cernuntur diſtincte.*

## *DEMONSTRATIO.*

Quoniam objectum AB in foco lenticulæ convexæ DE collocatur, *per hypoth.* radii a ſingulis punctis emanantes poſt refractionem erunt inter ſe paralleli (§. 195). Oculus ergo valens objectum videre debet diſtincte, vi eorum, quæ de tubis demonſtrata ſunt (§. 230). *Quod erat primum.*

Porro cum radiorum unus AF a puncto A emanans poſt refractionem ſit incidenti parallelus, adeoque neglecta particula craſſitiei lenticulæ eidem in directum ſitus (§. 232), & idem eodem modo conſtet de aliquo radiorum ex puncto B in oculum delatorum; radii AF & BF, quibus reliqui ex iisdem punctis A & B emanantes ſunt paralleli, *per demonſtrata*, eodem modo oculum ingrediuntur, ac ſi lenticula removeretur. Sed lenticula remota, objectum apparet ſitu erecto, ut experientia conſtat. Ergo etiam per lenticulam ſitu erecto apparere debet. *Quod erat ſecundum.*

Ex demonſtratis autem ſimul manifeſtum eſt, objectum AB ſub eodem angulo AFB videri, ſub quo ab oculo nudo cerneretur. Quoniam tamen diſtinctum apparet, *per demonſtrata*; cum nudo oculo in eadem diſtantia videatur valde confuſum; perinde eſt, ac ſi objectum aliquod ad diſtantiam FH remotum videretur, in qua æque diſtincte ſub eodem angulo cernitur. Eſt ergo diameter objecti AB ad diametrum apparentem IK ut FC ad FH, hoc eſt, ut diſtantia foci lenticulæ ad eam diſtantiam, in qua collocandum eſt objectum aliquod, ut ab oculo nudo diſtincte videatur. *Quod erat tertium.*

## *SCHOLION* 1.

395. Hugenius (h) *aſſumit, objectum nudo oculo tum demum apparere diſtinctum, ſi* 8 *digitorum intervallo removeatur. Iterata obſervatione didici, ad* 5 *digitorum intervallum*



(g) in Dioptrica p. 221.
(h) in Dioptr. prop. 59 p. 222.

*lum me quidem legere poſſe ſcripturam eo charactere expreſſam, quo corollaria in his Elementis excuſa ſunt; ſed tamen nebulam quandam adhuc oculo obverſari, in diſtantia* 8 *digitorum prorſus evaneſcentem. Unde* Hugenio *aſſentior, quæ ab oculo valente (ego enim, quo hæc ſcribo tempore, neque in presbytarum, neque in myopum numero ſum) diſtincte videntur, 8 digitorum intervallo minimum diſtare debere. Atque hinc infertur:*

## *COROLLARIUM* 1.

396. Microſcopia ſimplicia amplificant diametrum objecti AB in ratione diſtantiæ foci FC ad 8 digitorum intervallum. E. gr. ſit ſemidiameter lenticulæ utrinque convexæ digiti dimidii, erit $AB : IK = \frac{1}{2} : 8 = 1 : 16$, hoc eſt, diameter objecti augetur in ratione ſedecupla.

## *COROLLARIUM* 2.

397. Cum diſtantia FH ſit conſtans, octo nimirum digitorum (§. 395); quo minor fuerit diſtantia foci FC, eo minorem ad FH rationem habebit (§. 187 *Arithm.*), conſequenter eo magis amplificabitur diameter objecti (§. 190 *Arithm.*).

## *COROLLARIUM* 3.

398. Quia in lenticulis plano-convexis diſtantia foci diametro (§. 160. 167), in utrinque convexis ſemidiametro æqualis (§. 185); microſcopia ſimplicia eo magis diametrum objecti amplificant, quo minoris fuerint ſphæræ ſegmentum (§. 395).

## *COROLLARIUM* 4.

399. Si diameter convexitatis in lenticula plano-convexa & utrinque convexa eadem fuerit, nempe $= 1$; erit diſtantia foci prioris 1, poſterioris $\frac{1}{2}$, conſequenter ſemidiameter objecti AB ad apparentem in caſu priore ut 1 ad 8, in poſteriore ut $\frac{1}{2}$ ad 8 (§. 396), hoc eſt, ut 1 ad 16. Diameter ergo objecti in caſu poſteriore duplo major, quam in priore. Lenticula itaque duplo magis eam amplificat, ſi fuerit plano-convexa, quam ſi utrinque convexa.

## *COROLLARIUM* 5.

400. Si Semidiameter convexitatis majoris in lenticula utrinque inæqualiter convexa fuerit $a$, ſemidiameter minoris $b$; erit foci diſtantia $2ab : [a+b]$ (§. 181). Cum adeo ſit ad diſtantiam foci lenticulæ utrinque æqualiter convexæ, cujus ſemidiameter $= a$, ut $2ab : (a+b)$ ad $a$ (§. 185), hoc eſt, ut $2ab$ ad $aa + ab$, ſitque $2ab < aa + ab$, ob $a > b$ *per hypoth.* diſtantia foci lenticulæ inæqualiter convexæ minor eſt diſtantia foci æqualiter convexæ, conſequenter illa magis objectum amplificat quam hæc (§. 397). Præſtat igitur convexitatem oculo obverſam ad minorem ſphæram pertinere, quam quæ objecto obvertitur.

## *SCHOLION* 2.

401. *Quoniam convexitas e ſphæra majore majorem aperturam admittit; ita ſimul clarius cernitur objectum, cum videatur per plures radios* (§. 384).

CO-

### COROLLARIUM 6.

402. Quia in lenticula aquea major eſt foci diſtantia, quam in vitrea, ſi nempe fuerint ſphærarum æqualium ſegmenta, (§. 185. 187); aquea objectum minus amplificat, quam vitrea (§. 397).

### COROLLARIUM 7.

Tab. VII. Fig. 67. 403. Quoniam myopes per radios divergentes diſtincte vident objecta (§. 362 *Optic.*), objectum AB propius lenticulæ admovere debent.

### SCHOLION 3.

*404. Si quis rationem expendit, cur microſcopia ſimplicia objectum amplificent; illi non mirum videbitur, quod per idem microſcopium idem objectum eodem in loco collocatum diverſimode auctum apparere poſſit, prout intentio fuerit illud in viciniore aut remotiore loco videndi: id quod facile experiri datur, ſi unus oculus ad microſcopium applicatus ad objectum, alter vero apertus in locum nunc remotiorem, nunc viciniorem dirigatur.*

### COROLLARIUM 8.

405. Cum radii intra angulum *b*F*a* comprehenſum magis a ſe invicem diſcedant, quo magis oculus a lenticula removetur; eo minorem objecti partem is uno obtutu comprehendit, quo longius a lenticula diſtat: unde conſultum eſt, oculum quam proxime eidem admoveri.

### SCHOLION 4.

*406. Ut objecta commode in diſtantia conveniente ad lenticulam admoveri & in ſuo ſitu immota detineri poſſint; varia excogitata ſunt microſcopiorum ſimplicium ſtructuræ, quarum præcipuas exponere libet.*

### PROBLEMA 38.

407. *Microſcopia ſimplicia conſtruere.*

### RESOLUTIO.

Ad uſum microſcopiorum ſimplicium commodam machinulam æneam variorumque inſtrumentorum apparatum invenit, *Johannes de Muſchenbræk*, artifex inſignis Batavus, Machinula inſtrumentorumque fabrica ex ſchematis, quod exhibemus, inſpectione ſatis obvia, ut magis ſingulorum uſum indicari, quam illam prolixis verbis deſcribi opus ſit.

1. Lenticulæ utrinque convexæ, diverſæ ſphæricitatis, ut diverſimode amplificent objecta (§. 397), ſuperimpoſitis utrinque annulis orichalceis, ne juſto major ſit apertura, capſulæ A ex nigro cornu tornatæ includuntur. Poſſunt tamen eædem capſulæ ex ebore, oſſibus lignoque duriori & rariori tornari. Capſula foramine pertuſa, ut ad machinulam aptari poſſit. Tab. VIII. Fig. 68.
2. Machinula ex orichalco confecta ope trium globorum B, C & D in omnem ſitum convenientem facile diſponitur & ope manubrii E commode manu tenetur.

3. In-

3. Inſtrumenta, quibus objecta debita ratione aptata, tubulo F inſiguntur, capſula vero A ſtylo GH. Ita nimirum ſtylum inſtrumenti, quod objectum ſuſtentat, verſus lenticulam protrudendo, vel retrahendo, machinulamque ope globulorum B, C & D huc illucque verſando, objectum in loco convenienti facile conſtituitur ibique immotum retinetur.

4. Stylo I agglutinantur objecta tenuia, plana & exigua, veluti inſecti alicujus ala vel foliolum floſculi.

5. Stylo acuto K inſiguntur objecta parva, non nimis lata, veluti caput aut pes muſcæ, pulex, pediculus, fruſtulum ligni.

6. Stylo bifurcato L agglutinantur objecta plana tenuia, oblonga, veluti faſciola chartæ, lintei, panni, folia arborum & plantarum, crines.

7. Stylo bifurcato M inſiguntur objecta oblonga & craſſiora, veluti inſecta, quæ uni ſtylo infixa ſe controquent, qualia ſunt erucæ, papiliones, inſecta craſſiora, qualia ſunt ſcarabæi, muſcæ.

8. Inſtrumento N applicantur tubuli vitrei capillares, liquoribus pleni, veluti ſi aquam pipere conditam, acetum, ſanguinem, lac contemplari libuerit.

9. Vaſculum O, quod beneficio cochleæ aperiri poteſt, ex ligno duriori tornatum continet duo vitra plana, non polita, annulo chartaceo interpoſito, ut animalcula viva, veluti pulices, culices, acari, pediculi &c. includi poſſint.

10. Diſco P imponuntur objecta, quæ reliquis inſtrumentis non commode aptantur, veluti granula arenæ, pulvis farinaceus, ſalia. Quodſi objectum non ſatis firmiter incumbit, malleolo ST in tubulo L defixo retinetur, parte quidem lata S, ſi objectum fuerit homogeneum, v. gr. filum, plumula, particula cuticulæ, parte vero acuta, ſi nullam ejus partem tegi conſultum ſit, veluti ſi alam inſecti, e. gr. muſcæ, papilionis, ſcarabæi, aut integrum quoddam folium plantæ vel arboris contemplari libuerit.

11. Fuſcinula R, ex lamina orichalcea elaſtica parata, objectis apprehendendis inſervit, quæ digitis apprehendi commode nequeunt.

*Aliter.*

1. Torno ex orichalco paretur tubulus cavus orichalceus AB, cujus ſuperficies exterior in cochleam efformatur, longitudinis pau- Tab. IX. Fig. 69.

paulo minoris, quam eſt diſtantia foci vitri utrinque convexi ad illuminandum objectum, mediante annulo cochlea inſtructo DE ad baſin ejus AC aptandi.

2. Fiat tubulus alius paulo amplior FG itidem ex orichalco, ad utrumque latus apertum, ut objectum microſcopio admoveri posſit.

3. Ejus baſi ſuperiori GH afferruminetur elater ex filo ferreo in ſpiram contorto I, ut objectum inter lamellas rotundas K & L eo, quem mox dicemus, modo collocatum & ope cochleæ BC lenti microſcopicæ decenter admotum in ſitu ſuo firmiter retineri queat.

4. Ad Baſin HG cochlea fœmina M inſtructam firmantur ſcutellæ N, cochlea mari O inſtructæ, in quibus lenticulæ diverſarum ſphæricitatum annulis orichalceis præmunitæ, ut juſta ſit apertura, reconduntur.

5. In P afferruminetur cochlea fœmina, ut ſtylus eburneus PQ, quo microſcopium commode tenetur, aptari posſit, mediante cochleola transverſim acta R in ſitu ſuo immotus retinendus.

6. In regula eburnea T excaventur foramina rotunda, ita ut intra ea circelli ex vitro Moſcovitico exciſi glutine aliquo firmari queant, quibus objecta exigua & pellucida præſertim, veluti minima inſecta, aut majorum alæ, partes cuticulæ, ſquamulæ piſcium &c. agglutinari posſint.

4. Quodſi inſecta includere volueris, vitrea lamella Y tecta, intra canaliculum quadratum ex orichalco confectum & foraminibus pertuſum X reponatur.

6. Regula iſta ſive ſolitaria, ſive canaliculo incluſa, inter lamellas rotundas K & L repoſita mediante cochlea AB lenticulæ admoveatur, donec objectum diſtincte conſpici posſit.

7. Quodſi objecta quædam alia tenuia, & oblonga, veluti linteum, cuticulam, alam inſecti majoris, e. gr. papilionis, crinem, filum contemplari volueris; regulæ loco utendum eſt inſtrumento V, cujus ſtructura ex ipſa figuræ inſpectione ſatis manifeſta.

Si quis ſumtibus parcat, idem microſcopium ex ligno parare poterit.

*Aliter.*

1. Lenticula utrinque convexa in capſula AC ex ligno vel oſſe tornata reponatur & mediante cochlea H ibidem firmetur. Tab. Fig. VII. 70.

2. Per pedunculum ligneum vel

(II.) O o oſſe-

oſſeum CD trajiciatur ſtylus æneus, cujus ſuperficiei aliqua pars in cochleam efformata, ut in quolibet ſitu mediante cochlea fœmina I firmiter detineri poſſit.

3. Stylus ſit in E tubulo exiguo inſtructus, cui diverſa inſtrumenta cum variis objectis ſuperius in apparatu Muſſchenbroekiano deſcripta immittere licet.

Ita nimirum varia objecta ad idem microſcopium commode applicari & in ſuo ſitu firmiter detineri poſſunt.

Quodſi eidem capſulæ varias lenticulas ſucceſſive indere libuerit, idem eodem modo efficies, quo in microſcopio præcedente.

*Aliter.*

Tab. VIII. Fig. 71. 1. Ex oſſe vel ligno tornetur tubulus AB

2. Ad baſin BC aptetur vitrum planum, cui objectum agglutinari debet, v. gr. pulex, vermiculus, ala inſecti, particula lintei, ſeminis granulum exiguum.

3 Ad baſin alteram AD in debita a vitro diſtantia applicetur lenticula utrinque convexa, cujus ſemidiameter dimidii circiter digiti.

4. Vitrum planum lumini ſolari, vel candelæ ardenti obvertatur.

Quodſi tubulus ductitius fiat, lenticulæ diverſarum ſphæricitatum, uti in microſcopio altero, applicari poſſunt. Solet autem hoc *microſcopium* vulgo appellari *pulicare*, & loco lenticulæ adhiberi poteſt nodulus convexus ex vitro potorio nodoſo confracto.

*THEOREMA 68.*

408. *Si objectum AB fuerit poſitum in foco ſphærulæ vitreæ F & oculus poſt eam, e. gr. in foco G conſtitutus; objectum videtur diſtincte & ſitu erecto, auctum quoad diametrum in ratione* $\frac{3}{4}$ *diametri EI ad eam diſtantiam, in qua collocanda ſunt objecta, quæ nudo oculo diſtincte videntur.* Tab. VII. Fig. 72.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam objectum AB in foco ſphærulæ F collocatur, *per hypoth.* radii poſt reflexionem ſunt paralleli (§. 195). Oculus ergo ſanus objectum videre debet diſtincte, vi eorum, quæ de tubis demonſtrata ſunt (§. 230). *Quod erat primum.*

Porro quia oculus in foco radiorum parallelorum, conſtitutus, *per hypoth.* radius AL, qui poſt duplicem refractionem a puncto A ad oculum pertingit, axi FG parallelus eſt. Cum adeo ſit HG = GI (§. 87); angulus DGI duplus anguli DHI (§. 298 *Geom.*) & HG = FE = AL (quia diſtantia rectarum AL & FE exigua). Quare cum AL ipſi GH, ſeu FH parallela *per demonſtra-*

*ſtrata*; erit AG ipſi LH parallela (§. 242 *Geom.*), adeoque DHI = AGI (§. 222 *Geom.*), conſequenter DGI duplus anguli AGI, *per demonſtr.* Et quoniam EC = CI (§. 18 *Geom.*) & EF = IG *per hypoth.* adeoque GC = CF (§. 80 *Arithm.*), angulus ACF duplus eſt anguli AGF (§. 298 *Geom.*) & hinc ipſi DGI æqualis (§. 169 *Geom.*). Videtur ergo ſemidiameter objecti AF ſub angulo ACF: unde ex iis, quæ ad propos. 67 demonſtrata ſunt, patet eſſe diametrum veram ad apparentem in ratione CF, hoc eſt $\frac{3}{4}$ diametri EI (§. 174), ad diſtantiam, in qua collocanda ſunt objecta, quæ oculus nudus diſtincte cernit. *Quod erat alterum.*

## COROLLARIUM I.

409. Qui valet oculis, objectum diſtincte non cernet, niſi 8 digitorum intervallo diſtet (§. 395); amplificant ergo ſphærulæ vitreæ diametrum objecti in ratione $\frac{3}{4}$ diametri ad intervallum 8 digitorum.

## SCHOLION I.

410. *Sit e. gr. diameter ſphærulæ EI* $\frac{1}{10}$ *unius digiti, erit CE* $= \frac{1}{20}$ *&* $FE = \frac{1}{40}$, *adeoque* $FC = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} = \frac{3}{40}$, *conſequenter diameter objecti vera ad apparentem in ratione* $\frac{3}{40}$ *ad* 8, *hoc eſt*, 3 *ad* 320 *ſeu* 1 *ad* 103 *fere.*

## COROLLARIUM 2.

411. Lenticula utrinque convexa auget diametrum in ratione ſemidiametri ad intervallum 8 digitorum (§. 396). Quare cum $\frac{1}{2}$ ad 8 minorem rationem habeat quam $\frac{3}{4}$ (§. 187 *Arithm.*), ſi lenticula & ſphærula eandem diametrum habuerint, erit diameter objecti per lenticulam viſa major, quam per ſphærulam viſa (§. 190 *Arithm.*), ſeu lenticula magis amplificat objectum quam ſphærula.

## COROLLARIUM 3.

412. Quia diſtantia foci FE in ſphærula aquea $\frac{1}{2}$ EI (§. 175), adeoque CF = EI; diameter objecti per eam viſa amplificatur in ratione EI ad intervallum 8 digitorum (§. 408). Quare cum aquea ejusdem diametri eundem amplificet in ratione $\frac{3}{4}$ EI ad intervallum idem 8 digitorum (§. *cit.*); eodem quo ante modo patet, ſphærulam aqueam minus amplificare objectum quam vitream.

## SCHOLION 2.

413. *Sit e. gr. diameter ſphærulæ aqueæ EI* $\frac{1}{10}$ *unius digiti, erit FC itidem* $\frac{1}{10}$, *adeoque diameter objecti vera ad apparentem in ratione* $\frac{1}{10}$ *ad* 8, *hoc eſt*, 1 *ad* 80. *Sed ſi vitrea foret, illa ad hanc haberet rationem* 1 *ad* 103 (§. 410).

## COROLLARIUM 4.

414. Nec abſimili modo colligitur, ſphærulam minorem magis amplificare objectum, quam majorem.

### *PROBLEMA 39.*

415. *Sphærulas vitreas quantumlibet exiguas conficere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Vitri puri fruſtulum valde exiguum, quod filo ferreo tenuiſſimo madefactum adhæret, ad imam cerei flammam cœruleam aut, quod omnium optimum, ad flammam ſpiritus vini accenſi admoveatur, ne nigredine inficiatur.
2. Ibi cum ſtatim liquefiat & in guttulam rotundam abeat, guttula a flamma removeatur, quæ ex templo fluiditatem amittet.
3. Lamella orichalcea admodum tenuis complicata perforetur & foramina perquam exigua lævigentur, ne ulla in peripheriis eorum ſcabrities ſuperſit, quæ ulterius ad tollendum fulgorem fuligine inficere juvat.
Tab. VIII. Fig. 73. 4. Sphærulam filo adhærentem intra lamellas O ad foramina apta, ut ex figuræ inſpectione ſatis liquet.

### *COROLLARIUM.*

416. Quoniam ſphærulæ longe minores fieri poſſunt, quam lenticulæ; ex iis microſcopia omnium præſtantiſſima componuntur, quæ nempe omnium maxime amplificant objectum.

### *SCHOLION.*

417. *Ponamus enim diametrum ſphærulæ eſſe* $\frac{1}{16}$ *unius digiti, erit diſtantia foci* $\frac{1}{64}$, *adeoque diameter vera ad apparentem ut* $\frac{1}{32} + \frac{1}{64}$, *hoc eſt ut* $\frac{3}{64}$ *ad* 8, *ſeu ut* 3 *ad* 512, *vel denique ut* 1 *ad* 170 *fere. Superficies ergo amplificabitur in ratione* 1 *ad* 28900 (§. 386 Geom.) & *ipſum corpus in ratione* 1 *ad* 4913000 (§. 516. 517 Geom.); *quod ſane inſigne eſt augmentum.*

### *PROBLEMA 40.*

418. *Microſcopia ex ſphærulis vitreis componere.*

### *RESOLUTIO.*

Perquam commoda ſunt Microſcopia *Johannis de Muſſchenbroek*, quæ adeo primo loco deſcribere libet.

1. Lamina plana AB ornatus gratia circa marginem exciſa tubulo extus quadrato, intus cavo CD ita jungatur mediante clavo B, ut tubulus ope cochleæ E propius ad eam admoveri & ab ea rurſus removeri poſſit. Tab. VIII. Fig. 73.
2. Quare ut in eodem ſitu firmiter detineatur tubulus CD, beneficio ejusdem clavi B inter eum & laminam AB aptetur lamina elaſtica ex chalybe parata, qualis eſt altera FG in uſum alium lateri ejusdem tubuli annexa, ut nempe beneficio cochleæ L lateraliter protruſus tubulus CD in ſitu ſuo firmiter perſiſtat.
3. Laminæ AB afferruminetur tubulus I cum brachiolo mobili IK, cui

4. La-

4. Lamella orichalcea cum geminis limbulis *ab* fruſto cornu nigricantis in modum hemiſphærii excavato & foramine pertuſo MN utrinque affixa infigatur ut

5. Sphærula microſcopica intra binas lamellas O debite concluſa in limbos *ab* immitti & ad objectum adduci poſſit.

6. Per tubulum CD trajiciatur alius capulo P ex cornu nigricante confecto infixus, cui omnes ſtyli ſuperius (§. 407) deſcripti & Tab. VIII. Fig 68 delineati immitti poſſunt cum ſuis objectis.

7. Ope hujus ſtyli objectum attollatur & deprimatur, ope cochleæ L lateraliter ad lenticulam promoveatur, ope denique cochleæ E ad eandem admoveatur, donec oculo in Q applicato diſtincte cernatur.

8. Denique ut lumen peregrinum arceatur, machinamentum S in modum ciſtulæ ex orichalco effictum cum lamella variis foraminulis pertuſa & circa clavum V mobili limbulis *ab* lamellæ corneæ ſubſtantiæ MN affixæ immittatur.

9. Et ut fluida accuratius contemplari liceat, inſtrumento X inſeratur fruſtulum vitri Moſcowitici & uncello firmetur, eique guttula affundatur, a microſcopio avertenda, ne ſphærulæ ſuperficies ſordibus inficiatur & pelluciditatem amittat.

10. Similiter vitrum Moſcowiticum agglutinari poteſt circello Z, recepturum objecta exigua pellucida,

*Aliter.*

Elegans quoque eſt microſcopii ſtructura, quod manu Viri plurimum reverendi & Matheſeos apprime periti *Godofredi Teuberi* manu elaboratum dono ipſius poſſideo. Ecce tibi eam: Tab. X. Fig. 74.

1. Ex orichalco parentur duæ lamellæ fere rotundæ AB & CD, quarum una AB ſtylo eburneo BE firmiter affixa, altera CD mediantibus apicibus D eidem infigi & cochlea F cum rotula G circa eundem axem mobili per foramen H trajecta alteri, quantum ſufficit, admoveri poteſt.

2. In I aptetur ſphærula exigua ex vitro confecta (§. 415).

3. Superficiei interiori ejusdem lamellæ AB affigatur lamina elaſtica M, ut objectum in ſitu convenienti immotum detineri poſſit.

4. Alterius vero lamellæ ſuperficiei externæ affigatur orbiculus K variis foraminibus pertuſus & circa axiculum fixum mobilis, ut per foramen in lamella CD e

 regio-

regione ſphærulæ effectum nunc major, nunc minor luminis quantitas ad illuminandum objectum immitti queat.

5. Denique objecta, veluti inſecta exigua, alæ majorum, lintea, fila, membranulæ &c. agglutinentur, vel ſola ſaliva madefacta, orbi culo vitreo ex altera parte polito, ex altera ſaltem lævigato, &

6. Orbiculo cum objectis inter binas lamellas interjecto, ita ut ſphærulæ reſpondeat objectum, & oculo ad ſphærulam L applicato, ope rotulæ G cochleæ F affixæ objectum in ſitum convenientem diſponatur, tamdiu ſcilicet ſphærulæ admovendum, vel iterum ab eadem removendum, donec ſatis diſtincte cernatur.

## SCHOLION.

419. *Qui ſtructuras microſcopiorum ſimplicium ex lenticulis conſtantium conſideraverit paulo attentius; haud difficulter plures ſtructuras ex ſphærulis conficiendorum ipſemet comminiſcetur: ut adeo mihi ſufficiat eorum præcipua delineaſſe, quæ in meorum inſtrumentorum apparatu habentur.*

## PROBLEMA 41.

420. *Microſcopium aqueum conficere.*

## RESOLUTIO.

Tab. VIII. Fig. 75.

1. Ex lamina orichalcea, cujus ſpiſſitudo $\frac{1}{12}$ circiter digiti adæquat, paretur orbiculus AB cum ſtylo longiore BD capulo corneo, ligneo, vel oſſeo E infigendo.

2. In facie orbiculi antica paulo ultra dimidiam ejus ſpiſſitudinem excavetur ſegmentum ſphæricum, cujus latitudo $\frac{1}{8}$ circiter digiti.

3. In facie poſtica fiat cavitas alia ſphærica, cujus latitudo nonniſi $\frac{1}{16}$ unius digiti, dimidia nempe prioris.

4. In contactu cavitatum ſphæricarum fiat exiguum foraminulum rotundum, cujus diameter $\frac{1}{30}$ unius digiti non excedit.

5. Guttula aquea ope aciculæ complanatæ aut per exiguum tubulum immittatur, quæ in foraminulo ſphærulæ figuram exactam aſſumet.

6. Ut objecta ope omnis generis ſtylorum in apparatu microſcopii *Muſſchenbrœkiani* ſuperius (§. 407) deſcriptorum ad focum ſphærulæ decenter applicari & in ſitu ſuo immota detineri poſſint; brachium IFG cum tubulo K, qui ſtylos cum objectis recipit, in G affigatur, ope juncturarum I & F quaqua verſum mobile & ope cochleæ L ac rotulæ M laminæque chalybeæ elaſticæ H ad ſphærulam adducendum ac quovis in ſitu firmiter retinendum.

*SCHO-*

## SCHOLION 1.

421. *Sphærulas aqueas in uſum microſcopii primus adhibuit in Anglia* Stephanus Gray (i). *Qui idem auctor eſt, guttulam fluidi, cui animalcula innatent, ſimili foramini immiſſam ad candelæ aut lunæ plenæ lumen ſine ullo microſcopio adhibito animalculum mirifice auctum exhibere, quia nempe radii a ſuperficie guttulæ interiori anterioris hemiſphærii ita reflectuntur, ut ſub eodem angulo in ſuperficiem hemiſpherii poſterioris, cui oculus applicatur, incidant, ac ſi ex foco ſphærulæ emanaſſent. Unde eodem modo ad oculum propagantur, ac ſi objectum extra ſphærulam in ejus foco conſtitueretur. Structuram tamen* Grayianam *microſcopii aquei immutare libuit, quia ea, quam expoſuimus, in reliquis quoque microſcopiis ſimplicibus, ſive ex ſphærulis, ſive ex lenticulis vitreis componendis perquam commoda exiſtit. Cæterum me non monente apparet; ſphærulam aqueam in ſuperioribus quoque microſcopiis omnibus adhiberi poſſe.*

## SCHOLION 2.

Tab. VIII. Fig. 76. 422. *Solent etiam ſphærulæ vitreæ cavæ C, quarum diameter dimidii circiter digiti, ſpiritu vini repleri & microſcopii loco adhiberi: ſed objecta non adeo multum amplificant.*

## PROBLEMA 42.

Tab. X. Fig. 77. 423. *Microſcopium ex duabus lentibus componere.*

## RESOLUTIO.

1. Lenticula objectiva vel plano-convexa, vel utrinque convexa DE ſit minimæ ſphæræ ſegmentum, habeatque objectum AB extra focum F poſitum.
2. Lens ocularis GH utrinque convexa ſit majoris, non tamen nimis magnæ, ſphæræ ſegmentum & ita collocetur poſt objectum, utſi fiat CF : CL = CL : CK, in K ſit focus lentis ocularis.
3. Denique fiat LK : LM = LM : LI.

Dico, ſi O fuerit locus, ubi objectum nudo oculo diſtincte videtur, oculum in I conſtitutum viſurum objectum AB diſtincte, ſitu inverſo atque auctum in ratione compoſita MK ad LK & LC ad CO.

## DEMONSTRATIO.

Quoniam CF:CL = CL:CK *per hypoth.* erit CF : FL = CL : LK (§. 183 *Arithm.*), adeoque radii ex puncto C emanantes in K uniuntur (§. 206. 209), conſequenter imago objecti ſitu inverſo ibi delineatur (§. 216). Eſt vero in K focus principalis lentis ocularis GH (*per hypoth.* radii ego ad ſingula objecti puncta pertinentes ad oculum remittuntur paralleli (§. 195). Unde ex iis, quæ de tubis demonſtrata ſunt (§. 230), liquet objectum videri diſtincte. *Quod erat unum.*

Quia radiorum a puncto B emanantium unus poſt refractionem incidenti ad ſenſum in directum jacet (§. 235); ſit radius iſte GB ſeu GL. Unietur ergo poſt refractionem

(i) Philoſoph. Transact. n. 221. p. 281. n. 223. p. 353.

nem in lente oculari GH factam in puncto I, ita ut ſit LK : LM = LM : LI (§. 209). Sed ibi collocatur oculus *per hypoth.* Ergo punctum B videtur per radium GI. Quare cum C videatur per radium IC; objectum ſitu inverſo apparet. *Quod erat ſecundum.*

Hinc vero ulterius patet, ſemidiametrum objecti CB videri ſub angulo GIM, quæ *per hypoth.* in O ſub angulo COB vel AOC diſtincte cerneretur. Quodſi ergo NI ducatur ipſi AO parallela; erit angulus NIM ipſi AOC æqualis (§. 222 *Geom.*), adeoque ducta GM ad IM perpendiculari ſemidiameter objecti vera ad apparentem ut NM ad GM (§. *Optic.*), hoc eſt, ſumtis GI & IN ad ſenſum æqualibus pro ſinu toto, ut ſinus anguli NIM ſeu COB ad ſinum anguli GIL (§. 2 *Trigon.*), conſequenter in ratione compoſita ſinus anguli COB ad ſinum anguli GLI & ſinus anguli GLI ad ſinum anguli GIL (§. 148. 170 *Arithm.*). Sed ſinus anguli GLI ad ſinum anguli GIL ut GI ad GL (§. 33 *Trigon.*), hoc eſt, quia GI & IM, itemque GL & LM ad ſenſum æquales ſunt, ut IM ad LM, & ſinus anguli COB ad ſinum anguli GLI ſeu CLB (§. 150 *Geom.*) vel BLO (§. 33 *Trigon.*) ut BL ad BO (§. 33 *Trigon.*), hoc eſt, quia BL & CL, itemque BO & CO, ob exiguam objecti ſemidiametrum CB, ad ſenſum æquales, ut CL ad CO. Ergo ſemidiameter vera ad apparentem in ratione compoſita IM ad LM & LC ad CO, hoc eſt, ob LK : LM = LM : LI *per demonſtrata*, adeoque KM : LK = IM : LM (§. 133 *Arithm.*), in ratione compoſita KM ad LK & LC ad CO. *Quod erat tertium.*

Si objectum longe ultra focum diſtat, imago ejus paulo ultra eundem a lente removetur (§. 215). Quare ſi objectum foco ſit vicinum, imago ejus ultra focum principalem longius diſtabit (§. 36). In eadem vero objecti a foco principali remotioris diſtantia imago intervallo minore poſt lentem delineatur, ſi ea ſegmentum ſphæræ minoris fuerit, quam ubi majoris ſegmentum extiterit (§. 206): ergo imago foco vicini in eadem diſtantia intervallo majore poſt lentem delineatur, ſi ea ſegmentum ſphæræ minoris fuerit. Unde manifeſtum eſt, rationem KM ad LK fore minorem in illo caſu (§. 187 *Arithm.*), conſequenter cæteris manentibus iisdem etiam compoſitam ex KM ad LK & LC ad CO minorem eſſe in iſto caſu, quam ſi lenticula objectiva ſphæræ majoris ſegmentum fuerit. Præſtat adeo lenticulam objectivam valde exiguæ ſphæ-

ſphæræ ſegmentum eſſe. *Quod erat quartum.*

Denique ſi lens ocularis GH parvæ fuerit ſphæræ ſegmentum, ratio ipſius KM ad LK, minor eſt, quam ſi magnæ ſegmentum extiterit (§.178 *Arithm.*), conſequenter cæteris manentibus iisdem in eodem caſu compoſitam quoque ex KM ad LK & LC ad CO minorem eſſe (§.148. 171). Objectum adeo magis amplificatur, ſi lens ocularis GH exiguæ fuerit ſphæræ ſegmentum, *per demonſtrata*. Quoniam tamen lens, quæ eſt ſegmentum ſphæræ majoris, majorem imaginis partem ſubtendit, quam quæ ſegmentum minoris exiſtit, in illo caſu major campus uni obtutui patet, quam in altero. Præſtat igitur lentem ocularem GH eſſe ſegmentum ſphæræ nec nimis magnæ, nec nimis parvæ. *Quod erat quintum.*

### *COROLLARIUM* I.

424. Quo magis objectum per microſcopium amplificatur, eo minor ejus pars uno obtutu comprehenditur.

### *COROLLARIUM* 2.

425. Eidem lenti oculari jungi poſſunt ſucceſſive diverſarum ſphæricitatum lenticulæ objectivæ, ut & objecta integra, ſed minus amplificata, & ejus partes ſigillatim tantum, ſed multum auctas per idem microſcopium contemplari liceat: quo in caſu ob diverſam imaginis diſtantiam LK tubum ductitium eſſe oportet, cui lentes immittuntur.

### *SCHOLION* I.

426. *Commendatur ratio ſubdupla, itemque ſubſeſquiſexta lentis objectivæ ad ocularem. Semidiametrum convexitatis in objectiva ad ſummum eſſe jubet* Dechales (k) *digiti dimidii aut $\frac{1}{3}$ ejus; in oculari digiti integri, vel unius cum dimidio. Alii tamen vitrum objectivum trium digitorum, oculare digitorum ſex admittunt.* R. P. Cherubin (l) *vitri objectivi ſemidiametrum facit $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ aut $\frac{1}{2}$ digiti; ſemidiametrum vero vitri ocularis $1\frac{3}{4}$, vel $1\frac{1}{2}$ digiti.*

### *COROLLARIUM* 3.

427. Quoniam per ea, quæ ad problema 33 (§.366) demonſtrata ſunt, diſtantia imaginis LK a lente objectiva DE major eſt, ſi lenti objectivæ ante focum ejus jungatur utrinque concava; ex demonſtratione propoſitionis præſentis colligitur, objectum magis amplificari, ſi inter lenticulam objectivam DE & ocularem GH concava dicta ratione ponatur. Tab. X. Fig. 77.

### *SCHOLION* 2.

428. *Præſtantiam hujus microſcopii prædicat* Cl. Johannes Michael Conradi (m), *uſus lente*

(II.) P p

(k) Dioptr. lib. 2. prop. 58. f. 720 Tom. 3 Mund. Math.
(l) Dioptr. Oculaire part. 3. c. 3 f. 217.
(m) im dreyfach gearteten Sehe-Strahle part. 3. c. 3 §. 78. p. 109.

*lente objectiva utrinque convexa, cujus ſemidiameter 2 digitorum, apertura grano ſinapi æqualis; lente utrinque concava 12, ad ſummum 16 digitorum, & lente oculari utrinque convexa 6 digitorum.*

## *COROLLARIUM 4.*

429. Cum imago ad majorem diſtantiam projiciatur, quo propius lenticulæ objectivæ jungitur alia majoris ſphæræ ſegmentum (id quod facillime non modo experiri, verum etiam ex ſuperioribus principiis demonſtrare licet); ex tribus lentibus microſcopium componere licet, quod inſigniter amplificet objecta.

## *COROLLARIUM 5.*

430. Ex demonſtratione propoſitionis præſentis liquet, objectum magis amplificari, ſi lens ocularis fuerit minoris ſphæræ ſegmentum, ſed campum viſionis majorem eſſe, ſi eadem majoris ſphæræ ſegmentum extiterit (§. 423). Quodſi itaque duæ lentes oculares, quorum altera majoris, altera minoris ſphæræ ſegmentum, ita combinentur, ut per eas objectum valde vicinum, hoc eſt, non ultra focum primæ diſtans, videatur admodum diſtincte, & ſic combinatæ jungantur lenticulæ objectivæ; objectum & valde auctum videbitur, & major erit campus viſionis, quam ſi unica lente oculari utaris.

## *COROLLARIUM 6.*

431. Magis adhuc amplificabitur objectum & major ſimul haberi poterit campus viſionis, ſi & lens objectiva, & ocularis geminetur (§. 429. 430).

## *SCHOLION 3.*

432. *Quoniam tamen objectum videtur obſcurum, ſi lentes plures adhibeantur, quia pars aliqua radiorum in tranſitu per ſingulas lentes reflectitur; lentium multiplicatio probari nequit. Unde præſtantiſſimum inter compoſita habetur, quod ex una lenticula objectiva & duabus ocularibus* juxta Cor. 5 (§. 430) *componitur.*

## *SCHOLION 4.*

433. Dechales (n) *pro microſcopio ex tribus lentibus componendo commendat lentem objectivam* $\frac{1}{2}$ *vel* $\frac{1}{4}$ *digiti, lentem ocularem primam duorum digitorum aut digitorum duorum cum dimidio. Diſtare autem jubet lentes oculares intervallo 20 circiter linearum. Sed puto, diſtantiam optime per experientiam definiri eo, quem Cor. 5 (§. 430) expoſui, modo. Idem pro microſcopio 4 lentium laudat lentem objectivam 6 linearum, ocularem primam 21, ſecundam 18, tertiam 15 linearum. Deſcribit etiam microſcopium* Demonconiſii *ex tribus lentibus compoſiti. Lens objectiva in eo erat digiti unius cum una circiter linea, ejus apertura lineæ unius cum dimidia; lens ocularis prima digitorum duorum cum dimidio, ab objectiva quindecim digitorum intervallo remota; lens ocularis altera digiti unius cum quinque lineis, diſtans ab oculari prima uno digito & novem lineis, oculo dimidii digiti intervallo remoto.* Cl. Conradi (o) *teſtatur, ſe felici*

(n) Dioptr. lib. 2. prop. 58. f. 721 Tom. 3 Mund. Mathem.
(o) Dioptr. lib. 2. prop. 30. Mund. Math. Tom. 3. fol. 705.
(p) im dreyfach gearteten Sehe-Strahle part. 3. c. 4. ſ. 82 p. 113. 114.

*felici ſucceſſu fabricaſſe microſcopium ex lenticula objectiva digiti dimidii & duobus ocularibus valde vicinis digitorum quatuor. Excellentiſſimum deprehendit, cum in locum lenticulæ objectivæ ſubſtitueret duas lentes utrinque convexas digitorum duorum aut unius cum dimidio ſe mutuo fere contingentes cum apertura vix lineæ dimidiæ.* Euſtachius de Divinis (p) *loco lentis objectivæ utrinque convexæ uſus eſt duabus lentibus plano-convexis, quarum convexitates ſe mutuo contingebant.* Johannes Franciſcus Grindelius ab Ach (q) *etiam pro utraque lente oculari ſubſtituit geminam utrinque convexam, quarum unius convexitas convexitatem alterius fere, non tamen prorſus contingit.* R. P. Zahnius (r) *microſcopium binoculum non ſine ſucceſſu conſtruxit, idque duplici modo, quod apud ipſum videri poteſt. Nos aliquot microſcopiorum compoſitorum fabricam externam adhuc exponemus.*

### PROBLEMA 43.

434. *Microſcopia compoſita ad obſervationes inſtituendas commoda conſtruere.*

### RESOLUTIO.

Tab. X. Fig. 78. 1. Quodſi lentium ſitus immotus eſſe poteſt (qualis eſt in microſcopio trium lentium, quod *Anglicanum* appellari ſolet), tubus BH ex ligno tornetur, ita tamen ut ex tribus partibus ABCD, CDEF & EFH conſtet, mediantibus cochleis inter ſe jungendis.

2. Lenticula objectiva aptetur in H, ocularis prima in EF, altera in CD: oculus vero applicetur in AB. Unde data per problema antecedens & ejus corollaria ſtructura interna longitudo partium tubi facile definitur.

3. Pars ſuperior BCDA operculo muniatur, ne lens ocularis CD pulvere conſperſa vitium contrahat.

4. Pars inferior EH in cochleam deſinat, qua mediante intra fulcrum firmari & lenticula objectiva nunc objecto admoveri, nunc ab eodem removeri poſſit, prout uſus poſtulaverit.

5. Orbiculus I cum brachiolo circa centrum S mobilis, cui objecta imponenda, alteram ſuperficiem habeat albam, alteram nigram, quia objecta clara ac pellucida nigræ, objecta vero obſcurioris coloris albæ imponi conſultum eſt.

6. In R affigatur cum brachio RP ex variis articulis compoſito lens utrinque convexa Q annulo orichalceo concluſa ad objectum vel lumine Solis, vel candelæ aut lampadis nocturno tempore illuminandum.



(p) Philoſoph. Trans. n. 42. p 842.
(q) in Microgr. nova p. 7.
(r) in Oculo artific. fund. 3. ſynt. 5. c. 2. f. m. 706. 707.

7. Quodſi ſitus lentium mutabilis eſſe debet, tubus ductitius ex charta conſtruendus, quemadmodum ſupra probl. 29 (§. 327) docuimus.

Tab. X. Fig. 79. 8. Si tubum fulcro firmiter affixum eſſe malueris, orbiculus I microſcopio AB circa cochleam L in gyrum acto lenticulæ objectivæ propius admovendus.

*Aliter.*

Tab. X. Fig. 80. 1. Fiat tubus ductitius ABC chartaceus (§. 327) eidemque in D cochlea orichalcea aptetur, ut lenticulæ oculares diverſæ ſphæricitatis ibidem firmari poſſint, prout magis, aut minus amplificari debet diameter objecti (§. 425), tum etiam ut tubus microſcopicus AE ipſe ad pedamentum ſuum firmari queat.

2. Eum itaque in finem paretur ex orichalco annulus D cochlea fœmina inſtructus & laminæ EGH ad angulum rectum incurvatæ cohærens. Eidem vero laminæ afferruminetur in H cochlea fœmina alia, quæ

3. Cochleam I globuli orichalcei K intra matricem M mobilis recipiat, cochleola L impediente, ne tubus brachio forſan impingente vacillet.

4. Jam ut objectum lenticulæ objectivæ admoveri poſſit, quantum ſufficit; ex lamina orichalcea fiat tubulus N mediante cochlea nunc coarctandus, nunc laxandus, prout uſus poſtulaverit.

5. Eidem afferruminentur duæ laminæ O exiguo intervallo a ſe invicem diſtantes, inter quas immittendum brachium perforatum annuli Q cum orbiculo vitreo, mediante cochlea V in hoc ſitu firmandum. Imponuntur autem orbiculo vitreo objecta pellucida & fluidorum guttulæ, in quibus animalcula obſervare libuerit.

6. Ad objecta alia applicanda inſervit orbiculus S, cujus altera ſuperficies candida, altera nigra, & acicula *d*: quem in finem non modo ſtylus *d*S huc illucque protrudi & vi lamellæ chalybeæ elaſticæ *e* in ſitu ſuo firmiter retineri, ſed & ſuſtentaculum ſtyli circa axem ſuum moveri poteſt.

7. Si circulationem ſanguinis in piſciculo obſervare volueris, inſtrumentum TW annulo Q aptandum.

8. Ad illuminandum objecta inſervit lens utrinque convexa X mediante brachio plicatili Y in omnem ſitum facile diſponenda & ope cochleæ P ad pedamentum microſcopii firmanda.

9. Columellæ eburneæ partes duæ in

in Z ita jungantur, ut microſcopium, ſi commodum fuerit, inclinari poſſit.

10. Baſis denique triangularis *abdc* ita conſtruenda, ut inſpectio figuræ docet, quo perinde ac partes reliquæ, ſi quando commodum fuerit viſum, removeri ac in capſa modicæ magnitudinis totum inſtrumentum reponi & de loco in locum transportari poſſit.

11. Quomodo lentes in tubo ſint diſponendæ, ex ſuperioribus (§. 423) ſatis manifeſtum.

*Aliter.*

Tab. IX. Fig. 81. Cum in ſtructura præcedente ſatis ingenioſa id deſiderari poſſit, quod diſtantia objecti a lente objectiva paulo difficilius inveniatur, eidem jungere placet aliam artificis inſignis Angli *Marſchalli*, ubi directio objecti admodum expedita.

1. Tubi, cui lentes oculares in A & B, immittuntur, objectiva vero in C aptatur, conſtructio partim ex probl. 29 (§. 327), partim ex inſpectione figuræ ſatis manifeſta.

2. Columella DE mediante globo E intra matricem F mobilis, ut microſcopium in quemlibet ſitum diſponere liceat.

3. Eadem in tot partes 1, 2, 3, 4, 5 &c. diviſa, quot ſphæricitatum lenticulis uti libuerit in contemplandis objectis, ut citra difficultatem diſtantia objecti a lente objectiva inveniri poſſit.

4. Cum vero ita non ſatis exacte determinetur, mediante cochlea GH tubus objecto adeo prope admoveri poteſt, quantum ſufficit.

5. Objecta vel imponantur orbiculo I, vel infigantur aut aptentur ad inſtrumenta illis ſimilia, quæ ſupra (§. 407) deſcripſimus, ſtylo eorum per tubulum LM trajecto.

6. Denique ad illuminandum objectum in convenientem ſitum diſponatur lens utrinque convexa NO eo modo ad pedamentum microſcopii aptanda, qui ex inſpectione figuræ ſatis manifeſtus.

## SCHOLION.

435. *Alias microſcopiorum fabricas excogitarunt* R. P. Philippus Bonanni (t) *&* Cl. Chriſtianus Gottlieb Hertelius (u) : *ſed prolixum nimis foret omnes deſcribere.*



(t) Micrograph. curioſ. c. 4. p. 26 & ſeqq.
(u) in Novo invento Microſcopii.

*PROBLEMA* 44.

436. *Microſcopium reflectens conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

Tab. X. Fig. 82. 1. Prope focum ſpeculi concavi AB collocetur objectum minutum C, ut imago ejus ipſo major formetur in D (§. 251 *Catoptr.*).

2. Jungatur ſpeculo lenticula utrinque convexa EF, ita ut imago D ſit in foco ejus.

Videbit ergo oculus imaginem inverſam (§. 250 *Catoptr.*) ſeipſa majorem atque diſtincte (§. 394), conſequenter objectum magis auctum apparebit, quam per lenticulam ſolam.

*SCHOLION.*

437. *Microſcopii hujus inventor eſt vir incomparabilis* Iſaacus Nevvtonus (vv). *Sed verendum videtur, ne objecta appareant minus clara.*

*PROBLEMA* 45.

438. *Teleſcopium quodlibet in microſcopium convertere.*

*RESOLUTIO.*

Quia imago objecti foco vicini longiori intervallo a lente diſtat, quam remoti (§. 2 8), eadem vero in foco vitri ocularis conſtitui debeat (§. 423); teleſcopium erit microſcopium, ſi lentem objectivam majori intervallo ab oculari removeris, quod per experientiam haud difficulter definitur.

*COROLLARIUM.*

439. Quia diſtantia imaginis varia pro diverſa objecti a foco diſtantia (§. 218), magnitudo vero imaginis major eſt, ſi ejus a lente objectiva diſtantia major (§. 236); eundem tubum in microſcopia diverſimode diametrnm objecti multiplicantia ſucceſſive convertere licet (§. 423).

## CAPUT VIII.
## DE
# MACHINIS QUIBUSDAM ALIIS, PRÆSERTIM CATOPTRICO-DIOPTRICIS.

*DEFINITIO* 34.

440. Per *machinam catoptrico-dioptricam* intelligo talem, quæ ex ſpeculis & lentibus componitur.

*SCHO-*

(vv) Philoſ. Transact. n. 80 p. 380.

## *SCHOLION.*

441. *Tales igitur ſunt, quas ſuperius jam deſcripſimus, cameræ obſcuræ, in quibus ſpeculorum ope ſpecies objectorum eriguntur* (§. 228), *lucerna lumen valde intenſum projiciens* (§. 200), *tubus* Hugenianus (§. 349), *teleſcopium reflectens* Nevvtonianum (§. 364) & *microſcopium reflectens itidem* Nevvtonianum (§. 436).

## *DEFINITIO* 35.

442. *Polemoſcopium* eſt tubus recurvus ad ſpectanda objecta oculo non in directum jacentia idoneus.

## *SCHOLION.*

443. *Inventor ejus eſt* Johannes Hevelius (x), *qui A.* 1637 *in id incidit & hoc nomen eidem impoſuit, quia in bello ejus eſſe poteſt uſus.*

## *DEFINITIO* 36.

444. *Vas hydromanticum* eſt vas aqua plenum, imagines objectorum foris exiſtentium in aqua innatantes exhibens.

## *SCHOLION.*

445 *Spectaculi hujus iucundi inventor eſt* R. P. Zahn *ſæpius iam nobis laudatus* (y).

## *DEFINITIO* 37.

446. *Laterna magica* eſt laternæ quoddam genus, imagines exiguas, in oppoſito pariete quantumlibet auctas depingens.

## *DEFINITIO* 38.

447. *Helioſcopium* eſt tubus aſtronomicus, per quem ſolem contemplari licet.

## *DEFINITIO* 39.

448. *Polioptrum* eſt tubus, per quem objectum videtur multiplicatum, ſed minutum.

## *PROBLEMA* 45.

449. *Helioſcopium conſtruere.*

## *RESOLUTIO.*

Quoniam per vitra colorata citra oculi læſionem Solem intueri licet; non alia re opus eſt, quam ut lens tam objectiva quam ocularis ex vitro colorato fiat, illa e. gr. ex rubro, hæc ex viridi. Neceſſe autem eſt, ut vitra ſint ſatis pellucida, nec inæqualiter colorata.

### *Aliter.*

*Hevelius*, cum intelligeret, raro vitra colorata pellucida & æqualiter colorata haberi poſſe, duo vitra plana quomodolibet colorata interjecta charta cum exiguo foramine vel filo, vel glutine (quo in poliendis vitris utimur) firmiter connectere & in tubo ibidem, ubi oculus admovetur, applicare maluit (z).

### *Aliter.*

Vitrum oculare tubi Aſtronomici ſuper candela accenſa fuligine infi-

(x) Selenograph. Prolegom. f. 24 & ſeqq.
(y) Ocul. Artific. fund. 3. Synt. 5. c. 1. tech. 7. f. m. 694.
(z) Selenogr. Prolegm. f. 23.

inficiatur : ita eum in helioſcopium convertes. Vel præſtat vitrum fuligine infectum alteri puro jungere, annulo chartaceo craſſiori interjecto, & inter oculum & vitrum oculare conſtituere.

### *PROBLEMA* 46.

450. *Polemoſcopium conſtruere.*

### *RESOLUTIO.*

Tab. X. Fig. 83. Teleſcopium quodlibet erit polemoſcopium, ſi tubus fiat recurvus inſtar ſiphonis rectanguli AB DM & inter lentem objectivam AB & ocularem primam GH (ſi plures fuerint) ita collocetur ſpeculum planum in K, ut ipſum quidem ad horizontem inclinetur ſub angulo ſemirecto, imago vero reflexa ſit in foco ocularis vitri GH. Ita nimirum objecta lenti AB oppoſita perinde apparebunt, ac ſi ſpeculum K abeſſet & lens objectiva cum objectis in directum jaceret vitris ocularibus, vi eorum, quæ ſuperius (§. 349) demonſtrata ſunt.

### *COROLLARIUM.*

451. Quodſi in O introſpicere libuerit, non in M, ſpeculum planum alterum N adjungi poteſt eo, quem ſupra expoſuimus (§.349) modo.

### *PROBLEMA* 47.

452. *Vas hydromanticum conſtruere.*

### *RESOLUTIO.*

Tab. IX. Fig. 84. 1. Fiat vas cylindricum ABCD per diaphragma vitreum EF non prorſus politum in duas cavitates diviſum.

2. In G applicetur lens utrinque convexa & in H inclinetur ſpeculum planum figuræ ellipticæ ſub angulo ſemirecto, ſitque IH & HG diſtantia foci lentis G paulo minor, ita ut locus imaginum objectorum per eam radiantium ſit intra cavitatem vaſis ſuperiorem.

3. Cavitas inferior intus denigretur, ſuperior autem aqua limpida repleatur.

Quodſi jam in loco ſubobſcuro vas collocetur ita ut lens objecto a Sole colluſtrato obvertatur ; imaginem ejus in aqua natantem videbis (§. 228).

### *SCHOLION* I.

453. *Vas hydromanticum eſſe quandam cameræ obſcuræ ſpeciem, ſatis liquet, ſi eius ſtructuram cum ſtructura huius* (§. 228) *conferre libuerit.*

### *PROBLEMA* 48.

454. *Polioptrum conſtruere.*

### *RESOLVTIO.*

1. In vitro utrinque plano AB, cujus diameter 3 circiter digitorum, excaventur ſegmenta ſphærica, quorum latitudo vix quintam digiti partem adæquat. Tab. X. Fig. 85. Quodſi enim vitrum ſufficienter ab oculo removeris, donec cavitates omnes uno obtutu comprehendas ; veluti per totidem vitra cava objectum idem toties vide-

videbis, quot ſunt cavitates, idque valde minutum (§.285).

2. Vitrum hoc objectivum aptetur in tubo ABCD, apertura AB diametro ejus æquali, altera vero CD tanta exiſtente quanta latitudo vitri ocularis (e. gr. unius circiter digiti). Longitudo vero tubi AC tanta eſſe debet, quanta eſt diſtantia oculi vitri ocularis ab objectivo, per experientiam facile definienda.

3. In CD aptetur vitrum oculare convexum vel ejus loco meniſcus, habens diſtantiam foci principalis paulo majorem longitudine tubi, ut nempe punctum, ex quo radii poſt refractionem in lente objectiva factam divergunt, in foco ipſius exiſtat.

Quodſi oculum ad vitrum oculare propius admoveris, objectum unicum toties videbis, quot cavitates vitro objectivo ſunt intritæ, ſed magnitudine minuta.

## *PROBLEMA* 49.

Tab. XI. Fig. 86. 455. *Laternam magicam conſtruere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Ex lamina ferrea ſtanno obducta paretur laterna ABCD cum tubo ductitio FG, prorſus ut in probl. 19 (§. 200).

2. In H conſtituatur ſpeculum metallicum concavum e diametro unius pedis ad ſummum, ad minimum e diametro 4 digitorum. Vel ejus loco prope extremitatem tubi aptetur lens convexa, quæ ſit ſegmentum ſphæræ exiguæ, cujus ſcilicet diameter paucorum digitorum.

3. In foco ſpeculi concavi vel lentis collocetur lampas L cum ellychnio goſſypino ſpiſſiore.

4. Tubo ad januam laternæ afferruminato inſeratur lens utrinque convexa, quæ ſit minoris ſphæræ ſegmentum, ſeu focum habeat 3 circiter digitis diſtantem.

5. Tubi ejusdem pars extrema FM ſit quadrata & crena latiore utrinque inſtructa, per quam aſſerculus quadratus oblongus NO commode trajici & huc illucque moveri poſſit.

6. In aſſerculo fiant foramina rotunda P unius vel alterius digiti, ita tamen ut in parte averſa cavitates ſint quadratæ.

7. Pro amplitudine foraminis delineetur in vitro plano quadrangulari ac tenui orbiculus & in eo coloribus aqueis ac pellucidis pingatur imago quæcunque.

Quodſi imaginem cavitati aſſerculi immiſſam & inverſam ita conſtituas, ut non procul a foco lentis I diſtet; in oppoſito pariete albo

prodigioſa magnitudine ſuis cum coloribus ſitu erecto in loco obſcuro depingetur.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam lampade in foco ſpeculi concavi vel vitri alicujus convexi collocata radii paralleli propagantur (§. 221 *Catoptr.* & §. 195 *Dioptr.*), imago multo lumine illuſtratur (§ 209 *Catoptr.* & 85 *Optic.*), adeoq; multos radios in lentem I emittit. Quoniam vero prope focum lentis I collocatur, *per hypoth.* ex demonſtratione probl. 42. (§. 423) manifeſtum eſt, quod picturæ inverſæ imago inverſa ipſaque multo major poſt refractionem in lente I factam in oppoſito pariete formari debeat, tanto nempe major, quo minoris ſphæræ ſegmentum lens fuerit, & quo propius pictura foco lentis admovetur. In loco igitur obſcuro pictura prodigioſa magnitudine & ſatis clare repræſentatur. *Q. e. d.*

*Aliter.*

Factis ſingulis, quæ ante præcepimus, tubo ductitio FG inſeratur lens altera convexa K, quæ ſit paulo majoris ſphæræ ſegmentum quam I. Quodſi enim pictura lenti I propius admoveatur, quam in diſtantia foci, radii divergentes ita propagantur, ac ſi ex P emanarent. Quare ſi lens K ita conſtituatur, ut locus P ſit foco ejus valde vicinus, eodem, quo ante, modo patet, imaginem pictura multo majorem in oppoſito pariete exhibitum iri.

*SCHOLION* 1.

456. *Ad lumen intendendum ſpecula præferuntur lentibus, quia focus minori intervallo removetur a ſpeculo quam a lente* (§. 206 Catoptr. & §. 166. 185 Dioptr.).

*SCHOLION* 2.

457. Dechales (a) *lentem primam I probat, ſi fuerit e diametro* 2, 4 *aut* 5 *digitorum & ad alteram K in ratione ſubdupla, e. gr. ſi I fuerit* 5 *digitorum, ut K ſit* 10 *digitorum. Speculi diameter juxta eundem* 2 *digitorum eſſe debet.* Zahnius (b) *lentem I jubet eſſe ex diametro* $\frac{9}{10}$ *unius pedis & lentem K ex diametro unius pedis &* $\frac{1}{5}$; *in majoribus illam ex diametro unius pedis &* $\frac{3}{4}$, *hanc ex diametro pedum duorum &* $\frac{1}{4}$. *Enimvero in genere notandum eſt, quæcunque in inſtrumentis dioptricis de vitrorum proportionibus dicta ſunt, non ita præcipi, quaſi iis ſtricte ſit inhærendum: ſed ut facilius ad vitrorum commodam combinationem in praxi pervenire detur.*

*SCHOLION* 3.

458. *Quodſi animacula quædam eo artificio includas, quod ſupra in microſcopiorum doctrina expoſuimus* (§. 407), *vel etiam objecta alia transparentia ſelenitidis folio agglutinata in imaginum loca ſubſtituas; laterna magica microſcopii vicem præſtabit.*

*SCHO-*

(a) Dioptr. lib. 2. c. 20. f. 608 Tom. 3 Mund. Math.
(b) in Oculo artific. fund. 3. ſynt. 5. c. 5 f. 728.

*SCHOLION 4.*

459. *Denique ſi eundem tubum cum ſuis vitris convexis & imaginibus ad foramen camera obſcura applices; in ea quoque repræſentationes ad lumen ſolare fieri poterunt.*

# CAPUT IX.
## De
# POLIENDIS VITRIS.

*PROBLEMA 50.*

460. *Catinos ad polienda vitra commodos parare.*

*RESOLUTIO.*

Tab. XI. Fig. 86.

1. Ex orichalco, cupro, ferro vel ligno fiat ſegmentum circuli eo radio deſcriptum, qui cavitati catini deſiderati reſpondet. Deſcribitur autem ſegmentum minus circino X; mediocre, cujus nempe radius eſt aliquot pedum, virga ferrea circa punctum fixum mobili & ſtylo inciſorio in altera ſui extremitate inſtructa; maximum denique, cujus ſemidiameter 12 pedibus major, cortice ſaligneo interiore per modum fili extenſo & annulo orichalceo vel ferreo affixo, in altera vero ſui extremitate ſtylo inciſorio aut plumbagine inſtructo, quia is magis extendi nequit, ſi multum, quam ſi parum trahatur.

2. Ex lamina ferrea vel cuprea a fabro cudatur catinus, donec ejus cavitas undiquaque congruat convexitati ſegmenti. Quodſi vero ex orichalco aut ære catinum fundi malueris, tum ea tenenda ſunt, quæ de fundendis ſpeculis concavis (§.196 *Catoptr.*) præcepimus.

3. Catini ita formati figura perficiatur torno, quo figuli vaſorum ſtanneorum in conficiendis patinis ac diſcis utuntur, aut ſuper modulo lapideo A virgæ ferreæ per rotam radiatam BC tranſeunti & ope rotæ dentatæ DE ac manubrii F verſatili. Tab. XI. Fig. 87.

4. Quando catinus convexitati moduli lapidei arenacei, quo in machina teritur, undiquaque congruit, a machina removeatur & aſſeri ligneo plumbo onuſto, ſi opus fuerit, agglutinetur ac arena ſubtiliori per cribrum trajecta, ne grana ſint inæqualia & ſuperficiem catini vitient, tamdiu ſuper modulo lapideo

teratur, donec ſulci reſidui tollantur.

5. Tandem vitra majora ope arenæ ſubtilioris per cribrum trajectæ in catino terantur, donec ejus ſuperficies ſatis lævigata motum vitri nullibi remoretur.

### SCHOLION 1.

461. *Segmenta lignea optime parantur ex pyro, &, ne diſtorta figuram mutent, majorum craſſities unius fere ſit digiti: prope peripheriam tamen ex una parte dedolandum eſt ſegmentum, ut vix decima digiti craſſities margini relinquatur & faber adeo catinorum figuram commodius & exactius examinare queat.*

### SCHOLION 2.

462. *Ad facilitandum motum torni, mechanica ſubſidia deſiderata ſuppeditat.*

### SCHOLION 3.

463. *Latitudo catinorum tripla eſſe debet latitudinis vitri poliendi. Minorum ea ſit amplitudo, qua motui manus polientis ſufficiat.*

### SCHOLION 4.

464. *Perfectum eſſe catinum deprehendes, ſi pili longioris per latitudinem ejus extenſi umbra in camera præſertim obſcura minime diſtorta appareat.*

### PROBLEMA 51.

465. *Vitra ad poliendum apta ſeligere.*

### RESOLUTIO.

1. Imponatur vitrum chartæ mundæ, ita enim videbis, quonam colore inficiatur, & eodem tinctum eſſe vitrum colliges. Vitandus autem color nimis fuſcus. Et quoniam vitrum candidiſſimum venas plerumque habet, & in aëre humeſcens ſua ſponte poſt aliquot annos polituram omnem amittit; *Hugenius* (c) optimum cæteris paribus judicat, quod ſubflavum, leviter rufum aut ſubviride apparet. *Hevelius* (d) leviter cœruleum probat.

2. Vitrum a veſiculis, arenulis, venulis, vorticibus ac ſpiris nocivis immune deprehendes, ſi lumen ſolare per id transmiſſum charta alba excipiatur; ſinguli enim nævi per umbras reſpondentes detegentur. Quodſi eosdem diſtinctius cognoſcere libuerit, lumen transmiſſum per lentem convexam probatæ fidei trajiciatur, antequam ipſum charta excipias, vel ſi candelæ accenſæ oppoſitum per lentem convexam reſpicias. Vitrum vero a venulis ac vorticibus liberum obtinebis, ſi forcipes longiorum brachiorum in duo ſegmenta ſphærica cava deſinentes materiæ vitreæ in furno colliquatæ immittas & maſſam extra-

(c) in Commentariis de formandis vitris p. 273.
(d) in Prolegomen. Selenogr. 14.

tractam in furno reverberii refrigerari ſinas. Præſtat etiam vitrum, ſi duobus vel tribus diebus materia vitraria immota conſtiterit.

### PROBLEMA 52.

466. *Vitrum ad trituram aptare.*

### RESOLUTIO.

1. Si vitra lenticularia aut ſaltem orbicularia ex officina vitraria non obtinueris, verum tabulas vitreas; ope adamantis in fru-
Tab. XI. Fig. 85. ſtula quadrata tabulæ dividantur, &, ſi vitrum adeo craſſum fuerit, ut diffringi nequeat, tabula panno ſuper menſam ſtrato ita imponatur, ut pars EFCB ultra eam promineat. Ea enim ſi inſtrumento quodam ferreo percutiatur, juxta ductum rectæ EF diſſiliet. Et eodem modo fruſtulum quadratum EB*hg* a reliquis ſeparabis. Si minor fue-
Fig. 86. rit craſſities, ope cochleæ manuariæ IK idem commode præſtabis.

2. In fruſtulo quadrato utrinque deſcribantur circino, qui crure adamantino inſtructus, duo circuli concentrici, quorum interior habeat diametrum lentis deſideratæ latitudini æqualem, exterior vero paulo majorem & anguli eodem, quo ante, modo ſeparentur, inæqualitates minores reſiduæ ope cotis in gyrum actæ tollantur.

3. Examinetur vitrum ope cochleæ manuariæ, an ubique æqualis ſit craſſitiei. Quodſi diverſa deprehendatur, ad æqualitatem eſt reducenda, attritione ſuper lamina ferrea mediante aqua & arena facta.

4. Tandem vitrum agglutinetur capulo ligneo NMO, cœmento ex pice & quarta parte reſinæ, vel ex una parte ceræ & undecim partibus colophoniæ parato. Debet autem baſis capuli NO vitro æqualis eſſe & centrum vitri cum ejus centro congruere. Tab. XI. Fig. 87.

### SCHOLION.

467. *Lenticulæ minores, qualium in microſcopiis eſt uſus, cera ſigillatoria capulis ſuis agglutinantur.*

### PROBLEMA 53.

468. *Vitrum convexum atterere & ad polituram diſponere.*

### RESOLUTIO.

1. Catinus arena per cribrum trajecta, ut grana ſint æqualia, & madefacta, non tamen nimis, ope lentis huic uſui deſtinatæ æqualiter diſtribuenda, conſpergatur & panno craſſiori aliquoties complicato imponatur.

2. Capulo manu prehenſo vitrum ſuper catino in orbem agatur,

ita tamen, ut ſucceſſive aliis aliſque viis incedat, ne figura catini depravetur, nec contra catinum deprimatur.

3. Ubi vitrum figuram catini acquiſivit, ipſum cum capulo & catino mundetur, ne quid arenæ priſtinæ ullibi adhæreat.

4. Catinus conſpergatur primum pulvere ſmiridis madefacto & tamdiu vitrum teratur, donec omnes inæqualitates fuerint ſublatæ. Poſtea uſui eſſe poteſt arena clepſydralis rubra per ſecerniculum coacta, ut grana omnia ſint æqualia. Notandum vero eſt, quod arena nimis attrita ejici & in ejus locum alia recens ſubſtitui debeat. Alii utuntur pulvere ſmiridis ſucceſſive ſubtiliori, vel etiam ſilicis contuſi, quo ad excitandum ignem uti ſolemus.

5. Tandem in catino, qui minoris ſphæræ ſegmentum exiſtit, mediante ſimili arena teratur vitrum, donec marginem obtinuerit decliviorem.

*Aliter.*

Quoniam preſſio in medium vitri non ſatis exacte determinatur, ſi manu ſola agitetur vitrum; ideo conſultius eſt, ut utamur machina ſequente, præſertim ubi vitra objectiva ſunt læviganda.

1. Catinus HI ſuper tabula horizontali firmiter affigatur. Tab. XI.
2. Hujus centro immineat foramen D, per quod Fig. 88.
3. trajiciatur ſtylus ferreus 5 vel 6 digitos longus & baculo AB infixus.
4. Baculi AB extremum alterum infigatur foramini in capulo C exciſo atque intra ipſum firmetur.
5. Hinc eodem manu prehenſo vitrum ut ante in catino mediante arena madefacta teratur.

*SCHOLION* 1.

469. *Ne figura catini depravetur, vitrum ſupra ejus margines in motu ſuo aſcendere debet.*

*SCHOLION* 2.

470. Hugenius (e) *primum uſus eſt ſmiride craſſa per linteum cameracenſe trajecta; deinde ſmiridis pulvere, qui intra ſpatium* 40 *aut* 100 *ſecundorum in aqua fundum petiit, ita tamen ut qualibet ſemihora aut quadrante aliquantum pulveris demeret. Nonnunquam ſe uſum eſſe fatetur ſmiride* 50 *ſecundorum per* $\frac{3}{4}$ *horæ, & dein per* $\frac{5}{4}$ *horæ ſmiride* 400 *ſecundorum & poſtea adhuc* $\frac{1}{4}$ *horæ ſmiride* 45 *minutorum.*

*SCHOLION* 3.

471. *Pulvis e ſilicibus in mortario ferreo contuſis diverſæ ſubtilitatis itidem obtinetur, ſi eum aquæ immittas & ſpatula lignea aliquamdiu agites, colligasque pulverem ad fundum*

(e) in Commentariis de formandis vitris p. 279.

*dum vaſis certo temporis intervallo præcipitatum, aqua in vas aliud decantata.*

### *PROBLEMA* 54.

472. *Vitra convexa polire.*

### *RESOLUTIO.*

I. Si lentes fuerint ſphærarum minorum ſegmenta, veluti lentes oculares tam in tubis, quam in microſcopiis.

Tab. XI. Fig. 89.

1. Catinus AB agglutinetur capulo ligneo DF eodem cæmento, quo lentes capulo ſuo agglutinantur.
2. Paretur pulticula ex hoſtiis, quibus in ſacra cœna utimur, & faſcia chartæ tenuis pro latitudine lentis CD cavitati catini agglutinetur. Glutinis quoque loco eſſe poteſt gummi in aqua ſolutum.
3. Chartæ affricetur pulvis terræ tripolitanæ & lente probatoria exploretur, num forte granula quædam craſſiora adſint ſulcos datura.
4. Tandem vitrum capulo ſuo affixum ſuper charta ex D moveatur verſus C & in aërem ſublatum reducatur in D. Atque hæc operatio tamdiu continuanda, donec vitri politura cenſeatur perfecta.

II. Si lentes objectivæ, quæ majorum inprimis ſphærarum ſegmenta exiſtunt, perpoliendæ; libera manu id nunquam efficies ſatis accurate. Conſtruenda igitur eſt machina ſequens:

1. Conſtruatur tabula rectangula AB quatuor fulcris firmiter inter ſe compactis innixa & in medio exſcindatur foramen quadratum, cui ciſtula CD immittatur mediante cochlea E ad arbitrium attollenda vel deprimenda, prout nempe uſus tulerit. Tab. XI. Fig. 90.
2. In ciſtula ſuper panno craſſo aliquoties complicato reponatur catinus, cui ut ante faſcia chartæ pulvere terræ tripolitanæ conſperſa agglutinata.
3. Capulo F agglutinetur vitrum poliendum & ut vitrum ſufficienter atque æquali propemodum vi ad catinum apprimatur, capulus intus excavetur cavitatique maſſa plumbi infundatur.
4. Capulus inferatur annulo ferreo G duobus corrigiis GH & GI annexo, quorum alterum GH ambiens duos cylindros K & L circa axes ſuos convertibiles in H annectatur ſcabello N, ut pede inſiſtentis capulus cum vitro verſus K adduci poſſit; alterum vero GI ſuper cylindrum M itidem mobilem ductum annexum habeat pondus I, quan-

qnantum ad capulum F verſus K adductum retrahendum ſufficit.

## PROBLEMA 55.

473. *Vitra concava polire.*

### RESOLUTIO.

Vitra concava eodem modo poliuntur, quo convexa, niſi quod loco catini adhibeatur vel ſegmentum ſphæricum A, vel ſphæra integra B prout jam ſupra in Catoptrica (§. 201) docuimus. Movetur autem modulus vel ope machinæ ſupra deſcriptæ (§. 460); vel ope alterius, qua ad vitra polyedra polienda utimur (§.476); vel denique ſi plures moduli eidem virgæ infixi eodem artificio, quo in mola acuminaria utimur (§. 685 *Mechan.*).

## PROBLEMA 56.

474. *Vitra plana polire.*

### RESOLUTIO.

Vitra plana eodem modo poliuntur, quo ſupra ſpecula plana polire docuimus (§. 43 *Catoptr.*).

### SCHOLION.

475. *Non exiguæ difficultatis eſt perfectam vitro planitiem inducere, quia laminæ ferreæ vel orichalceæ ſuperficiem exacte planam habentes nonniſi difficillime parantur. Unde* Hevelius (f) *majus artificium judicat ſuperficiem vitro exacte planam quam cavam reddere.*

## PROBLEMA 57.

476. *Vitra polyedra polire.*

### RESOLUTIO.

1. Conſtruatur machina, in qua ope rotæ AB mediante cochlea D ad aſſerculum planum LM firmatæ & ope cochleæ alterius BC una cum aſſerculo huc illucve adducendæ atque funis ductarii EB movetur axis EF per tabulam quadratam NO quatuor fulcris innixam tranſiens, cui in cochleam deſinenti infixum eſt corpus hemiſphæricum ex ligno tornatum HG cum lamina plana & orbiculari G firmiter agglutinata. Ta[b.] XI Fi[g.] 90
2. Ex ligno paretur quadrans *abc*, crena *bc* exciſa & limbo interiore in gradus 90 diviſo, cujus radius ſit trium circiter digitorum, latus vero *ab* excavatum, ut in cochleam PN tabulæ NO firmiter infixam intrudi & ad datam altitudinem in ſitu ſuo mediante cochlea fœmina *b* detineri poſſit.
3. Capulus coniformis Q, cui vitrum agglutinandum affigatur ſtylo QR per tubulos R & S trajiciendo, quorum ille in centro

(f) in Prolegom. Selenogr. f. 14.

tro quadrantis circa axiculum fixum, hic intra crenam *bc* mobilis & ope cochleæ in ſitu ſuo firmatur.

4. Vitrum ex ea parte, cui plana diverſa induci debent, in catino ruditer attritum, donec convexitatem aliquam acquiſiverit, capulo Q ad gradum quadrantis decimum, ſi illud minus craſſum, vel ad decimum quintum, ſi ſatis craſſum fuerit, firmato agglutinetur.

5. Diſcus planus G arena minuta madefacta conſpergatur & ope manus ſiniſtræ capulus Q cum vitro ad eum apprimatur, ope dextræ rota AB circumducatur: ita prima planities centro vicina attereretur.

6. Radio exiguo, ſed arbitrariæ magnitudinis *hf* in lamella orichalcea deſcribatur circulus & ex ejus centro *h* radio dimidio *hi* alius minor. Interior dividatur in tot partes æquales, quot plana circa centrum X lentis polyedræ TV conſtitui debent, e. gr. in ſex: qui idem circulus una indicat plana in ſecunda ſerie formanda, Circulus vero exterior dividatur in partes duplo plures, nempe 12 in noſtro caſu, quæ planis in tertia ſerie reſpondent.

7. Lamella hæc, exciſo foramine, applicetur ad tubulum S & ſtylo RQ prope eam infigatur ad angulos rectos ſeta ſuilla, quæ una cum ſtylo circa centrum ejus mobilis.

8. Indiculus in prima planitie inducenda primo diviſionis puncto circuli interioris reſpondere debet; hac vero inducta, quadrante in eadem altitudine detento, promoveatur ad punctum diviſionis ſecundum & ita porro, ut reliqua primæ ſeriei plana ſucceſſive atterantur.

9. Ad plana ſecundæ ſeriei inducenda quadrans elevetur ad gradum vigeſimum, ſi vitrum fuerit tenue, aut ad vigeſimum quintum, immo trigeſimum, ſi ſatis craſſum. Reliqua fiant ut ante.

10. Ad plana tertiæ ſeriei inducenda quadrans elevetur ad gradum trigeſimum, ſi vitrum fuerit tenue, aut ad trigeſimum quintum, imo quadrageſimum quintum, ſi ſatis craſſum. Reliqua fiant ut ante, niſi quod indiculus ad puncta diviſionis exterioris circuli ſit dirigendus.

11. Quodſi plures planorum ſeries atterendæ, adhuc altius elevandus eſt quadrans.

*FINIS Dioptricæ.*

# Errata ſic Corrigenda.

| Pag. | Lin. | Errat. | Corrig. | Pag. | Lin. | Errat. | Corrig. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 191 | 22 | refractionis | radiante | 241 | 10 | G | *g* |
| 193 | 4 | CL | CH | | 26 | ad HE | ad HF |
| | 5 & ſeqq. | ſinus | tangens | 246 | 26 | DEA | MEA |
| 198 | 20 | ſeſquiquartam | ſeſquitertiam | 247 | 9 | minus | non multo magis |
| 201 | 2 | D | G | | | | |
| | 4 | CK | GK | 248 | 10 | LIB | LIF |
| | 29 | §. 91. | §. 53. | 257 | 27 | FM | GL |
| 206 | 9 | CG | KG | 259 | 22 | 2 + *ma* | 2*a* + *ma* |
| 218 | 2 | DF | DV | 260 | 26 | convexitatis | *adde*: & concavitatis ad ſemidiametrum convexitatis |
| | 28 | DCF | DF | | | | |
| 233 | 2 | GF | CF | | | | |
| 234 | 1 | GO | GF | | | | |
| 240 | 35 | AD | KD | 286 | 12 | plano-convexa | utrinque convexa |
| 241 | 1 | tendit | tendit KE | | 13 | utrinque convexa | plano convexa |
| | | | | 288 | 15 | L | P |

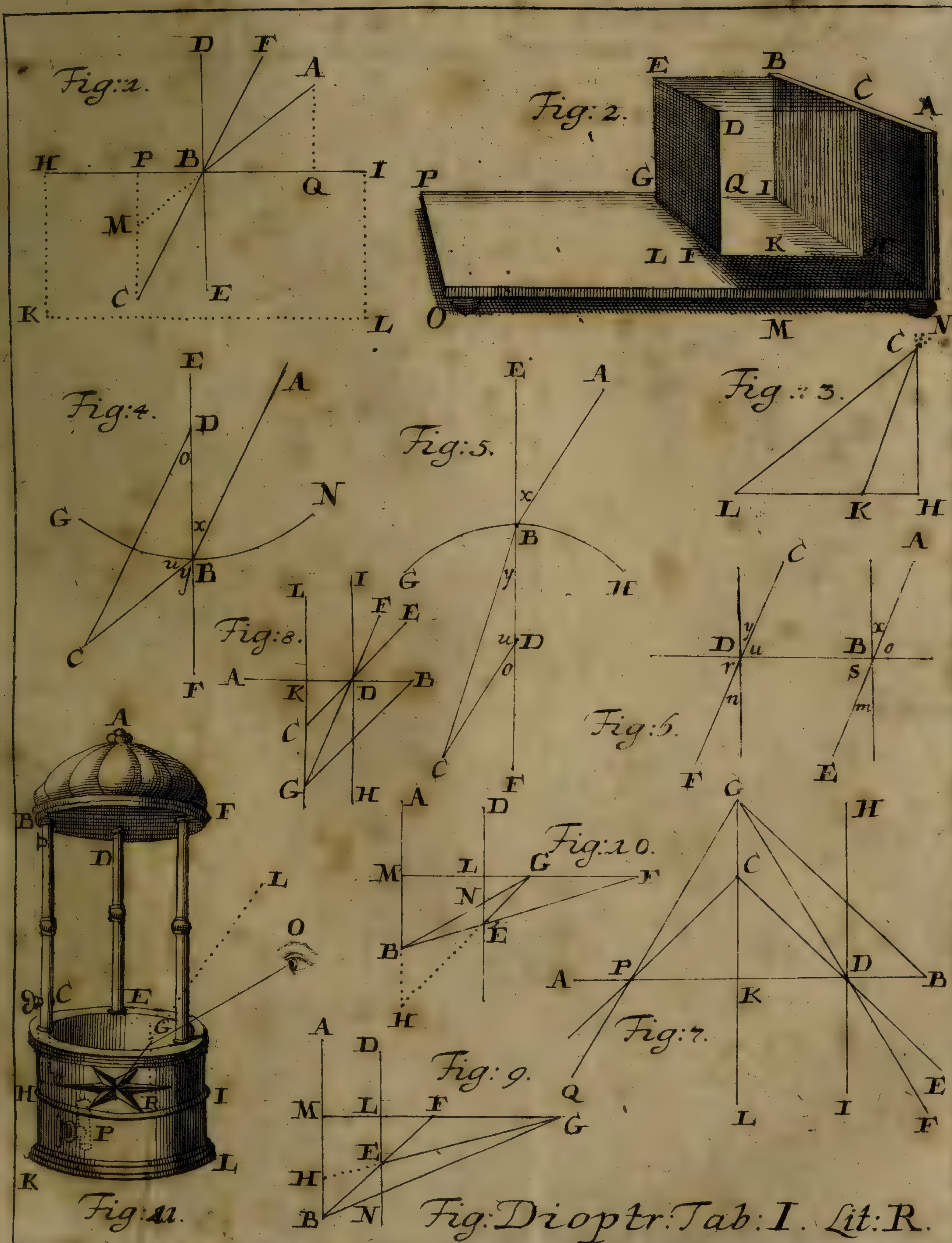



Fig: Dioptr: Tab: I. Lit: R.

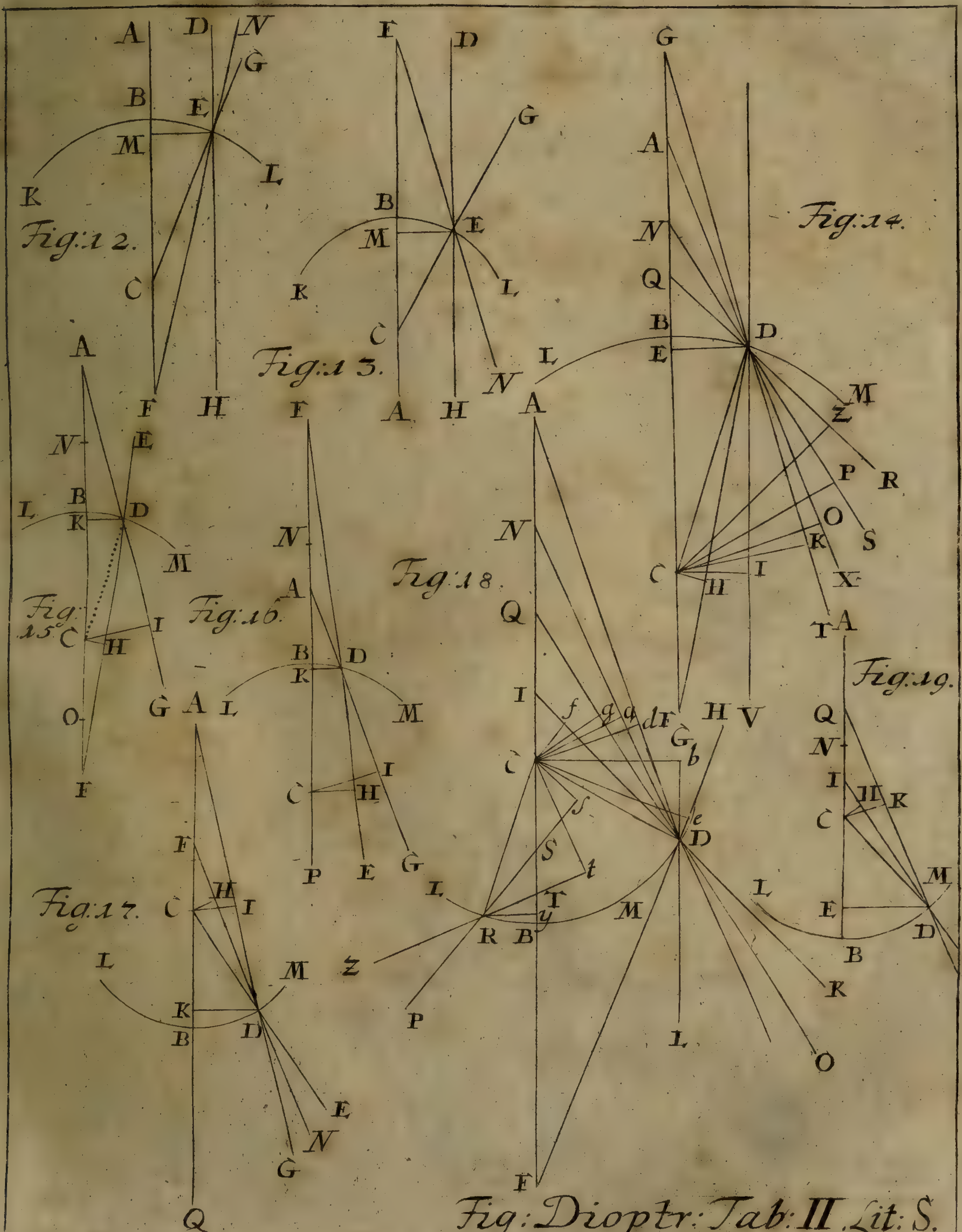



Fig: Dioptr: Tab: II. Lit: S.


Fig:20.
Fig:21.
Fig:22.
Fig:23.
Fig:24.
Fig:25.
Fig:26.
Fig:27.
Fig:28.
Fig:29.
lit: T.
Fig: Dioptr: Tab: III.

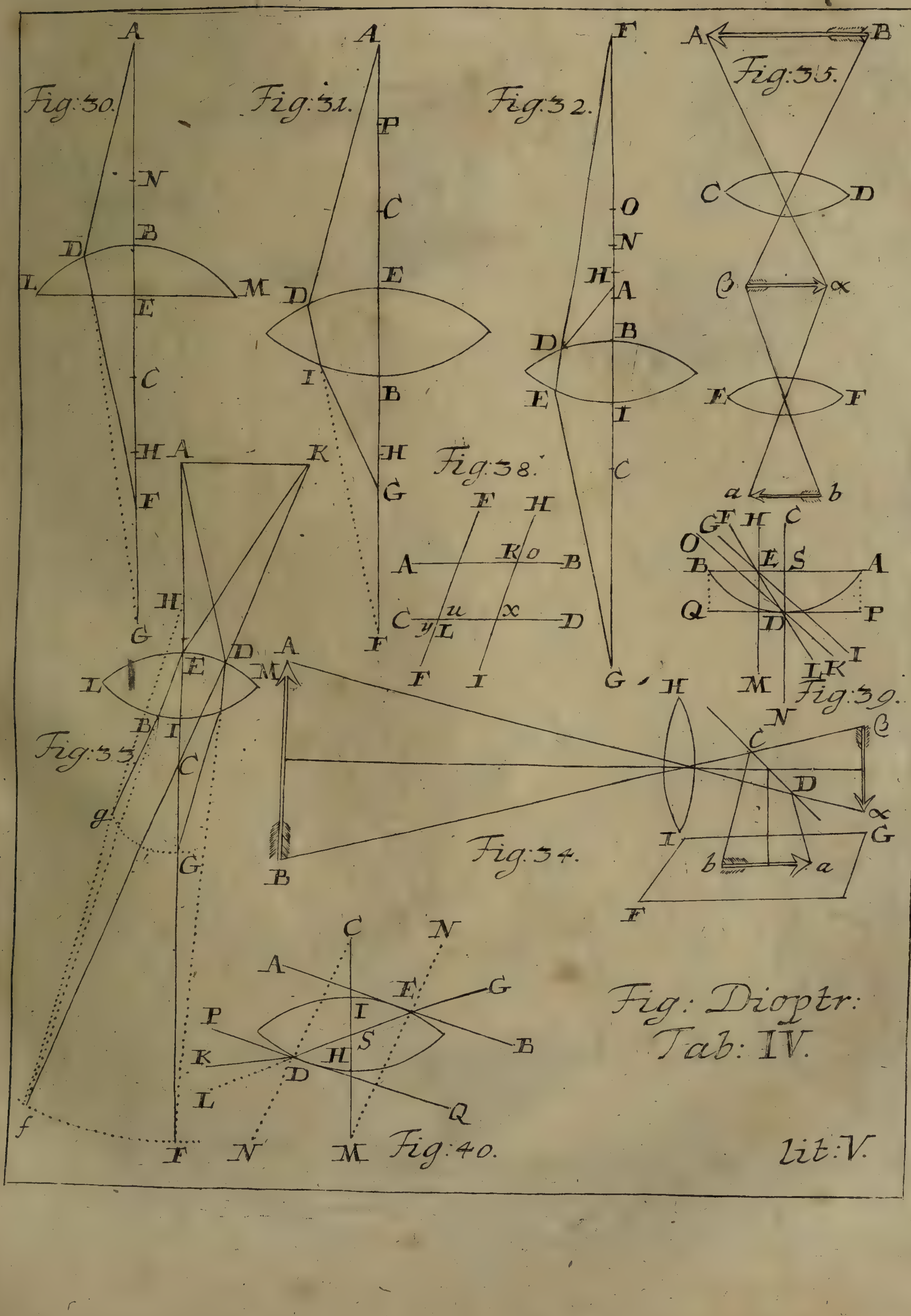



Fig: Dioptr:
Tab: IV.

lit: V.

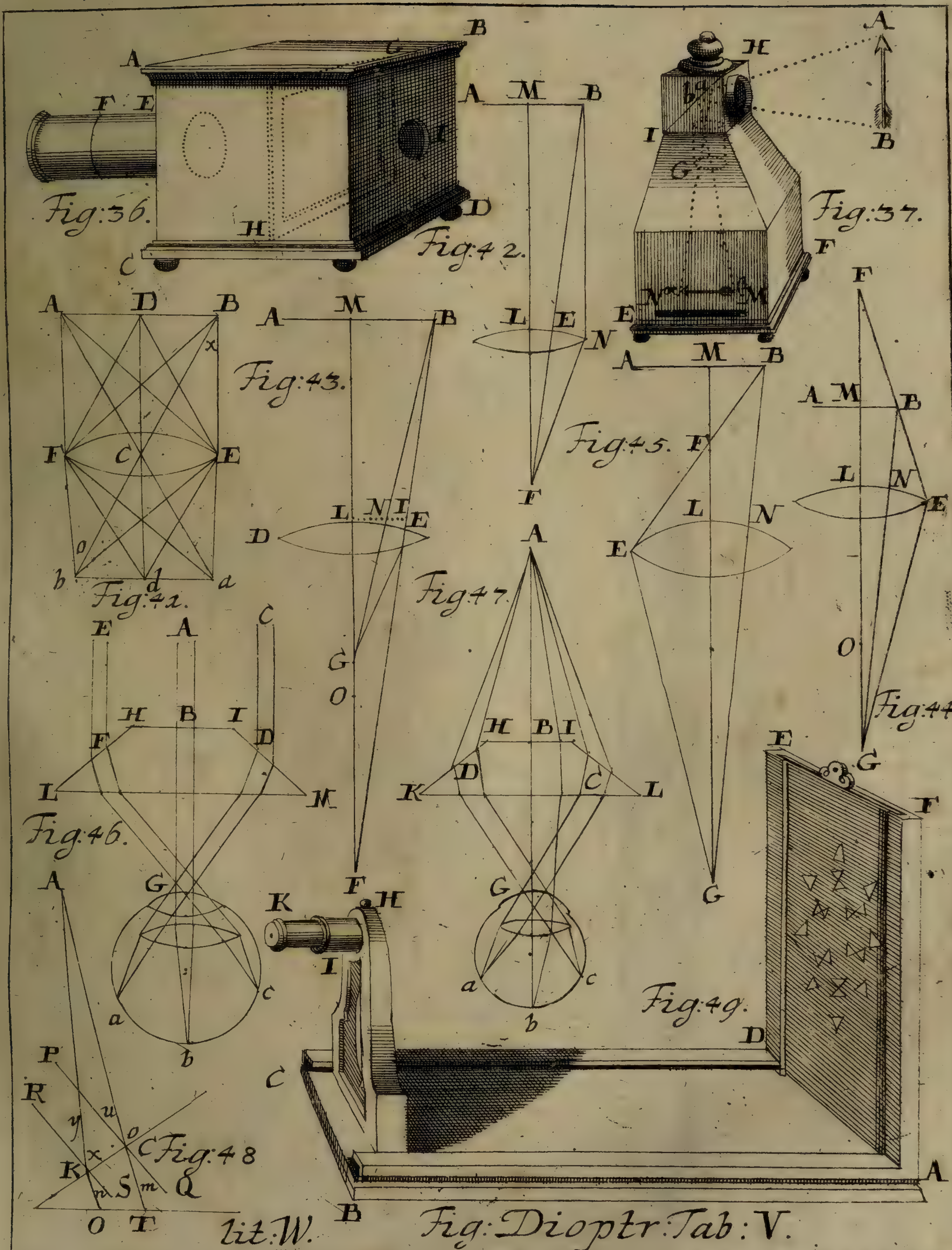
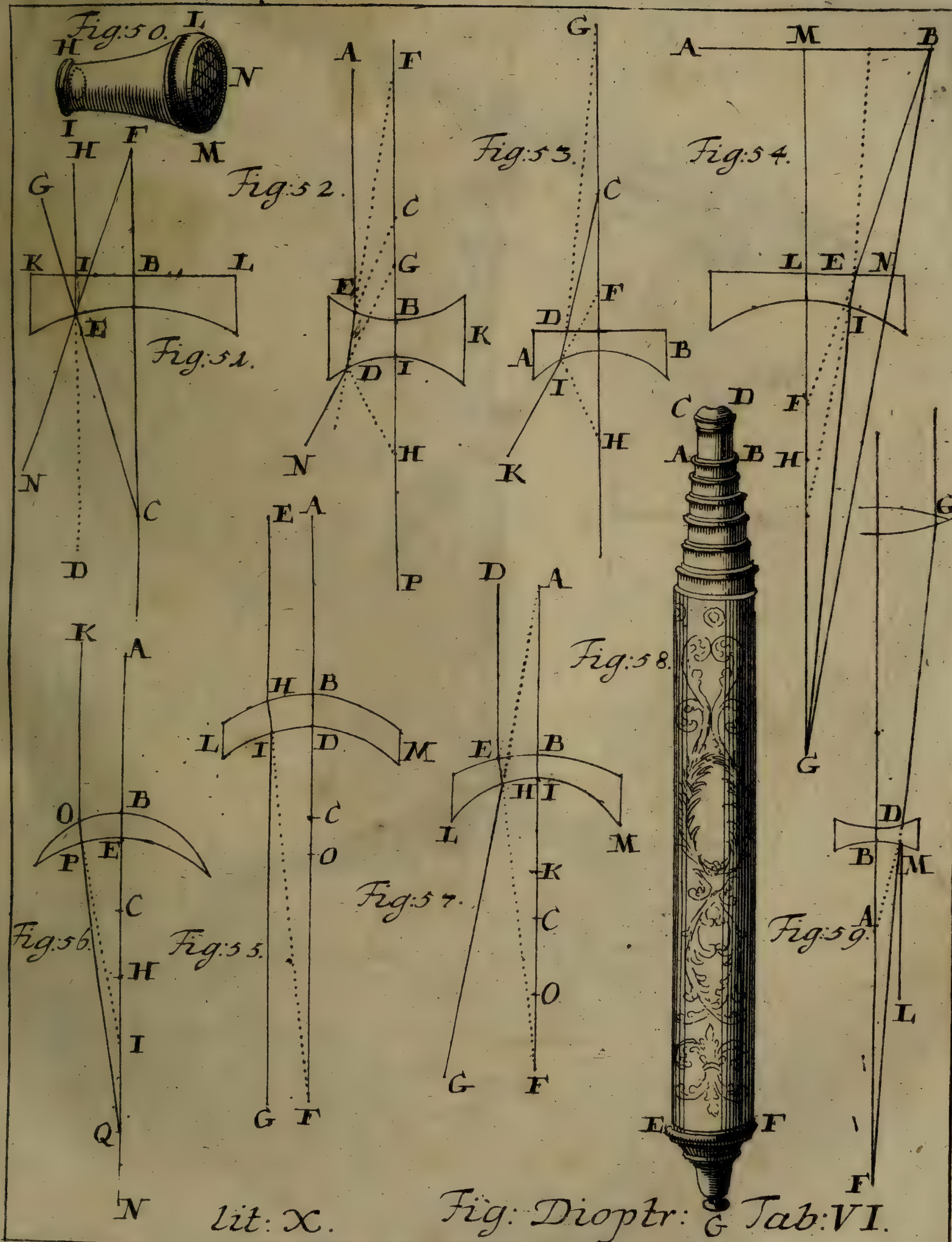



Fig: Dioptr: Tab: V.



lit: X. Fig: Dioptr: Tab:VI.

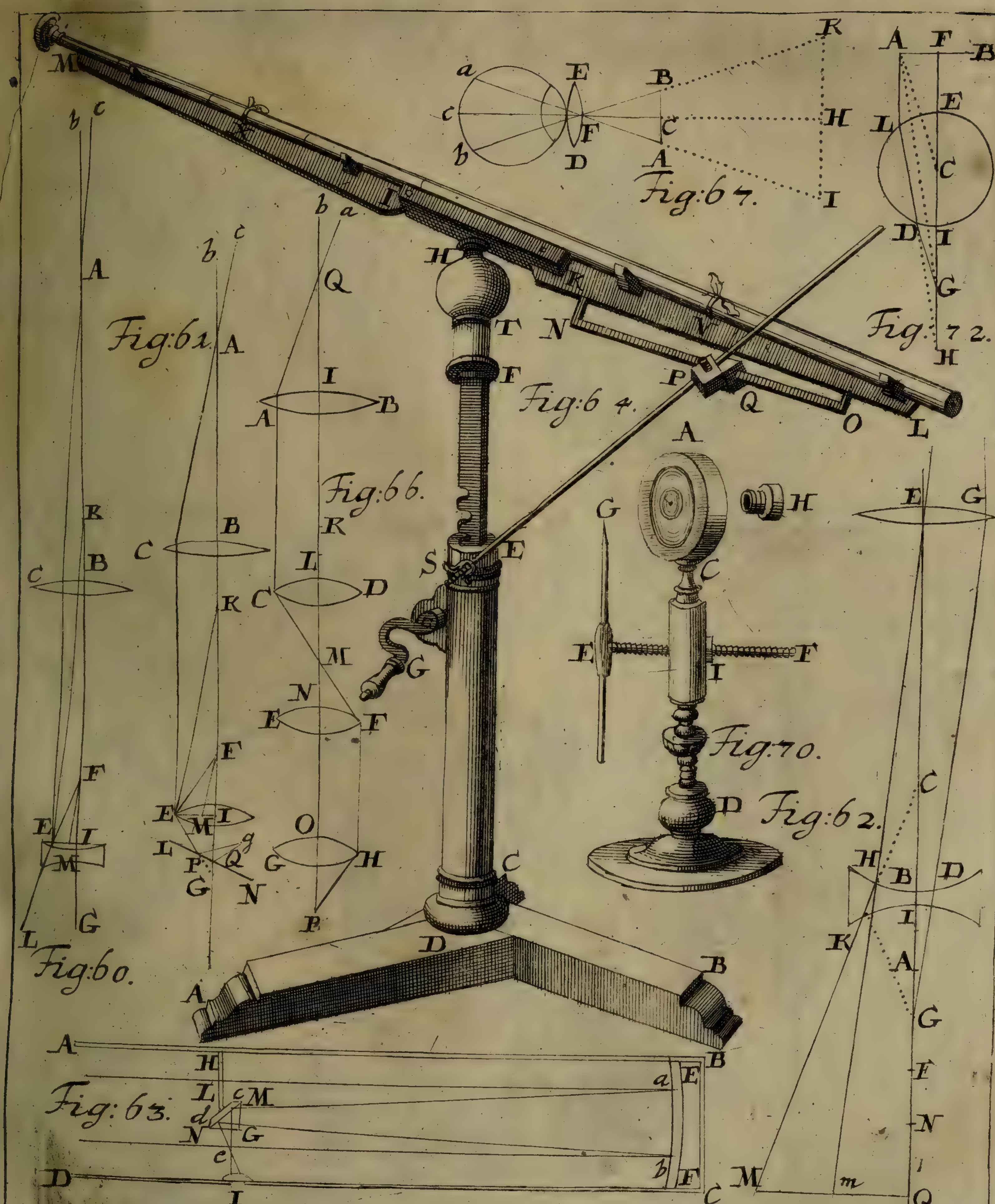



Fig: Dioptr: Tab: VII. lit: y.

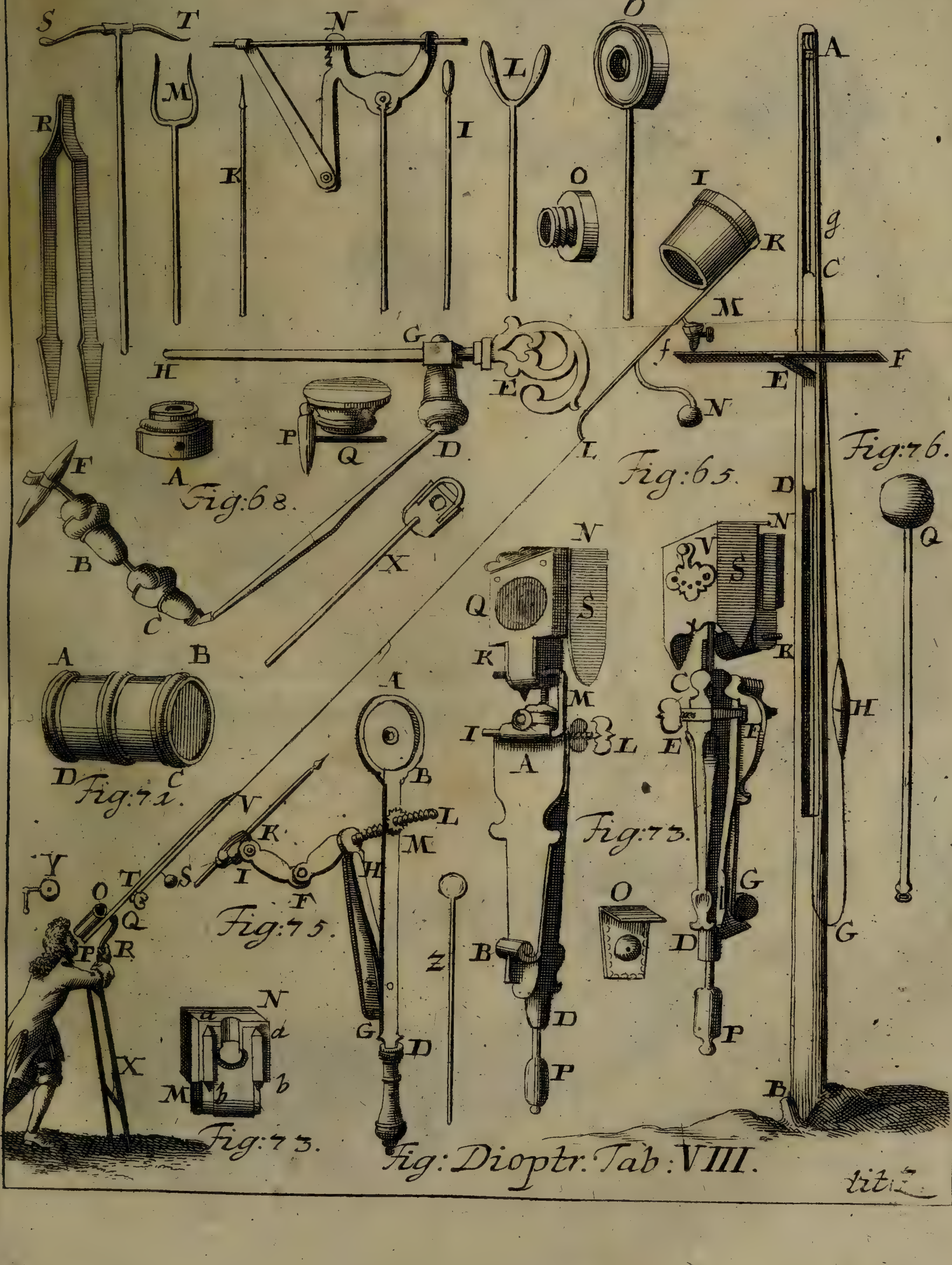


Fig: Dioptr: Tab: VIII.



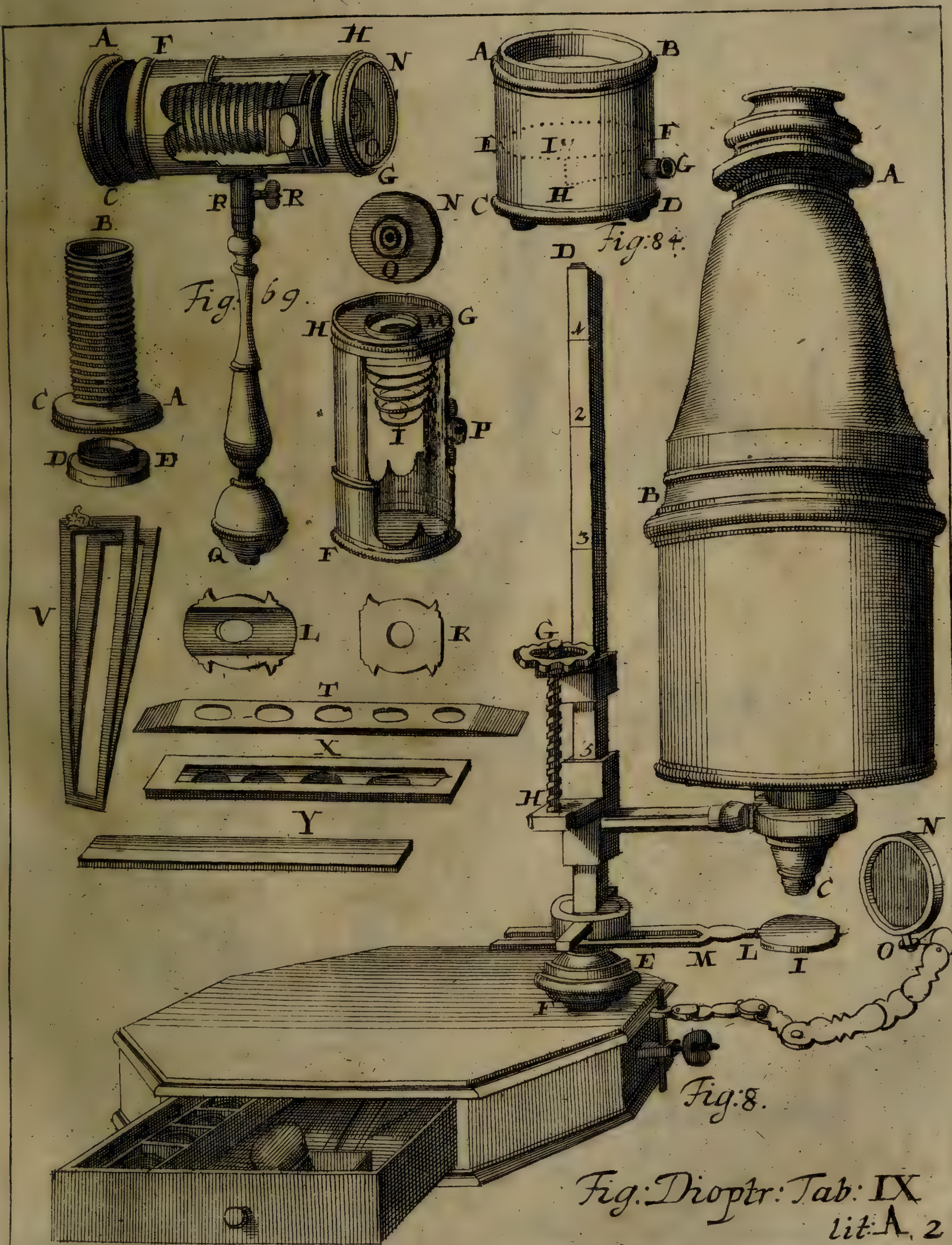
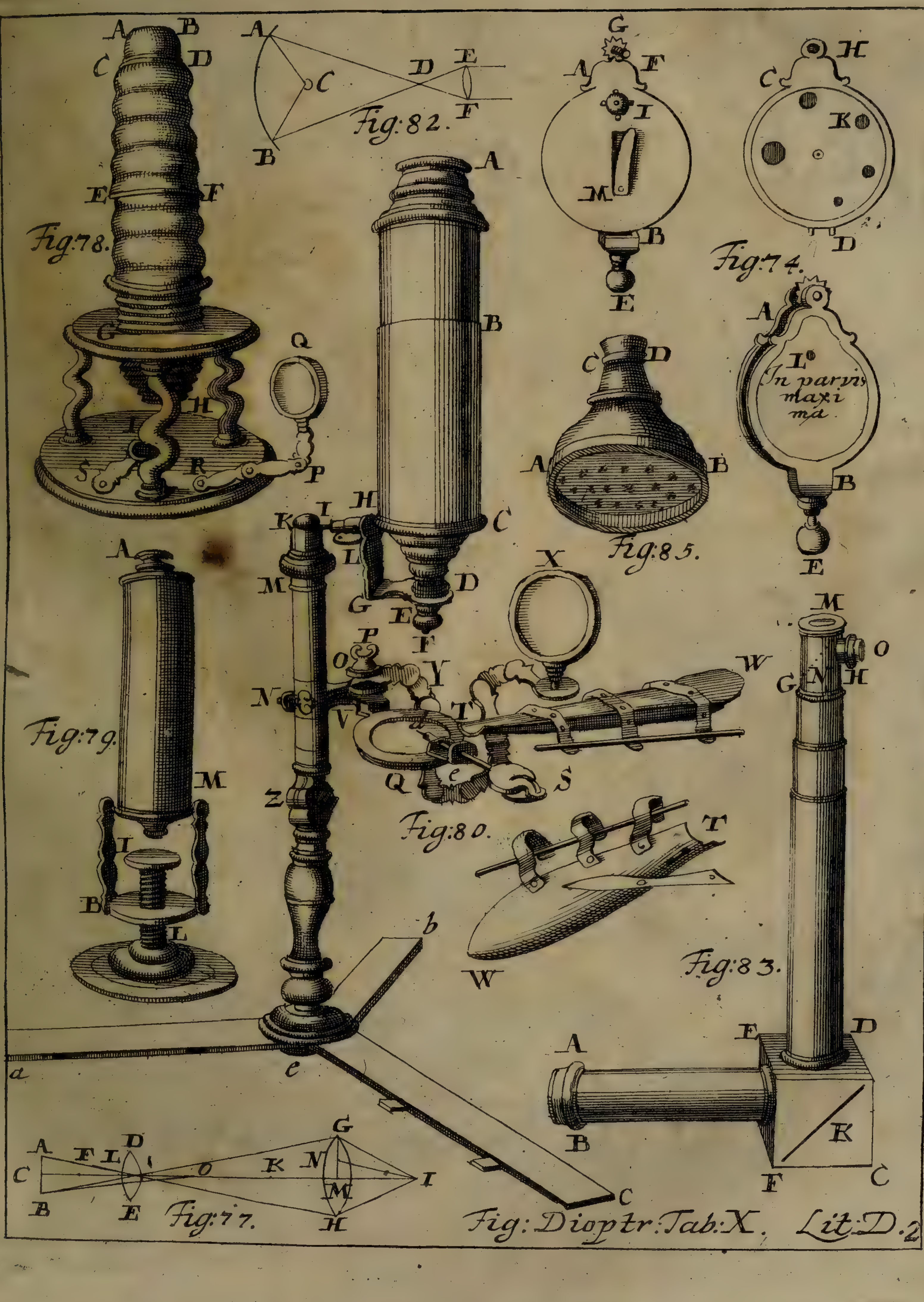



Fig: Dioptr: Tab: IX
lit. A. 2


Fig:78.
Fig:82.
Fig:74.
Fig:85.
In parvis maxi ma.
Fig:79.
Fig:80.
Fig:83.
Fig:77.
Fig: Dioptr: Tab: X. Lit: D. 2

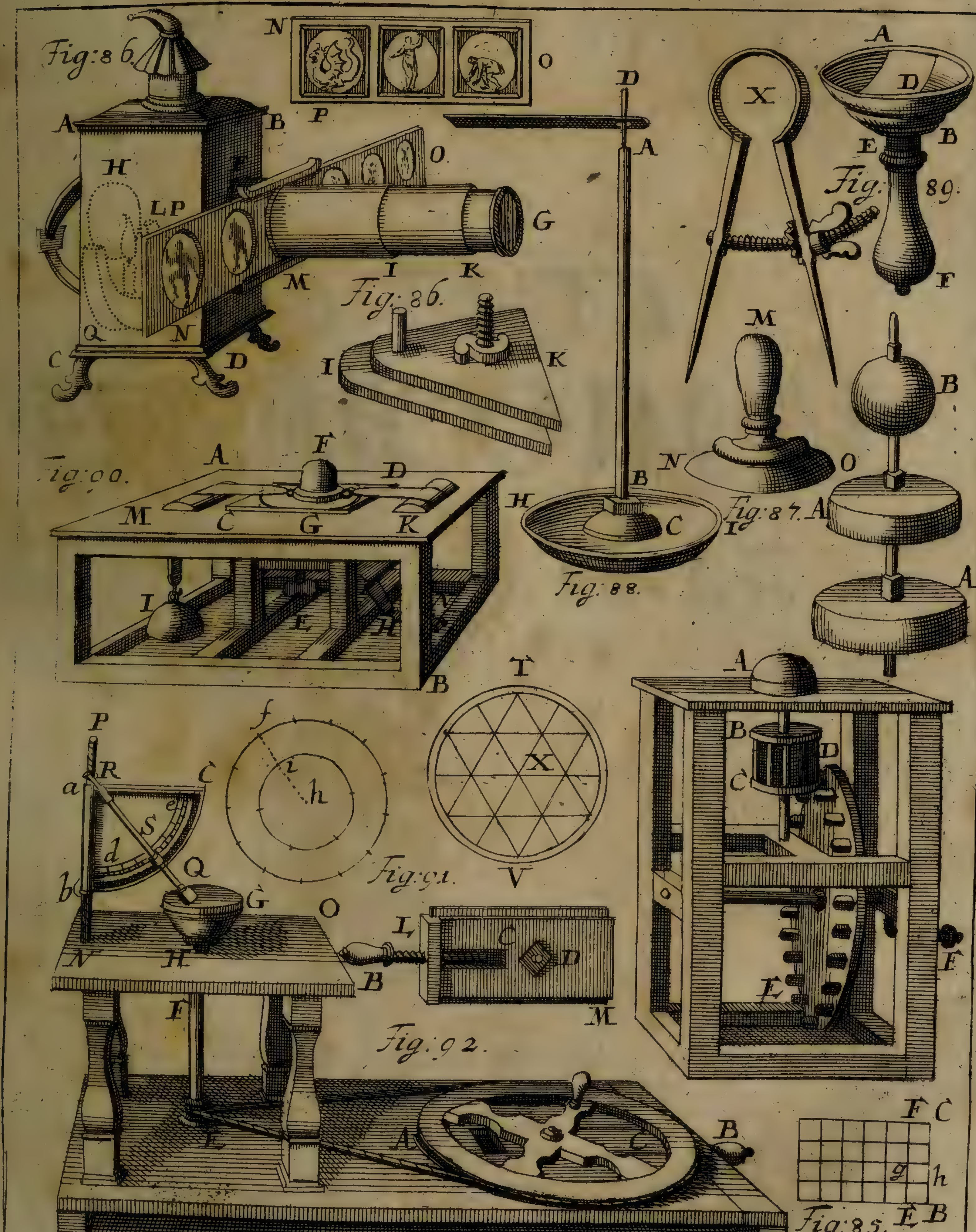



Fig: Dioptr: Tab: XI. Lit. F. 2

# ELEMENTA SPHÆRICORUM ET TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.

# PRÆFATIO.

CUm Trigonometria ſphærica propter Aſtronomiam & ipſi agnatas diſciplinas Geographiam atque Gnomonicam unice diſcatur; eam quoque a Trigonometria plana ſejungere ac Aſtronomiæ immediate præmittere placuit. Uſus autem ejus in phœnomenis motus diurni ad computum revocandis eluceſcit: unde ab eadem prorſus abſtinere poſſunt, quotquot calculos Geometricos in Aſtronomia inſuper habentes nonniſi univerſi ſtructuram ac pendentes inde phœnomenorum rationes cognoſcere geſtiunt. Perfecta Trigonometriæ ſphæricæ cognitio absque ſphæricorum doctrina non datur. Neceſſarium igitur duxi, ut præcipua ex Sphæricis *Theodoſii* theoremata, quamvis alia plerumque ratione, demonſtrarem & una triangulorum ſphæricorum proprietates explicarem, præſertim cum utriusque doctrinæ ad accuratam Aſtronomiæ ſphæricæ tractationem non minor ſit, quam ipſius Trigonometriæ ſphæricæ uſus. Sphæricorum

elementa cum trigonometria ſphærica conjunxi, ne numerus diſciplinarum præter neceſſitatem multiplicaretur. Ob ingentem numerum caſuum trigonometria ſphæriea vulgo admodum difficilis habetur; ſed omnem difficultatem a me ſublatam eſſe mihi perſuadeo. Neque enim ſolum oſtendo, quomodo per regulam ſinuum atque tangentium omnibus triangulorum rectangulorum caſibus ſatisfiat more vulgari: verum etiam regulam vere catholicam propono memoriæ facile mandandam, qua in Trigonometria non minus plana, quam ſphærica omnia de triangulis rectangulis problemata ſolvuntur. Triangula obliquangula non majori opera ſolvuntur, quam in trigonometria plana, ita ut problema omnium difficillimum, quo ex datis tribus lateribus anguli inveſtigantur, non plus negotii faceſſat in trigonometria ſphærica quam in plana. Etſi vero non opus eſſe videatur, ut ex elementis ſphæricorum omnia ei perſpecta ſint, qui regulas trigonometriæ ſphæricæ ſibi familiares reddere earumque veritatem intueri decreverit; integra tamen perlegiſſe iuvat, quia in iis nihil continetur, niſi quod vel ad ſubſequentia demonſtranda, vel ad partem Aſtronomiæ ſphæricam firmandam conducat. Cæterum omnia in his elementis facilius intelligentur, ſi ad manus fuerit ſphæra ex circulis ligneis vel chartaceis ſe mutuo interſecantibus compacta, cujus ſtructura ex figura vigeſima quinta ſatis manifeſta.

ELE-

# ELEMENTA SPHÆRICORUM ET TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.

## CAPUT I.

## De SYMTOMATIS CIRCULORUM IN SUPERFICIE SPHÆRÆ DESCRIPTORUM.

### *DEFINITIO* 1.

1. *Sphærica* eſt ſcientia circulorum in ſuperficie ſphæræ deſcriptorum.

### *DEFINITIO* 2.

2. *Trigonometria ſphærica* eſt ſcientia ex tribus trianguli ſphærici partibus inveniendi reliquas, e.gr. ex duobus lateribus atque angulo uno duos angulos reliquos cum latere tertio.

### *DEFINITIO* 3.

3. *Triangulum ſphæricum* eſt triangulum tribus arcubus circulorum maximorum ſphæræ in ejus ſuperficie ſe mutuo interſecantium terminatum.

### *SCHOLION.*

4. *Quinam circulorum in ſuperficie ſphæræ deſcriptorum ſint maximi, infra demonſtratur,* (§.15).

### *DEFINITIO* 4.

5. *Angulus ſphæricus* ACE eſt inclinatio planorum CAF & CEF, quibus ſphæra ſecatur. Tab. I. Fig. 1.

### *DEFINITIO* 5.

6. *Sphæra* eſt ſolidum ex rotatione ſemicirculi ADB circa diametrum AB deſcriptum. Tab. I. Fig. 2.

### *COROLLARIUM* 1.

7. Quia ſemicirculus ADB ſuperficiem ſphæræ deſcribit, omnes rectæ a ſuperficie ſphæræ ad centrum ejus ductæ ſunt inter ſe æquales (§. 35 *Geom.*).

### *COROLLARIUM* 2.

8. Quodſi ergo eas ultra centrum continuaveris, donec puncto oppoſito ſuperficiei ſphæræ occurrant; erunt quoque ſic continuatæ tum inter ſe, tum diametro circuli genitoris AB æquales.

DE-

DEFINITIO 6.

Tab. I. Fig. 2. 9. *Axis ſphæræ* eſt diameter ſemicirculi genitoris AB, circa quam tanquam quieſcentem ſphæra rotari concipitur. Ejus vero *diameter* eſt recta a puncto quodam ſuperficiei ad punctum oppoſitum per centrum ducta.

COROLLARIUM.

10. Axis igitur eſt una e diametris (§. 8. 9).

DEFINITIO 7.

11. *Poli ſphæræ* ſunt puncta axis extrema A & B.

DEFINITIO 8.

12. *Polus circuli in ſphæra* eſt punctum in ſuperficie ſphæræ, ad quod e ſingulis peripheriæ circuli punctis ductæ rectæ ſunt inter ſe æquales.

THEOREMA 1.

13. *Si ſphæra quomodocunque ſecetur, planum ſectionis erit circulus, cujus centrum in diametro ſphæræ.*

DEMONSTRATIO.

Quodſi planum ſectionis per centrum ſphæræ tranſit, rectæ omnes ex ejus perimetro ad hoc centrum ductæ ſunt æquales (§. 7). Eſt igitur planum ſectionis circulus (§. 35 *Geom.*) & ejus centrum in diametro ſphæræ, quippe cum centro ſphæræ idem (§. 9). Quodſi planum interſectionis FGE non

Tab. I. Fig. 3.

tranſeat per centrum C; ex hoc ad illud demittatur perpendicularis CD, quæ erit ad rectas quotcunque DG, DE, DF &c. perpendicularis (§. 31 *Perſpect.*). Quare cum CE, CG, CF &c. ſint inter ſe æquales (§. 7); in triangulis CDE, CDG, CDF &c. etiam baſes DE, DG, DF &c. æquales ſunt (§. 394 *Geom.*). Eſt igitur planum FGE circulus & ejus centrum D in diametro ſphæræ AB (§. 9). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

14. Diameter itaque circuli per centrum C tranſeuntis HI eſt diametro circuli genitoris AB; diameter vero circuli per centrum non tranſeuntis FE chordæ alicui circuli genitoris æqualis (§. 6 *Sphær.* & §. 276 *Geom.*).

COROLLARIUM 2.

15. Quare cum diameter ſit chordarum maxima (§. 284 *Geom.*); circulus ſphæræ maximus eſt, qui per centrum ejus tranſit, reliqui vero ſunt eodem minores.

COROLLARIUM 3.

16. Omnes adeo circuli maximi in eadem ſphæra ſunt inter ſe æquales (§. 159 *Geom.*).

COROLLARIUM 4.

17. Si circulus ſphæræ maximus per datum ſphæræ punctum A tranſit; idem etiam per punctum diametraliter oppoſitum B tranſit (§. 15).

CO-

*COROLLARIUM* 5.

Tab. I. Fig. 4. 18. Si igitur duo circuli maximi AEBF & CEDF ſe mutuo interſecent, linea ſectionis EF eſt diameter ſphæræ, adeoque duo circuli maximi ſe mutuo interſecant in punctis E & F diametraliter oppoſitis.

*THEOREMA* 2.

Tab. I. Fig. 2. 19. *Circulus ſphæræ maximus dividit eam in duas partes æquales ſeu in duo hemiſphæria.*

*DEMONSTRATIO.*

Sphæra gignitur ex rotatione ſemicirculi ADB (§. 6), adeoque hemiſphærium ex rotatione quadrantis; radius vero CD circulum deſcribit (§. 127 *Geom.*), qui ſphæram in duo hemiſphæria dividit. Quare cum circulus EDG radio CD deſcriptus ſit maximus (§. 15); circulus maximus ſphæram dividit in duo hemiſphæria. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 3.

Tab. I. Fig. 4. 20. *Circuli maximi in ſphæra ſe mutuo bifariam ſecant & contra.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam circuli AEBF & CEDF ſunt maximi, *per hypoth.* erit EF diameter ſphæræ & eadem diameter utriusque circuli (§. 18). Per rectam igitur EF uterque circulus CEDF & AEBF bifariam ſecatur (§. 131 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Quodſi circuli CEDF & AEBF ſe mutuo bifariam ſecent, communis interſectio EF eſt diameter utriusque circuli (§. 131 *Geom.*), & hinc in medio ejus G centrum. Ducantur rectæ DC & AB per centrum G; erit DG = CG = EG = FG = AG = GB (§. 38 *Geom.* & §. 79 *Arithm.*). Eſt ergo G centrum ſphæræ (§. 7), conſequenter uterque circulus eſt maximus (§. 15). *Quod erat alterum.*

*THEOREMA* 4.

21. *Recta ex polo uno A circuli in ſphæra DEF in alterum B ducta per centrum ſphæræ C tranſit.* Tab. I. Fig. 5.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam in A & B ſunt poli circuli DEF *per hypoth* erit AD = AF & DB = FB (§. 12). Quare cum etiam arcus cognomines ſint æquales (§. 274 *Geom.*), adeoque AD + DB = AF + FB (§. 80 *Arithm.*), ſitque AD + DB + BF + FA peripheria circuli integri; erit ADB ſemicirculus, conſequenter AB diameter ſphæræ (§. 131 *Geom.* & §. 9 *Sphær.*). Recta igitur AB ex polo uno A in alterum B ducta per centrum ſphæræ C tranſit. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

22. Circulus itaque ADBF tranſiens per polos A & B alterius in ſphæra circuli DEF eſt maximus (§. 15).

### THEOREMA 5.

Tab. I. Fig. 5. 23. *Recta AB ex polo uno A circuli DEF ducta per centrum ſphæræ C in polum alterum B cadit.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam AB per centrum C tranſit, *ex hypoth.* erit AD + DB = AF + FB (§. 131 *Geom.*) Et quia in A polus circuli DEF *per hypoth.* erit AD = AF (§. 12), adeoque DB = BF (§. 83 *Arithm.*), conſequenter B eſt alter polus circuli DEF (§. 12). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

24. Recta AB ex polo uno A circuli DEF per centrum circuli G ducta in alterum B incidit (§. 13).

### THEOREMA 6.

Tab. I. Fig. 5. 25. *Arcus circuli ſphæræ maximi inter alium HIL & ejus polos A & B interceptus quadrans eſt: qui vero inter circulum minorem DEF & ejus polum unum A intercipitur, quadrante major; interceptus vero inter eundem & polum alterum B quadrante minor.*

### DEMONSTRATIO.

Ducatur ex Polo A in alterum B recta AB, tranſibit ea per centrum ſphæræ C (§. 21), adeoque & circuli maximi HIL (§. 15), itemque per centrum G circuli minoris DEF (§. 24). Eſt igitur AHB ſemicirculus (§. 131 *Geom.*). Quare cum chordæ AH & HL æquales ſint (§. 12) & radii HC & CL itidem æquales (§. 38 *Geom.*), erunt anguli ad C æquales (§. 193 *Geom.*) adeoque recti (§. 141 *Geom.*), conſequenter eorum menſuræ AH, AL &c. (§. 55 *Geom.*) ſunt quadrantes (§. 137 *Geom.*) & hinc HB & BL ſunt itidem quadrantes, *vi demonſtratorum.* Arcus adeo inter circulum maximum HIL & ejus polos A & B intercepti quadrantes ſunt. *Quod erat unum.*

Quoniam AH & HB ſunt quadrantes *per demonſtrata*, AD quadrante major & BD eodem minor (§. 76 *Arithm.*). Arcus ergo circuli maximi inter minorem DEF & polum unum A major, inter eundem & alterum polum B interceptus quadrante minor eſt. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 7.

26. *Si arcus circuli maximi inter alium circulum ſphæræ & ejus polos A & B intercepti quadrantes ſunt; circulus iſte maximus erit.* Tab. I. Fig. 5.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam A & B ſunt poli circuli HIL *per hypoth.* AB per centrum ſphæræ tranſit (§. 21). Quare cum AH & HB itemque AL & BL ſint quadrantes, *per hypoth.* AB & HL ſunt diametri circuli maximi AHBL (§. 131 *Geom.*) ſeu ſphæræ (§. 9).

Ergo

Ergo in C eſt centrum ſphæræ (§. *cit.*), conſequenter HIL eſt circulus maximus (§ 15). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 8.

Tab. I. Fig. 6. 27. *Si circulus maximus ſphæræ ADBE tranſit per polos D & E alterius circuli maximi AFBG; hic viciſſim per illius polos G & F tranſit.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit DFEG circulus maximus: quoniam in D eſt polus unus, in E alter circuli AFBG *per hypoth.* erit DG = DF & EG = EF (§. 12) & hinc arcus cognomines æquales ſunt (§. 274 *Geom.*). Quare cum circuli maximi DFEG & AFBG ſe mutuo bifariam ſecent (§. 20); erunt GD & DF itemque GE & FE quadrantes, conſequenter GE = GD & EF = FD (§. 274 *Geom.*). Sunt igitur G & F poli circuli DABE (§ 12). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 9.

Tab. I. Fig. 2. 28. *Si circulus maximus ADBE per polos A & B alterius circuli maximi DGE tranſit; ſe mutuo ad angulos rectos ſecant & contra.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam in A & B ſunt poli circuli EGD *per hypoth.* erunt AE & EB quadrantes (§. 25). Quare cum AE & EB ſint menſuræ angulorum ACE & ECB (§. 55 *Geom.*); erunt anguli hi recti (§. 137 *Geom.*). Ergo rectæ AC & BC rectæ EC, conſequenter quadrantes ACE & ECB circulo DEG ad angulos rectos inſiſtunt. Secant igitur circuli ADBE & EGD ſe mutuo ad angulos rectos (§. 5). *Quod erat unum.*

Si circulus AEBDA alterum DEGD in E ad angulos rectos ſecat; planum EAD erit ad planum EDG perpendiculare (§ 5). Ex centro C erigatur perpendicularis CA; erit eadem ad omnes radios ex centro C in plano EGD ductos normalis (§. 31 *Perſpect.*), conſequenter rectæ ex A ad puncta ſingula peripheriæ EGD ductæ æquales ſunt (§. 169 *Geom.*). Eſt itaque A polus unus circuli EGD (§. 12), adeoque producta AC in B polus alter punctum B (§. 23), ideoque circulus AEBD per polos alterius EGD tranſit. *Quod erat alterum.*

*THEOREMA* 10.

29. *Si circulus maximus ſphæræ AFBD alterum minorem FED bifariam ſecet, ad angulos rectos eum ſecat & per polos ejus A & B tranſit.* Tab. I. Fig. 5.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam DEF eſt ſemicirculus *per hypoth.* erit DF diameter ejus (§. 131 *Geom.*). Quare ſi per centrum circuli minoris G & centrum ſphæræ ſeu maximi C ducatur re-



cta

cta AB; erunt anguli AGD & AGF recti (§.276 *Geom.*), adeoque planum DAF circulo DEG ad angulos rectos inſiſtit, hoc eſt, circulus maximus ADBF minorem DEF ad angulos rectos ſecat (§. 5). *Quod erat unum.*

Jam cum anguli ad G ſint æquales (§. 76 *Geom.*) & GD = GF (§. 38 *Geom.*), erit AD = AF & DB = BF (§. 169 *Geom.*). Sunt ergo in A & B poli circuli DEF (§. 12). *Quod erat alterum.*

### THEOREMA II.

Tab. I. Fig. 5. 30. *Si circulus maximus AFBD tranſeat per polos A & B alterius minoris DEF, ſecabit eum bifariam & ad angulos rectos.*

### DEMONSTRATIO.

Quia recta AB ducta a polo uno A in alterum B tranſit & per centrum ſphæræ ſeu circuli maximi C & per centrum circuli minoris G (§. 21. 24); erit DG = GF (§. 38 *Geom.*), conſequenter AG ad DG perpendicularis (§. 276 *Geom.*). Cum adeo planum ADG circulo minori DEF ad angulos rectos inſiſtat (§. 75 *Geom.*); maximus minorem ad angulum rectum ſecat (§. 5). *Quod erat unum.*

Et quia DF eſt diameter circuli DEFD *per demonſtrata*; eundem maximus bifariam ſecat (§. 131 *Geom.*). *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 12.

31. *Menſura anguli ſphærici ACE eſt arcus circuli maximi AE ex vertice C tanquam polo deſcripti inter crura CA & CE interceptus.* Tab. I. Fig. I.

### DEMONSTRATIO.

Quia angulus ſphæricus ACE idem eſt cum inclinatione planorum ACD & CDE (§. 5); ejus menſura eadem eſt, quæ inclinationis planorum. Eſt vero inclinationis quantitas eadem, quæ anguli ADE (§. 449 *Geom.*) & quia in D centrum circuli AEB (§. 15), arcus AE eſt menſura anguli rectilinei AED (§. 55). Ergo idem eſt menſura ſphærici ACE *per demonſtr. Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

32. Quia plani CEF ad planum CAF inclinatio ubique eadem (§. 449 *Geom.*); anguli in interſectionibus oppoſitis C & F æquales ſunt.

### COROLLARIUM 2.

33. Menſura anguli ſphærici ACE intervallo quadrantis AC vel EC ex vertice C tanquam polo inter crura deſcribitur (§. 25).

### THEOREMA 13.

34. *Si duo circuli maximi AEBF & CEDF ſe mutuo interſecent in polis E & F alterius circuli maximi ACBD; tranſibit is per polos H & h, I & i circulorum AEBF & CEDF.* Tab. I. Fig. 4.

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam in E & F ſunt poli circuli ACBD *per hypoth.* circuli AE BF & CEDF per polos circuli ACBD tranſeunt. Ergo viciſſim circulus ACBD tam per polos H & *h* circuli AEFB, quam per polos I *&* *i* alterius CEDF tranſire debet (§. 27). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 14.

ab. I. g. 4. 35. *Si duo circuli maximi* AEBF *&* CEDF *ſe mutuo interſecent, erit angulus obliquitatis* AEC *diſtantiæ polorum* HI *æqualis.*

*DEMONSTRATIO.*

Deſcribatur ex vertice anguli E tanquam polo circulus CADB; erit AC menſura anguli E (§. 31) & circulus per polos H & *h* atque I & *i* circulorum AEBF & CEDF tranſibit (§. 34). Eſt vero CH quadrans & CI itidem quadrans (§. 25). Ergo CA=HI (§. 83 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 15.

b. g. 36. *Circuli in ſphæra a centro ejus C æqualiter diſtantes* GF & LK *æquales ſunt.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit AIBH circulus genitor, ad cujus diametrum AB ſint chordæ GF & LK perpendiculares: erunt DC & EC earum diſtantiæ a centro C (§. 214 *Geom.*) & DF atque EK radii circulorum a centro æqualiter diſtantium (§. 6 *Sphær. &* §. 127 *Geom.*). Quare cum ſit DF = EK (§. 283 *Geom.*); circuli quoque his radiis deſcripti æquales ſunt (§. 159 *Geom.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

37. Quia chordarum parallelarum non niſi duæ DF & EK a centro æqualiter diſtare poſſunt; circulorum eidem maximo parallelorum nonniſi duo æquales ſunt.

*THEOREMA* 16.

38. *Si arcus* FH *&* KH *itemque* GI & IL *inter circulum maximum* IMH & *minores* GNF *&* LOK *intercepti fuerint æquales; circuli quoque æquales ſunt.* Tab. I. Fig. 7.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam FH = HK *per hypoth.* erit etiam PF = PK & GQ = QL (§. 276 *Geom.*) & quia PF & PK atque GQ & QL ad IH perpendiculares (*per §. cit.*), erunt eædem diſtantiæ circulorum GNF & LOK a circulo maximo IMH, conſequenter a centro circuli C (§. 15). Eſt igitur circulus LOK alteri GNF æqualis (§. 36). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 17.

39. *Circuli a centro ſphæræ C æqualiter diſtantes ſunt eidem circulo maximo* IMH *atque inter ſe paralleli.* Tab. I. Fig. 7.

DEMONSTRATIO.

Quia circuli GNF & LOK a centro C æqualiter diſtant, erit recta DE per centrum ducta ad diametrum utriusque circuli GF & LK perpendicularis (§. 214 *Geom.*). Ergo radii circulorum DF & LK ſunt paralleli (§. 241 *Geom.*), qui adeo in rotatione ſemicirculi AFKB circa axem AB circulos parallelos in ſphæra deſcribunt (§. 6). *Quod erat unum.*

Ducatur diameter HI per centrum C ad AB perpendicularis, erit ea diameter circuli maximi IMH (§. 15). Eodem vero, quo ante, modo porro oſtenditur, utrumque circulum GNF & LOK eſſe eidem circulo maximo IMH parallelum. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 18.

Tab. I. Fig. 7. 40. *Si arcus FH & GI ejusdem circuli maximi AIBH inter duos circulos GNF & IMH intercepti fuerint æquales; circuli ſunt inter ſe paralleli.*

DEMONSTRATIO.

Si IMH fuerit circulus maximus, demittantur ex F & G perpendiculares PF & GQ. Quoniam arcus FH & GI æquales ſunt *per hypoth.* erunt etiam perpendiculares PF & GQ æquales (§. 276 *Geom.*), conſequenter chorda GF diametro IH parallela (§. 241 *Geom.*). Deſcribit adeo recta DF in rotatione ſemicirculi AFB circa axem AB circulum GNF circulo IMH parallelum (§. 6).

Tab. I. Fig. 8. Quodſi circulus uterque GNF & IMH fuerit minor; dividantur arcus GAF & IBH bifariam in A & B (§. 198 *Geom.*). Quoniam GA = AF & IB = BH *per conſtruct.* GI = FH *per hypoth.* erit AGIB = AFHB (§. 80 *Arithm.*), conſequenter AB per centrum C tranſit (§. 131 *Geom.*). Secat igitur chordas GF & IH bifariam & ad angulos rectos (§. 276 *Geom.*), adeoque DF ipſi EH parallela (§. 241 *Geom.*). In rotatione adeo ſemicirculi AFHB circa axem AB radii DF & EH deſcribunt circulos parallelos (§. 5). *Q. e. d.*

THEOREMA 19.

Tab. I. Fig. 8. 41. *Si duo circuli in ſphæra GNF & IMH a ſphæra centro C inæqualiter diſtent, minor erit GNF, cujus diſtantia a centro CD major.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus circulorum diametros GF & IH eſſe inter ſe parallelas: Quoniam enim chordæ a centro æqualiter diſtantes æquales ſunt (§. 283 *Geom.*) ſi circuli FNG & IMH non fuerint paralleli, in demonſtratione facile aſſumi poteſt pro eorum uno alius ipſi æqualis & alteri parallelus. Ducatur jam CE per

per centrum C perpendicularis ad GF (§. 205 *Geom.*), erit eadem perpendicularis ad IH (§. 219 *Geom.*), adeoque CD & CE ſunt diſtantiæ chordarum DF & EH a centro C (§. 214 *Geom.*). Quare cum arcus IAH major ſit arcu GAF (§. 76 *Arithm.*); erit etiam IH > GF (§. 286 *Geom.*), adeoque circulus GNF major circulo IMH (§. 159 *Geom.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA 20.

Tab. I. Fig. 8. 42. *Circuli paralleli GNF & IMH eosdem habent polos A & B, & ſi eosdem polos habent, paralleli ſunt & arcus circulorum per polos transeuntium FH & IG æquales ſunt.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam GF ipſi IH parallela *per hypoth.* erit FH = GI (§. 297 *Geom.*). Per centrum C ducatur recta AB arcum GF biſecans in A (§. 278 *Geom.*), quæ ſecabit chordas GF & IH bifariam atque ad angulos rectos (§. 276 *Geom.*). Cum adeo anguli ad D & E ſint æquales (§. 139 *Geom.*) & GD = DF, IE = EH *per demonſtrata*; erit AG = AF & AI = AH (§. 169 *Geom.*), conſequenter A polus circulorum GNF & IMH (§. 12) & B alter eorundem polus (§. 23). *Quod erat primum.*

Si A fuerit polus circulorum GNF & IMH; erunt chordæ AG & AF, itemque AI & AH (§. 12), adeoque etiam arcus cognomines (§. 274 *Geom*) conſequenter arcus FH & GI (§. 82 *Arithm.*) æquales. Sunt itaque circuli GNF & IMH paralleli (§. 40). *Quod erat ſecundum.*

Quia circuli paralleli GNF & IMH eundem habent polum A *per demonſtr.* erunt rectæ AF & AG, itemque AH & AI (§. 12), adeoque & arcus cognomines æquales (§. 274 *Geom.*). Sunt igitur etiam arcus FH & GI æquales (§. 83 *Arithm.*). *Quod erat tertium.*

### THEOREMA 21.

43. *Si circulus in ſphæra* AEBF *alterum* CEDF *ſecet, anguli ſphærici, qui ſunt deinceps,* AEC *&* AED *ſunt æquales duobus rectis, verticales vero* AEC *&* DEB *æquales inter ſe. Prius etiam valet de pluribus ſuper eodem arcu* CED *ad idem punctum* E *conſtitutis.* Tab. I. Fig. 9.

### DEMONSTRATIO.

Communis interſectio EF eſt ſubtenſa arcuum EAF & ECF, itemque EBE & EDF. Quodſi jam per G ducantur ad EF perpendiculares AB & CD, erit angulus AGC inclinatio plani AEGF ad planum CEGF & AGD inclinatio ejusdem plani AEGF ad planum DEGF, angulus denique BGD inclinatio plani BEGF ad planum DEGF (§. 448 *Geom.*). Sunt igitur anguli ſphæ-

ſphærici AEC, AED, DEB ut anguli rectilinei AGC, AGD, BGD (§. 5). Sed anguli rectilinei AGC & AGD ſunt æquales duobus rectis, etiamſi plures ad idem punctum G ſuper eadem recta CD conſtituti (§. 141 *Geom.*) & verticales AGC & BGD inter ſe æquales (§. 150 *Geom.*). Ergo etiam anguli ſphærici AEC & AED aut plures ad idem punctum E ſuper eodem arcu CD conſtituti duobus rectis æquales & verticales AEC & DEB inter ſe æquales ſunt. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

44. Anguli igitur ſphærici quotcunque AEC, AED, DEB, BEC circa idem punctum E conſtituti ſunt quatuor rectis æquales.

### THEOREMA 22.

Tab. I. Fig. I. 45. *Arcus circuli paralleli IG eſt ſimilis arcui circuli maximi AE, ſi uterque inter eosdem circulos maximos CAF & CEF intercipiatur.*

### DEMONSTRATIO.

Quia AEB circulus maximus, cujus poli F & C, erit in D centrum ejus & ſphæræ (§. 15 & §. 23) & CE quadrans (§. 25), conſequenter EDC rectus. Quoniam GK parallela ipſi ED & IK ipſi AD *per hypoth.* erunt quoque GK & IK ad CF perpendiculares (§. 219 *Geom.*), adeoque anguli IKG & ADE æquales (§. 449 *Geom.*). Sunt itaque arcus AE & IG ſimiles (§. 135 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

46. Habent adeo arcus AE & IG ad ſuas peripherias eandem rationem (§. 161 *Arithm.*), conſequenter eundem numerum graduum continent (§. 39 *Geom.*).

### COROLLARIUM 2.

47. Arcus IG minor eſt arcu AE.

### LEMMA I.

48. *Si duæ fuerint curvæ quæcunque ACBD & AEFGB verſus eandem rectam AB cavæ, continens AEFGB major eſt contenta ACDB.* Tab. I. Fig. 10.

### DEMONSTRATIO.

Ducantur in curva contenta chordæ quotcunque AC, CD, DB: producatur BD in E, donec curvæ continenti occurrant, ducanturque chordæ intra continentem AE, EF, FG, GB, FB.

Quoniam AE+ED > AC+CD (§. 285 *Geom.*)
EF+FB > ED+DB (§. 179 *Geom.*)
FG+GB > FB (§. 179 *Geom.*)

---

erit AE+ED+EF+FB+FG+GB > AC+CD+ED+DB+FB (§. 80 *Arithm.*),

adeo-

adeoque $AE+EF+FG+GB > AC+CD+DB$ (§. 83 *Arithm.*).

Ergo multo magis curva continens AEFGB contenta ACDB (§. 180 *Geom.*). *Q.e.d.*

*LEMMA 2.*

Tab. I. Fig. II. 49. *Si in duobus triangulis rectangulis* GDB & ACG *baſes æquales* AG & GB *habentibus hypothenuſa unius* DB *fuerit major hypothenuſa alterius* AC, *etiam cathetus illius* DG *major erit catheto alterius* GC.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam $DB > AC$ *per hypoth.* & $DB^2 = GB^2 + DG^2$ atque $AC^2 = AG^2 + GC^2$ (§. 394 *Geom.*); erit etiam $GB^2 + DG^2 > AG^2 + GC^2$ (§. 81 *Arithm.* & §. 356 *Geom.*). Quare cum ſit $AG = GB$ *per hypoth.* adeoque $AG^2 = GB^2$ (§. 356 *Geom.*), erit etiam $GD^2 > GC^2$ (§. 84 *Arithm.*), conſequenter $GD > GC$ (§. 356 *Geom.*). *Q.e.d.*

*COROLLARIUM.*

50. Quodſi ergo duo circuli ſe mutuo interſecent in A & B, quia recta ad medium chordæ communis AB perpendicularis GH per utriusque centrum tranſit (§ 277 *Geom.*) & majoris radius AD major eſt radio minoris AC (§ 159 *Geom.*), diſtantia vero puncti a recta eſt recta ad illam perpendicularis (§. 214 *Geom.*); diſtantia centri majoris circuli DG a chorda communi AB major erit diſtantia centri minoris GC.

*LEMMA 3.*

Tab. I. Fig. II. 51. *Si circulus minor* AFBA *majorem* AEBA *ſecat, arcus maioris* AEB *ſemicirculo minor inter chordam communem* AB & *arcum minoris* AFB *ſemicirculo itidem minorem cadit.*

*DEMONSTRATIO.*

Ponamus AFB eſſe arcum circuli majoris: quia centrum majoris D a chorda AB longius diſtat, quam centrum minoris C (§. 50); erit $AD = DF$ & $AC = CE$ (§. 38 *Geom.*) adeoque $DAF = DFA$ & $CAE = CEA$ (§. 174 *Geom.*). Eſt vero $CEA > CFA$ (§. 177 *Geom.*), ergo $CAE > DAE$ (§. 81 *Arithm.*): quod cum ſit abſurdum (§ 76 *Arithm.*), AFB arcus circuli minoris, AEB vero majoris eſſe debet. *Q.e.d.*

*COROLLARIUM.*

52. Quia duo circuli communem chordam habentes ſibi mutuo ita ſuperimponi poſſunt, ut ſe mutuo ſecent; eadem chorda AB ex circulo majori arcum minorem AEB aufert, ex minore autem majorem AFB, ſi uterque arcus fuerit ſemicirculo minor (§. 48).

*THEOREMA 23.*

53. *Arcus circuli maximi eſt linea breviſſima, quæ in ſuperficie ſphæræ ab uno puncto usque ad alterum duci poteſt.*

*DEMONSTRATIO.*

Si ſphæra ſecetur plano, planum iſtud vel per centrum ſphæræ tranſit, vel centrum non attingit. In priori caſu linea ab uno puncto ad alterum in ſuperficie ſphæræ ducta eſt arcus circuli maximi, in poſteriori arcus minoris (§. 15). Quare ſi ſphæra plano ſecatur, linea breviſſima inter duo puncta intercepta eſt arcus circuli maximi (§. 52). Quodſi vero ſuperficie curva ſecetur, cujus perimeter verſus unam partem cava, verſus alteram convexa; tum linea, quæ in ſuperficie ſphæræ per duo puncta data tranſit, neceſſario verſus arcum circuli maximi cava eſt, conſequenter arcus circuli maximi minor eſt curva quacunque verſus eandem partem cava (§. 48). Quoniam vero per ſe patet, curvam flexuoſam ab uno puncto usque ad alterum ductam eſſe majorem arcu circuli maximi inter eadem puncta contento; arcus circuli maximi eſt linea omnium breviſſima, quæ in ſphæræ ſuperficie a puncto uno ad alterum duci poteſt. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

54. Ergo diſtantia duorum punctorum in ſuperficie ſphæræ eſt arcus circuli maximi inter ea interceptus (§. 14 *Geom.*).

# CAPUT IX.

## De TRIANGULIS SPHÆRICIS.

*THEOREMA 24.*

Tab. I. Fig. 12. 55. *Si in duobus triangulis ſphæricis fuerit A* = a, *BA* = ba *& CA* = ca; *erit etiam BC* = bc, *B* = b *& C* = c.

*DEMONSTRATIO.*

Non differt a demonſtratione theorematis 17 Geometriæ (§. 169).

*THEOREMA 25.*

Tab. I. Fig. 12. 56. *Si in duobus triangulis ſphæricis fuerit* A = a, C = c *&* AC = ac; *erit etiam* B = b, AB = ab & bc = BC.

*DEMONSTRATIO.*

Coincidit cum demonſtratione theorematis 40 Geometriæ (§. 236).

*SCHOLION.*

57. *Nimirum theoremata de congruentia triangulorum rectilineorum ad quævis alia curvilinea extenduntur, modo latera ſupponantur ſimilia, e. gr. ſimiles arcus parabolici*

Quodſi

*Quodſi enim ulterius ſupponantur æqualia, tum utique congruere debent* (§. 155 Geom.). *Univerſaliter etiam verum eſt, quod ſimiles lineæ, quarum extrema coincidunt, totæ coincidant ſeu æquales ſint; alias enim perpendicula ex punctis eodem modo determinatis ad rectam poſitione datam demiſſa non forent æqualia, conſequenter illæ per eorum rationem ad rectam quandam conſtantem diſcerni poſſent, adeoque ſimiles non forent* (§. 22 Arithm.), *quod hypotheſin evertit.*

## THEOREMA 26.

Tab. I. Fig. 12. 58. *Si in duobus triangulis ſphæricis fuerit* AB = ab, AC = ac, BC = bc; *erit etiam* A = a, B = b, C = c.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam arcus AB & *ab*, AC & *ac*, BC & *bc* æquales ſunt, *per hypoth.* etiam chordæ cognomines æquales ſunt (§. 274 *Geom.*). Ergo triangulum rectilineum *abc* congruit cum triangulo ABC, ſi eidem decenter ſuperimponatur (§. 139 *Geom.*), conſequenter etiam ſphærica ſibi mutuo congruere debent (§. 57). *Q. e. d.*

## THEOREMA 27.

Tab. I. Fig. 13. 59. *In triangulo æquicruro ABC anguli ad baſin B & C ſunt æquales & ſi in aliquo triangulo anguli B & C ad baſin BC æquales ſunt, triangulum ABC eſt æquicrurum.*

### DEMONSTRATIO.

Fiat AD = AE, erit BD = EC (§. 83 *Arithm.*). Per C & D, itemque per B & E ducantur arcus circulorum maximorum CD & BE. Quoniam AC = AB *per hypoth.* & AD = AE *per conſtruct.* angulus vero A utrique triangulo ABE & ACD communis; erit DC = BE (§. 55). Quare cum etiam ſit EC = BD *per demonſtrata* & baſis BC utrique triangulo BDC & BEC communis; erit B = C (§. 58). *Quod erat unum.*

Sit jam B = C *per hypoth.* Fiat BD = CE ducanturque arcus BE & CD; erit DC = BE, $x = o$ & $m = n$ (§. 55), conſequenter $u = y$ (§. 43) & $i = h$ (§. 83 *Arithm.*). Cum adeo ſit DA = AE (§. 55) & BD = EC *per conſtruct.* erit AB = AC (§. 80 *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

### SCHOLION.

60. *Facile apparet, hanc demonſtrationem valere de omni triangulo, cujus latera ſunt lineæ ſimiles.*

## THEOREMA 28.

61. *In omni triangulo ſphærico quodlibet latus eſt ſemicirculo minus.* Tab. I. Fig. 14.

### DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, donec ſibi mutuo occurrant in D. Continuentur quoque latera BA & BC, donec ſibi mutuo occurrant in E. Quoniam latera trianguli ſunt arcus circulorum maximorum in ſphæra (§. 5); ABD, ACD & BCE ſunt ſemicirculi (§. 20). Ergo arcus AB, AC & BC ſunt ſemicirculo minores. *Q. e. d.*

## THEOREMA 29.

Tab. I. Fig. 15. 62. *In omni triangulo ſphærico*

BAC *duo latera* AB & AC *ſimul ſumta ſunt tertio* BC *majora.*

*DEMONSTRATIO.*

Compleatur latus unum AC in circulum AFC, cujus diameter AF. Fiat AD = AB ducaturque arcus DAC ſubtenſa DC, quæ diametrum AF in E ſecabit. Quodſi concipiamus ſemicirculum ADF rotari circa axem AF, donec arcus AD ipſi AB congruat (§. 57), recta ED ipſi EB æqualis erit. Sed BE+EC > BC (§. 22 *Geom.*). Ergo DC > BC (§ 81 *Arithm.*), conſequenter arcus DAC, hoc eſt, duo arcus AB & AC ſimul ſumti ſunt arcu BC majores (§. 286 *Geom.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 30.

Tab. I. Fig. 14. 63. *In omni triangulo ſphærico* ABC *tria latera junctim ſumta* AB, BC & CA *ſunt peripheria circuli maximi minora.*

*DEMONSTRATIO.*

Continuentur latera AB & AC, donec coëant in D, erunt ABD & ACD ſemiperipheriæ circulorum maximorum (§. 20). Sed BD + CD > BC (§. 61), ergo BA + AC + BC < ABD + ACD (§. 82 *Arithm.*), hoc eſt, tria latera ſimul ſumta peripheria circuli maximi minora ſunt. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 31.

Tab. I. Fig. 14. 64. *In omni triangulo ſphærico* ABC *majori angulo* ABC *opponitur majus latus* AC, *minori* A *latus minus* BC *& contra.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam ABC > A, fiat $o = x$ (§. 18 *Arithm.*): erit FA = FB (§. 59), adeoque FB + FC = AC (§. 80 *Arithm.*). Eſt vero FB + FC > BC (§. 61): ergo AC > BC (§. 81 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Sit jam AC > BC: aut erit A = B, aut A > B, aut A < B. Si A = B, erit AC = BC (§. 59) & ſi A > B, erit BC > AC *per demonſtrata.* Sed utrumque eſt contra hypotheſin: ergo A < B. *Quod erat alterum.*

*THEOREMA* 32.

65. *Si in triangulo ſphærico* BAC *crura* AB & BC *fuerint ſimul ſumta ſemicirculo æqualia, baſi* AC *continuata in* D, *erit angulus externus* BCD *interno oppoſito* BAC *æqualis.* Tab. I. Fig. 14.

*DEMONSTRATIO.*

Continuentur latera AB & AC donec ſibi mutuo occurrant in D: erit ABD ſemicirculus (§. 20), conſequenter cum AB + BC ſit itidem ſemicirculus, *per hypoth.* AB + BC = AB + BD, adeoque BC = BD (§. 83 *Arithm.*). Cum adeo ſit BCD = D (§. 59) & A = D (§. 32); erit etiam BCD = A (§. 79 *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEO-

### THEOREMA 33.

Tab. I. Fig. 14.

66. *Si in triangulo ſphærico* BAC *duo crura* AB & BC *ſimul ſumta fuerint ſemicirculo minora, angulus externus* BCD *major erit interno oppoſito* A.

### DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, donec ſibi mutuo in D occurrant: erit ABD ſemicirculus (§. 20), conſequenter cum AB + BC ſit ſemicirculo minor, *per hypoth.* AB + BC < AB + BD, adeoque BC < BD (§. 83 *Arithm.*). Cum adeo ſit BCD > D (§. 64) & D = A (§. 32); erit etiam BCD > A (§. 81 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA 34.

Tab. I. Fig. 14.

67. *Si in triangulo ſphærico* BAC *duo crura* AB & BC *ſimul ſumta fuerint ſemicirculo majora; angulus externus* BCD *minor erit interno oppoſito* A.

### DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, donec ſibi mutuo occurrant in D; erit ABD ſemicirculus (§. 20), conſequenter cum AB + BC ſit ſemicirculo major *per hypoth.* AB + BC > AB + BD, adeoque BC > BD (§. 83 *Arithm.*). Cum adeo ſit BCD < D (§. 64) & D = A (§. 32), erit etiam BCD < A (§. 81 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA 35.

Tab. I. Fig. 14.

68. *Si baſi* AC *trianguli ſphærici* ABC *continuata in D, fuerit* BCD = A, *latera* AB & BC *ſunt ſemicirculo æqualia; ſi* BCD < A, AB & BC *ſemicirculo majora; ſi denique* BCD > A, AB & BC *ſemicirculo minora.*

### DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, donec in D coëant: erit A = D (§. 32), adeoque in caſu primo BCD = D (§. 79 *Arithm.*), in ſecundo BCD < A, in tertio BCD > A (§. 81 *Arithm.*). Ergo in primo BC = BD (§. 59), in ſecundo BC > BD & in tertio BC < BD (§. 64). Quare cum AB + BD ſit ſemicirculus (§. 20), erit in caſu primo AB + BC ſemicirculus (§. 8 *Arithm.*), in ſecundo AB + BC major, in tertio minor ſemicirculo (§. 82 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### THEOREMA 36.

Tab. I. Fig. 14.

69. *Si in triangulo ſphærico ABC duo latera AB & BC fuerint ſemicirculo æqualia, anguli ad baſin A & C ſunt æquales duobus rectis; ſi illa ſemicirculo majora, hi duobus rectis majores; ſi illa ſemicirculo minora, hi duobus rectis minores.*

### DEMONSTRATIO.

Si AB & BC ſimul æquantur ſemicirculo, erit BCD = A (§. 65). Sed

BCD + BCA = duobus rectis (§. 43). Ergo anguli ad baſin A & C duobus rectis æquales (§. 80 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Si AB & BC ſimul ſumpta ſemicirculo majora, erit BCD < A (§. 67); ſi minora, BCD > A (§. 66). Sed BCD & BCA ſimul duobus rectis æquales (§. 43). Ergo in caſu priori A & C duobus rectis majores, in poſteriori minores (§. 82 *Arithm.*). *Quod erat ſecundum & tertium.*

### THEOREMA 37.

Tab. I. Fig. 14. 70. *Si in triangulo ſphærico ABC anguli ad baſin* A & C *duobus rectis æquales, latera AB & BC ſimul ſumpta æqualia ſunt ſemicirculo; ſi illi duobus rectis majores, hæc ſemicirculo majora; ſi illi duobus rectis minores, hæc ſemicirculo minora.*

### DEMONSTRATIO.

Anguli, qui ſunt deinceps, BCA & BCD duobus rectis æquales ſunt (§. 43). Quare ſi A & BCA duobus rectis æquales, erit A = BCD (§. 83 *Arithm.*); ſi A & BCA duobus rectis majores, erit A > BCD; ſi minores, A < BCD (§. 84 *Arithm.*). Ergo in caſu primo latera AB & BC ſimul ſemicirculo æqualia ſunt, in ſecundo majora, in tertio minora ſemicirculo (§. 68). *Q. e. d.*

### THEOREMA 38.

Tab. I. Fig. 14. 71. *In omni triangulo ſphærico ABC angulus quivis eſt minor duobus rectis; tres A, B & C ſimul ſunt ſex rectis minores, duobus majores.*

### DEMONSTRATIO.

Angulus quivis BCA cum eo, qui eſt deinceps, BCD æquatur duobus rectis (§. 43). Ergo ſolus eſt minor duobus rectis (§. 76 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Similiter quia A, B & C cum ſuis angulis, qui ſunt deinceps, æquantur ſex rectis (§. 43); pars ſex rectorum ſunt (§. 9 *Arithm.*), adeoque ſex rectis minores (§. 76 *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

Porro cum A & C ſimul ſumti vel ſint duobus rectis æquales, vel iisdem majores, vel minores (§. 69); in duobus caſibus prioribus ſtatim patet, tres A, C & B ſimul duobus rectis majores eſſe. Quod vero etiam in caſu tertio duobus rectis majores ſint, ita demonſtratur. Quia A & BCA duobus rectis minores *per hypoth.* latera AB & BC ſimul ſemicirculo minora ſunt (§. 70), adeoque BCD > A (§. 66). Fiat ergo GCD = A: erunt AG & GC ſimul ſemicirculo æqualia ( . 68), adeoque BG & GC ſemicirculo minora (§. 76 *Arithm.*), conſequenter GBC & BCG duobus rectis minores (§. 69) & hinc ABC > BCG (§. 43 *Sphæric.* & §. 84 *Arithm.*). Ergo A + ABC > GCD + GCB (§. 82 *Arithm.*) > BCD (§. 76 & §. 81 *Arithm.*). Sed BCD & BCA

BCA ſimul duobus rectis æquales (§. 43). Quare A, ABC & BCA duobus rectis majores (§. 82 Arithm.). *Quod erat tertium.*

*THEOREMA* 39.

Tab. I. Fig. 13. 72. *Si in triangulo ſphærico BAC crura AB & AC ſint quadrantes, anguli ad baſin B & C recti erunt; quodſi angulus interceptus A fuerit rectus etiam baſis BC quadrans erit; ſi A obtuſus, BC quadrante major; ſi A acutus, BC quadrante minor.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam AB & BC ſunt quadrantes, anguli B & C inter ſe æquales (§. 59) & junctim ſumti duobus rectis æquales ſunt (§. 69). Eſt igitur tam B, quam C rectus. *Quod erat unum.*

Similiter quia AB quadrans *per hypoth.* BC eſt menſura anguli A (§. 33). Quare ſi A rectus erit BC quadrans; ſi obtuſus, quadrante major; ſi acutus, quadrante minor. *Quod erat alterum.*

*THEOREMA* 40.

Tab. I. Fig. 13. 73. *Si in triangulo ſphærico BAC anguli ad baſin B & C fuerint recti; crura AB & CA ſunt quadrantes.*

*DEMONSTRATIO.*

Quia anguli B & C ſunt inter ſe æquales, *per hypoth.* crura AB & CA æqualia ſunt (§. 59). Et quia B & C ſimul duobus rectis æquales *per hypoth.* AB & CA ſimul ſemicirculo æqualia ſunt (§. 70). Eſt igitur tam AB, quam AC quadrans. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 41.

74. *Si in triangulo ſphærico æquicruro ABC crura AB & AC fuerint quadrante majora, anguli ad baſin B & C ſunt obtuſi; ſi minora, acuti & contra.* Tab. I. Fig. 13.

*DEMONSTRATIO.*

Si AB & AC quadrante majora, erunt ſimul ſemicirculo majora, adeoque anguli B & C ſimul duobus rectis majores (§. 69), conſequenter tam B, quam C recto major (§. 59), hoc eſt, obtuſus. *Quod erat unum.*

Si AB & AC quadrante minora, erunt ſimul ſemicirculo minora, adeoque anguli B & C ſimul duobus rectis minores (§. 69), conſequenter tam B, quam C recto minor (§. 59), hoc eſt, obtuſus. *Quod erat alterum.*

Converſum theorema ſimili prorſus modo demonſtratur. Si enim triangulum æquicrurum, anguli B & C ſunt æquales (§. 59), adeoque duobus rectis minores, ſi uterque acutus. Ergo in priori caſu latera AB & AC ſimul ſemicirculo majora, in poſteriori minora (§. 70), conſequenter tam AB, quam AC in priori quadrante majus

majus, in poſteriori quadrante minus. *Q. e. d.*

THEOREMA 42.

Tab. II. Fig. 16. 75. *Si in triangulo ſphærico rectangulo, angulo recto B adjacens latus BC fuerit quadrans, erit angulus A rectus, ſi BE quadrante majus, angulus A obtuſus; ſi denique BD quadrante minus, angulus A acutus.*

*DEMONSTRATIO.*

Quia CB ipſi BA ad angulos rectos inſiſtit, circulus, cujus arcus CB, per polum ejus tranſit, ad quem BA pertinet (§. 28). Eſt vero BC quadrans *per hypoth.* Ergo in C eſt polus ipſius BA (§. 25). Cum adeo CA itidem per polum ipſius BA tranſeat; erit A angulus rectus (§. 28). *Quod erat unum.*

Jam ſi BD quadrante minus, BE vero quadrante majus, in caſu priore AD inter B & C, in poſteriore AE ultra C cadit, adeoque in illo angulus BAD recto BAC minor, in hoc major eſt (§. 76 *Arithm.*), hoc eſt, in illo acutus, in hoc obtuſus. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 43.

Tab. II. Fig. 16. 76. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ad B rectangulo angulus* A *fuerit obtuſus, erit latus ipſi oppoſitum EB quadrante majus: ſi vero in triangulo* ABD *ad* B *rectangulo angulus* A *fuerit acutus, erit latus ipſi oppoſitum* BD *quadrante minus.*

*DEMONSTRATIO.*

Si enim latus BE eſſet vel quadrans, vel quadrante minus, angulus A eſſet in priori caſu rectus, in altero acutus (§. 75). Sed *per hypotheſin* obtuſus eſt: ergo BE nec quadrans eſt, nec quadrante majus, conſequenter quadrante minus. *Quod erat unum.*

Eodem modo oſtenditur, ſi A fuerit angulus acutus, fore BD quadrante minus. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 44.

77. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ad B rectangulo utrumque crus* AB *&* BC *fuerit vel quadrante minus, vel quadrante majus; hypothenuſa* AC *erit quadrante minor.* Tab. II. Fig. 17. Tab. II. Fig. 18.

*DEMONSTRATIO.*

Continuentur crura CB & AB quadrante minora in F & D, donec CF & BD fuerint quadrantes, vel ſi CB & AB quadrante majora, reſecentur quadrantes CF & BD ducaturque arcus DF hypothenuſæ continuatæ in E occurrens. Quia DB ſecat CB ad angulos rectos, per polum ipſius tranſit (§. 28). Quare cum BD ſit quadrans, *per conſtructionem*; erit in D polus quadrantis CF (§. 25), adeoque etiam angulus ad F rectus (§. 28): unde eodem modo patet, eſſe quoque in C polum ipſius DF, conſequen-

quenter CE quadrantem (§. 25). Ergo CA quadrante minor, (§. 76 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 45.

Tab. I. Fig. 17. Tab. I. Fig. 18. 78. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ad* B *rectangulo duo anguli reliqui* A & C *fuerint vel ambo acuti, vel obtuſi; hypothenuſa* AC *quadrante minor.*

*DEMONSTRATIO.*

Si enim A & C fuerint acuti, erunt latera oppoſita BC & AB quadrante minora; ſi A & C obtuſi, latera oppoſita BC & AB quadrante majora (§. 76). Ergo in utroque caſu hypothenuſa AC quadrante minor (§. 77). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 46.

Tab. II. Fig. 19. 79. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ad* B *rectangulo latus unum* AB *fuerit quadrante minus, alterum* CB *quadrante majus; hypothenuſa* AC *erit quadrante major.*

*DEMONSTRATIO.*

Continuetur AB in E, donec BE ſit quadrans & ex latere BC reſecetur quadrans CF, ducaturque arcus EF ſecans hypothenuſam neceſſario in D. Quoniam EB ſecat CB ad angulos rectos, per polum ipſius tranſit (§. 28). Quare cum BE ſit quadrans, erit in E polus ipſius CF (§. 25), adeoque etiam angulus ad F rectus (§. 28): unde eodem modo patet, eſſe quoque in C polum ipſius EF, conſequenter CD quadrantem (§. 25). Ergo CA quadrante major (§. 76 *Arithm.*) *Q. e. d.*

*THEOREMA* 47.

80. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ad* B *rectangulo angulus unus* C *fuerit acutus, alter* A *obtuſus; erit hypothenuſa* AC *quadrante major.* Tab. II. Fig. 19.

*DEMONSTRATIO.*

Quia A recto major, C minor, *per hypoth.* erit latus BC majus, AB vero minus quadrante (§. 76). Ergo hypothenuſa AC quadrante major (§. 79). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 48.

81. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ad* B *tantum rectangulo hypothenuſa* AC *ſit quadrante minor, erunt crura* AB *&* BC *vel quadrante maiora, vel minora, & anguli* A *&* C *vel obtuſi, vel acuti: ſi vero* AC *quadrante maior, crus alterum* BC *quadrante maius & angulus ipſi oppoſitus* A *obtuſus; alterum* AB *quadrante minus & angulus eidem oppoſitus* C *acutus.* Tab. II. Fig. 19.

*DEMONSTRATIO.*

Si enim in priore caſu crus unum foret quadrante majus, alterum minus, & angulorum alter obtuſus, alter acutus; tum hypothenuſa neceſſario foret quadrante ma-

major (§.79 & 80). Sed *per hypotheſin* quadrante minor exiſtit; ergo crus unum quadrante majus, alterum minus eſſe nequit, nec angulorum alter obtuſus, alter acutus. Eſt igitur latus utrumque aut quadrante majus, aut eodem minus, & angulus uterque vel obtuſus, vel acutus. *Quod erat unum.*

Non abſimili modo oſtenditur, ſi hypothenuſa quadrante major, fore latus alterum quadrante majus, alterum minus; angulum alterum recto majorem, alterum minorem. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 49.

Tab. II. Fig. 29. 82. *Si in triangulo ſphærico obliquangulo ACB angulus ad baſin uterque A & B fuerit vel obtuſus, vel acutus, perpendiculum CD ex angulo tertio C in latus oppoſitum AB demiſſum intra triangulum; ſi unus B obtuſus, alter A acutus, extra illud cadit.*

### DEMONSTRATIO.

Cadat enim, ſi fieri poteſt, perpendiculum CF extra triangulum ACB. Quoniam in triangulo ACF angulus A obtuſus *per hypoth.* erit CF quadrante majus (§.76); conſequenter in triangulo CBF angulus *o* obtuſus (§.75). Sed quia *x* eſt obtuſus, *per hypoth.* erit *o* acutus (§.43). Quare cum angulus *o* non ſimul acutus & obtuſus eſſe poſſit, perpendiculum extra triangulum cadere nequit. Cadit ergo intra ipſum. *Quod erat primum.*

Quoniam in altero caſu angulus A acutus *per hypoth.* erit CF quadrante minus (§.76), conſequenter in triangulo CBF angulus *o* acutus (§.75). Sed quia *x* eſt acutus *per hypoth.* erit *o* obtuſus (§.43). Quare cum angulus *o* non ſimul acutus & obtuſus eſſe poſſit, perpendiculum intra triangulum cadat neceſſe eſt. *Quod erat ſecundum.*

Sit deniq; angulus CBA obtuſus, alter A acutus & cadat, ſi fieri poteſt, perpendiculum CD intra triangulum. Quoniam angulus *x* eſt obtuſus, *per hypoth.* erit latus CD quadrante majus (§.76). Sed quia in triangulo ACD *per hypoth.* rectangulo ad D angulus A acutus *per hypoth.* erit idem latus CD quadrante minus (§.76): quod cum ſit abſurdum, perpendiculum intra triangulum cadere nequit. Cadit ergo extra illud. *Q. e. d.*

### THEOREMA 50.

83. *Diſtantia puncti A in ſphæra a circulo maximo vel minore BC eſt arcus circuli maximi AD ad ipſum perpendicularis ~~& quadrante major.~~* Tab. II. Fig. 16.

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Si arcus perpendicularis AD fuerit quadrans; erit in A polus circuli maximi BC (§. 28), adeoque omnes arcus circulorum maximorum inter punctum A & circulum BC intercepti ſunt quadrantes (§. 25). Quodſi AD fuerit quadrante minor; erit angulus B recto minor (§. 75), adeoque AD < AB (§. 64). Minor adeo arcus circuli maximi quam AD inter A & BC in utroque caſu intercipi nequit. Quare cum arcus circuli maximi AD ſit linea breviſſima, quæ in ſuperficie ſphæræ ab uno puncto ad alterum duci poteſt (§. 53); erit is diſtantia puncti A a circulo BC (§. 14 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Quodſi IG fuerit circulus minor, CB maximus, A utriusque polus: erit arcus AD tam ad IG, quam ad BC perpendicularis (§. 28. 30). Cum adeo AD ſit diſtantia puncti A a BC, & BH diſtantia puncti H ab eodem BC *per demonſtrata*; erit AH diſtantia puncti A ab arcu IG. *Quod erat alterum.*

*THEOREMA 51.*

ab. I. g. 84. *Si in triangulo ſphærico ACB omnes anguli A, B & C ſunt acuti; latera ſingula ſunt quadrante minora.*

*DEMONSTRATIO.*

Demittatur ex angulo uno C in latus AB perpendicularis CD, quæ intra triangulum cadit (§. 82). Cum itaque in triangulo rectangulo CDB angulus B ſit acutus & DCB ſimiliter acutus; erit hypothenuſa CB quadrante minor (§. 78). Eodem modo conſtat, hypothenuſam AC in triangulo rectangulo ADC eſſe quadrante minorem. Nec abſimili ratiocinio colligitur, perpendiculo ex B in latus AC demiſſo, latus AB eſſe quadrante minus. Sunt igitur ſingula latera quadrante minora. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

85. Ergo ſi in triangulo ſphærico obliquangulo latus unum ſit quadrante majus, angulus unus eſt obtuſus, (§. 84), nempe qui opponitur eidem lateri (§. 64).

*THEOREMA 52.*

86. *Si in triangulo ſphærico ACB anguli duo A & B fuerint obtuſi, tertius vero C acutus; latera AC & CB obtuſis oppoſita ſunt quadrante majora, quod vero opponitur acuto AB, quadrante minus.* Tab. II. Fig. 20.

*DEMONSTRATIO.*

Demittatur ex angulo acuto C perpendiculum in AB, quod intra triangulum cadet (§. 81). Quoniam $x$ & $y$ ſunt anguli obtuſi, $m$ & $r$

acuti *per hypoth.* in triangulis ACD & CDB ad D rectangulis *per conſtr.* erunt hypothenuſæ AC & CB quadrante majores (§. 80). *Quod erat unum.*

Demittatur porro ex angulo obtuſo A perpendiculum in CB, quod extra triangulum cadet (§. 82). Continuetur perpendiculum AG donec lateri CB continuato in H occurrat; erit HG ſemicirculus (§. 20). Sed arcus CB quadrante major, *per demonſtrata*: Ergo BG quadrante minor. Jam cum angulus *x* obtuſus ſit, *per hypoth.* erit *z* acutus (§. 43), adeoque perpendiculum AG quadrante minus (§. 76), conſequenter AB quadrante minus (§. 77). *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM.*

87. Ergo ſi duo latera ſunt quadrante minora, duo anguli ſunt acuti.

*THEOREMA 53.*

Tab. II. Fig. 21. 88. *Si in triangulo ſphærico ABC ſingula latera fuerint quadrante majora, vel duo AB & AC quadrante majora, tertium BC quadrans; ſinguli anguli ſunt obtuſi.*

*DEMONSTRATIO.*

Ex A tanquam polo intervallo quadrantis AD deſcribatur circulus maximus DEF occurrens lateri BC producto in F: erunt anguli ad D & E recti (§. 28), & quia BC vel quadrans, vel quadrante majus, CF quadrante minus (§. 20) & BF quadrante majus in caſu utroque, conſequenter cum CE ſit quadrante minus, quia AE quadrans, EF quadrante minus (§. 81). Unde angulus ECF acutus (§. 75), adeoque ipſi deinceps poſitus ACB obtuſus (§. 43). Eodem prorſus modo oſtenditur angulos reliquos B & A eſſe obtuſos. *Q. e. d.*

*THEOREMA 54.*

89. *Si in triangulo ſphærico obliquangulo ABC duo latera AB & AC ſint quadrante minora, tertium BC quadrante majus; erit angulus A, qui maximo opponitur obtuſus, reliqui duo B & C erunt acuti.* Tab. I. Fig. 14.

*DEMONSTRATIO.*

Producantur latera quadrante minora AB & AC, donec ſibi mutuo occurrant in D, erunt latera BD & CD quadrante majora (§. 20) adeoque omnes anguli obtuſi (§. 88), conſequenter angulus A obtuſus (§. 32) & ABC atque BCA acuti (§. 43). *Q. e. d.*

*THEOREMA 55.*

90. *Si trianguli ſphærici ABC ad A rectanguli ſingula latera, quæ ſunt quadrante minora, continuentur in F, E & D, donec fiant quadrantibus CD, CE, AF æquales; arcus circuli maxi-* Tab. II. Fig. 22.

*maximi DF tranſiens per puncta F & D eſt quadrans, arcum CE ad angulos rectos ſecat, & per punctum E tranſit.*

*DEMONSTRATIO.*

Quia FA ſecat AC ad angulos rectos *per hypoth.* FA per polum ipſius AC tranſit (§. 28). Quare cum FA ſit quadrans *per construct.* erit in F polus ipſius DC (§. 25), conſequenter FD quadrans eſt (§. *cit.*). *Quod erat unum.*

Porro quoniam DF tranſit per polum F arcus DC *per demonſtrata;* DC viciſſim per polum ipſius DF tranſit (§. 27). Quare cum DC ſit quadrans *per conſtruct.* erit in C polus ipſius DF (§. 25), conſequenter CE quadrans (§. *cit.*) adeoque arcus DF per punctum E tranſit, EC etiam arcum EF ad angulos rectos ſecat (§. 28). *Quod erat ſecundum & tertium.*

*COROLLARIUM.*

91. Quoniam DE eſt menſura anguli C (§. 31) & DF quadrans (§. 90); erit arcus EF complemento anguli C ad rectum æqualis. Similiter quia DA menſura anguli F (§. 21) & DC quadrans (§. 90) erit angulus F complemento lateris AC æqualis.

## CAPUT III.
### DE
# RESOLUTIONE TRIANGULORUM RECTANGULORUM.

*DEFINITIO 9.*

Tab. II. Fig. 23. 92. In triangulo ſphærico rectangulo BAC *partem mediam* voco, quæ inter duas alias inſtar extremarum conſideratas interjacet. Veluti ſi extremæ ſumantur AB & BC, pars media erit angulus B.

*DEFINITIO* 10.

93. Quodſi partes, quæ inſtar extremarum conſiderantur, mediæ fuerint contiguæ, aut inter mediam & extremarum alteram angulus rectus A interjacet, *partes* illas *conjunctas* appello. E. gr. ſi B ſit media, AB & BC erunt partes conjunctæ.

*COROLLARIUM.*

94. Quodſi ergo fuerit

| media | erunt conjunctæ |
|---|---|
| 1. AB | 1. AC, B |
| 2. B | 2. AB, BC |
| 3. BC | 3. B, C |
| 4. C | 4. BC, AC |
| 5. AC | 5. C, AB |

## DEFINITIO II.

Tab. II. Fig. 23. 95. Si vero inter partes, quæ extremarum loco ſunt, & inter mediam alia quædam præter rectum interjacet; tum eas *ſejunctas* dicere ſoleo. E. gr. ſi B ſit media, erunt AC & C ſejunctæ: inter partem enim mediam B & extremam C interjacet hypothenuſa BC, inter mediam B & alteram extremam AC præter rectum A crus AB.

## COROLLARIUM.

96. Quodſi ergo fuerit

| media | erunt ſejunctæ |
|---|---|
| 1. AB | 1. BC, C |
| 2. B | 2. AC, C |
| 3. BC | 3. AB, AC |
| 4. C | 4. B, AB |
| 5. AC | 5. BC, B |

## LEMMA 4.

97. *Si planum EFC ad planum GFC inclinetur, ſintque FG, EF & BI ad FI, BH ad planum FCG perpendiculares; anguli EFG & BIH æquales ſunt.* Tab. II. Fig. 24.

## DEMONSTRATIO.

Fiat FS = IB & ex S demittatur SR ad FG perpendicularis. Quoniam FE & BI perpendiculares ad FI, *per hypoth.* erit FI ipſi BS parallela (§. 215 *Geom.*) & BS tam ad FS, quam IB (§. 219 *Geom.*), conſequenter etiam ad SR in plano FSR & ad BH in plano IBH perpendicularis (§. 31 *Perſpect.*). Quare cum BH ſit perpendicularis ad planum GFC *per hypoth.* adeoque ad HR (§. 31 *Perſpect.*); erit HR ipſi BS parallela (§. 241 *Geom.*), conſequenter SR = BH (§. 215 *Geom.*), adeoque etiam FR = IH (§. 364 *Geom.*). Quare cum FS = IB *per conſtruct.* erit angulus SFR alteri BIH æqualis (§. 193 *Geom.*). *Q. e. d.*

## THEOREMA 56.

98. *In triangulo ſphærico ABC ad A rectangulo ſinus totus eſt ad ſinum hypothenuſæ BC ut ſinus anguli obliqui C ad ſinum cruris ſibi oppoſiti AB, vel ut ſinus anguli B ad ſinum cruris ſibi oppoſiti* AC. Tab. II. Fig. 25.

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Producantur latera CB in E, CA in D, AB in P, donec CE, CD, AP fiant quadrantes: circulus maximus DPNO tranſiens per D & P etiam tranſit per E (§. 90), eſtque ED menſura anguli C (§. 31). Quare ſi ad radios FD, FA & FC demittantur perpendiculares EF, BH & BI; erunt eædem ſinus arcuum EF BC & AC (§. 2 *Trigon. plan.*) & cum ob quadrantem CE angulus EFC ſit rectus (§. 137 *Geom.*) adeoque EF ad FA perpendicularis (§. 75 *Geom.*); erit angulus EFG alteri BIH æqualis (§. 97), conſequenter ut FE ſinus totus ad BI ſinum hypothenuſæ BC, ita EH ſinus arcus ED ſeu anguli ACB ad BH ſinum lateris ſibi oppoſiti AB (§. 252 *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, quod ſinus totus ſit ad ſinum BC uti ſinus B ad ſinum AC.

Quodſi in triangulo QCB crus unum QA fuerit quadrante majus, erit etiam hypothenuſa QB quadrante major (§. 79). Quare ſi arcus MD & ME fiant quadrantes & reliqua ut ante; in hoc etiam caſu patet eſſe, ſinum totum FE ad ſinum BI hypothenuſæ BM, ut ſinus EG anguli M ad ſinum BH cruris BC.

Denique ſi crura angulum rectum intercipientia fuerint OB & OE quadrante majora, erit hypothenuſa BE quadrante minor (§. 77). Continuentur latera, donec ſe mutuo interſecent in P, erit angulus P ipſi O æqualis (§. 32), adeoque etiam rectus & PE atque DB erunt complementa crurum ad ſemicirculum (§. 18). Sed in triangulo BDE eſt ut ſinus totus ad ſinum hypothenuſæ, ita ſinus anguli B ad ſinum cruris oppoſiti, PE, ita etiam ſinus anguli E ad ſinum cruris oppoſiti PB, *per demonſtrata.* Quare cum PE atque EO PB atque BO, anguli ad B itemque ad E contigui eundem habeant ſinum (§. 5 *Trigon. plan.*); erit etiam ut ſinus totus ad ſinum hypothenuſæ BE, ita ſinus EBO ad ſinum EO, & ſinus BEO ad ſinum BO.

In omni adeo triangulo rectangulo ſphærico ABC, cujus nullum latus eſt quadrans &c. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

99. Eſt ergo rectangulum ex ſinu toto in ſinum cruris unius æquale rectangulo ex ſinu anguli eidem oppoſiti in ſinum hypothenuſæ (§. 360 *Geom.*).

*THEOREMA 57.*

100. *In omni triangulo ſphærico rectangulo ABC, cujus latus nullum eſt quadrans, ſi crurum AB & AC complementa ad quadrantem conſiderentur ut crura ipſa rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ æquo-* Tab. II. Fig. 22.

*æquatur rectangulo ex ſinibus partium ſejunctarum,*

*DEMONSTRATIO.*

Etenim pars media vel eſt crus alterutrum AB aut AC, vel hypothenuſa BC, vel angulus obliquus alteruter B aut C, adeoque in primo caſu partes ſejunctæ ſunt hypothenuſa BC & angulus obliquus C vel B mediæ AB vel AC oppoſitus; in ſecundo crura AB & AC; in tertio angulus obliquus alter C aut B cum crure adjacente AC vel AB (§. 96).

I. Eſt vero in caſu primo rectangulum ex ſinu toto in ſinum partis mediæ æquale rectangulo ex ſinibus ſejunctarum (§. 99) & coſinus complementorum ad quadrantem ſunt ſinus ipſorummet laterum (§. 11 *Trigon. plan.*). Quare ſi pro cruribus AB & AC ſumantur complementa ad quadrantem; erit rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ AB vel AC æquale rectangulo ex ſinibus ſejunctarum BC & C vel B.

II. Si BC fuerit pars media & crura AB atque AC partes ſejunctæ; continuentur ſingula trianguli latera in D, E & F, donec fiant quadrantes & per F ac D ducatur circulus maximus, erit DF quadrans & tranſibit etiam per E ſecabitque EC ad angulos rectos (§. 90). Erit vero F complemento cruris AC (§. 91), EB complemento hypothenuſæ BC & FB complemento cruris AB æqualis, *per conſtruct.* Cum adeo rectangulum ex ſinu toto in ſinum EB ſit æquale rectangulo ex ſinibus anguli F & arcus BF, (§. 99) erit rectangulum ex coſinu partis mediæ BC æquale rectangulo ex ſinibus ſejunctarum AB & AC.

III. Si C pars media, AB & B partes ſejunctæ, continuatis ut ante lateribus, erit EF complemento anguli C (§. 91) & EBF ſuo verticali ABC æqualis (§. 43). Quare cum ſit rectangulum ex ſinu toto in ſinum arcus EF æquale rectangulo ex ſinu anguli B in ſinum arcus BF (§. 95); erit denuo rectangulum ex ſinu toto in Coſinum partis mediæ C æquale rectangulo ex ſinibus ſejunctarum B & AB.

Patet adeo in omni caſu, rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ æquari rectangulo ex ſinibus ſejunctarum; ſi complementis crurum AB & AC tanquam cruribus utaris. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* I.

101. Si itaque ſinus fuerint artificiales, ſeu naturalium logarithmi; erit ſinus totus cum coſinu partis mediæ æqua-

qualis ſinibus partium ſejunctarum (§. 303 *Arithm.*).

## *COROLLARIUM* 2.

Tab. I. Fig. 27. 102. Quia in triangulo rectilineo rectangulo ABC ſinus totus eſt ad hypothenuſam BC ut ſinus anguli B vel C ad ſinum cruris oppoſiti AC vel AB (§. 33 *Trigon. plan.*), ſi pro laterum ſinibus ſumantur latera ipſa, erit etiam hic ſinus totus cum coſinu partis mediæ AC vel AB, hoc eſt cum ipſa AC vel AB, æquale ſinibus partium ſejunctarum B vel C & BC, hoc eſt, ſinui B vel C & ipſi BC.

## *SCHOLION.*

103. *En* Regulam ſinuum catholicam, *ſeu partem primam regulæ* Trigonometriæ catholicæ, *per quam omnia utriusque Trigonometriæ problemata ſolvuntur, quando ſinibus ſolis res peragitur. Equidem haud difficulter apparet, eam ſine theoremate* 56 *demonſtrari potuiſſe, cum demonſtratio additis iis, quæ in demonſtratione caſus primi theorematis* 57 *occurrunt, ſit ipſa demonſtratio caſus primi completa; ſed ut theoriam traderemus, quæ etiam vulgari methodo ſatisfaceret, una a nobis exponenda, ideo theorema* 56 (§. 98) *præmittere debuimus.* Neperus (a) *de iſtiusmodi regula catholica primus cogitavit; ſed ipſe utitur complementis hypothenuſæ BC,* Tab. II. Fig. 23. *& angulorum B ac C tanquam hypothenuſa & angulis ipſis. Unde ipſius regula ſinuum catholica hujus tenoris:* Sinus totus cum ſinu partis mediæ æquatur coſinibus partium oppoſitarum ſeu (*noſtra phraſi*) ſejunctarum. *In hac vero harmonia trigonometriæ planæ & ſphæricæ non apparet, a nobis per noſtram primum animadverſa, quam inveneram, antequam* Neperianam *vidiſſem* (b), *cum nempe* Ol. Crugerus, *Mathematum Profeſſor Bremenſis mihi ſignificaret, ſibi communicatam eſſe a nonnemine regulam univerſalem, per quam omnes caſus trigonometriæ ſphæricæ in triangulis rectangulis ſolvi poſſint.*

## *LEMMA* 5.

104. *Sinus totus CA eſt medius proportionalis inter tangentem AF & cotangentem DB.* Tab. II. Fig. 26.

## *DEMONSTRATIO.*

Quoniam cotangens DB ad radium BC perpendicularis (§. 8. 11 *Trigon. plan.*) & AC ad CB itidem normalis (§. 137. 75 *Geom.*); erunt AC & DB parallelæ (§ 241 *Geom.*). Quare ſi ex D demittatur perpendicularis DE, erit ea ipſi BC parallela (§. *cit.*), adeoque EC cotangenti DB, & DE ſinui toti BC æqualis (§. 215 *Geom.*). Quare cum etiam FA ſit ad AC perpendicularis (§. 8 *Trigon. plan*), adeoque ipſi DE parallela (§. 241 *Geom.*); erit CE : ED = CA : AF (§. 252 *Geom.*), hoc eſt, DB : AC = AC : AF, *vi demonſtratorum. Q. e. d.*

## *THEOREMA* 58.

105. *In triangulo ſphærico rectangulo ABC, cujus nullum latus eſt quadrans, eſt ut ſinus totus ad ſinum cruris adjacentis AC, ita tangens anguli* Tab. II. Fig. 25.



(a) in Canone mirifico.
(b) Vid. præfat. ad Tabulas Sinuum a me editas.

*guli adjacentis C ad tangentem cruris* AB.

### DEMONSTRATIO.

Producantur latera AB, AC & BC in P, D & E, donec fiant quadrantes & erectis perpendicularibus DL & AM ad radios FD & FA ductaque AK ad radium FC perpendiculari; erit AK ſinus cruris AC (§. 2 *Trigon. plan.*), AM tangens cruris AB & DE tangens arcus DE (§. 7 *Trigon. plan.*), hoc eſt, quia hic menſura anguli A (§. 31), DE tangens anguli A. Eodem vero, quo ſupra (§. 98), modo demonſtratur, angulos DFL & AKM eſſe æquales. Quare cum triangula DFL & AKM ſint ad D & A rectangula *per conſtruct.* erit FD:KA = DL : AM (§. 252 *Geom.*). Et ſimili modo oſtenditur, eſſe ſinum totum ad ſinum lateris AB ut tangentem anguli adjacentis B ad tangentem cruris oppoſiti AC, lateribus nempe in oppoſitum productis. In reliquis caſibus idem oſtenditur ut ſupra (§. 98). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

106. Quia Cotangens anguli C eſt ad ſinum totum ut ſinus totus ad tangentem anguli C ita ſinus AC ad tangentem AB (§. 103 *Sphær.* & §. 164 *Arithm.*); erit etiam cotangens anguli C ad ſinum totum, ut ſinus cruris eidem adjacentis AC ad tangentem oppoſiti AB (§. 156 *Arithm.*).

### COROLLARIUM 2.

107. Eſt igitur rectangulum ex ſinu toto in ſinum cruris unius AC æquale rectangulo ex tangente cruris alterius AB in Cotangentem anguli eidem oppoſiti C (§. 360 *Geom.*). Et ſimiliter rectangulum ex ſinu toto in ſinum cruris AB æquale rectangulo ex tangente cruris AC in cotangentem anguli B.

### THEOREMA 59.

108. *In omni triangulo ſphærico rectangulo* ABC, *cujus nullum latus eſt quadrans, ſi crurum* AB *&* AC *complementa ad quadrantem vel exceſſus ſupra quadrantem conſiderentur ut crura ipſa, rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ æquale eſt rectangulo ex cotangentibus partium conjunctarum.* Tab. II. Fig. 22.

### DEMONSTRATIO.

Etenim pars media vel eſt crus alterutrum AB vel AC, vel angulus obliquus alteruter B & C, vel hypothenuſa BC, adeoque in illo caſu partes conjunctæ ſunt vel AC & B, vel AB & C; in iſto vel AB & BC, vel AC & BC; in hoc denique B & C (§. 94).

I. In caſu primo rectangulum ex ſinu toto in ſinum cruris AC æquale eſt rectangulo ex tangente cruris alterius AB in cotangentem anguli C (§. 107). Quare cum coſinus atque cotangens complementi ad quadrantem ſit

ſinus

ſinus & tangens ipſius anguli vel arcus (§. 11 *Trigon. plan.*), ſi complementa crurum AC & AB ut crura ipſa conſiderentur; erit rectangulum ex ſinu toto in Coſinum partis mediæ A æquale rectangulo ex cotangentibus partium conjunctarum AB & C.

II. Si C ſit pars media, AC & BC ſint partes conjunctæ; producantur latera in E, D & F, donec fiant quadrantes; erit angulus ad E rectus (§. 90), EF complemento anguli C, angulus vero F complemento cruris AC (§. 91) & BE complemento lateris BC æqualis *per conſtruct.* Eſt vero rectangulum ex ſinu toto in ſinum EF æquale rectangulo ex cotangente F in tangentem EB (§. 107). Ergo rectangulum ex ſinu toto in coſinum anguli C ſeu partis mediæ æquatur in hypotheſi theorematis rectangulo ex cotangentibus laterum AC & BC, ſeu partium conjunctarum. Idemque productis lateribus trianguli ABC in oppoſitam partem eodem modo demonſtratur, ſi angulus B fuerit pars media.

III. Si denique BC fuerit pars media, B & C ſint conjunctæ, producantur latera AB, AC & BC in H, I & K, donec BI, AH, BK fiant quadrantes & per H & K ducatur arcus circuli maximi HK, qui etiam tranſit per I, AI ad angulos rectos in I ſecat & quadrans eſt (§. 90). Quare cum KI ſit menſura anguli B (§. 33); erit HI complementum anguli B. Porro CI complementum hypothenuſæ BC *per conſtruct.* & angulus HCI ſuo verticali BCA æqualis (§. 43). Eſt vero rectangulum ex ſinu toto in ſinum CI æquale rectangulo ex cotangente anguli C in tangentem HI (§. 107). Ergo rectangulum ex ſinu toto in coſinum hypothenuſæ BC ſeu partis mediæ æquatur rectangulo ex cotangentibus angulorum C & B, ſeu partium conjunctarum.

In omni adeo caſu rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ æquale eſt rectangulo ex cotangentibus conjunctarum.

### *COROLLARIUM* 1.

109. Si ergo ſinus & tangentes fuerint artificiales; ſinus totus cum coſinu partis mediæ æqualis eſt cotangentibus partium conjunctarum (§. 303 *Arithm.*).

### *COROLLARIUM* 2.

110. Cum in triangulo rectangulo rectilineo tangentibus utamur, ſi ex cruribus AB & AC inveniri debet angulus C, tumque ſit ſinus totus ad cotangentem C, hoc eſt ad tangentem B ut AB ad AC (§. 38 *Trigon. plan.*); in tri- Tab. II. Fig. 27.

 angu-

angulo quoque rectilineo, ſi pro ſinibus & tangentibus laterum ſumantur latera ipſa, erit ſinus totus cum coſinu partis mediæ, hoc eſt cum AC, æqualis cotangentibus partium conjunctarum, hoc eſt, cotangenti C ſeu tangenti B & lateri AB.

## SCHOLION 1.

111. *En* regulam Tangentium catholicam, *quæ partem alteram conſtituit regulæ* Trigonometriæ catholicæ, *per quam omnia utriusque* Trigonometriæ *problemata ſolvuntur, in quibus tangentibus opus eſt. Equidem apparet, eam ſine theoremate* 58 *demonſtrari potuiſſe, cum ejus demonſtratio additis iis, quæ in Cor.* 1. (§. 106) & *in demonſtratione theorematis* 59 (§. 108) *habentur, ipſa ſit demonſtratio caſus primi theor.* 59 *completa: ſed ob rationem ſupra allatam* (§. 103) *conſultum nobis viſum eſt theorema* 58 *diſtincte præmittere. Regula tangentium* Neperiana (c) *facit ob rationem ſupra itidem allatam* (§. 103) ſinum totum cum ſinu partis mediæ æqualem tangentibus partium circumpoſitarum ſeu (*noſtra phraſi*) conjunctarum.

## COROLLARIUM 3.

112. Eſt igitur trigonometriæ univerſæ regula catholica: *in triangulo rectangulo* (notatis notandis, hoc eſt, complementis crurum AB & AC inſtar crurum conſideratis & in triangulis rectilineis pro ſinibus & tangentibus laterum lateribus ipſis aſſumtis) *ſinus totus cum coſinu partis mediæ æquatur ſinibus partium ſejunctarum & cotangentibus conjunctarum.*

## SCHOLION 2.

113. *Quoad triangula rectilinea notandum, ex ſolis angulis datis de lateribus nil determinati* concludi poſſe (§. 252 Geom.) & *angulo uno obliquo dato alterum quoque notum eſſe* (§. 227 Geom.): *unde judicatur, quinam caſus ſint inutiles. Nec hoc negligendum eſt, non eſſe locum regulæ tangentium, ſi per regulam ſinuum quæſitum inveniri poteſt. E. gr. Ex BC & B per regulam ſinuum invenitur AC, etiam ſi dentur C & BC, quia dato C datur quoque B: tum ergo tangentium regula locum non habet. Supereſt ut uſum regulæ noſtræ in triangulis ſphæricis exemplis commonſtremus.* Tab. II. Fig. 27.

## PROBLEMA 1.

114. *Datis in triangulo rectangulo ſphærico præter angulum rectum duabus partibus quibuscunque, invenire reliquarum quamlibet.*

## RESOLUTIO.

I. *Per regulas vulgares.*

1. Ante omnia expendatur, utrum partes, quæ in quæſtionem veniunt, ſint ſejunctæ, an conjunctæ (§. 94. 96). Tab. II. Fig. 22.
2. Si partes ſejunctæ ſibi mutuo opponantur, veluti ſi hypothenuſa BC cum angulo C pro crure oppoſito AB detur, utendum eſt analogia theorematis 56 (§. 98), inferendo nempe:

ut ſinus totus
ad ſinum hypothenuſæ BC;
Ita ſinus anguli C
ad ſinum cruris oppoſiti AB.

3. Si

(c) in Canone mirifico.

3. Si vero partes ſejunctæ ſibi mutuo non opponantur, veluti ſi AB cum angulo adjacente B pro angulo oppoſito C detur, latera trianguli continuanda ſunt verſus partem alterutram, donec fiant quadrantes, ut obtineatur novum triangulum, in quo partes, quæ in quæſtionem veniunt, ſibi mutuo opponuntur, veluti in noſtro caſu triangulum EBF, in quo datur BF, cruris AB complementum, & angulus B pro EF complemento anguli C (§. 90. 91). Infertur adeo ut ante:

Ut ſinus totus
ad ſinum BF ſeu coſinum AB;
ita ſinus anguli B
ad ſinum EF ſeu coſinum C.

4. Si inter partes conjunctas hypothenuſa non reperiat locum, veluti ſi crura AB & AC pro angulo uni eorum oppoſito C dentur; analogia theorematis 58 (§. 105) utendum eſt, inferendo nempe:

Ut ſinus AC
ad ſinum totum;
ita tangens AB
ad tangentem C.

5. Si vero in numero partium conjunctarum hypothenuſa fuerit, veluti ſi hypothenuſa BC cum angulo C pro latere adjacente AC detur; latera trianguli verſus partem alterutram continuanda ſunt, donec fiant quadrantes, ut novum obtineatur triangulum, in quo hypothenuſa inter partes, quæ in quæſtionem veniunt, non comparet, e. gr. in noſtro caſu triangulum EBF, in quo EB complementum hypothenuſæ BC, EF complementum anguli C & angulus F complementum cruris AC (§. 90. 91). Cum adeo in triangulo EFB hypothenuſa in quæſtionem non veniat, inferendum ut ante:

Ut ſinus EF ſeu coſinus C
ad ſinum totum;
Ita tangens EB ſeu cotangens BC
ad tangentem F ſeu Cotangentem AC.

6. Quando trianguli latera producenda, perinde eſt, in quamcunque partem eadem produxeris, ſi nullus angulus acutus in quæſtionem veniat: quodſi unus quæſtionem ingreditur, latera continuantur per angulum obliquum alterum: quodſi uterque ſit in nexu, per eam continuantur, qui lateri, quod eſt in quæſtione, adjacet. Hac enim ratione ſemper obtineri triangulum, in quo quæſitum per regulam vel ſinuum, vel tangentium invenitur, inductione omnium caſuum conſtat.

II. *Per regulam catholicam.*

1. Expendatur, ut ante, utrum partes, quæ in quæſtionem veniunt, ſint conjunctæ, an ſejunctæ (§. 94. 96).
2. Si crus vel alterutrum, vel utrumque circa angulum rectum quæſtionem ingreditur, pro eo inter data ſcribatur ejus complementum ad quadrantem.
3. Cum per regulam catholicam ſinus totus cum coſinu partis mediæ æqualis ſinibus ſejunctarum, & cotangentibus conjunctarum, a ſumma datorum ſubtrahatur tertium datum, relinquetur ſinus aliquis vel tangens, cui in canone triangulorum artificiali reſpondet angulus, vel latus quæſitum.

## SCHOLION.

115. *Quoniam regula catholica in poſterum utemur, eandem ad omnes caſus applicare & exemplis illuſtrare libet: quæ in caſu partium ſejunctarum vulgarem methodum una illuſtrant, in caſu autem conjunctarum alias ſolutiones admittunt. Utimur autem ſinibus & tangentibus artificialibus.*

## PROBLEMA 2.

Tab. II. Fig. 23. 116. *Datis hypothenuſa BC* 60° *& angulo C* 23° 30′, *invenire crus oppoſitum AB.*

## RESOLUTIO.

Quia AB pars media, C & BC ſejunctæ (§. 96), ſinus totus cum coſinu complementi AB, hoc eſt, ſinu ipſius AB æqualis eſt ſinibus C & BC (§. 112).

| | | |
|---|---|---|
| Ergo a | Sin. C | 96006997 |
| | Sin. BC | 99375306 |
| | Summa | 195382303 |
| ſubducat. | Sin. tot. | 100000000 |

relinquitur Sin. AB 9.5382303, cui in Canone quam proxime reſpondent 20° 12′ 6″.

## PROBLEMA 3.

117. *Datis hypothenuſa BC* 60° *& crure AB* 20° 12′ 6″ *invenire angulum oppoſitum* C. Tab. II. Fig. 23.

## RESOLUTIO.

Patet per probl. præc. a ſumma ſinus totius & ſinus cruris AB ſubtrahendum eſſe ſinum hypothenuſæ BC, ut relinquatur ſinus anguli C. Facile adeo exemplum caſus præcedentis mutatur in exemplum caſus præſentis.

## PROBLEMA 4.

118. *Datis crure AB* 20° 12′ 6″ *& angulo oppoſito C* 23° 30′, *invenire hypothenuſam BC.* Tab. II. Fig. 23.

## RESOLUTIO.

Patet per probl. 2, a ſumma ſinus totius & ſinus AB ſubtrahendum eſſe ſinum anguli C, ut relinquatur ſinus hypothenuſæ BC. Exemplum caſus primi facile mutatur in exemplum caſus præſentis.

PRO-

*PROBLEMA 5.*

119. *Datis hypothenuſa BC* 60° *&* *crure uno* AB 20° 12′ 16″, *invenire crus alterum* AC.

*RESOLUTIO.*

Quia BC eſt pars media, AB & AC partes ſejunctæ (§. 96); ſinus totus cum coſinu hypothenuſæBC, æqualis eſt ſinibus complementorum, hoc eſt, coſinibus crurum AB & AC (§. 112).

| | |
|---|---|
| Ergo a Sin. tot. | 100000000 |
| Coſ. BC | 96989700 |
| Summa | 196989700 |
| ſubducatur Coſin. AB | 99724279 |

relinquiturCoſin.AC: 97265421,cui in Canone quam proxime reſpondent 32° 11′ 34″. Ergo AC 57° 48′ 26″.

*PROBLEMA 6.*

120. *Datis cruribus* AC 57° 48′ 26″ *&* AB 20° 12′ 6″ *invenire hypothenuſam* BC.

*RESOLUTIO.*

Patet per caſum præcedentem, a ſumma coſinuum crurum AB& AC ſubducendum eſſe ſinum totum ut relinquatur coſinus hypothenuſæ BC. Exemplum caſus præcedentis facile abit in caſum præſentem.

*PROBLEMA 7.*

121. *Datis crure* AC 57° 48′ 26″ *& angulo adjacente* C 23° 30′, *invenire angulum oppoſitum* B.

*RESOLUTIO.*

Quia B eſt pars media, A & C partes ſejunctæ (§. 96); ſinus totus cum coſinu B æquatur ſinui C & ſinui complementi, hoc eſt, coſinui AC (§. 112).

| | |
|---|---|
| Ergo a Sin. C | 96006997 |
| Coſin. AC | 97265421 |
| Summa | 193272418 |
| ſubducatur Sin. tot. | 100000000 |

relinquatur Coſin.B 93272418,cui in Canone quam proxime reſpondent 12° 15′ 56″. Ergo B 77° 44′ 4″.

*PROBLEMA 8.*

122. *Datis crure* AC 57° 48′ 26″ *& angulo oppoſito* B 77° 44′ 4″, *invenire adjacentem C.* Tab. II. Fig. 23.

*RESOLUTIO.*

Patet per caſum præcedentem, a ſumma ſinus totius & coſinu B ſubtrahendum eſſe Coſinum AC, ut relinquatur ſinus C. Exemplum ejus haud invitum tranſit in caſum præſentem.

*PROBLEMA 9.*

123. *Datis angulis obliquis* B 77° 44′ 4″ *&* C 23° 30′, *invenire crus alteri adjacens AC.*

RESOLUTIO.

Patet per probl. 7 (§.121), a ſumma ſinus totius & coſinu B ſubtrahendum eſſe ſinum C, ut relinquatur coſinus AC. Exemplum problematis ſeptimi facile huc applicatur.

PROBLEMA 10.

Tab. II. Fig. 23. 124. *Datis crure AC 57° 48′ 26″ & angulo adjacente C 23° 30′, invenire crus oppoſitum AB.*

RESOLUTIO.

Quia AC eſt pars media, C & AB partes conjunctæ (§.94); ſinus totus cum coſinu complementi, hoc eſt, ſinu AC, æqualis eſt cotangenti C & cotangenti complementi, hoc eſt, tangenti AB (§.112).

| | | |
|---|---|---|
| Ergo a | Sin. tot. | 1000000000 |
| | Sin. AC | 99275039 |
| | Summa | 199275039 |
| ſubducatur | Cotang. C | 103616981 |

relinquitur Tang. AB 95658058, cui in Canone quam proxime reſpondent 20° 12′ 6″, prorſus ut ſupra (§. 116) reperimus.

PROBLEMA 11.

125. *Datis crure AB 20° 12′ 6″ & angulo oppoſito C 23° 30′, invenire crus adjacens AC.*

RESOLUTIO.

Patet per caſum præcedentem, a ſumma cotangentis C & tangentis AB ſubtrahendum eſſe ſinum totum, ut relinquatur ſinus AC. Exemplum ibi propoſitum facile huc applicatur.

PROBLEMA 12.

126. *Datis cruribus AB 20° 12′ 6″ & AC 57° 48′ 26″, invenire angulum C uni eorum oppoſitum.* Tab. II. Fig. 23.

RESOLVTIO.

Patet per probl. 10 (§. 124), a ſumma ſinus totius & ſinus AC ſubtrahendum eſſe tangentem BA, ut relinquatur cotangens C. Exemplum ibi propoſitum facile huc applicatur.

PROBLEMA 13.

127. *Datis hypothenuſa BC 60° & angulo obliquo C 23° 30′, invenire crus adiacens AC.*

RESOLUTIO.

Quia C pars media, BC & AC partes conjunctæ (§. 94); erit ſinus totus cum coſinu C, æqualis cotangenti BC & cotangenti complementi, hoc eſt, tangenti AC (§.112).

| | | |
|---|---|---|
| Ergo a | Sin. tot. | 100000000 |
| | Coſin. C | 99623978 |
| | Summa | 199623978 |
| ſubducatur | Cotang. BC | 97614394 |

relinquetur Tang. AC 102009584, cui in Tabulis quamproxime reſpondent 57° 48′ 26″, prorſus ut ſupra reperimus (§. 119).

PRO-

## *PROBLEMA* 14.

Tab. II. Fig. 3. 128. *Datis crure AC* 57° 48′ 26″ *& angulo adjacente C* 23° 30′, *invenire hypothenuſam BC.*

### *RESOLUTIO.*

Patet per caſum præcedentem, a ſumma ſinus totius & coſinu C ſubtrahendum eſſe tangentem AC, ut relinquatur cotangens BC. Exemplum ibi propoſitum facile huc applicatur.

## *PROBLEMA* 15.

129. *Datis hypothenuſa BC* 60° *& crure AC* 57° 48′ 26″, *invenire angulum adjacentem C.*

### *RESOLUTIO.*

Patet *per probl.* 13 (§. 127), a ſumma cotangentis BC & tangentis AC ſubtrahendum eſſe ſinum totum, ut relinquatur coſinus C. Exemplum ibi propoſitum facile huc applicatur.

## *PROBLEMA* 16.

130. *Datis hypothenuſa BC* 60° *& angulo uno C* 23° 30′, *invenire alterum B.*

### *RESOLUTIO.*

Quia BC eſt pars media, B & C partes ſejunctæ (§. 94); erit ſinus totus cum coſinu BC æqualis cotangentibus B & C (§. 112).

| | | |
|---|---|---|
| Ergo a | Sin. tot. | 100000000 |
| | Coſin. BC | 96989700 |
| | Summa | 196989700 |
| ſubducatur | Cotang. C | 103616981 |

relinquetur Cotang. B 93372719, cui in Canone quam proxime reſpondent 12° 15′ 56″. Eſt ergo B 77° 44′ 4″, prorſus ut ſupra (§. 121).

## *PROBLEMA* 17.

131. *Datis angulis obliquis B* 77° 44′ 4″ *& C* 23° 30′, *invenire hypothenuſam BC.* Tab. II. Fig. 23.

### *RESOLUTIO.*

Patet per caſum præcedentem, a ſumma cotangentium C & B ſubducendum eſſe ſinum totum, ut relinquatur coſinus BC. Exemplum caſus præcedentis haud invitum abit in caſum præſentem.

### *SCHOLION.*

132. *Equidem in applicatione Trigonometriæ ſphæricæ ad quæſtiones Aſtronomicas, Geographicas, Gnomonicas aliasque hujus generis ex circumſtantiis peculiaribus plerumque colligitur, utrum angulus inventus ſit acutus, an vero obtuſus, latus inventum vel quadrante minus, vel majus, ne tamen quicquam prætermiſiſſe videamur, oſtendendum nobis adhuc erit, quomodo ſpecies anguli vel lateris inventi innoteſcat.*

*PROBLEMA* 18.

Tab II. Fig. 23. 133. *In triangulo rectangulo anguli vel lateris inventi ſpeciem determinare.*

*RESOLUTIO.*

1. Si inter data fuerit angulus C; lateris oppoſiti AB ſpecies innoteſcit *per theor.* 43. (§. 76) Anguli vero ſpecies per ſpeciem lateris conſtat (§. 75). Eſt nempe latus quadrante majus, ſi angulus obtuſus; quadrante minus, ſi acutus & contra. Unde ſatisfit probl. 2. 3. 7. 9. 10. 12.
2. Si inter data fuerit hypothenuſa BC & vel crus unum, vel ex angulis obliquis unus, ſpecies anguli vel lateris quæſiti patet *per theor.* 48. (§. 81). Nempe ſi hypothenuſa quadrante minor & angulus acutus, vel crus quadrante minus; erit etiam angulus alter acutus vel crus quadrante minus: ſi hypothenuſa quadrante minor & angulus obtuſus, vel crus quadrante majus; erit etiam angulus alter obtuſus, vel crus quadrante majus: ſi denique hypothenuſa quadrante major & angulus acutus vel crus quadrante minus, erit angulus alter obtuſus, vel crus quadrante majus. Unde ſatisfit probl. 5. 13. 15 16.
3. Si dentur anguli, ſpecies hypothenuſæ innoteſcit *per theor.* 45 & 47 (§. 78. 80). Eſt nempe quadrante major, ſi anguli diverſæ ſpeciei; quadrante minor, ſi ejusdem. Unde ſatisfit probl. 17.
4. Si dentur crura, ſpecies hypothenuſæ innoteſcit *per theor.* 44 & 46 (§. 77 & 79). Eſt nempe quadrante minor, ſi illa fuerint ſpeciei ejusdem, quadrante major, ſi diverſæ. Unde ſatisfit probl. 6.
5. Si angulus cum latere oppoſito detur pro angulo adjacente, vel pro hypothenuſa, vel pro crure altero: ſpecies quæſitorum generaliter determinari nequit. Unde etiam probl. 4. 8 & 11 generaliter ſatisfieri nequit.
6. Si vero crus cum angulo adjacente pro hypothenuſa detur; primum ſpecies cruris oppoſiti innoteſcit per n. 1. & inde porro hypothenuſa per n. 4. Et hinc ſatisfit probl. 14.

*PROBLEMA* 19.

134. *Triangula ſphærica reſolvere, in quibus duo vel tria latera ſunt quadrantes.*

*RESOLUTIO.*

1. Si latera tria AB, AC & BC fuerint quadrantes; erit menſura anguli A, arcus nempe BC, quadrans (§. 31): unde conſtat angulum A eſſe rectum. Sunt vero Tab. II. Fig. 21.

ro B & C itidem recti (§. 72). Nullo igitur calculo opus eſt.

2. Similiter ſi duo latera AB & AC ſint quadrantes, anguli B & C erunt recti (§. 72) & BC menſura anguli A (§. 31) adeoque dato arcu BC, datur angulus A & contra, ut denuo calculo non ſit opus.

# CAPUT IV.

## De

# RESOLUTIONE TRIANGULORUM OBLIQVANGULORUM.

### *DEFINITIO* 12.

135. *Partes laterales* in triangulo ſphærico rectangulo voco, quæ mediæ vel conjunguntur, vel ab ea ſejunguntur.

### *THEOREMA* 60.

Tab. II. Fig. 23. 136. *In omni triangulo ſphærico ſinus laterum ſunt ut ſinus oppoſitorum angulorum.*

### *DEMONSTRATIO.*

Eſt enim in triangulo rectangulo ABC ut ſinus totus ad hypothenuſam BC, ita ſinus anguli C ad ſinum cruris AB & ita ſinus anguli B ad ſinum cruris AC (§. 98). Ergo etiam ut ſinus anguli C ad ſinum cruris AB ita ſinus anguli B ad ſinum cruris AC (§. 156 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Si triangulum fuerit obliquangulum ACB demiſſo ex C perpendiculo CD ad baſin AB, erit ut ſinus AC ad ſinum totum ita ſinus CD ad ſinum anguli A & ut ſinus totus ad ſinum CB ita ſinus B ad ſinum CD (§. 98). Ergo ex æquo, ut ſinus AC ad ſinum CB ita ſinus B ad ſinum A (§. 185 *Arithm.*), conſequenter ut ſinus AC ad ſinum B ita ſinus CB ad ſinum A (§. 164 *Arithm.*). Quodſi perpendiculum ex angulo B in latus CB demittatur, eodem modo oſtenditur, eſſe ſinum cruris BC ad ſinum A ut ſinus AB ad ſinum C, conſequenter etiam ut ſinus CA ad ſinum B, ita ſinus AB ad ſinum C (§. 156 *Arithm.*). *Quod erat alterum.* Tab. II. Fig. 28. 29.

### *THEOREMA* 61.

137. *Si ex angulo uno C trianguli obliquanguli ſphærici ACB in latus oppoſitum AB demittatur perpendiculum* Tab. II. Fig. 28. 29.

 *lum*

*lum CD & illud in duo rectangula ACD & BCD reſolvatur, ſitque DC in utroque pars lateralium una ac pro AD & CB ſumantur complementa; erunt coſinus partium mediarum in iisdem triangulis ACD & BCD ut ſinus partium lateralium reliquarum ſejunctarum, ſed ut cotangentes partium lateralium conjunctarum.*

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim in triangulo ACD ut ſinus totus ad ſinum CD, ita ſinus partis lateralis ſejunctæ alterius ad coſinum mediæ & in triangulo BCD ſimiliter ut ſinus totus ad ſinum CD, ita ſinus partis lateralis ſejunctæ alterius ad coſinum mediæ (§. 100). Ergo ſinus partis lateralis conjunctæ alterius ad coſinum mediæ in triangulo ACD ut ſinus lateralis ſejunctæ alterius ad coſinum mediæ in triangulo altero BCD (§. 156. *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Similiter in triangulis ACD & BCD eſt ut ſinus totus ad cotangentem CD, ita cotangens partis lateralis conjunctæ alterius ad coſinum mediæ (§. 108). Ergo coſinus partium mediarum in iisdem ſunt ut cotangentes lateralium conjunctarum (§. 157. *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM 1.*

138. Eſt igitur rectangulum ex ſinu partis ſejunctæ vel cotangente conjunctæ in triangulo ACD in coſinum mediæ in altero CDB, æquale rectangulo ex ſinu partis ſejunctæ vel cotangente conjunctæ in triangulo CDB in coſinum mediæ in altero ACD (§. 369. *Geom.*).

*COROLLARIUM 2.*

139. Quare ſi ſinus fuerint artificiales, ſinus partis ſejunctæ vel cotangens conjunctæ in triangulo ACD cum coſinu mediæ in altero CDB æqualis eſt ſinui partis ſejunctæ vel cotangenti conjunctæ in triangulo CDB & coſinui mediæ in altero ACD (§. 303. *Arithm.*).

*THEOREMA 62.*

140. *In triangulo ſphærico obliquangulo ACB, demiſſo ex angulo C perpendiculo CD in baſin AB, tangentes angulorum ad baſin A & B ſunt reciproce ut ſinus arcuum DB & AD.* Tab. II. Fig. 28. 29.

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim in triangulo rectangulo ADC ut ſinus totus ad ſinum AD ita tangens A ad tangentem DC & in altero ut ſinus totus ad ſinum DB ita tangens B ad tangentem DC (§. 105). Quare cum etiam ſit ut ſinus DB ad ſinum totum, ita tangens DC ad tangentem B (§. 156. *Arithm.*); erit ut ſinus DB ad ſinum AD ita reciproce tangens A ad tangentem B (§. 185. *Arithm.*).

### *LEMMA 6.*

141. *Sinus ſummæ duorum arcuum BC & CE, quorum unusquisque quadrante minor, eſt ad ſummam ſinuum eorundem arcuum BC & CE ut differentia eorundem ſinuum ad ſinum differentiæ arcuum.*

### *DEMONSTRATIO.*

Fiat $CA = CB$ & $FO = BF$ & $AE = EN$, ducanturque chordæ BA, AN, BO & diametri CD atque EF, erunt eædem ad illas perpendiculares ipſasque biſecabunt (§. 276 *Geom.*), adeoque BP ſinus arcus BE ſeu ſummæ arcuum BC & CE, BG ſinus ipſius BC, AM ſinus ipſius AE ſeu differentiæ arcuum (§. 2 *Trigon. plan.*) & quia $EA + AB + BF = EN + NO + FO$ (§. 131 *Geom.*), $AB = NO$ (§. 83 *Arithm.*), adeoque & $BA + AN = AN + NO$ (§. 80 *Arithm.*), conſequenter chordæ AB & NO, itemque AO & BN æquales ſunt (§. 274 *Geom.*). Ducatur EH ipſi AB parallela: erit $AE = BH$ (§. 297 *Geom.*) $= EN$ (§. 79 *Arithm.*) & hinc $EA + AB + BH = BA + AE + EN$ (§. 80 *Arithm.*) conſequenter chordæ BN & EH æquales ſunt (§. 274 *Geom.*). Eſt vero $AB.NO + AN.BO = AO.BN$ (§. 287 *Analyſ. finit.*), hoc eſt, ob $AB = NO$ & $AO = BN = EH$ *per demonſtrata*, $AB^2 + AN.BO = EH^2$ (§. 94 *Geom.*) & ideo $AG^2 + AM.BP = EI^2$, nempe pars quarta parti quartæ (§. 356 *Geom.*). Demittantur perpendiculares AL & BQ ad EI; erit $AG = LI$ & $GB = IQ$ (§. 223 *Geom.*) & $EL^2 + LI^2 + 2EL.LI = EI^2$ (§. 240 *Arithm.*) $= AG^2 + AM.BP$ (§. 79 *Arithm.*), adeoque $EL^2 + 2EL.LI = AM.BP$ (§. 83 *Arithm.*), hoc eſt, $(EL + 2LI)\,EL$ ſeu $EQ.EL = AM.BP$. Quare ut BP ſinus ſummæ arcuum BC & CE ad EQ ſummam ſinuum GB & EI eorundem arcuum, ita EL differentia eorundem ſinuum ad AM ſinum differentiæ arcuum (§. 269 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM.*

142. Ergo rectangulum ex ſinu ſummæ in ſinum differentiæ duorum arcuum æquatur rectangulo ex ſumma ſinuum in differentiam ſinuum eorundem (§. 267 *Arithm.*).

### *LEMMA 7.*

143. *Sinus ſummæ duorum arcuum EB & ED, quorum unusquisque quadrante minor, eſt ad ſinum differentiæ eorundem ut ſumma tangentium ad differentiam earum.* Tab. II. Fig. 31.

### *DEMONSTRATIO.*

Ducatur LG tangens arcum DB in E (§. 296 *Geom.*) & radiis CD atque CB productis in L & G occurrens; erunt LE & EG tangentes arcuum DE & EB (§. 7 *Trigon. plan.*). Fiat $EF = DE$ & demittantur perpendiculares LK & FI, quæ erunt

ſinus ſummæ arcuum DE & EB ac differentiæ eorundem FB (§. 2 *Trigon. plan.*) atque inter ſe parallelæ (§. 241 *Geom.*) & quia tam DH (§. 276 *Geom.*), quam LG ad CE perpendicularis (§. 293 *Geom.*), erit DH ipſi LG parallela (§. 241 *Geom.*). Ducatur denique radius CM; quia DE = EF *per conſtruct.* erunt eorum tangentes LE & EM æquales, adeoque LG tangentium ſumma, MG differentia.

Eſt vero ob paralleliſmum rectarum LG & DH *per demonſtrata* LG : MG = DH : FH (§. 263 *Geom.*) & ob paralleliſmum rectarum FI & DK *per demonſtr.* DH : FH = DK : FI (§. 253 *Geom.*). Ergo LG : MG = DK : FI (§. 156 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### *THEOREMA 63.*

Tab. II. Fig. 28. 29. 144. *In triangulo ſphærico obliquangulo ACB demiſſo perpendiculo CD eſt ut ſinus ſummæ angulorum ad baſin A & B ad ſinum differentiæ eorundem A - B ita tangens baſis dimidiæ AB ad tangentem ſemidifferentiæ ſegmentorum AD & DB.*

### *DEMONSTRATIO.*

Quoniam ſinus DB ad ſinum AD ut tangens A ad tangentem B (§. 140) & baſis AB ſemicirculo minor (§. 61); conſtruatur triangulum
Fig. 32. rectilineum HIK, cujus crura IH & HK ſint æquales tangentibus B & A, angulus ad verticem H vero complemento baſis AB ad ſemicirculum: erunt anguli I & K junctim ſumti baſi AB æquales (§. 225 & §. 137 *Geom.*), cumque ſit ut ſinus I ad ſinum K ita HK ad HI (§. 33 *Trigon. plan.*), erit angulus I ſegmento BD, angulus K ſegmento DA æqualis, *vi demonſtratorum*. Eſt vero & HI + HK ad HK - IH ita tangens $\frac{1}{2}$I + $\frac{1}{2}$K ad tangentem $\frac{1}{2}$I - $\frac{1}{2}$K (§. 38 *Trigon. plan.*): ergo ſumma tangentium angulorum A & B eſt ad differentiam tangentium eorundem angulorum, conſequenter ſinus ſummæ angulorum A & B eſt ad ſinum differentiæ eorundem (§. 143), ut tangens baſis dimidiæ AB ad tangentem ſemidifferentiæ arcuum AD & DB. *Q. e. d.*

### *LEMMA 8.*

145. *Si fuerint quatuor quantitates proportionales* A : B = C : D; *erit ſumma terminorum primæ rationis* A + B *ad differentiam eorundem* A - B, *uti ſumma terminorum ſecundæ* C + D *ad differentiam eorundem* C - D.

### *DEMONSTRATIO.*

Quia A : B = C : D *per hypoth.* erit A + B : B = C + D : D (§. 183 *Arithm.*) & A - B : B = C - D : D (§. 181 *Arithm.*). Ergo A + B : C + D = B : D & A - B : C - D = B : D (§. 164 *Arithm.*), conſequenter A + B : C + D = A - B : C - D (§. 156 *Arithm.*).

Quare

Quare tandem A + B : A - B = C + D : C - D (§. 164 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 64.

164. *In triangulo Sphærico obliquangulo ACB, cruribus CB & CA in F & E continuatis, donec fiant Quadranti æquales & ex polo C deſcripto arcu FD donec baſi BA continuatæ in D occurrat, differentia Coſinuum crurum AC & BC eſt ad ſummam eorundem coſinuum ut tangens baſis dimidiæ AB ad tangentem arcus dimidii compoſiti ex BD & AD.*

### *DEMONSTRATIO.*

Cum enim ſit Sinus BD ad Sinum AD ut ſinus BF ad ſinum AE (§. 136 *Sphæric.* & §. 156 *Arithm.*), hoc eſt, ut Coſinus crurum BC & AC (§. 11 *Trigon.*); erit Coſinuum BC & AC ſumma ad differentiam eorundem ut ſumma Sinuum BD & AD ad differentiam eorundem (§. 145). Quodſi in triangulo rectilineo HIK anguli K & I habuerint menſuras arcubus BD & AD æquales; erunt latera KH & HI ut ſinus arcuum BD & AD (§. 33 *Trigon.*) conſequenter ſumma ſinuum BD & AD ad differentiam eorundem ut tangens ſummæ dimidiæ arcuum BD & AD ad tangentem ſemidifferentiæ eorundem ſeu baſis dimidiæ AB (§. 38 *Trigon.*). Tab. I. Fig. 17. Eſt itaque differentia coſinuum crurum BC & AC ad ſummam eorundem ut tangens baſis dimidiæ AB ad tangentem ſummæ dimidiæ arcuum BD & AD (§. 156 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### *SCHOLION.*

147. *Ope hujus theorematis ex datis tribus lateribus trianguli Sphærici obliquanguli inveniuntur anguli. Si enim baſis AB ſubducatur ab aggregato ex eadem & arcu AD per theorema invento, in triangulo ADE ad E rectangulo ex datis hypothenuſa AD & arcu AE, complemento cruris dati AC invenitur angulus A* (§. 129), *qui verticali CAB quæſito æqualis eſt* (§. 43). *Quodſi crura LA & LB fuerint quadrante majora, continuanda ſunt ad ſemicirculum & ſolvendum eſt triangulum ACB. Facilis adeo eſt ſolutio problematis difficillimi totius Trigonometriæ Sphæricæ. Sed eadem facilitate ſolvitur idem per theorema Neperianum, quo* perpendiculo CD in baſin trianguli Sphærici obliquanguli AB demiſſo tangens baſis dimidiæ AB perhibetur eſſe ad tangentem Semiſummæ crurum AC & CB ut tangens ſemidifferentiæ eorundem crurum ad tangentem ſemidifferentiæ ſegmentorum baſis AD & DB. *Oſtendit id* Neperus (*) *ex prin-* Tab. II. Fig. 28.

(*) in Deſcriptione Canonis mirifici logarithmorum lib. 2. c. 6. p. m. 49 & ſeqq.

*principiis de projectione circulorum in Sphæra: quæ cum a nobis tradita non ſint, ejus demonſtrationem huc transferre non licet, nec temporis anguſtia permittit, ut de nova meditemur.*

## THEOREMA 65.

Tab. II. Fig. 33. 148. *Triangulum Sphæricum ABC poteſt transformari in aliud MLK, in quo latera ſingula ML, LK, KM angulis ſingulis A, C, B alterius aut eorum complementis ad duos rectos, ſi qui fuerint obtuſi, & anguli ſinguli M, L, K lateribus ſingulis BC, AB, AC alterius (aut eorum complementis ad ſemicirculum, ſi quæ fuerint quadrante majora) æqualia ſunt.*

### DEMONSTRATIO.

Latus unum AB continuetur in circulum AEPA, reliqua duo BC & AC producantur, donec circulo iſti occurrant. Ex A, B & C tanquam polis deſcribantur quadrantum AE, BG & CI intervallo arcus EP, GO & IN, qui erunt partes circulorum maximorum in Sphæra (§. 26). Quoniam circulus ABGPA per polos A & B circulorum EP & GO tranſit *per conſtruct.* hi viciſſim per illius polos tranſeunt (§. 27). Eſt ergo circuli AEPA polus in L, ubi EP & GO ſe mutuo interſecant. Simili modo patet, in K eſſe polum circuli AF, qui is tranſit per polos A & C circu lorum EP & NI ſe mutuo ſecan tium in K, & in M eſſe polu circuli BH, quia is tranſit per po los B & C circulorum GO & N ſe mutuo in M ſecantium. Sur adeo LE & GL, itemque MQ & MH, KD & KL, AD, BQ & CH, quadrantes, (§. 25), & hin ED = LK, GQ = LM, HI = MI AB = EG, AC = DI, BC = QH ablato nempe a quadrantibus a qualibus in caſu primo arcu DL in ſecundo LF, in tertio HK, i quarto BE, in quinto CD, in ſe xto CQ (§. 83 *Arithm.*). Se ED menſura anguli BAC, G ipſius EBC, HI ipſius ICQ conſequenter verticalis BCA (§. 43), EG ipſius ELG ſeu ML (§. *cit.*), DI ipſius LKH, QH i pſius LMK (§. 31). Ergo in tri angulo LMK latus LK angul BAC, LM ipſi EBC, MK ip BCA, & angulus MLK lateri AE LKH ipſi AC, LMK ipſi BC æ quatur. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

149. *Ex jactis hactenus fundamentis ſo vuntur omnes caſus Trigonometriæ Sphæri circa triangula obliquangula. Aut enim dan tur ſola latera, aut ſoli anguli, aut duo late ra cum uno angulo, aut duo anguli cum uno la tere*

*tere. Duobus caſibus prioribus ſatisfit* per theor. 64 (§. 146); *duobus poſterioribus* per theor. 60 (§. 136), *ſi partes in quæſtionem venientes ſibi mutuo opponantur, ſed* per theor. 61 (§. 137), *ſi oppoſitioni locus non eſt. Enimvero e re eſſe judicamus, ut hæc expreſſim doceantur.*

*PROBLEMA* 20.

Tab. I. Fig. 28. 150. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo ABC duobus lateribus BC & AB cum angulo uni eorum oppoſito A invenire alterum C.*

*RESOLUTIO.*

Inferatur (§. 136):
Ut ſinus lateris BC
ad ſinum anguli oppoſiti A,
ita ſinus lateris BA
ad ſinum anguli oppoſiti C.

Sit e. gr. BC 39° 29′, A 43° 20′, BA 66° 45′: erit

| | |
|---|---|
| Sin. BC | 98033572 |
| Sin. A | 98364771 |
| Sin. BA | 99632168 |
| | 197996939 |
| Sin. C | 99963367, |

cui in tabulis quamproxime reſpondent 81° 34′ 7″.

*PROBLEMA* 21.

Tab. I. Fig. 28. 151. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo ABC duobus angulis C* 82° 34′ 7″ *& A* 43° 20′, *una cum latere* AB 60° 45′ *uni eorum C oppoſito, invenire latus BC alteri A oppoſitum.*

*RESOLUTIO.*

Inferatur (§. 136):
Ut ſinus anguli C
ad ſinum lateris oppoſiti AB;
ita ſinus anguli A
ad ſinum lateris oppoſiti BC.

Exemplum caſus præcedentis facile mutatur in caſum præſentem.

*PROBLEMA* 22.

152. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo ACB duobus lateribus* AB 66° 45′ *&* BC 39° 29′ *una cum angulo uni eorum oppoſito* A 45° 20′, *invenire angulum comprehenſum B.* Tab. II. Fig. 28.

*RESOLUTIO.*

Ponamus angulum C eſſe acutum: quia alter A etiam acutus, perpendiculum BE intra triangulum cadit (§. 82).

1. In triangulo itaque rectangulo ABE ex datis angulo A & latere AB invenitur angulus ABE (§. 130).
2. Quoniam BE pro parte laterali aſſumta in triangulo AEB pars media eſt angulus ABE, conjuncta vero latus AB & in triangulo EBC pars media eſt angulus EBC, conjuncta latus BC (§. 94); reperietur coſinus anguli EBC, ſi a ſumma ex coſinu anguli ABE & cotangente BC ſubtrahatur cotangens ipſius AB (§. 139).
3. Quodſi anguli ABE & EBC addantur, aut perpendiculo extra triangulum cadente a ſe invicem ſubtrahantur; prodibit quæſitus ABC.

| | | |
|---|---|---|
| E. gr. | Sin. Tot. | 100000000 |
| | Coſin. AB | 95963154 |
| | Summa | 195963154 |
| | Cot. A | 100252805 |

Cot. ABE 95710349, cui in tabulis quam proxime reſpondent 20° 25′ 35″. Eſt adeo ABE 69° 34′ 25″.

| | |
|---|---|
| Coſ. ABE | 95428300 |
| Cotang. BC | 100841529 |
| Summa | 196269829 |
| Cotang. AB | 96330985 |

Coſin. EBC 99938544, cui in tabulis quam proxime reſpondent, 80° 24′ 26″.

| | |
|---|---|
| Eſt ergo EBC | 9° 35′ 34″ |
| Addatur ABE | 69. 34. 25 |
| erit ABC | 79° 9′ 59″ |

*PROBLEMA* 23.

Tab. II. Fig. 28. 152. *Datis duobus angulis A* 43° 20′ & *B* 79° 9′ 59″ *una cum latere adjacente AB* 66° 45′, *invenire latus BC uni eorum oppoſitum.*

*RESOLUTIO.*

1. Ex angulo uno datorum B demiſſo perpendiculo EB in latus ignotum AC, in triangulo rectangulo ABE ex datis angulo A & hypothenuſa AB inveniatur angulus ABE (§. 130): qui
2. Ex angulo ABC ſubductus relinquit angulum EBC. Quodſi perpendiculum extra triangulum caderet, angulus ABC ſubtrahi deberet ex ABE.
3. Quoniam perpendiculo BE pro una partium lateralium aſſumto, in triangulo ABE pars media eſt angulus ABE, conjuncta vero AB, in triangulo EBC media angulus EBC, conjuncta BC (§. 94); cotangens lateris BC invenitur, ſi e ſumma cotangentis AB & coſinus EBC ſubtrahatur coſinus EBA (§. 139).

Exemplum problematis præcedentis facile mutatur in caſum præſentis.

*PROBLEMA* 24.

153. *Datis in triangulo obliquangulo* ACB *duobus lateribus* AB 66° 45′ & BC 39° 29′, *una cum angulo* A *uni eorum oppoſito* 43° 20′, *invenire latus tertium* AC. Tab. II. Fig. 28.

*RESOLUTIO.*

1. Demiſſo ut ante perpendiculo BE, in triangulo rectangulo ABE ex datis angulo A & hypothenuſa AB inveniatur latus AE (§. 127).
2. Quoniam perpendiculo BE pro parte laterali aſſumto in triangulo AEB pars media eſt AB, ſejuncta AE, in triangulo BEC media BC, ſejuncta EC (§. 96); reperietur coſinus EC, ſi a ſumma coſinuum AE & CB ſubtrahatur coſinus AB (§. 139).

3. Quodſi

3. Quodſi ſegmenta AE & EC in unam ſummam colligantur (aut, perpendiculo extra triangulum cadente, a ſe invicem ſubtrahantur); prodibit latus quæſitum AC.

E. gr. Sin. totus 10000000
Coſin. A 98617576

Summa 198617576
Cotang. AB 96330985

Tang. AE 102286591, cui in tabulis quam proxime reſpondent 59° 25′ 52″.
Coſin. AE 97063540
Coſin. BC 98875102

Summa 195938642
Coſin. AB 95963154

Coſin. EC 99975488, cui in tabulis quam proxime reſpondent 83° 55′ 6″.
Eſt ergo EC 6° 4′ 54″
addatur AE 59 25 52

erit AC 65 30 46

PROBLEMA 25.

Tab. I. Fig. 28. 154. *Datis duobus lateribus AC 65° 30′ 46″ & AB 66°, 45′, cum angulo intercepto A 43° 20′, invenire latus tertium BC eidem oppoſitum.*

RESOLUTIO.

1. Demiſſo perpendiculo BE, in triangulo rectangulo quæratur ut in problemate præcedente ſegmentum AE (§. 127), quod
2. Ex AC ſubductum relinquit EC. Si perpendiculum extra triangulum cadit AC ex AE ſubducendum.
3. Quoniam perpendiculo BE pro parte laterali aſſumto in triangulo AEB pars media eſt AB, ſejuncta AE, in triangulo EBC pars media CB, ſejuncta EC (§. 96); reperietur Coſinus BC, ſi a ſumma coſinuum AB & EC ſubtrahatur coſinus AE (§. 139).

Exemplum problematis præcedentis facile abit in caſum præſentem.

PROBLEMA 26.

155. *Datis duobus angulis A 43° 20′ & B 79° 9′ 59″ una cum latere CB alteri eorum oppoſito 39° 29′, invenire latus utrique adjacens AB.* Tab. II. Fig. 28.

RESOLUTIO.

1. Demiſſo ex angulo incognito C in latus oppoſitum AB perpendiculo CD, quod intra triangulum cadit ob A & B acutos (§. 81), in triangulo rectangulo BCD ex datis angulo B & hypothenuſa BC invenietur ſegmentum DB (§ 127).
2. Quoniam perpendiculo CD pro parte laterali aſſumto in triangulo CDB pars media eſt DB, conjuncta vero angulus B, & in triangulo CDA pars media AD,

 con-

juncta angulus A (§. 94), ſinus ſegmenti AD reperitur, ſi ex ſumma ſinus DB & cotangentis anguli A ſubtrahatur cotangens anguli B (§. 139).

3. Quod ſi ſegmenta AD & DB addantur (aut, perpendiculo extra triangulum cadente, a ſe invicem ſubtrahantur), prodibit latus quæſitum AB.

E. gr. Sinus totus 100000000
Coſin. B 92740596

Summa 192740596
Cotang. BC 100841529

Tang. DB 91899067, cui in tabulis quam proxime reſpondent 8° 48′ 8″.

Sin. DB 91847599
Cotang. A 100252805

Summa 192100404
Cotang. B 92818698

Sin. AD 99281706, cui in tabulis reſpondent 57° 56′ 50″
addatur DB 8 48 8

erit AB 66 44 58

PROBLEMA 27.

Tab. II. Fig. 28. 156. *Datis duobus lateribus AB 66° 45′ & BC 39° 29′ cum angulo intercepto B 79° 9′ 59″, invenire angulum A uni eorum oppoſitum.*

RESOLUTIO.

1. Demiſſo perpendiculo CD invenitur ut in problemate præcedente ſegmentum DB (§. 127): quod

2. Ex AB ſubductum relinquit AD. Quodſi perpendiculum extra triangulum cadit, AB ad DB addendum.

3. Quoniam perpendiculo CD pro parte laterali aſſumto in triangulo CDB pars media eſt DB, conjuncta vero angulus B & in triangulo CDH media AD, conjuncta angulus A (§. 94), cotangens anguli A reperitur, ſi a ſumma cotangentis anguli B & ſinus AD ſubtrahatur ſinus DB (§. 139).

Exemplum problematis præcedentis facile huc applicatur.

PROBLEMA 28.

157. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo ABC duobus angulis A 43° 20′ & B 79° 9′ 59″ una cum latere adjacente AB, 66° 45′, invenire angulum eidem oppoſitum C.* Tab. II. Fig. 28.

RESOLUTIO.

1. Ex angulo uno datorum B demiſſo in latus oppoſitum AC perpendiculo BE, in triangulo rectangulo ABE ex datis angulo A & hypothenuſa AB invenitur angulus ABE (§. 130); qui

2. ex

2. ex ABC ſubductus relinquit angulum EBC. Quodſi perpendiculum extra triangulum cadit, ABC ex ABE auferri debet.
3. Quoniam perpendiculo BE pro parte laterali aſſumto in triangulo CEB pars media eſt angulus C, ſejuncta angulus CBE, in triangulo ABE media angulus A, ſejuncta angulus ABE (§. 96); coſinus anguli C habetur, ſi ex ſumma coſinus anguli A & ſinus EBC ſubtrahatur ſinus anguli ABE.

E. gr. Sinus totus 100000000
Coſin. AB 95963154

Summa 195963154
Cotang. A 100252805

Cotang. ABE 95710349, cui in tabulis reſpondent 20° 25′ 35″. Eſt adeo

ABE 69° 34′ 25″
ſed ABC 79 9 59

Ergo EBC 9° 35′ 34″
Coſin. A 98617576
Sin. EBC 92217908

Summa 190835484
Sin. ABE 99717958

Coſin. C 91117526, cui in tabulis reſpondent quam proxime 7°. 25′ 54″.

Eſt ergo C 82° 34′ 6″.

## *PROBLEMA 29.*

158. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo ABC duobus angulis A 43° 20′ & C 82° 34′ 6″, unacum latere BA uni eorum oppoſito 66° 45′, invenire angulum reliquum.* Tab. II. Fig. 28.

### *RESOLUTIO.*

1. Ex angulo quæſito B demiſſo perpendiculo BE, in triangulo rectangulo AEB ex datis angulo A & hypothenuſa BA invenitur angulus ABE (§. 130).
2. Quoniam perpendiculo EB pro parte laterali aſſumto in triangulo ECB pars media eſt angulus C, ſejuncta angulus CBE & in triangulo AEB pars media angulus A, ſejuncta angulus ABE (§. 94); ſinus anguli EBC habetur, ſi ex ſumma coſinus C & ſinus ABE ſubtrahatur coſinus A (§. 139).
3. Quodſi ABE & EBC addantur (aut, perpendiculo extra triangulum cadente, a ſe invicem ſubtrahantur); prodibit angulus ABC quæſitus.

Exemplum problematis præcedentis facile mutatur in caſum præſentem.

## *PROBLEMA 30.*

159. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo tribus lateribus, invenire angulum uni eorum oppoſitum.*

Tab. II. Fig. 20.

## *RESOLUTIO.*

I. Si latus unum AC fuerit quadrans, & crus AB quadrante minus, quæraturque angulus A;

1. Continuetur AB in F, donec AF fiat quadranti æqualis & ex polo A ducatur arcus CF (§. 25), qui arcum AF ſecabit in F ad angulos rectos (§. 28).

2. Quoniam in triangulo CBF ad F rectangulo datur hypothenuſa BC & latus BF ſeu complementum ipſius AB ad quadrantem, reperietur perpendiculum CF (§. 119): quod cum ſit menſura anguli CAB (§. 31), eundem repertum eſſe patet.

Sit e. gr. AB = 67°, BC = 49°; erit coſinus BC cum ſinu toto ſinibus complementorum BF & CF, hoc eſt, ſinui AB & coſinui CF ſeu anguli A æqualis, (§. 112) adeoque

| | |
|---|---|
| Sin. tot. | 100000000 |
| Coſin. BC | 98169429 |
| Summa | 198169429 |
| Sin. AB | 99640261 |

Coſin. A 98529168, cui in tabulis quam proxime reſpondent 45° 27′ 22″. Eſt adeo A 44° 32′ 38″.

II. Si latus unum AC fuerit quadrans, alterum AB quadrante majus, quæraturque denuo angulus A;

1. Ex AB reſecetur quadrans AD & ex polo A deſcribatur, arcus CD (§. 25), qui arcum AB ſecabit in D ad angulos rectos (§. 28).

2. Quoniam in triangulo CDB ad D rectangulo hypothenuſa BC & latus DB ſeu exceſſus lateris AB ſupra quadrantem datur, reperietur ut ante perpendiculum CD (§. 119), quod eſt menſura anguli quæſiti A.

Sit e. gr. AB = 158°, BC = 78°, erit DB = 68°, adeoque (§. 112) coſinus BC cum ſinu toto æqualis ſinibus complementorum DB & DC, hoc eſt, ſinui complementi lateris AB ad ſemicirculum & coſinui anguli A æqualis. Ergo

| | |
|---|---|
| Sinus totus | 100000000 |
| Coſin. BC | 92805988 |
| Summa | 192805988 |
| Coſin. DB | 95735754 |

Coſinus A 97070234, cui in tabulis quam proxime reſpondent 30° 37′ 16″. Eſt ergo A 59° 22′ 44″.

III. Si triangulum ACF fuerit æquicrurum, ut nempe AC = CF quæraturque e. gr. angulus ACF: dividatur AF bifariam in D & per D atque C ducatur arcus DC. Quoniam eodem modo, quo idem de triangulis rectilineis demonſtavimus (§. 174 *Geom.*) oſtendi poteſt, eſſe CD ad

ad AF perpendicularem, angulos A & F, itemque ACD & DCF æquales; ex datis in triangulo rectangulo ACD hypothenuſa AC & crure AD invenitur angulus ACD (§. 117), cujus duplus eſt quæſitus ACF. Angulus vero A vel F reperiri ex iisdem datis poteſt (§. 129).

E. gr. Sit AC = 65°, BA = 38°, erit AD = 19°, adeoque

| | |
|---|---|
| Sin. totus | 100000000 |
| Sinus AD | 95126419 |
| Subtr. Sinus AC | 99572757 |
| Sin ACD | 95553662, cui in ta- |

bulis quam proxime reſpondent 21° 3′ 9″. Eſt ergo angulus ACB = 42° 6′ 18″.

IV. Si triangulum ACB fuerit ſcalenum, quæraturque angulus A; 1. ex angulo C demittatur perpendiculum CD & quæratur ſemidifferentia ſegmentorum AD & DB inferendo (§. 146):

Ut tangens baſis dimidiæ AB

ad tangentem ſemiſummæ crurum AC & CB

ita tangens ſemidifferentiæ eorundem

ad tangentem ſemidifferentiæ ſegmentorum AD & DB.

2. Addatur ſemidifferentia ſegmentorum ad baſin dimidiam, ut habeatur majus ſegmentum; eadem ab eadem ſubtrahatur, ut habeatur minus (§. 37 *Trigon. plan.*).

3. Datis jam in triangnlo CAD rectangulo ad D hypothenuſa AC & latere AD, invenitur angulus A (§. 129). Eodem modo in altero CDB ex datis CB & DB invenitur B.

Sit e. gr. AB = 66° 45′, AC = 65° 30′ 46″, BC = 39° 29′, erit $\frac{1}{2}$AB = 33° 22′ 30″, AC + BC = 104° 59′ 46″, AC - BC = 26° 1′ 6″, adeoque $\frac{1}{2}$AC + $\frac{1}{2}$BC = 52° 29′ 53″, $\frac{1}{2}$AC - $\frac{1}{2}$BC = 13° 0′ 53″. Quare

| | |
|---|---|
| Tang. $\frac{1}{2}$AB | 98187223 |
| Tang. $\frac{1}{2}$AC + $\frac{1}{2}$BC | 101149889 |
| Tang. $\frac{1}{2}$AC - $\frac{1}{2}$BC | 93638728 |
| Summa | 194788617 |
| Tang. $\frac{1}{2}$AD - $\frac{1}{2}$DB | 96601394, cui |

in tabulis quam proxime reſpondent 24° 34′ 18″.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$AB = | 33° | 22′ | 30″ |
| | 24 | 34 | 18 |
| AD = | 57 | 56 | 48 |

| | |
|---|---|
| Cotang. AC | 96584473 |
| Tang. AD | 102033115 |
| Summa | 198617588 |
| Sin. tot. | 100000000 |
| Coſin. A | 98617588, cui in |

tabu-

tabulis quam proxime reſpondent 43° 20′.

## SCHOLION.

160. *Quodſi in illatione prima pro tangentibus crurum & baſis ſumantur ipſa crura & baſis, prodibit ea, quæ ex datis tribus lateribus in triangulo rectilineo inveſtigamus angulos* (§.39 Trigon. plan.). *Patet adeo, caſum difficillimum Trigonometriæ ſphaericæ eadem facilitate ſolvi poſſe, qua in trigonometria plana ſolvitur. Quare ſi praxin ſpectes, trigonometria ſphærica nunc ad eandem facilitatem reducta eſt, qua plana gaudet.*

## PROBLEMA 31.

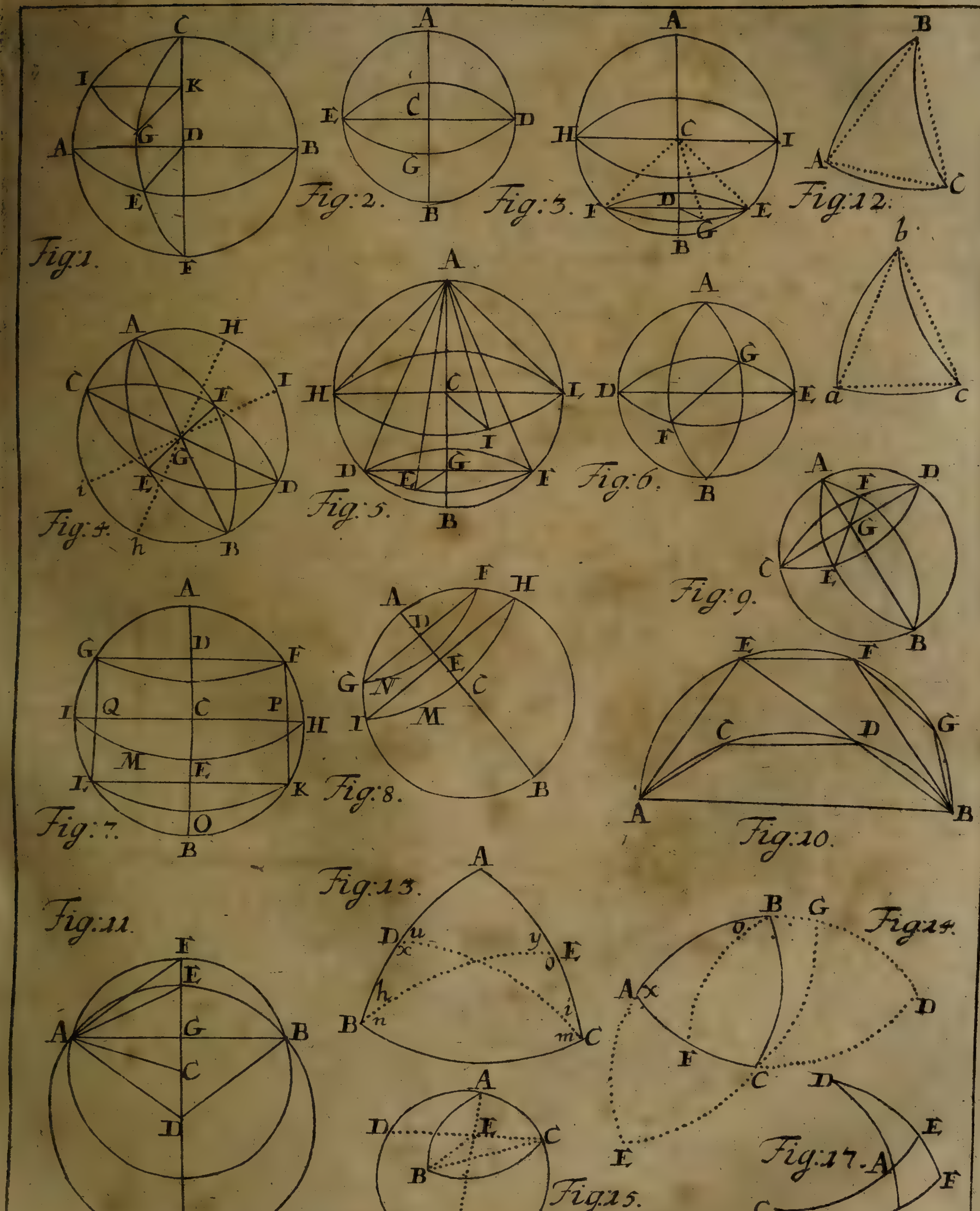
161. *Datis tribus angulis A, B & C in triangulo ſphærico obliquangulo ABC, invenire latus quodcunque.*

## RESOLUTIO.

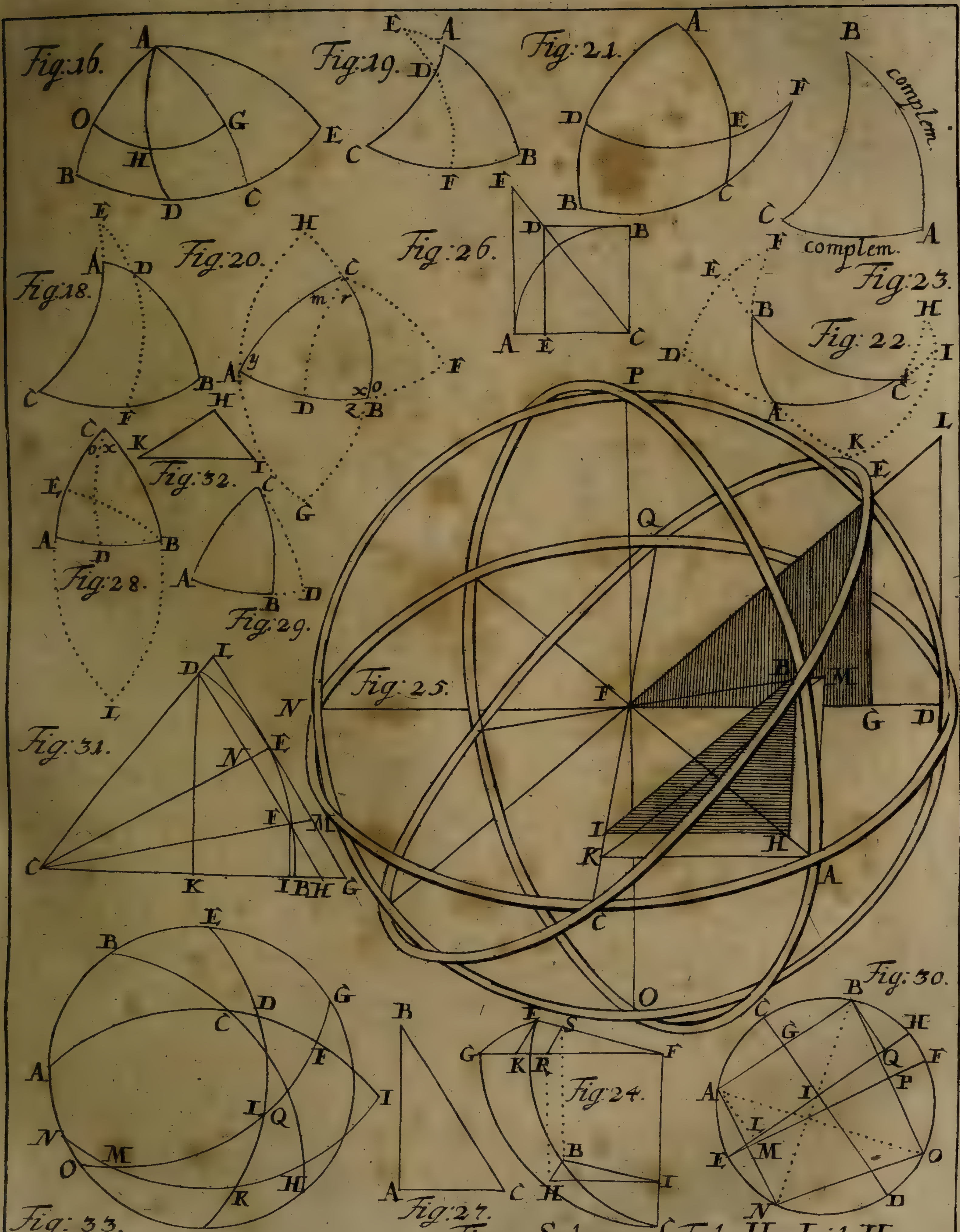
Quia loco trianguli dati aliud aſſumi poteſt, in quo latera æqualia ſunt angulis, anguli vero lateribus datis (§. 148); problematis reſolutio non differt a reſolutione præcedentis.

## FINIS *Trigonometriæ Sphæricæ.*

| Pag. | Lin. | Errat. | Corrigenda |
|---|---|---|---|
| 325 | 32 | diſtantes | *adde*: quarum diſtantiæ in directum ſitæ, |
| 327 | 10 | major | minor |
| 338 | ult. | *deleantur verba:* | & quadrante major, |
| 339 | 25 | BH | DH |
| 347 | 6 | A | AC |
| 356 | 4 | CB | BD |




Figur. Sphæric. Tab: I. Lit: G 2.




Figur. Sphær: Tab: II. Lit:H. 2.

# ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

# PRÆFATIO.

SVmma Numinis immenſi majeſtas & excellentia intellectus humani prorſus inſignis non aliunde clarius, quam ex Aſtronomia eluceſcit, quæ per ſtructuram univerſi ſimplicitate ac vaſtitate ſua admirandam motusque ſiderum leges ſcientiæ, ſapientiæ, potentiæ, immo bonitatis divinæ immenſitatem, vulgo ab hominibus confuſe cognitam, diſtincte cognoſcendam exhibet & intellectui humano, ſi eodem rite utamur, ad abſcondita maxime & a ſenſibus remota aditum patere exemplis evidentiſſimis demonſtrat. Commendandum igitur eſt Aſtronomiæ ſtudium tum iis, qui ex cognitione perfectionum divinarum voluptatem capiunt, ut voluptate ſumma perfundantur, tum etiam illis, qui propriis aliquando meditationibus veritates adhuc latentes in apricum producere & naturalem inprimis ſcientiam ulterius perficere cupiunt, ut ſumma intellectus perfectio nonniſi genuino uſu comparanda ipſis concilietur. Vtrique fini ut ſatisface-

rem, omnem Aſtronomiam ita pertractandam eſſe cenſui, ut figmenta veterum, quibus partim ob præjudicia nonnulla, partim ob inſtrumentorum, tubi præſertim optici atque micrometri, defectum, ad veritatem liquidam pertingere non licuit, rejicerem & principiis Copernici atque Kepleri, quorum ille veram mundi fabricam reſtauravit, hic jura poli primus manifeſtavit, totam theoricæ doctrinam ſuperſtruerem, ſingula vero more Euclideo in ſphæricis demonſtrarem. Quoniam nimirum duplici modo conſiderari poteſt univerſum, tum quomodo ſenſui apparet, tum quomodo intellectui obvium, utraque vero conſideratio ad accuratam temporum rationem ineundam apprime facit; ideo dudum Aſtronomi Aſtronomiam diviſerunt in ſphæricam & theoricam, quarum partium illa priori, altera vero poſteriori conſiderationi ſatisfacit, ſi recentiorum inventis debite utamur. Cæterum Chronologia & Gnomonica, immo etiam Geographia, tanquam rivuli ex Aſtronomiæ fonte deducuntur, ut adeo in iis circa plurima cœcutiat, qui Aſtronomia nondum ſalutata ad illas ſcientias digreditur: Phyſica vero pulcherrimam ſui partem de univerſi ſyſtemate & natura ac proprietatibus corporum totalium totam eidem debet, ut adeo nil ſani in ſcriptis phyſicorum de hoc argumento reperiatur, niſi quod ex Aſtronomia deſumtum.

ELE-

# ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

## Pars I.

## ELEMENTA ASTRONOMIÆ SPHÆRICÆ.

### CAPUT I.

### OBSERVATIONES COMMUNES RECENSET AC INDE PRIMA ASTRONOMIÆ SPHÆRICÆ PRINCIPIA STABILIT.

*DEFINITIO* 1.

1.

ASTRONOMIA *Stronomia* eſt ſcientia Univerſi ac phœnomenorum ejus.

*DEFINITIO* 2.

2. *Aſtronomia ſphærica* eſt, quæ univerſum conſiderat, quale in oculos incurrit.

*DEFINITIO* 3.

3. *Aſtronomia theorica* eſt, quæ univerſi veram ſtructuram conſiderat & ejus phœnomena inde determinat.

*DEFINITIO* 4.

4. *Per obſervationes communes* intelligo ea, quæ ad perceptiones noſtras veluti ſponte ſua ſe offerentes attenti cognoſcimus.

*DEFINITIO* 5.

5. *Obſervationes aſtronomicas* appello ea, quæ ad perceptiones ſtudio noſtro in nobis productas attenti cognoſcimus.

*OBSERVATIO* 1.

6. *Si noctu cœlum ſtellatum intuemur, omnes ſtellæ æqualibus intervallis a nobis diſtare videntur: & hæc apparentia conſtans eſt quovis anni tempore atque ubivis locorum.*

*COROLLARIUM* 1.

7. Quia diſtantiarum magnarum differentias, etſi admodum ingentes, viſus non diſcernit (§. 237 *Optic.*); ſenſuum judicio conſtare nequit, utrum ſtellæ omnes a nobis æqualibus intervallis revera diſtent, nec ne.

## COROLLARIUM 2.

8. Cœlum igitur cuivis ſpectatori inſtar hemiſphærii cavi apparet, in cujus ſuperficie ſtellæ ſint conſtitutæ, in centro autem ipſe ſit collocatus (§.443 *Geom.*): hinc tamen inferri nequit, hæc revera ita ſe habere (§. 7).

## OBSERVATIO 2.

9. *Stellæ, quæ vertici noſtro imminent, aliquo temporis ſpatio prætérlapſo, ab eodem diſtare videntur verſus dexteram aliis nunc ſuper vertice conſpicuis, quæ ante verſus lævam diſtabant, facie nempe illuc verſa, ubi Solem circa meridiem contuemur. Stellæ, quas verſus dextram prope extremitatem cœli ante conſpiciebamus, diſparuerunt & aliæ vertici viciniores locum earundem occupant: contra quæ verſus ſiniſtram extremas cœli partes replebant, vertici propiores videntur, in ipſorum vero locis aliæ ante nondum præſentes cernuntur. Cæterum diſtantia ſtellarum inter ſe, quamdiu eas conſpicimus, eadem apparet. Poſtero die iisdem horis redeuntibus eadem cœli facies objicitur. Eadem interdiu de Sole, noctu de Luna obſervamus.*

## COROLLARIUM 1.

10. Quoniam ſpectator locum in terra non mutat, adeoque ſeipſum tanquam immotum ſpectat; cœlum circa tellurem moveri videtur.

## COROLLARIUM 2.

11. Cum tamen in omni ſitu figuram hemiſphærii cavi referat (§. 8); cœlum terræ incolis inſtar ſphæræ cavæ apparet, in cujus centro ipſi conſtituti (§.19 *Sphær.*), & quæ circa terram quotidie gyratur (§. 10), ſtellis in ſuperficie ejus quaſi defixis (§. 9).

## COROLLARIUM 3.

12. Cum Aſtronomia ſphærica mundum conſideret, qualis in oculos incurrit (§.2); in ea recte aſſumitur, mundum eſſe ſphæram cavam, quæ circa tellurem in centro ejus collocatam rotatur, ſtellis in ejus ſuperficie defixis, ac inde phœnomena reliqua determinantur, quæ ex hac apparentia conſequuntur.

## DEFINITIO 6.

13. Cum ſidus apparere incipit, quod antea latebat, *oriri* dicitur: quando vero diſparet, quod ante apparuerat, *occidere* dicitur. Eſt nempe *Ortus* apparentia ſideris ante latentis: *Occaſus* vero occultatio ſideris antea conſpicui. Denotant quoque vocabula ortus & occaſus loca, ubi ſidera oriuntur & occidunt.

## SCHOLION.

14. *Has ſane, non alias ortus & occaſus notiones habemus* (§.19 Meth. Mathem.)*: quæ adeo motum ſiderum non involvunt.*

### DEFINITIO 7.

15. Motus, quo ſtellæ cum ſphæra mundana circa tellurem ab ortu ad occaſum moveri videntur, vocatur *Motus primus*, *communis*, *diurnus*, item *motus primi mobilis*.

### SCHOLION.

16. *Hunc motum potiſſimum Aſtronomia ſphærica expendit &, qualia inde phænomena in terra ſpectanda pendeant, determinat.*

### OBSERVATIO 3.

17. *Si ſtellas notemus, quibus Luna vicina videtur; easdem die ſequente ab eadem aliquo intervallo verſus occaſum diſtare obſervamus: Luna vero prope fixas alias cernitur. Atque hæc diſtantiæ mutatio quotidie accidit, donec tandem 27 circiter diebus elapſis in vicinia earundem ſtellarum conſpiciatur, inter quas in prima obſervatione hærebat.*

### COROLLARIUM.

18. Luna igitur interea, dum quotidie cum ſphæra mundana circa tellurem rotatur (§. 9), motu contrario ab occaſu verſus ortum 27 circiter dierum intervallo circa eandem moveri videtur.

### OBSERVATIO 4.

19. *Si ſtellas notemus, quæ in ea cœli parte conſpiciuntur, ubi Sol viſui noſtro ſe ſubduxit, obſervationibus per plures dies continuatis, animadvertimus, quæ in anterioribus vertici erant propiores, eas in poſterioribus occaſui eſſe proximas, donec tandem annuo ſpatio 365 circiter dierum elapſo idem cœli ſitus redeat.*

### COROLLARIUM.

20. Sol adeo æque ac Luna interea temporis, dum cum ſphæra mundana circa tellurem rotatur, ad alias aliasque fixas ab occaſu verſus ortum progredi, ſicque motu contrario intra anni ſpatium circa tellurem moveri videtur.

### OBSERVATIO 5.

21. *Si ſtellarum diſtantias a ſe invicem quotidie attentius contemplamur, præter Lunam ac Solem quinque adhuc ſtellas ſitum ſuum quotidie mutare obſervamus, quamvis earum diſtantia a ſtella quadam data non eadem quantitate in ſingulis mutetur, ita ut primus nonniſi triginta circiter, ſecundus duodecim, tertius duobus annis præterlapſis, duo autem a Sole non multum digredientes, eumque interdum præcedentes, interdum ſequentes, annuo circiter ſpatio in eodem cœli loco rurſus conſpiciantur.*

### COROLLARIUM.

22. Quinque igitur ſtellæ perinde ac Sol & Luna interea temporis, dum cum ſphæra mundana circa tellurem gyrantur, motu contrario ab occaſu verſus ortum inæqualibus temporum intervallis circa eandem moveri videntur.

DE-

### *DEFINITIO* 8.

23. *Motus ſecundus* ſeu *proprius* appellatur, quo ſtella ab occaſu verſus ortum indies certo intervallo promovetur.

### *DEFINITIO* 9.

24. *Stellæ fixæ* dicuntur, quæ eandem a ſe invicem diſtantiam conſtanter ſervant.

### *DEFINITIO* 10.

25. *Planetæ* ſeu *ſtellæ erraticæ* vocantur ſidera, quorum a reliquis diſtantia indies mutatur.

### *DEFINITIO* 11.

26. *Saturnus* eſt planeta debiliore lumine conſpicuus, intra 30 circiter annos periodum ſuam circa tellurem motu proprio abſolvens.

### *DEFINITIO* 12.

27. *Jupiter* eſt planeta, inſigni ſplendore refulgens, intra 12 circiter annos motu proprio periodum ſuam circa tellurem abſolvens.

### *DEFINITIO* 13.

28. *Mars* eſt planeta, lumine ſubrubido corruſcans, intra biennium circiter motu proprio periodum circa tellurem abſolvens.

### *DEFINITIO* 14.

29. *Venus* eſt planeta, ſplendore ſuo lumen omnium ſuperans, Solem conſtanter comitans, nec ultra 47 circiter gradus ab eo digrediens. Quando Solem præcedit *Phoſphorus* ſeu *Lucifer*; quando ſequitur, *Heſperus* vocatur.

### *DEFINITIO* 15.

30. *Mercurius* eſt planeta exiguus, lumine tamen ſatis claro fulgens, Solis individuus comes, nec ultra 28 gradus ab eodem digrediens.

### *SCHOLION.*

31. *Ex his definitionibus proprio quilibet Marte planetas agnoſcet. Si enim poſt occaſum Solis videat planetam ortui quam occaſui viciniorem, inde colligit nec Venerem, nec Mercurium eſſe* (§. 29. 30). *An vero ſit Saturnus, an Jupiter, an Mars,* ex *lumine ulterius dignoſcit* (§. 26. 27. 28). *Qui vero Saturnum, Jovem & Martem agnoſcit, ex lumine quoque Venerem & Mercurium diſtinguit* (§. 29. 30). *Contra ſi quis, illis adhuc ſibi ignotis, planetam obſervat a Sole recedentem, mox iterum ad eum redeuntem, is Venerem vel Mercurium eſſe inde colligit: utrum vero Venus, an Mercurius ſit, ex lumine dignoſcit* (§. 29. 30). *Cognitis vero Venere & Mercurio reliquos ex ſolo lumine agnoſcit* (§. 26. 27. 28).

### *DEFINITIO* 16.

32. Sol atque planetæ certis ſignis indigitari ſolent. Eſt nempe

| | |
|---|---|
| ♄ | ſignum Saturni. |
| ♃ | Jovis. |
| ♂ | Martis. |
| ♀ | Veneris. |
| ☿ | Mercurii. |
| ☉ | Solis. |
| ☽ | Lunæ |
| ♁ | Terræ. |

OB-

*OBSERVATIO 6.*

33. *Si diſtantias Solis & planetarum a vertice in maxima ſupra horizontem elevatione quotidie obſervamus; eas ad certum usque terminum continuo creſcere, dein rurſus decreſcere diſcimus: qui tamen uterque terminus in ſingulis diverſus notatur.*

*COROLLARIUM.*

34. Omnes igitur ſub circulo aliquo ſphæræ mundanæ, non tamen uno eodemque motu proprio incedunt.

## CAPUT II.
## De
# CIRCULIS SPHÆRÆ MUNDANÆ.

*DEFINITIO 17.*

35. Per *circulos ſphæræ mundanæ* intelligo eos, qui ſphæram mundanam ſecant & peripheriam habent vel in ipſa ſuperficie ejus mobili, vel in alia immobili iſti contermina & æquidiſtante.

*DEFINITIO 18.*

36. *Circulus mobilis* eſt, cujus peripheria in ſuperficie ſphæræ mundanæ mobili exiſtit; adeoque cum ſphæra motu diurno rotatur.

*DEFINITIO 19.*

37. *Circulus immotus* eſt, cujus peripheria in ſuperficie ſphæræ mundanæ immobili exiſtit, adeoque cum ſphæra motu diurno non rotatur.

(II.)

*DEFINITIO 20.*

38. *Axis mundi* eſt recta PQ, circa quam ſphæra mundana motu diurno rotatur. Tab. I. Fig. I.

*DEFINITIO 21.*

39. *Poli mundi* ſunt puncta P & Q in ſuperficie ſphæræ mundanæ, per quæ axis PQ tranſit. Polus nobis conſpicuus P dicitur *arcticus* ſeu *borealis*; ipſi vero oppoſitus Q *antarcticus* ſeu *auſtralis*.

*DEFINITIO 22.*

40. *Æquator* DA eſt circulus ſphæræ mundanæ maximus, mobilis & eosdem cum ipſa polos P & Q habens.

*COROLLARIUM I.*

41. Singula æquatoris puncta a po-



lis

lis mundi quadrantis intervallo diſtant (§. 25 *Sphæric.*).

## COROLLARIUM 2.

42. Æquator ſphæram mundanam in duo hemiſphæria dividit (§. 19 *Sphæric.*), in quorum uno eſt polus borealis, in altero auſtralis (§. 39. 40).

## DEFINITIO 23.

Tab. I. Fig. 1. 43. *Hemiſphærium boreale ſeu ſeptentrionale* eſt dimidium ſphæræ mundanæ DPA æquatore DA terminatum, in cujus vertice eſt polus borealis P.

## DEFINITIO 24.

44. *Hemiſphærium auſtrale* ſeu *meridionale* eſt dimidium ſphæræ mundanæ DQA æquatore DA terminatum, in cujus vertice eſt polus auſtralis Q.

## DEFINITIO 25.

45. *Circulus æquinoctionalis* eſt circulus maximus immotus, ſub quo æquator motu diurno movetur.

## SCHOLION 1.

46. *Nempe ſi ſemidiameter ſphæræ per punctum æquatoris producatur (quæ eadem eſt cum ſemidiametro æquatoris* §. 15 Sphær.)*; in ſuperficie immobili æquinoctionalis deſcribitur, dum ſphæra circa axem rotatur* (§. 127 Geom.).

## SCHOLION 2.

47. *Circulus æquinoctialis vulgo cum æquatore confunditur.*

## DEFINITIO 26.

48. *Circulus diurnus* eſt circulus immotus, ſub quo ſtella aliqua aut punctum aliquod in ſuperficie mundana datum motu diurno movetur.

## SCHOLION.

49. *Nempe ſi recta ex centro ſtellæ ad axem mundi perpendicularis ultra ſuperficiem ſphæræ mundanæ producta concipiatur, in ſuperficie immota circulum diurnum deſcribit, dum ſphæra circa axem rotatur* (§. 127 Geom.).

## DEFINITIO 27.

50. *Zenith* ſeu *punctum verticale* eſt punctum Z in ſuperficie ſphæræ mundanæ immobili, ex quo ducta recta per verticem ſpectatoris per centrum terræ tranſit. Quod ipſi diametraliter opponitur N, vocatur *Nadir*.

## COROLLARIUM 1.

51. Tot ſunt Zenith, quot diverſa in terra loca, e quibus cœlum ſpectari poteſt.

## COROLLARIUM 2.

52. Mutato igitur loco, mutatur etiam Zenith.

## DEFINITIO 28.

53. *Horizon rationalis* ſive *verus* eſt circulus maximus HR, cujus poli ſunt Zenith Z atque Nadir N. Horizon rationalis etiam ſimpliciter *Horizon* dicitur.

CO-

### COROLLARIUM 1.

54. Singula horizontis puncta a Zenith atque Nadir quadrantis intervallo diſtant (§. 25 *Sphæric.*).

### COROLLARIUM 2.

55. Horizon verus ſphæram mundanam in duo hemiſphæria dividit (§. 19 *Sphæric.*).

### DEFINITIO 29.

56. *Hemiſphærium ſuperius* eſt dimidium ſphæræ mundanæ HZR horizonte HR terminatum, in cujus vertice eſt Zenith Z.

### DEFINITIO 30.

57. *Hemiſphærium inferius* eſt dimidium ſphæræ mundanæ HNR horizonte HR terminatum, in cujus vertice eſt Nadir N.

### DEFINITIO 31.

58. *Horizon ſenſibilis* ſive *apparens* eſt circulus *hr*, qui partem ſphæræ mundanæ conſpicuam a latente ſeparat.

### COROLLARIUM.

59. Quia rectæ a Zenith Z ad ſingula horizontis apparentis *hr* puncta ductæ æquales apparent; horizontis ſenſibilis polus eſt Zenith Z (§. 12 *Sphær.*) conſequenter cum Nadir N ipſi Zenith diametraliter opponatur (§. 27), Nadir eſt alter horizontis apparentis polus (§. 23 *Sphær.*).

### DEFINITIO 32.

60. *Horizon ortivus* eſt pars horizontis, in qua ſidera oriuntur.

### DEFINITIO 33.

61. *Horizon occiduus* eſt pars horizontis, in qua ſidera occidunt.

### DEFINITIO 34.

62. *Circulus verticalis* eſt circulus ſphæræ maximus immotus, per Zenith Z atque Nadir N & punctum quodcunque aliud in ſphæra mundana ductus. Tab. I. Fig. 1.

### SCHOLION.

63. *Datis nempe in ſuperficie ſphæræ tribus punctis, circulus determinatur* (§. 279 Geom.).

### DEFINITIO 35.

64. *Meridianus* eſt circulus verticalis AZBN per polos mundi P & Q tranſiens. *Verticalis primarius* dicitur, qui per polos meridiani D & E tranſit. Tab. I. Fig. 2.

### DEFINITIO 36.

65. *Altitudo* ſtellæ vel puncti in ſphæra mundana eſt diſtantia ejus ab horizonte. *Profunditas* appellatur ſi ſtella vel punctum fuerit in hemiſphærio inferiori. Utraque *vera* dicitur, ſi horizon ſpectetur verus; *apparens*, ſi apparens.

### *SCHOLION.*

66. *Horizon nempe inſtar baſis, centrum ſtellæ vel punctum quodlibet aliud in ſphæra mundana datum inſtar verticis alicujus objecti conſideratur* (§. 111 Geom).

### *DEFINITIO* 37.

67. *Declinatio* ſtellæ S aut puncti in ſphæra mundana dati eſt diſtantia ejus ab æquatore.

### *COROLLARIUM* 1.

Tab. I. Fig. 3. 68. Eſt ergo arcus circuli maximi GS inter punctum datum S & æquatorem AQ interceptus atque ad eum perpendicularis (§. 79 *Sphær.*).

### *COROLLARIUM* 2.

69. Circulus adeo, cujus arcu declinationem GS metimur, per polos mundi P & K tranſit (§. 28 *Sphær.* & §. 40 *Aſtron.*).

### *DEFINITIO* 38.

70. Hinc *Circulus declinationis* eſt circulus maximus PGDK per polos mundi P & K tranſiens.

### *COROLLARIUM.*

71. Eſt ergo GP circuli quadrans (§. 25 *Sphær.*).

### *DEFINITIO* 39.

Tab. I. Fig. 2. 72. *Cardines mundi* ſunt puncta horizontis A, D, B, E, in quibus meridianus AZBN & circulus verticalis primarius ZDNE horizontem ADBE ſecant. Eſt autem *Cardo ſeptentrionis* A punctum interſectionis meridiani & horizontis cui polus borealis P vicinus. *Cardo meridiei* eſt cardo mundi B cardini ſeptentrionis A oppoſitus. *Cardo orientis* E eſt punctum interſectionis horizontis ortivi & verticalis primarii. *Cardo* denique *occidentis* D eſt punctum interſectionis horizontis occidui & verticalis primarii.

### *DEFINITIO* 40.

73. *Linea meridiana* eſt interſectio AB planorum meridiani AZBN & horizontis ADBE. Eodem quoque nomine venit recta quæcunque alia eidem in plano meridiani parallela. Tab. I. Fig. 2.

### *COROLLARIUM.*

74. Tranſit ergo per cardinem ſeptentrionis A & meridiei B.

### *THEOREMA* 1.

75. *Dimidia æquatoris pars ſupra horizontem rationalem, dimidia infra eum exiſtit.*

### *DEMONSTRATIO.*

Eſt enim tam æquator (§. 40), quam horizon rationalis circulus maximus (§. 53). Se mutuo itaque bifariam ſecant (§. 20 *Sphær.*), conſequenter æquatoris pars dimidia ſupra horizontem rationalem, dimidia infra eum exiſtit. *Q. e. d.*

### *THEOREMA* 2.

76. *Meridianus æquatorem & horizon-*

*rizontem rationalem bifariam & ad angulos rectos ſecat.*

*DEMONSTRATIO.*

Meridianus eſt circulus verticalis (§.64), adeoque maximus (§.62). Cum itaque & æquator (§. 40), & horizon rationalis ſit circulus maximus (§. 53); meridianus tam æquatorem, quam horizontem rationalem bifariam ſecat (§. 20 *Sphær.*). *Quod erat unum.*

Quia Zenith atque Nadir ſunt poli horizontis rationalis (§. 53), & poli mundi iidem cum polis æquatoris (§. 40), meridianus cum per polos horizontis rationalis, tum per polos æquatoris tranſit (§. 62 & 64). Secat igitur horizontem rationalem atque æquatorem ad angulos rectos (§. 28 *Sphær.*). *Quod erat alterum.*

*THEOREMA 3.*

77. *Quilibet circulus verticalis horizontem rationalem bifariam & ad angulos rectos ſecat.*

*DEMONSTRATIO.*

Eadem eſt, quæ theorematis præcedentis.

*THEOREMA 4.*

78. *Horizon rationalis & æquator per polos meridiani tranſit.*

*DEMONSTRATIO.*

Quia enim poli horizontis rationalis ſunt Zenith atque Nadir (§. 53), æquatoris vero poli iidem cum polis mundi (§. 40); meridianus per polos horizontis rationalis & æquatoris tranſit (§. 62 & 64). Ergo horizon & æquator viciſſim per polos meridiani tranſeunt (§. 27 *Sphær.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM 1.*

79. Ibi adeo ſunt poli meridiani, ubi æquator & horizon rationalis ſe mutuo interſecant.

*COROLLARIUM 2.*

80. Cum meridianus ſit circulus verticalis (§. 64), adeoque immotus (§. 62); poli ejus erunt quoque puncta immota (§. 25 *Sphær.*), adeoque æquator horizontem rationalem in eodem ſemper puncto ſecat, dum ſphæra mundana circa axem convertitur.

*COROLLARIUM 3.*

81. Arcus æquatoris inter horizontem & meridianum, & arcus horizontis inter æquatorem atque meridianum interceptus eſt quadrans (§. 25 *Sphær.*).

*THEOREMA 5.*

82. *Horizontis ſenſibilis poli ſunt Zenith atque Nadir.* Tab. I. Fig. 2.

*DEMONSTRATIO.*

Recta ZC ex Zenith Z ad planum horizontis ſenſibilis ADBE demiſſa perpendicularis eſt ad planum (§. 50), adeoque ad ſingulas rectas per punctum C in eodem plano ductas (§. 31 *Perſpect.*). Sed

rectæ CE, CB, CD, CA æquales ſunt (§. 6). Ergo etiam ZB, ZE, ZA, ZD æquales ſunt (§. 169 *Geom.*), conſequenter Zenith Z eſt unus horizontis ſenſibilis polus (§. 12 *Sphær.*). Quare cum Nadir ipſi diametraliter opponatur (§. 50); erit hoc punctum ejusdem polus alter (§. 24 *Sphær.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* 1.

83. Horizon ergo ſenſibilis & rationalis eosdem habent polos (§. 53).

*COROLLARIUM* 2.

84. Eſt adeo horizon ſenſibilis rationali parallelus (§. 42 *Sphær.*).

*THEOREMA* 6.

85. *Circuli verticales horizontem ſenſibilem bifariam & ad angulos rectos ſecant.*

*DEMONSTRATIO.*

Cum Zenith atque Nadir ſint poli horizontis ſenſibilis (§. 82), meridianus per polos horizontis ſenſibilis tranſit (§. 64). Secat ergo eundem bifariam & ad angulos rectos (§. 30 *Sphær.*). *Q. e. d.*

*THEOREMA* 7.

86. *Altitudo alicujus puncti in ſphæra mundana, itemque profunditas ejus eſt arcus circuli verticalis inter ipſum & horizontem interceptus.*

*DEMONSTRATIO.*

Cum altitudo & profunditas ſint diſtantiæ ab horizonte (§. 65); erunt eædem arcus circulorum maximorum inter puncta data & horizontem intercepti atque ad eundem perpendiculares (§. 79 *Sphær.*). Sed circuli verticales ſunt maximi (§. 62) atque ad horizontem perpendiculares (§. 76). Ergo eorum arcus inter puncta in hemiſphærio ſuperiori & inferiori data atque horizontem intercepti ſunt illorum altitudines, horum vero profunditates. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* 1.

87. Quia meridianus circulus verticalis (§. 64); altitudo meridiana, hoc eſt, altitudo puncti in meridiano conſtituti, eſt arcus meridiani inter ipſum & horizontem intercepti.

*COROLLARIUM* 2.

88. Et quia meridianus per polos mundi tranſit (§. 64); altitudo poli itemque æquatoris in hemiſphærio ſuperiori & profunditas in inferiori eſt arcus meridiani quadrante minor inter polum ac horizontem interceptus.

*THEOREMA* 8.

89. *Altitudo æquatoris cum altitudine poli quadranti æqualis. Idem valet de profunditate ejus.*

*DEMONSTRATIO.*

Sit AQ æquator, HR horizon, Z Zenith, P polus, erit HZPN meridianus (§. 64. 62), PR altitudo poli,

li, HA altitudo æquatoris & QR profunditas ejusdem (§. 86). Eſt vero PA quadrans (§. 41) & HA + AP + PR ſemicirculus (§. 76). Ergo HA + PR quadrans. *Quod erat unum.*

PR + RQ eſſe itidem quadrantem patet per cor. 1. def. 21 (§. 41). *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM.*

90. Quia tam HA + PR, quam PR + RQ quadrans eſt (§. 89); erit HA = QR.

*SCHOLION.*

91. *Altitudo poli & æquatoris vocatur etiam Elevatio poli & æquatoris.*

*THEOREMA* 9.

92. *Menſura anguli O, quem efficit æquator AO ad horizontem HO ſive ortivum, ſive occiduum æqualis eſt elevationi æquatoris HA.*

*DEMONSTRATIO.*

In O eſt polus meridiani HZRN (§. 79) & hinc OA & OH quadrantes (§. 25 *Sphær.*). Eſt ergo HA menſura anguli O, ſive O fuerit in horizonte occiduo, ſive in ortivo (§. 31 *Sphær.*). *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

93. *Non mirum, quod anguli ex interſectione æquatoris & horizontis tam ortivi, quam occidui orti eandem habeant menſuram: ſunt enim æquales* (§. 32 Sphæric.).

*THEOREMA* 10.

94. *Cardines orientis D & occidentis E ſunt poli meridiani, a cardinibus ſeptentrionis A & meridiei B quadrantis intervallo diſtant, ſibique mutuo diametraliter opponuntur.* Tab. I. Fig. 2.

*DEMONSTRATIO.*

Circulus verticalis primarius ZDNE, qui tranſit per cardines orientis D & occidentis E (§. 72), tranſit etiam per polos meridiani (§. 64). Sed poli meridiani ſunt in horizonte (§. 78): ergo cardines occidentis D & orientis E ſunt poli meridiani, adeoque ſibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 24 *Sphæric.*) &, quoniam cardines meridiei ac ſeptentrionis in interſectionibus horizontis atque meridiani A & B exiſtunt (§. 72), quadrantis intervallo ab iisdem diſtant (§. 81 *Aſtron.* & §. 53 *Sphæric.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

95. Quoniam adeo recta DE ex cardine orientis in cardinem occidentis ducta per centrum ſphæræ C tranſit (§. 442 *Geom.*) & AD quadrans circuli exiſtit (§. 93); erit ACD angulus rectus (§. 137 *Geom.*), adeoque recta DE ad lineam meridianam AB perpendicularis (§. 75 *Geom.*).

*THEOREMA* 11.

96. *Altitudines apparentes* MB & mb *æquales ſunt & ſub eodem angulo videntur, ſi veræ* MA & ma *fuerint æquales.* Tab. I. Fig. 4.

DE-

### *DEMONSTRATIO.*

MA = *ma per hypoth.* Sed horizon apparens *hr* vero HR parallelus (§. 84), adeoque AB & *ab* æquales ſunt (§. 42 *Sphær.*). Ergo etiam MB = *mb* (§. 83 *Arithm.*) *Quod erat unum.*

Cum itaque chordæ cognomines MB & *mb* (§. 274 *Geom.*) atque rectæ TB & *tb* (§. 6), itemque anguli MBT & *mbt* æquales ſint (§. 85 *Aſtron.* & 449 *Geom.*); erunt quoque anguli BTM & *hTm*, ſub quibus magnitudines apparentes BM & *bm* videntur, inter ſe æquales (§. 169 *Geom.*). *Quod erat alterum.*

### *SCHOLION.*

97. *Poſthac evincemus, altitudines veras & apparentes ad ſenſum non differre, niſi fere in Luna ſola. Sed antequam id conſtet, utendum eſt altitudinibus apparentibus, tanquam a veris diverſis, ne in leges accuratæ methodi, quam mihi propoſui, impingatur. Et quoniam altitudinum, præſertim meridianarum, obſervatio præcipuum totius Aſtronomiæ fundamentum exiſtit; ideo e re eſſe videtur, ut* Quadrantem Aſtronomicum, *quali recentiores Aſtronomi in obſervandis ſiderum altitudinibus utuntur, diſtincte deſcribamus. Quare cum* Philippus de la Hire, *obſervator celeberrimus, talem dederit deſcriptionem* (a); *eam huc transferre libet.*

### *PROBLEMA* I.

98. *Quadrantem Aſtronomicum conſtruere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Fiat quadrans ABC, cujus radius AC trium circiter pedum, ut diviſiones ſatis minutas admittat, non tamen nimia mole moleſtus ſit, ſi hinc inde transferendus aut manibus tractandus.
2. Limbus ferreus AB ſupra regulas ferreas AC, CB, CD, AE & EB mediocris craſſitiei paululum emineat ac lamina orichalcea exacte lævigata ſuperinducatur.
3. In centro aptetur lamina circularis C, ferrea & craſſa, ſed alia orichalcea ſuperinducenda, ita ut cum limbo AB exacte in eodem ſit plano.
4. In centro laminæ fiat foramen rotundum C, cujus diameter $\frac{1}{3}$ circiter unius digiti.
5. Per hoc foramen adigatur cylindrus ex orichalco tornatus & bene politus DE, cujus baſis DF ultra laminam C paululum extet.
6. In centro baſis cylindri I defigatur mucro acus tenuiſſimæ GI cujus caput G anconi ferreo DG maſtice agglutinetur.
7. Ex mucrone acus ſuſpendatur capillus FH cum pondere K duarum circiter unciarum ope annuli ſatis ampli, ne nodus H laminæ

(a) in Tabulis Aſtronomicis p. 56 & ſeqq.

minæ centrali C occurrens motui remoras injiciat: quem in finem etiam baſis DF aliqualem habere debet convexitatem.

3. 8. Ne capillus FK aëris motu agitetur, in lamina centrali ſupra ferream laminam inſeratur an-
2. nulus planus circa centrum volubilis, cylindro tamen DE minime occurrens, ita ut ejus ſuperficies ultra ſuperficiem laminæ orichalceæ non emineat, & eidem tubus ex ea parte, qua inſtrumentum reſpicit, planus duarum cochlearum ope annectatur, cum pendulo quaquaverſum mobilis.

3. 9. Circa centrum gravitatis inſtrumenti E ope cochlearum ad regulas ferreas AE, EB & DC firmetur cylindrus ferreus, longitudine 8 digitorum, diametro 10 linearum, ad planum quadrantis perpendicularis, circa quem quadrans in uſu vertitur.

10. Fiat porro regula ferrea EO, cujus craſſities 3 linearum, longitudo 8 & latitudo $1\frac{1}{3}$ pollicum, eique aptentur annuli ferrei elaſtici, ope cochlearum P & Q ad arbitrium conſtringendi, intra quos immittatur cylindrus ED ſeu axis quadrantis, hoc artificio in ſitu quolibet firmiter detinendus.

11. Regulæ EO afferruminetur cylindrus ferreus axi æqualis & intra tubum ferreum RS fulcro affixum reponendus & mediante cochlea T ad libitum firmandus.

12. Fulcri SVXY, cujus ſtructura ex ſola inſpectione figuræ manifeſta, non excedat pedes quatuor cum ſemiſſe.

13. Limbus quadrantis AB in 90 gradus & horum quilibet in dena prima ſeu 6 partes æquales quam accuratiſſime ſubdividatur.

14. Ex centro Quadrantis ducantur in limbo duo arcus con- n. 4.
centrici, quorum diſtantia *bd* digiti intervallum non excedat & ſexta cujuslibet gradus pars, qualis *ce*, dividatur in 10 partes æquales eodem artificio, quo in Scala geometrica dividenda utimur (§. 262 *Geom.*), niſi quod loco rectarum parallelarum ducantur arcus extremis *ab* & *cd* paralleli, qui in uno gradu *abcd* pro lineis rectis citra errorem ſenſibilem haberi poſſunt. Immo patet, eodem prorſus modo minores diviſiones in dena vel quina ſecunda haberi poſſe, ſi quidem amplitudo inſtrumenti tales ferre queat.

15. Prope centrum Quadrantis affigatur cochleis quadrum fer- n. 3.
reum *g* & eidem firmiter agglutinetur vitrum utrinque convexum,

xum, cujus focus ſemidiametri quadrantis intervallo circiter aut alio quocunque ab eo diſtat, quæ dicitur *dioptra objectiva.*

16. In foco hujus lentis A affigatur quadrum ferreum aliud, in quo cera firmentur duo fila ſerica ſe mutuo ad angulos rectos ſecantia, ita ut unum eorum ſit ad planum quadrantis perpendiculare, alterum vero eidem parallelum: quæ *dioptra ocularis* dicitur.

17. Inter quadra *g* & A aptetur tubus ex lamina ferrea factus, duabus partibus conſtans, qualem in Dioptrica (§. 327) deſcripſimus.

18. Dioptræ oculari A jungatur lens ocularis utrinque convexa, objectivæ *g* proportionata (§. 348 *Dioptr.*), tubo mobili incluſa, ut pro diverſa oculi obſervatoris conſtitutione eidem admoveri poſſit, ſicque objectum una cum filis ſericis diſtincte videatur (§. 364 *Dioptr.*).

19. Quodſi interdiu in Solem collimare libuerit, inter lentem ocularem & oculum collocetur vitrum coloratum vel fuligine infectum (§. 449 *Dioptr.*): ſi vero noctu in ſtellas oculum dirigere volueris, ut una cum iis videantur fila ſerica, orificium tubi objectivum tegatur tela ſerica ex filis tenuiſſimis contexta & hæc candela eminus poſita illuminetur.

20. Quoniam perpendiculum CK n. *lineam fiduciæ*, juxta quam nempe fit collimatio, ſeu quæ ex oculo per decuſſationem filorum in objectum ducitur, ſub eodem angulo ſecare debet, quo quadrantem ſecat, neceſſe eſt radio quadrantis AC ex centro C per ultimum diviſionis punctum A ducto ſit parallela (§. 240 *Geom.*), hoc eſt, ut primum diviſionis punctum B a linea fiduciæ diſtet intervallo 90°. Ut igitur hoc punctum obtineas, ducatur in quadrante recta AC per centrum axi tubi ad ſenſum æſtimato parallela & ex eodem centro erigatur normalis *mc*. Mox elevetur quadrans, donec perpendiculum CK ſecet eundem in *m* & notetur punctum in objecto aliquo procul remoto, quod decuſſationi filorum reſpondet. Hinc tubo immoto quadrans invertatur, ita ut radius AC ſit in eadem, qua ante, altitudine conſtitutus & idem ejusdem objecti punctum filorum decuſſationi reſpondeat. Quodſi perpendiculum ita applicatum, ut quadrantem in *m* ſecet, tranſeat per centrum C; erit *m* primum diviſionis punctum. Si vero perpendiculum in alio puncto veluti

luti *n* quadrantem ſecare debet (quod tentando definitur), ut per centrum C tranſeat; arcu *nm* bifariam diviſo, erit B punctum diviſionis primum (§. 623 *Mech*). Quadrante igitur in ſitum priorem reſtituto, perpendiculum CK eum in B ſecabit.

## *SCHOLION* 1.

99. *Dari lineam fiduciæ conſtantem in dioptris teleſcopicis, etiamſi decuſſatio filorum non ſit in axe tubi, facile demonſtratur. Sit A B axis lentis objectivæ FG & decuſſatio filorum extra axem in C. Quoniam in omni lente convexa eſt punctum aliquod E, per quod tranſiens radius poſt alteram refractionem incidenti fit parallelus* (§. 235 Dioptr.); *ſit radius iſte CE. Cum in C ſit focus radiorum parallelorum* per hypoth. *erunt omnes radii ab eodem puncto egreſſi ad ſenſum ipſi CE paralleli. Quare cum craſſities lentis reſpectu diſtantiæ objecti parvitatis contemnendæ exiſtat, adeoque unus incidentium DE ad ſenſum in directum ſitus ipſi CE; punctum aliquod objecti habebit conſtanter imaginem in decuſſatione filorum, quamdiu ipſum & dioptræ fuerint immota. Erit igitur DC linea fiduciæ.*

## *SCHOLION* 2.

100. *Dioptras teleſcopicas obſervatores recentiores adhibent, tum quod myopes ac presbytæ non minus diſtincte remota contemplari poſſunt, quam qui oculis valent, tum quod per fila ſerica locus exactiſſime ſtellis aſſignatur, ita ut obſervator celeberrimus* Philippus de la Hire (b) *ſe neſcire profiteatur, an unquam in tota Aſtronomia practica aut induſtria, aut utilitatis majoris aliquid inventum fuerit.* Tycho de Brahe *uſus eſt dioptris, quarum oculo proxima duas vel quatuor habet fiſſuras ope cochleæ ſtriatæ nunc coarctandas, nunc laxandas, prout uſus tulerit; altera in centro quadrantis erecta eſt lamella quadrata, in centro autem ſextantis vel octantis conſtituta cylindrus ejus quidem latitudinis, quanta eſt rimularum diſtantia. Et has quoque adhibuit* Hevelius (c). *Ad capiendas altitudines Solis lamellam in medio perforavit & in dioptra oculari circellum deſignavit, cujus peripheria lumen per foraminulum transmiſſum contineatur, ſi axis coni luminoſi fuerit in linea fiduciæ. Stellas vero accedere ad planum verticalis, in quo quadrans collocatur, manifeſtum eſt, quam primum a dioptra objectiva teguntur.*

## *PROBLEMA* 2.

101. *Obſervare altitudinem ſideris apparentem.* Tab. I. Fig. 7.

## *RESOLUTIO.*

1. Quadrans ACB ita conſtituatur, ut filum perpendiculi CE a pondere D extenſum tangat limbum illius.
2. Hinc circa axem ſuum vertatur, donec oculo per tubum AC aut dioptras collineanti ſtella S occurrat, ita ut S appareat in interſectione filorum, aut a dioptra centrali (ſi teleſcopio non utaris) tegatur.

Dico, arcum EB eſſe menſuram anguli, ſub quo altitudo apparens ſtellæ S videtur.



(b) loc. cit. p. 59.

(c) Vid. Mach. cœleſt. Tom. I. c. 14. f. 219 & ſeqq.

*DEMONSTRATIO.*

Quia perpendiculum CD a pondere D extenſum quadrantem tangit, *per hypoth.* quadrans cum ipſo in eodem eſt plano. Quare cum perpendiculum continuatum per centrum terræ tranſeat (§. 171 *Mechan.*); planum etiam, in quo quadrans exiſtit, per centrum terræ tranſit, adeoque circulus ſphæræ maximus (§. 15 *Sphær.* & §. 12 *Aſtron.*). Sed idem tranſit per Zenith Z centri quadrantis C (§. 50 *Aſtron.*): eſt ergo circulus verticalis (§. 62), conſequenter arcus hujus circuli inter ſtellam S & horizontem quadrantis HR interceptus eſt altitudo apparens ſtellæ ſuper eodem horizonte (§. 86), quæ adeo ſub angulo SCR videtur. Eſt vero ACE + ECB = 90° &, quia planum, in quo quadrans hæret, horizontem ſenſibilem ejus HR ad angulos rectos ſecat (§. 85), ZCS + SCR = 90° (§. 137 *Geom.*). Quoniam itaque ZCS = ACE (§. 150 *Geom.*); erit ECB = SCR (§. 83 *Arithm.*), conſequenter cum EB ſit menſura anguli ECB (§. 55 *Geom.*), idem quoque arcus eſt menſura anguli SCR (§. 135 *Geom.*), ſub quo apparens altitudo ſtellæ S videtur, *per demonſtr. Q. e. d.*

*OBSERVATIO 7.*

102. *Si fixæ cujuscunque altitudinem obſerves in circulo verticali quocunque & in eodem quadrans per plures dies fuerit immotus; ſtellæ ad eum redeuntis eadem conſtanter erit altitudo. Immo ſtellarum non occidentium altitudo utraque in eodem circulo verticali per dies plures non variatur. Quodſi ope horologii oſcillatorii* (§. 707 Mechan.) *notaveris tempus integræ revolutionis; idem quoque in pluribus obſervationibus deprehenditur.*

*SCHOLION.*

103. *Equidem fieri ſolet, ut in minutiis quibusdam ſeu ſcrupulis ſecundis differentia ſubinde aliqua occurrat; ſed ſi plures obſervationes inſtituere libuerit, facile apparebit, differentiam illam exiguam inde eſſe, quod omnimoda accuratione inſtitui nequeant. Eadem nempe nocte nunc in exceſſu, nunc in defectu peccabis.*

*COROLLARIUM 1.*

104. Horizon adeo ſenſibilis, conſequenter etiam rationalis (§. 84), ſphæram mundanam per plures dies eodem modo ſecat.

*COROLLARIUM 2.*

105. Circulus declinationis idem PK, per plures dies eundem circulum verticalem ZN in eodem puncto S ſecat.

*THEOREMA 12.*

106. *Polus P in eadem rotatione ſphæræ mundanæ non mutatur.*

*DEMONSTRATIO.*

Ponamus eundem mutari: aut igitur

igitur ex P aſcendet in $p$ verſus Zenith Z, aut inde in $\varpi$ verſus horizontem HR deſcendet. Aſcendat, ſi fieri poteſt in $p$. Quoniam altitudo maxima SR ſtellæ nunquam occidentis S per plures dies eadem obſervatur (§. 102), ſtella S ad polum $p$ continuo accedit. Sed quia altitudo minima $ſR$ ejusdem ſtellæ eadem itidem deprehenditur (§. *cit.*); a polo $p$ recedat neceſſe eſt. Quare cum fieri nequeat, ut eadem ſtella S ad polum continuo accedat & una ab eodem recedat; polus ex P in $p$ intra plures dies non aſcendit adeoque multo minus in eadem rotatione aſcendit.

Deſcendat polus ex P in $\varpi$, ſi fieri poteſt. Quoniam altitudo maxima SR ſtellæ nunquam occidentis S eadem obſervatur (§. 102); ſtella S a polo $\varpi$ recedit. Sed quia minima $ſR$ ſimiliter non mutatur, ad polum $\varpi$ accedat neceſſe eſt. Quare cum fieri nequeat, ut eadem ſtella $ſ$ a polo eodem tempore recedat & ad eundem accedat; polus ex P in $\varpi$ intra plures dies non deſcendit, adeoque multo minus in eadem rotatione deſcendit.

Quoniam itaque in eadem rotatione polus nec verſus Zenith aſcendit, nec verſus horizontem deſcendit, *per demonſtrata*; locum ſuum prorſus non mutat. *Q. e. d.*

## *COROLLARIUM.*

107. Cum idem circulus declinationis PK verticalem eundem ZN in eodem puncto S ſecet (§. 105), declinatio ſtellæ SG non mutatur in una ſphæræ mundanæ revolutione. Tab. I. Fig. 3.

## *SCHOLION.*

108. *Non licet excipere, antequam planum meridiani determinetur, obſervari non poſſe, utrum ſtellæ ſemper apparentis altitudo maxima & minima perinde ac reliquæ non mutentur, nec ne. Enimvero ſufficit illud utcunque cognitum eſſe, quadrante firmato in eo ſitu, quando ſtellæ altitudo maxima obſervatur. Præterea ſi ſtella S a polo* p *magis diſtaret, quam polus* p *ab horizonte, cum antea eſſet SP < PR; quæ ſemper antea apparuerat, nunc occideret: quod cum de nulla ſtella intra paucos dies obſervetur, quæ de altitudinibus immutatis extra meridianum obſervantur, ad meridianas quoque extendi debere manifeſtum eſt.* Tab. I. Fig. 8.

## *OBSERVATIO* 8.

109. *Si Solis altitudo in circulo verticali quocunque eo anni tempore obſervetur, quo vertici proximus in meridie apparet, hoc eſt, præſenti ævo circa 21 Junii, & quadrante immoto die ſubſequente eadem obſervatio repetatur, differentia altitudinum nonniſi in minutis ſecundis conſiſtet.*

## *COROLLARIUM.*

110. Cum polus P interea temporis locum non mutet; declinatio Solis SG intra 24 horas parum mutatur, adeoque multo magis intervallo temporis minore ſenſibiliter mutatur.

### THEOREMA 13.

Tab. I. Fig. 9. 111. *Si duo in ſphæra mundana puncta F & f in parte cœli orientali & occidentali æquales altitudines FE & fe atque declinationes FG & fg habuerint; arcus æquatoris AG & Ag inter meridianum atque circulos declinationum PG & Pg, itemque arcus horizontis HE & He inter meridianum atque circulos verticales ZE & Ze intercepti æquales ſunt.*

### DEMONSTRATIO.

Quia in P polus mundi & AQ æquator *per hypoth.* erit P polus æquatoris (§. 69) & PG atque P*g* erunt quadrantes (§. 71). Quare cum GF=*gf per hypoth.* erit PF = P*f* (§. 83 *Arithm.*). Similiter quia in Z Zenith & HR horizon; erunt ZE & Z*e* quadrantes (§. 54). Quare cum FE=*fe per hypoth.* erit ZF=Z*f* (§. 83 *Arithm.*). Eſt vero latus PZ utrique triangulo PFZ & P*f*Z commune: ergo tam anguli FPZ, & *f*PZ, quam FZP & *f*ZP (§. 58 *Sphæric.*), adeoque etiam his deinceps poſiti EZH & *ez*H (§. 43 *Sphær.*), conſequenter etiam tam illorum menſuræ AG & A*g*, quam horum menſuræ HE & H*e* (§. 31 *Sphæric.*) æquales ſunt. *Q. e. d.*

### PROBLEMA 3.

112. *Invenire lineam meridianam.*

### RESOLUTIO.

1. Plaga meridiei præter propter cognita, in parte orientali obſervetur altitudo ſtellæ alicujus FE, dum meridiano HZRN fuerit vicina.
2. Quadrante circa axem immoto, ut perpendiculum conſtanter eundem in eodem gradu ſecet, ſed in partem occidentalem verſo, expectetur, donec eandem habuerit altitudinem *fe.*
3. Angulus EC*e* ex interſectione planorum, in quibus conſtituitur quadrans in duabus obſervationibus, dividatur bifariam per rectam HR.

Dico, HR eſſe lineam meridianam.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam declinatio ſtellæ illo temporis intervallo, quod inter obſervationes intercedit, non mutatur (§. 107); erit FG=*fg.* Quare cum etiam FE=*fe*, *per obſerv.* arcus horizontis inter meridianum ZHNR & utrumque verticalem ZEN & Z*en* intercepti EH & H*e* æquales ſunt (§. 111). Sed circuli verticales ſe mutuo interſecant in recta ZC ex Zenith Z ad planum horizontis perpendiculari (§. 85) & in eadem eſt centrum horizontis, conſequenter arcus E*e* (§. 8), qui eſt menſura anguli EC*e* (§. 55 *Geom.*). Ergo ſi angulus EC*e* bifariam dividatur per rectam HR; erit ea linea meridiana (§. 73). *Q. e. d.*

*Aliter.*

*Aliter.*

1. In plano horizontali, quod haud difficulter determinatur (§. 177 *Mechan.*) ex eodem centro C deſcribantur aliquot arcus circuli BA, *ba* &c.
2. In eodem centro C erigatur ſtylus ad planum ACB perpendicularis, cujus longitudo dimidii, immo integri pedis.
3. Circa 21 Junii ante meridiem ab hora circiter 9 usque ad 11 & a meridie ab hora circiter prima usque ad tertiam notentur puncta B, *b* &c. A, *a* &c. in quibus terminatur umbra ſtyli.
4. Arcus AB, *ab* &c. biſecentur in D, *d* &c.

Quodſi eadem recta DE biſecet omnes arcus AB, *ab* &c. erit ea linea meridiana quæſita.

*DEMONSTRATIO.*

Quia ſtylus in centro arcuum AB, *ab* &c. erectus, *per hypoth.* umbræ in eadem peripheria terminatæ AC & BC, *ac* & *bc* &c. æquales ſunt (§. 18 *Geom.*). Ergo Sol in circulis verticalibus, qui horizontale planum in AC & BC, *a*C & *b*C &c. ſecant, eandem habet altitudinem (§. 148 *Optic.*). Quare cum declinatio Solis exiguo illo temporis ſpatio, quod inter duas obſervationes intercedit, non mutetur (§. 107); ſi arcus AB, *ab* &c biſecentur ut nempe ſit AD=BD, *ad* = *bd* &c. erit DE interſectio meridiani & horizontis (§. 111), hoc eſt, linea meridiana (§. 73). *Q. e. d.*

*SCHOLION 1.*

113. *Circuli plures ex centro C deſcribuntur, ut plurium obſervationum conſenſus accurationem confirmet.*

*SCHOLION 2.*

114. *Quia extremum umbræ difficulter admodum obſervatur; ideo conſultius eſt, ut ſtylus in planum deſinat exiguo foramine pertuſum & punctum lucidum in arcus AB & ab incidens loco extremitatis umbræ notetur. Alias quoque ſuadetur, ut circuli non atramento, ſed colore flavo aut ſolo circini ductu deſignentur.*

*SCHOLION 3.*

115. *Nonnulli peculiaria excogitarunt inſtrumenta ad lineam meridianam obſervandam, aut æquales potius altitudines Solis in parte cœli tam orientali, quam occidentali deprehendendas. Enimvero cum prior methodus ſatisfaciat obſervatoribus; poſterior ad praxes communes ſufficiat; iis deſcribendis ſuperſedemus.*

*COROLLARIUM 1.*

116. Quoties umbra ſtyli lineam meridianam tegit, centrum Solis in meridiano hæret (§. 124 *Optic.*), adeoque meridies exiſtit.

*SCHOLION 4.*

117. *Uſus ergo eſt lineæ meridianæ in motu horologiorum ad motum Solis aptando.*

*COROLLARIUM 2.*

118. Quodſi linea meridiana in cen-

tro

tro C, ubi erigitur ſtylus, vel in puncto, cui in obſervandis altitudinibus centrum quadrantis perpendiculariter imminet, per rectam OV dividatur ad angulos rectos; erit OV interſectio meridiani & verticalis primarii (§.64 *Aſtron.* & §.28 *Sphær.*) hinc O cardinem orientis, & V cardinem occidentis monſtrat (§. 72).

### COROLLARIUM 3.

119. Quando itaque umbra ſtyli lineam CO vel CV tegit; Sol in verticali primario exiſtit (§. 124 *Optic.*).

### COROLLARIUM 4.

120. Quodſi in plano quocunque alio horizontali perpendiculariter, in verticali autem ſeu perpendiculari ad horizontem utcunque ſtylum infigas &, dato a ſocio ſigno, quando umbra ſtyli lineam meridianam in alio plano inventam tegit, in apice umbræ a ſtylo altero projectæ punctum notetur; in illo etiam plano lineam meridianam deſignare licet (§.124 *Optic.* & §. 117 *Geom.*).

### COROLLARIUM 5.

121. Si planum Quadrantis, hoc eſt, planum in quo radius ejus unus lineam fiduciæ ad angulos rectos ſecat, ita conſtituatur, ut planum horizontale in linea meridiana ad angulos rectos interſecet; altitudines ſiderum meridianas obſervare licet.

### SCHOLION 5.

122. *Altitudinum meridianarum obſervatio præcipuum totius Aſtronomiæ fundamentum eſt: unde ſumma cura adhibenda, ut planum quadrantis exacte in plano meridiani exiſtat.* Tycho de Brahe *in hunc uſum quadrantem ingentem muro in ipſo plano meridiei, hoc eſt ſuper linea meridiana perpendiculariter excitato, firmiter aptavit* (d). *Quadrans ſupra deſcriptus, præcipiente obſervatore celeberrimo* Philippo de la Hire (e) *ad obſervandas altitudines meridianas ita collocandus, ut regula VY lineæ meridianæ congruat, ſeu ejus longitudines eidem ſint parallelæ, & cochlea Y planum Quadrantis inclinandum, donec obſervatore ad Y ſedente plano meridiei accommodetur, duabus reliquis S & X inſtrumentum paululum elevandum aut deprimendum, donec filum penduli altitudinem optatam indicet. Addit, accidere interdum, quod in convertendis cochleis in S vel X poſitis, inſtrumentum a vera poſitione deflectatur. Suadet ergo, ut ſi paucula deſint minuta, pondus mobile e quadrantis compactione appendatur & ita mutato centro gravitatis inclinatio quadrantis mutetur. Immo cum difficillimum ſit planum Quadrantis plano meridiei aptare, conſultum eidem videtur,* (f) *præſertim in peregrinationibus, ut quadrante portatili per ſingula minuta temporis ante tranſitum per meridianum obſervetur altitudo ſideris & obſervationes continuentur, donec decreſcere incipiant; earum enim maxima erit meridiana.*

### COROLLARIUM 6.

123. Quodſi in limbo quadrantis quidam gradus fuerint diviſi ultra nonageſimum ipſi Zenith reſpondentem & ejus facie diviſa in orientem converſa obſer-

(d) Vid. Hiſtoriæ cœleſtis Prolegomena f. 113.
(e) in Tab. Aſtronom. p. 58.
(f) loc. cit. p. 95.

obſervetur altitudo meridiana ſtellæ a Zenith non procul diſtantis (§. 121), mox nocte ſequente eadem obſervatio repetatur, ſed limbi facie diviſa in occidentem converſa, punctum medium arcus inter duas obſervationes intercepti erit primum diviſionis punctum. Atque ita dioptrarum poſitio probatur. Quare ſi contingat, punctum illud incidere in gradum nonageſimum, dioptrarum poſitio exacta erit; ſit minus, aut reſtituendæ ſunt in ſitum debitum (§. 98), aut ſemiarcu iſto utendum eſt tanquam exceſſu vel defectu in corrigendis altitudinibus, quas inſtrumento capere libuit.

## *SCHOLION 6.*

124. *Cum A.* 1671 Picardus, *celebris Aſtronomus Gallus, in obſervatorio* Tychonis *Uraniburgico lineam meridianam duceret, eam non ſine admiratione reperit a* Tychonica 18 *minutis aberrantem: unde nonnulli & cum his* Walliſius (g) *ſuſpicati ſunt, polos mundi, conſequenter meridianum, qui per eos ducitur* (§. 64), *eſſe mutabiles. Sed cum* de Chazelles (h) *in Ægypto obſervaverit, quatuor pyramidis maximæ latera quatuor mundi cardines exacte reſpicere, nec hac poſitio fortuita cenſeri poſſit, evidens eſt, per* 3000 *annorum nullam in Meridiano variationem contigiſſe: quod etiam, quamvis minori intervallo temporis, confirmatur linea meridiana a celeberrimo* Caſſino *A.* 1655 *in templo* S. Petronii *Bononiæ ducta.*

## *DEFINITIO 41.*

125. *Culminatio* ſtellæ eſt tranſi- (II.) tus ejus per meridianum. Unde ſidus *culminare* dicitur, quando per meridianum tranſit.

## *PROBLEMA 4.*

126. *Invenire culminationem ſtellæ.* Tab. I. Fig. II.

## *RESOLUTIO.*

1. Super linea meridiana AB perpendiculariter extendatur filum DC & ex D in E aliud DE ſecans meridianam oblique ſub angulo quocunque. Secabit ergo *triangulum filare* DCE planum horizontale in linea meridiana ad angulos rectos, eritque adeo in plano meridiei (§. 76).
2. Oculo ita conſtituto, ut filum DE tegat filum DC, expectetur donec ſtella biſecetur per triangulum DCE. Tum enim oculus pariter ac ſtella cum triangulo DCE erunt in eodem plano, conſequenter ſtella in meridiano exiſtit, *vi num.* 1. hoc eſt, culminat (§. 125).

## *COROLLARIUM 1.*

127. Quodſi ſtellarum quotcunque culminationem duabus noctibus immediate ſe invicem ſubſequentibus obſerves & intervalla temporis ab una culminatione usque ad alteram interjecta ope horologii oſcillatorii exacte dimetiaris;



(g) in Transact. Anglican. n. 255. p. 285. 286.
(h) Hiſtoire de l' Acad. Royal. des Sciences A. 1710 p. 194.

tiaris; eadem inter ſe æqualia deprehendes.

*COROLLARIUM 2.*

128. Sphæra igitur mundana motu æquabili circa tellurem movetur (§. 26 *Mechan.*).

*PROBLEMA 5.*

129. *Ope Gnomonis Aſtronomici obſervare altitudinem meridianam Solis.*

*RESOLUTIO.*

1. Super linea meridiana perpendiculariter erigatur ſtylus inſignis altitudinis.
2. Notetur punctum, ubi deſinit umbra gnomonis in lineam meridianam incidens.
3. Inveſtigetur diſtantia ejus a gnomone, hoc eſt, longitudo umbræ.
4. Data enim altitudine gnomonis & longitudine umbræ invenitur altitudo Solis apparens (§. 146 *Optic.*).

*Aliter.*

1. In lamina orichalcea fiat foramen circulare, per quod transmiſſi radii Solis imaginem in pavimento ſenſibilem efficere valent.
2. Firmetur eadem in loco ſublimi & ad obſervandum commodo, ita ut horizonti ſit parallela.
3. Demiſſo plumbo, quod filo alligatur, exploretur diſtantia foraminis a pavimento, quæ erit altitudo ſeu *Pes Gnomonis* (§. 216 *Geom.*).
4. Pavimentum juxta libellam complanetur, ut ſit exacte horizontale, ac dealbetur, ut imago Solis diſtincte in ea expreſſa cernatur.
5. Ducatur in eo linea meridiana (§. 112. 120) tranſiens per pedem gnomonis.
6. Notentur puncta extrema diametri ſolaris in linea meridiana K & I & utrinque auferatur recta ſemidiametro foraminis æqualis, nempe KH ex una parte, LI ex altera: erit HL diametri ſolaris imago, qua bifariam diviſa in B, habetur punctum, ad quod radius e centro ſolis pertingit. Tab. I. Fig. 12.
7. Datis ergo recta AB & altitudine Gnomonis invenitur denuo angulus ABG (§. 38 *Trigon. plan.*) ſeu altitudo centri ſolis apparens (§. 141 *Optic.*).

*DEMONSTRATIO.*

Non aliud demonſtrandum, quam cur a recta KI ſubtrahi debeant KH & LI ſemidiametro foraminis EG æquales, ut habeatur diametri ſolaris imago HL: reliqua enim ex ipſa reſolutione manifeſta ſunt.

Sint

Sint ergo CH & DL radii ab extremitatibus diametri ſolaris D & C per centrum foraminis G propagati: ſubtendet HL angulum HGL, qui eſt æqualis diametro apparenti Solis ex centro laminæ G viſæ (§. 201 *Optic.* & §. 150 *Geom.*). Sit diameter foraminis EF: radii adeo extimi DF & EC pertingent ad I & K.

Jam cum radii DL & DI ex eodem puncto ſolis D procedant; erunt ad ſenſum paralleli (§. 93 *Optic.*). Eſt vero etiam GF ipſi LI parallela, *per conſtruct.* ergo LI = GF (§. 242 *Geom.*). Et eodem prorſus modo patet eſſe KH = EG. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

130. Quoniam ex datis AH & AG angulus AGH & ex datis AL & AG angulus AGL invenitur (§. 38 *Trigon. plan.*), ſi angulus AGH ex AGL ſubtrahatur, relinquetur ſemidiameter Solis apparens HGL (§. 201 *Optic.*).

### SCHOLION I.

131. Cl. de la Hire (i) *obſervavit, foraminis lamina calefacta non ſatis exacte exprimi ſolis in pavimento imaginem. Suadet itaque, ut lamina tegatur, nonniſi obſervationis momento retegenda.*

### SCHOLION 2.

132. *Gnomonis uſum Quadrantibus minoribus præferendum eſſe haud inviti largiuntur, qui obſervationibus operam dedere, præſertim cum accurata ejus excitatio multo minus induſtriæ requirat, quam inſtrumentorum exacta diviſio, uſusque Gnomonis facilior ſit, quam quadrantum. Unde & veteres, & recentiores gnomonibus uſi ſunt ad obſervationes ſelectiſſimas inſtituendas* (k). Ulugh Beigh, *Rex Parthiæ ac Indiæ, magni* Tamerlanis *nepos, circa annum Chriſti* 1437 *uſus eſt gnomone, cujus altitudo* 180 *pedes Romanos ſuperavit. Gnomon* Ignatii Dantis *in templo* S. Petronii *Bononiæ A.* 1576 *erectus fuit* 67 *circiter pedum; gnomon celeberrimi* Caſſini *ibidem A.* 1655 *excitatus pedum* 20; R. P. Heinrichii *gnomon Uratiſlaviæ A.* 1705 *erectus pedum* 35 (l).

### PROBLEMA 6.

133. *Altitudinem ſtellæ meridianam ope Gnomonis obſervare.* Tab. II. Fig. 13.

### RESOLUTIO.

1. In plano horizontali ope libellæ accuratius conſtructæ aut canalis aqua repleti determinato inveniatur linea meridiana (§. 112) aut cum Caſſino ſuper fulcris ſuis collocetur canalis ligneus, pice illitus & aqua plenus AB, ita ut linea per medium ejus ducta ſit horizonti parallela, nec ullibi margo ultra aquæ ſuperficiem emineat.



(i) in Tab. Aſtron. p. 102.

(k) Videatur Ricciolus Aſtronomiæ Reformatæ Lib. I. ſ. ſ & ſeqq. & Geogr. Reform. lib. 7. c. 15. ſ. 286.

(l) Vid. Altitudo Poli Vratiſlaviæ part. I. p. 5.

2. In faſtigio templi aut domus, vel in vertice ſtyli perpendiculariter erecti C ita affigatur regula orichalcea DE, octo circiter digitos aut pedem unum longa, ut ejus latus ſuperius ſit horizonti parallelum.

3. Ex medio C demittatur filum cum appenſo pondere F & notetur punctum G, ubi canalem aut lineam meridianam interſecat, ſimulque exploretur diſtantia puncti C a linea meridiana vel canali AB, hoc eſt altitudo Gnomonis CG (§. 216 *Geom.*).

4. In M aptetur furcula ultro citroque mobilis cum filo bombycino tenui IL, ad horizontem parallelo.

5. Obſervetur culminatio ſtellæ S (§. 126) & mox furcula promoveatur aut retrahatur, donec oculo in O conſtituto centrum ſtellæ a regula DE biſectæ in recta LC appareat.

6. Diſtantia fili a linea meridiana aut aquæ in canali ſtagnantis ſuperficie KM accurate dimenſa ſubtrahatur ab altitudine Gnomonis GC, ut habeatur CN.

7. Porro inveſtigetur longitudo KN & tandem.

8. Ex datis in triangulo CKN ad N rectangulo cruribus KN & NC inveniatur angulus CKN (§. 38 *Trigon. plan.*), qui erit altitudo ſtellæ apparens ſuper horizonte KN (§. 146 *Optic.*).

*OBSERVATIO 9.*

134. *Si ad umbram Sole oriente vel occidente a ſtylo C ad lineam meridianam DE perpendiculari projectam quotidie attendas; bis in anno eandem in interſectionem verticalis primarii & horizontis OV incidere advertes. Tum autem tempus ab ortu usque ad occaſum Solis elapſum, horologio oſcillatorio indice, erit duodecim horarum ſeu ſemidiurnum. Tanti quoque temporis deprehenditur mora ſtellæ ſupra horizontem, quæ ope trianguli filaris ſuper linea OV extenſi eo modo, quo ſtellæ culminatio obſervatur* (§. 126), *in circulo verticali primario oriri deprehenditur. Tales ſtellæ ſunt ſuperior in cingulo Orionis, ſtella exigua in collo Antinoi, nodus piſcium.*

*COROLLARIUM 1.*

135. Quoniam ſemicirculus diurnus Solis ac ſtellæ tempore obſervationis ſupra horizontem ſenſibilem exiſtit (§. 128); horizon ſenſibilis *hr* per centrum diurni tranſit. Sed centrum diurni eſt in axe PQ (§. 48), qui per centrum terræ C tranſit (§. 38); erit ergo extra centrum terræ in O, conſequenter Sol & ſtella non oritur in cardine orientis apparente *c*, ſed ultra eum verſus ſeptentrionem in O: quod cum obſervationi repugnet, quia verticalis primarius

rius horizontem in cardine orientis & occidentis interſecat (§.118) neceſſe eſt diſtantiam *c*O eſſe imperceptibilem, conſequenter ſemidiametrum telluris C*c* reſpectu motus primi Solis atque fixarum evaneſcere.

*COROLLARIUM 2.*

136. In motu adeo primo Solis atque fixarum horizon ſenſibilis *hr* atque verus HR coincidunt, hoc eſt, arcus meridiani H*h* inter utrumque interceptus inſenſibilis, conſequenter altitudines Solis atque fixarum apparentes cum veris eædem ſunt.

*COROLLARIUM 3.*

137. Tellus itaque in Aſtronomia ſphærica ſalvis phœnomenis pro puncto habetur.

*PROBLEMA 7.*

138. *Obſervare altitudinem Poli.*

*RESOLUTIO.*

1. Tempore hiberno, quando longitudo noctis horas 12 excedit, adeoque ſtellæ ſemper apparentes bis in Meridiano obſervari poſſunt, obſervetur altitudo meridiana ſtellæ polaris, hoc eſt, ultimæ in cauda urſæ minoris, cum maxima SR, tum minima MR (§.121.129).
2. Subtrahatur MR ex SR & differentia MS bifariam dividatur, ita enim prodibit ſtellæ a Polo diſtantia PM (§.106).
3. Addatur PM altitudini minimæ MR: erit ſumma PR altitudo poli quæſita.

E. gr. *Coupletus* junior Ulyſſippone A. 1697 circa finem ſeptembris obſervavit (m)

| | | | |
|---|---|---|---|
| SR = | 41° | 5′ | 40″ |
| MR = | 36 | 28 | 0 |
| Ergo SM = | 4 | 37 | 40 |
| PM = | 2 | 18 | 50 |
| MR = | 36 | 28 | 0 |
| PR = | 38 | 46 | 50 |

*SCHOLION 1.*

139. *Ut altitudo poli, quæ cum linea meridiana baſis eſt omnium obſervationum aſtronomicarum ſatis exacta habeatur, altitudines meridianæ SR & MR ex doctrina refractionum inferius tradenda corrigendæ; unde* Coupletus *in exemplo propoſito ſubtrahit ulterius* 1′ 25″, *ut PR ſit* 38° 45′ 25″.

*COROLLARIUM 1.*

140. Quodſi elevatio Poli PR ex quadrante ſeu 90 gradibus auferatur, relinquetur altitudo æquatoris AH (§. 89). E. gr. in noſtro exemplo

| | | | |
|---|---|---|---|
| PR + AH = | 89° | 59′ | 60″ |
| PR = | 38 | 45 | 25 |
| AH = | 51 | 14 | 35 |



(m) Memoir. de l' Acad. Royal. des Sciences A. 1700 p. m. 175.

### COROLLARIUM 2.

141. Si altitudo meridiana ſtellæ HD obſervata (§. 121. 133) major fuerit altitudine æquatoris AH; hæc ex illa ſubducta relinquit declinationem ejus borealem AD; ſin vero altitudo ſtellæ HT minor altitudine æquatoris HA, illa ex hac ſubducta relinquit declinationem ſtellæ auſtralem TA. E. gr. *Tycho* Uraniburgi obſervavit caudæ Leonis altitudinem meridianam

Tab. I. Fig. 14.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | HD | 50° | 59′ | 0″ |
| Alt. Æquat. | HA | 34 | 5 | 20 |
| Ergo Declinatio | AD | 16 | 53 | 40 |

### COROLLARIUM 3.

142. Si ſtella fuerit in quadrante ZR; tum altitudo minima MR a poli altitudine PR ſubducta relinquit diſtantiam a polo PM: quæ ſi porro ſubducatur a quadrante PQ (§. 41), relinquetur declinatio MQ. E. gr. in obſervatione *Coupleti* PM erat 2° 18′ 50″, his ergo ex 90° ſubductis, relinquitur MQ 87° 41′ 10″.

### SCHOLION 2.

143. *Et hac ratione per obſervationes conſtruuntur tabulæ declinationum fixarum, quales exhibent* Ricciolus (n) *atque* Dechales (o).

### COROLLARIUM 4.

144. Collatio obſervationum recentiorum cum antiquioribus variabilitatem declinationis fixarum arguit in diverſis ſtellis diverſam. In aliis enim creſcit, in aliis decreſcit, quantitate minime eadem. Maximum incrementum & decrementum intra decennium minuta tria cum dimidio non excedit.

### COROLLARIUM 5.

145. Data declinatione ſtellæ ab aliis obſervata & ejus altitudine meridiana a nobis obſervata (§. 121. 133), inveniri poteſt altitudo æquatoris in noſtro obſervatorio (§. 141) & inde porro altitudo poli pro eodem (§. 189).

### COROLLARIUM 6.

146. Si altitudines Solis meridianæ per totum annum obſervatæ conferantur cum altitudine æquatoris; Solem quotannis bis in æquatore hærere, reliquo tempore vel ultra eum ad certum terminum aſcendere, deinde rurſus ad eundem deſcendere, vel infra eum deſcendere ad terminum certum, deinde rurſus ab eodem ad illum aſcendere deprehendimus.

### COROLLARIUM 7.

147. Circulus itaque, ſub quo centrum Solis motu proprio incedit, æquatorem duobus in punctis interſecat.

### DEFINITIO 42.

148. Circulus ille in ſphæræ mundanæ ſuperficie mobili deſcriptus, ſub quo centrum Solis motu proprio incedit, dicitur *Ecliptica*.

DE-

(n) Aſtron. Reform. lib. 4. c. 9 f. 288.
(o) Tom. 3. Mund. Math. in Tract. de Navigat; lib. 7. f. m. 325 & ſeqq.

DEFINITIO 43.

149. *Puncta æquinoctialia* ſunt puncta interſectionum æquatoris & eclipticæ. *Vernale* dicitur, unde Sol verſus polum borealem aſcendit: *Autumnale*, unde idem verſus polum auſtralem deſcendit. Tempus, quando Sol in punctum æquinoctiale ingreditur, dicitur *æquinoctium*, quod adeo vel *vernale*, vel *autumnale*.

DEFINITIO 44.

150. *Puncta Solſtitialia* ſunt puncta eclipticæ, in quibus terminatur aſcenſus Solis ſupra æquatorem & deſcenſus infra eundem. Punctum prius dicitur *æſtivum*; poſterius *brumale* ſeu *hibernum*. Tempus, quando Sol in puncta ſolſtitialia ingreditur, vocatur *Solſtitium*, quod adeo vel *æſtivum*, vel *brumale*.

DEFINITIO 45.

151. *Signum cœleſte* eſt duodecima eclipticæ pars in 30 gradus diviſa. Primi principium eſt in puncto æquinoctiali vernali; nomina ſignorum cœleſtium ac ordo his verſiculis continentur:

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

Signis ſequentibus indigitantur ♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍ ♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓.

DEFINITIO 46.

152. *Signa vernalia* ſunt aries, taurus & gemini: *æſtiva* cancer, leo & virgo: *autumnalia* libra, ſcorpius & arcitenens ſeu ſagittarius: *brumalia* capricornus, amphora ſeu aquarius & piſces.

DEFINITIO 47.

153. *Signa borealia* vel *ſeptentrionalia* ſunt ſigna vernalia & æſtiva: *ſigna auſtralia* vel *meridionalia* ſunt ſigna autumnalia & brumalia.

PROBLEMA 8.

154. *Obſervare declinationem maximam eclipticæ.*

RESOLUTIO.

1. Circa ſolſtitium æſtivum vel brumale per aliquot dies obſervetur maxima cum cura altitudo Solis meridiana (§. 121. 129).
2. Ab altitudine maxima ſubtrahatur elevatio æquatoris.

Reſiduum eſt declinatio maxima in puncto ſolſtitiali (§. 141).

E. gr. Ricciolus A. 1646 Bononiæ obſervavit (p) altitudinem Solis meridianam

d. 20

(p) Aſtron. Reform. lib. I. c. 5. ſ. 18.

| | | | |
|---|---|---|---|
| d. 20 Jun. | 68° | 59′ | 55″ |
| 21 | 69 | 0 | 10 |
| 22 | 68 | 59 | 55 |

Erat ergo altitudinum meridianarum Solis maxima

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 69° | 0 | 10 |
| Elevat. Æquat. | 45 | 29 | 50 |
| Declinat. Max. | 23 | 30 | 20 |

### COROLLARIUM.

155. Quodſi alio tempore altitudines Solis meridianæ obſerventur; eodem modo declinationes in aliis Eclipticæ punctis eliciuntur.

### OBSERVATIO 10.

156. *Declinationem maximam Eclipticæ obſervarunt.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Ante Chriſt.* | | | | |
| *An.* 324 | Pytheas | 23° | 52′ | 41″ |
| 230 | Eratoſthenes | 23 | 51 | 20 |
| 140 | Hipparchus | 23 | 51 | 20 |
| *Poſt Chriſt.* | | | | |
| *An.* 140 | Ptolemæus | 23 | 51 | 20 |
| 880 | Albategnius | 23 | 35 | |
| 1460 | Regiomontanus | 23 | 30 | |
| 1476 | Waltherus | 23 | 30 | |
| 1525 | Copernicus | 23 | 28 | 24 |
| 1570 | Rothmannus & Byrgius | 23 | 30 | 20 |
| 1587 | Tycho | 23 | 30 | 22 |
| 1627 | Keplerus | 23 | 30 | 30 |
| 1636 | Gaſſendus | 23 | 31 | |
| 1646 | Ricciolus | 23 | 30 | 20 |
| | Hevelius | 23 | 30 | 20 |
| | Moutonus | 23 | 30 | |
| 1702 | Philippus de la Hire | 23 | 29 | |

*Eadem declinatio reperitur in utroque puncto ſolſtitiali. Oſtendit autem* Ricciolus (q) Eratoſthenem *ex obſervationibus ſuis falſo concluſiſſe declinationem maximam* 23° 51′ 20″, *cum vi earundem eſſe debeat* 23° 31′ 5″. *Similiter* Pytheas *Maſſiliæ umbram ſolſtitialem ad gnomonem obſervavit ut* $213\frac{1}{5}$ *ad* 600 *ſeu ut* $31951\frac{1}{2}$ *ad* 90000; Gaſſendus *cum* Peireſcio *ibidem* A. 1636 *ut* 31950 *ad* 90000.

### COROLLARIUM I.

157. Quia obſervationes intra duo ſecula poſtrema peractæ in ſcrupulis ſecundis tantum differunt, nec *Eratoſthenis* errore correcto, quem *Hipparchus* atque *Ptolemæus* retinuerunt, major differentia reperitur inter antiquiſſimas & recentiores, *Gaſſendus* inſuper umbram ſolſtitialem ejusdem longitudinis deprehendit, quantam annis fere bis mille ante obſervaverat *Pytheas*; declinationem eclipticæ immutabilem eſſe conſtat.

### SCHOLION.

158. *Qui errores* Eratoſthenis *atque* Pytheæ *in modo, quo ex obſervationibus ſuis declinationem maximam eclipticæ collegerunt, ignora-*

(q) in Aſtron. Reform. c. 6 §. 4 ſ. 19.
(r) in Vita Peireſcii.

*ignorarunt*, Purbachius, Reinholdus, Regiomontanus, Copernicus, Rheticus, Tycho, Longomontanus, Snellius, Lansbergius, Bullialdus *aliique, eam variabilem ſtatuerunt.*

## COROLLARIUM 2.

159. Ob plerarumque obſervationum conſenſum communiter aſſumitur, declinationem eclipticæ maximam eſſe 23° 30′. Sed quia Cl. *de la Hire* eandem ex obſervationibus prope æquatorem habitis (ubi per inferius independenter ab his demonſtranda refractio non adeo turbat obſervationes altitudinum meridianarum) 23° 29′ colligit, nos cum ipſo in poſterum eadem utemur.

## OBSERVATIO II.

160. *Si in ſolſtitio brumali obſervetur tranſitus ſtellæ alicujus per meridianum* (§. 126), *noteturque ope horologii oſcillatorii tempus culminationis; eadem vero nocte vel aliis ſubſequentibus eodem modo obſervetur temporis intervallum, quod inter culminationes ejusdem, aliarumque ſtellarum fixarum intercedit, ac tandem in ſolſtitio æſtivo obſervetur culminatio unius ex iſtis ſtellis una cum momento, quo accidit, & ex anterioribus obſervationibus colligatur tempus quo ſtella primæ obſervationis illo die ſit culminatura; hoc a tempore culminationis duodecim horis differre deprehenditur.*

## COROLLARIUM.

161. Quoniam motus ſphæræ mundanæ æquabilis (§. 128) & duodecim horæ præterlabuntur a culminatione puncti ſolſtitialis brumalis usque ad punctum ſolſtitiale æſtivum (§. 160); puncta ſolſtitialia ſibi mutuo diametraliter opponuntur.

## THEOREMA 3.

162. *Ecliptica eſt circulus ſphæræ maximus.* Tab. I. Fig. 16.

## DEMONSTRATIO.

Sit AEQL meridianus, AQ æquator, EL ecliptica. Quoniam puncta ſolſtitialia ſibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 161), ſi E fuerit æſtivum, erit L brumale. Sunt vero AEQ & ALQ ſemicirculi (§. 131 *Geom.*), adeoque AE + EQ = AL + LQ (§. 169 *Arithm.*). Quare cum ſit AE = QL (§. 160); erit etiam EQ = AL (§. 83 *Arithm.*), conſequenter EQ + QL = EA + AL (§. 80 *Arithm.*). Tranſit ergo EL per centrum ſphæræ C (§. 131 *Geom.*) & hinc ecliptica circulus maximus ſphæræ mundanæ (§. 15 *Sphæric.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM 1.

163. Ecliptica æquatorem bifariam ſecat (§. 20 *Sphæric.*).

## COROLLARIUM 2.

164. Puncta igitur æquinoctialia ſibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 149) adeoque ſigna borealia ſunt in hemiſphærio boreali, auſtralia in auſtrali (§. 43. 44. 152. 153).

### COROLLARIUM 3.

165. Cum & meridianus (§.62.64) & ecliptica (§.162) ſit circulus maximus; ſe mutuo bifariam ſecant (§.20 *Sphær.*). Et eodem modo patet, eclipticam ab horizonte tam rationali (§. 53), quam ſenſibili (§. 136) bifariam ſecari. Arcus adeo eclipticæ inter horizontem & meridianum interceptus quadrans eſt.

### COROLLARIUM 4.

Tab. I. Fig. 16. 166. Quare ſi ponamus punctum Solſtitiale æſtivum E eſſe in meridiano, cum tunc alterum L etiam ſit in meridiano (§. 165), puncta ſolſtitialia ab æquinoctialibus quadrantis intervallo diſtare manifeſtum eſt (§. 53 *Sphæric.*).

### COROLLARIUM 5.

167. Sunt adeo puncta ſolſtitialia in principio cancri & capricorni, æquinoctialia vero in principio arietis atque libræ (§. 151).

### COROLLARIUM 6.

168. Cum declinatio maxima eclipticæ AE ſit arcus circuli maximi (§. 68), quadrantis intervallo a punctis æquinoctialibus diſtans (§. 166); erit eadem menſura *obliquitatis eclipticæ*, hoc eſt, anguli EGA ex interſectione æquatoris AQ & eclipticæ EL orti (§. 3 *Sphæric.*). Sunt vero omnes illi anguli AGE, LGQ, QHE, QHL inter ſe æquales (§. 32. 43 *Sphær.*).

### COROLLARIUM 7.

169. Cum angulus obliquitatis eclipticæ ſit 23° 29′ (§. 159); diſtantia poli eclipticæ a polo æquatoris, conſequenter a polo mundi (§. 40), eſt 23° 29′.

### COROLLARIUM 8.

170. Quia angulus obliquitatis eclipticæ immutabilis (§. 157); Sol conſtanter ſub eodem circulo motu proprio incedit.

### DEFINITIO 48.

171. *Tropici* ſunt circuli immobiles ME & NL cum æquatore AD paralleli, per puncta ſolſtitialia ducti. *Tropicus cancri* vocatur, qui per principium cancri E tranſit: *Tropicus* vero *Capricorni*, qui per principium capricorni L tranſit. T[abI]. Fi[g.] [1]

### COROLLARIUM 1.

172. Quoniam declinatio eclipticæ eſt arcus EA vel LD ad æquatorem AD perpendicularis (§. 68); erit EN diſtantia tropicorum (§. 83 *Sphæric.*). Eſt vero EA = LD (§. 156) & AN = DL (§. 42 *Sphær.*). Ergo EA = AN (§. 79 *Arithm.*), conſequenter diſtantia tropicorum EN declinationis maximæ EA dupla.

### COROLLARIUM 2.

173. Quare ſi altitudinem Solis meridianam obſerves cum in ſolſtitio brumali, tum in æſtivo (§. 121. 129), & illam ex hac auferas; relinquetur diſtantia tropicorum, cujus dimidium eſt declinatio eclipticæ maxima, independenter

ter adeo ab elevatione æquatoris invenienda.

### DEFINITIO 49.

174. *Circuli polares* ſunt circuli immobiles cum æquatore paralleli & a polo mundi tanto intervallo diſtantes, quanta eſt declinatio eclipticæ maxima. Polo arctico vicinus dicitur *polaris arcticus*; qui vero antarctico proximus, *polaris antarcticus*.

### COROLLARIUM.

175. Quia polus eclipticæ a polo mundi tanto intervallo diſtat, quanta eſt declinatio eclipticæ maxima (§. 169) circuli polares ſunt circuli diurni polorum eclipticæ (§. 48. 49).

### DEFINITIO 50.

176. *Coluri* ſunt circuli ſphæræ maximi mobiles per polos mundi & puncta eclipticæ ſolſtitialia & æquinoctialia ducti. *Colurus æquinoctiorum* eſt, qui per puncta æquinoctialia tranſit: *Colurus ſolſtitiorum* eſt, qui tranſit per ſolſtitialia.

### DEFINITIO 51.

177. *Circuli excurſuum* ſunt circuli cum ecliptica paralleli & ab ea tanto intervallo diſtantes, quanto planetarum verſus polos eclipticæ excurſus coërceri poſſunt, quod 10 vulgo ſtatuitur graduum.

### DEFINITIO 52.

178. *Zodiacus* eſt faſcia circulis excurſuum terminata. Dividitur in 12 ſigna ſeu dodecatemoria ejusdem nominis ac ordinis cum ſignis eclipticæ (§. 151).

### SCHOLION.

179. *Circuli omnes optime dignoſcuntur ex* ſphæra armillari, *in qua* P & Q *ſunt* poli mundi, AD æquator, EL ecliptica *cum* Zodiaco, PAGD meridianus, *vel etiam* colurus ſolſtitiorum, T terra, FG tropicus cancri, HI tropicus capricorni, MN circulus polaris arcticus, OV polaris antarcticus, N & O poli eclipticæ, RS *denique* horizon. Tab. II. Fig. 17.

## CAPUT II.
## De
# MOTU COMMUNI SOLIS
## INDEQUE PENDENTIBUS PHOENOMENIS.

### DEFINITIO 53.

180. *Aſcenſio recta* eſt punctum æquatoris cum ſtella aut alio quocunque in ſphæræ mundanæ ſuper-

ficie dato puncto culminans, a puncto æquinoctiali vernali numeratum.

### DEFINITIO 54.

181. *Aſcenſio obliqua* eſt punctum æquatoris cum ſtella aut alio quocunque puncto in ſphæræ mundanæ ſuperficie dato per horizontem ortivum tranſiens, a puncto æquinoctiali vernali numeratum.

### DEFINITIO 55.

182. *Deſcenſio obliqua* eſt punctum æquatoris cum puncto in ſuperficie ſphæræ mundanæ dato per horizontem occiduum tranſiens, a puncto æquinoctiali vernali numeratum.

### DEFINITIO 56.

183. *Differentia aſcenſionalis* eſt differentia inter aſcenſionem rectam & obliquam ejusdem puncti: *differentia deſcenſionalis* eſt differentia inter aſcenſionem rectam & deſcenſionem obliquam ejusdem puncti.

### DEFINITIO 57.

184. *Azimuthum* eſt arcus horizontis inter circulum verticalem datum & meridianum interceptus.

### DEFINITIO 58.

185. *Amplitudo ortiva* eſt diſtantia puncti orientis a cardine orientis: *Amplitudo* vero *occidua* eſt diſtantia puncti occidentis a cardine occidentis.

### COROLLARIUM 1.

186. Eſt itaque amplitudo ortiva & occidua arcus horizontis inter punctum oriens & occidens atque cardinem orientis & occidentis interceptus.

### COROLLARIUM 2.

187. Azimuthum eſt amplitudinis ortivæ & occiduæ complementum ad quadrantem (§. 184).

### PROBLEMA 4.

188. *Datis obliquitate ecliptica G puncti cujuscunque ecliptica dati S declinationem DS invenire.*

### RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo SDG angulus D rectus eſt (§. 68) & præter angulum G 23° 29′ (§. 159) ob datum punctum S etiam arcus GS datur; reperietur DS (§. 116 *Sphær.*).

Sit e. gr. S 20° ♉, erit GS 50°, adeoque

| | | |
|---|---|---|
| Log. | Sin. G | 96004090 |
| | Sin. GS | 98842540 |

Sin DS ~~1~~94846630, cui in tabulis quam proxime reſpondent 17° 46′ 25″.

### SCHOLION.

189. *Hoc modo conſtruitur Tabula declinationum ſingulorum graduum ecliptica.*

### COROLLARIUM 1.

190. Si declinatio Solis borealis AD in tabulis reperta ab altitudine Solis meridiana HD obſervata (§. 121), auferatur;

ur; elevatio æquatoris reſidua fit (§. 41), quæ porro ex 90° ſubducta elevationem poli relinquit (§. 89). Similiter æquatoris altitudo prodit, ſi declinatio auſtralis TA altitudini Solis meridianæ HT addatur.

*SCHOLION.*

191. *Patet ex theoricis cognitum eſſe debere locum Solis in ecliptica.*

*COROLLARIUM 2.*

192. Contra data elevatione æquatoris HA & declinatione Solis AD vel TA, invenitur altitudo ejus meridiana HD vel HT, ſi declinatio borealis AD illi addatur, auſtralis vero TA demaur.

| | | | |
|---|---|---|---|
| E. gr. Altitudo Æquat. Halæ | 38° | 22′ | |
| Declinat. ☉ in 25 ♉ | 19 | 3 | 6″ |
| Altitudo ☉ meridiana | 57 | 25 | 6 |

*PROBLEMA 5.*

193. *Data elevatione æquatoris & altitudine meridiana Solis una cum obliquitate eclipticæ invenire ejus locum in ecliptica.*

*RESOLUTIO.*

Ex datis altitudinibus æquatoris & Solis quæratur ejus declinatio (§. 141).

Cum adeo in triangulo DSG ad D rectangulo (§. 68) dentur angulus obliquitatis eclipticæ G & declinatio DS; reperietur arcus GS (§. 118 *Sphæric.*): quo dato, locus Solis quæſitus S innoteſcit, modo conſtet, in quo quadrante eclipticæ Sol commoretur.

E. gr. *Ricciolus* (s) A. 1643 d. 23 Martii (quo tempore Sol erat in primo quadrante eclipticæ) obſervavit

| | | | |
|---|---|---|---|
| Altit. ☉ merid. | 46° | 33′ | 40″ |
| Altit. Æquat. | 45 | 29 | 50 |
| Ergo Declinatio DS | 1 | 3 | 50 |

| | |
|---|---|
| Et Log. Sin. GS | 82687487 |
| Sin. tot | 100000000 |
| Summa | 182687487 |
| Sin. G | 96006997 |
| Sin GS | 8.6680490 |

cui in tabulis quam proxime reſpondent 2° 40′ 7″.

Fuit ergo locus Solis ♈ 2° 40′ 7″.

*PROBLEMA 6.*

194. *Data obliquitate eclipticæ G, invenire puncti cujuscunque S aſcenſionem rectam D & angulum eclipticæ cum meridiano DSG.* Tab. I. Fig. 16.

*RESOLUTIO.*

Quoniam meridianus PD æquatorem AQ ſecat ad angulos rectos (§. 76); triangulum DSG rectangulum. Quare cum in eo detur angulus G & ob datum punctum S arcus GS, qui vel diſtantia Solis ab arie-

Eee 3

(s) Aſtron. Reform. lib. 1. c. 8. ſ. 26.

ariete, ſi Sol fuerit in primo quadrante; vel complementum ad principium libræ, ſi fuerit in ſecundo; vel diſtantia a principio libræ, ſi fuerit in tertio; vel denique complementum ad principium arietis, ſi fuerit in tertio; reperietur angulus DSG (§. 130 *Sphær.*) & arcus DG (§. 127 *Sphær.*), qui in primo caſu indicat ipſam aſcenſionem rectam; in ſecundo ejus complementum ad ſemicirculum; in tertio exceſſum ſupra ſemicirculum; in quarto denique complementum ad circulum integrum.

E. gr. Sit Sol in ♈ 2° 40′ 7″. Quia G 23° 29′

| | |
|---|---|
| erit Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Coſin. G | 99624527 |
| Summa | 199624527 |
| Cotang. GS | 113317042 |

Tang. GD 8.6307485, cui in tabulis quam proxime reſpondent 2° 26′ 4″. Tanta nimirum eſt aſcenſio recta in 2° 40′ 7″ ♈.

| | |
|---|---|
| Porro Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Coſin. GS | 99995286 |
| Summa | 199995286 |
| Cotang. G | 103620437 |

Cotang. S 9.6374849, cui in tabulis quam proxime reſpondent 23° 27′ 38″.

Eſt ergo angulus GSD 66° 32′ 22″.

## SCHOLION.

195. *Hoc modo conſtruuntur Tabulæ Aſcenſionum rectarum ſingulorum graduum eclipticæ & Tabula anguli eclipticæ cum meridiano ad partes orientales in hemiſphærio boreali.*

## PROBLEMA 7.

196. *Data elevatione Poli PR una cum declinatione Solis DS, invenire differentiam aſcenſionalem OD & amplitudinem ortivam SO & Azimuthum HS.*

## RESOLUTIO.

Quia circulus declinationis PD æquatorem AQ ad angulos rectos ſecat (§. 68), triangulum OSD rectangulum ad D. Quare cum in eo detur declinatio DS & angulus O ob elevationem poli datam (§. 89. 92); reperietur OD (§. 125 *Sphæric.*) & SO (§. 118 *Sphær.*), conſequenter ob OH = 90 etiam HS.

Sit e. gr. elevatio poli, quemadmodum hic Halæ 51° 38′ & Sol in 24° ♊: erit O 38° 22′, DS 23° 20′ 48″. Unde

| | |
|---|---|
| Log. Cotang. O | 101014704 |
| Tang. DS | 96351154 |

Sin. OD 19.7365858, cui in tabulis quam proxime reſpondent 33° 2′ 27″.

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Sin. DS | 9.980165 |
| Summa | 195980165 |
| Sin. O | 97928759 |

Sin. OS 98051406, cui in tabulis

bulis quam proxime reſpondent 39° 40′ 40″.

### SCHOLION I.

197. *Hac ratione conſtruuntur Tabulæ differentiarum aſcenſionalium itemque amplitudinum ortivarum pro ſingulis gradibus declinationis ſub ſingulis gradibus elevationis poli. Et per idem problema differentias deſcenſionales & amplitudines occiduas inveniri per ſe patet.*

### COROLLARIUM I.

198. Si Sol fuerit in ſigno boreali & differentia aſcenſionalis DO ex aſcenſione recta D ſubtrahatur, relinquetur aſcenſio obliqua O (§. 183). E. gr. ſi Sol fuerit in 24° ♊.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Aſcenſio recta D | 83° | 27′ | 46″ |
| Differentia Aſcenſ. OD | 33 | 2 | 27 |
| Aſcenſio Obliqua O | 50 | 25 | 19 |

### COROLLARIUM 2.

199. Si differentia aſcenſionalis DO aſcenſioni rectæ D addatur, prodibit obliqua O (§. 183).

### SCHOLION 2.

200. *Patet adeo, quomodo conſtruantur Tabulæ aſcenſionum obliquarum pro ſingulis eclipticæ gradibus ſub ſingulis gradibus elevationis poli.*

### PROBLEMA 8.

201. *Determinare tempus tam primi mobilis quam ſolare, quo arcus æquatoris datus meridianum tranſit & contra.*

### RESOLUTIO.

Quoniam meridianus æquatorem continuo ad angulos rectos ſecat (§. 76); dum datus arcus æquatoris per meridianum tranſit, perinde eſt ac ſi arcum æquatoris immotum punctum interſectionis in meridiano eadem celeritate interea temporis deſcripſiſſet. Cum adeo motus æquatoris ſit æquabilis (§. 128); erunt arcus per meridianum tranſeuntes temporibus proportionales (§. 25 *Mechan.*). Quare ſi inferatur: ut 360 ad 24 horas primi mobilis, ita arcus datus ad numerum quartum proportionalem; erit is tempus primi mobilis quæſitum. Quodſi adeo quæratur arcus dato tempore per meridianum tranſiens, inferendum erit: ut 24 ad 360, ita tempus datum ad arcum quæſitum.

Quia Sol intra 24 horas primi mobilis aſcenſionem rectam fere mutat 59′ 8″ 20‴, hoc eſt, 212900‴, ſi hoc intervallum per 24 dividatur, quotus 8870‴ ſeu 2′ 28″ erit pars adjicienda arcui intra horam primi mobilis per meridianum tranſeunti, ut habeatur arcus intra horam ſolarem per eundem tranſiens.

Quodſi inferas: ut 360 59′ 8″ 20‴, ad 24 horas ſolares, ita arcus datus ad numerum quartum proportionalem; erit is tempus ſolare,

re, quo arcus æquatoris datus per meridianum tranſit.

### *SCHOLION.*

202. *Quia converſio temporis in gradus æquatoris & graduum æquatoris in tempus multum in Aſtronomia uſum habet; ideo conſtructæ ſunt tabulæ, in quibus exhibentur arcus æquatoris, ſingulis horis tam primi mobilis, quam ſolaribus, & ſingulis ſcrupulis horæ unius per meridianum tranſeuntes, & contra. Ecce tibi illas.*

**Converſio partium æquatoris in tempus primi mobilis & contra.**

| Æquat. Grad. / Min. / Sec. / Tert. | Hor. / , / II. / III. | I. / II. / III. / IV. | Horæ | Æquat. Grad. | Hor. Min. / Sec. / Tert. / Quart. | Æquat. Gr. / I. / II. / III. | I. / II. / III. / IV. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 4 | 1 | 15 | 1 | 0 | 15 |
| 2 | 0 | 8 | 2 | 30 | 2 | 0 | 30 |
| 3 | 0 | 12 | 3 | 45 | 3 | 0 | 45 |
| 4 | 0 | 16 | 4 | 60 | 4 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 20 | 5 | 75 | 5 | 1 | 15 |
| 10 | 0 | 40 | 6 | 90 | 6 | 1 | 30 |
| 15 | 1 | 0 | 9 | 135 | 10 | 2 | 30 |
| 30 | 2 | 0 | 12 | 180 | 20 | 5 | 0 |
| 60 | 4 | 0 | 15 | 225 | 30 | 7 | 30 |
| 90 | 6 | 0 | 18 | 270 | 40 | 10 | 0 |
| 180 | 12 | 0 | 21 | 315 | 50 | 12 | 30 |
| 360 | 24 | 0 | 24 | 360 | 60 | 15 | 0 |

**Converſio partium æquatoris in tempus ſolare & contra.**

| Æquat. Grad. / Min. / Sec. / Tert. | Hor. / I. / II. / III. | I. / II. / III. / IV. | II. / III. / IV. / V. | III. / IV. / V. / VI. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 3 | 49 | 20 |
| 2 | 0 | 7 | 58 | 40 |
| 3 | 0 | 11 | 58 | 1 |
| 4 | 0 | 15 | 57 | 22 |
| 5 | 0 | 19 | 56 | 42 |
| 10 | 0 | 39 | 53 | 24 |
| 15 | 0 | 59 | 50 | 6 |
| 30 | 1 | 59 | 40 | 12 |
| 60 | 3 | 59 | 20 | 24 |
| 90 | 5 | 59 | 0 | 36 |
| 180 | 11 | 58 | 2 | 12 |
| 360 | 23 | 56 | 1 | 24 |

| Hor. | Grad. | I. |
|---|---|---|
| 1 | 15 | 2 |
| 2 | 30 | 4 |
| 3 | 45 | 7 |
| 5 | 75 | 12 |
| 10 | 150 | 24 |
| 20 | 300 | 49 |
| **Min.** | **Grad.** | **I.** |
| **Sec.** | **I.** | **II.** |
| 1 | 0 | 15 |
| 2 | 0 | 30 |
| 3 | 0 | 45 |
| 5 | 1 | 15 |
| 10 | 2 | 30 |
| 20 | 5 | 0 |
| 40 | 10 | 1 |
| 60 | 15 | 2 |

### *PROBLEMA 9.*

203 *Dato loco Solis in ecliptica, una cum elevatione poli, invenire longitudinem diei atque noctis.*

### *RESOLUTIO.*

1. Quæratur declinatio Solis (§. 188) & inde porro differentia aſcenſionalis (§. 196).
2. Differentia aſcenſionalis convertatur in tempus ſolare: quod

3. tem-

tempori, quo quadrans æquatoris per meridianum tranſit, addatur, ſi Sol fuerit in ſigno boreali, vel ab eadem auferatur ſi idem in auſtrali extiterit. Ita nimirum in utroque caſu obtinetur tempus ſemidiurnum.

4. Quodſi hoc ex 12 horis ſubducas, relinquetur tempus ſeminocturnum.

E. gr. Sit Sol in 24° ♊ & elevatio poli 51° 38′: erit differentia aſcenſionalis 33° 2′ 27″ (§. 196).

| | | |
|---|---|---|
| Sed 30° reſpond. | 1 hor. | 59′ 40″ 12‴ |
| 3 | | 11 58 1 ⁗ |
| 2′ | | 7 58 40 |
| 10″ | | 39 53 24^v |
| 15 | | 59 50 6 |
| 2 | | 7 58 40 |
| Ergo differ. aſcenſ. | 2 hor. | 11. 47. 59. 22. 10 |
| Porro 90° | 5 | 59. 0. 36 |
| Unde temp. ſemidiu. | 48 hor. | 10 8. 35. 22. 10 |
| hoc eſt, | 8 hor. | 10′ 49″ |
| | 11 | 59 60 |
| tempus ſeminoct. | 3 h. | 49′ 11″ |

Ergo tempus diurnum 16 hor. 21′ 38″; nocturnum vero 7 hor. 38′ 22″.

*DEMONSTRATIO.*

Quia punctum D eſt aſcenſio recta; ab ortu Solis usque ad meridiem arcus æquatoris AD per meridianum tranſit (§. 180). Eſt vero AO quadrans (§. 81): quodſi ergo quadrans & differentia aſcenſionalis in tempus convertantur, inde elici poſſe tempus inter ortum Solis & meridiem intercedens, hoc eſt tempus ſemidiurnum, patet. *Q. e. d.*

## *COROLLARIUM.*

204. Quia tempus ortus numeratur a media nocte, tempus vero occaſus a meridie; tempus ſeminocturnum eſt ſimul tempus, quo Sol oritur; ſemidiurnum vero indicat momentum, quo occidit. In noſtro nempe exemplo ☉ oritur hor. 3. 49′ 11″; idem occidit hor. 8. 10′ 49″.

## *PROBLEMA* 10.

205. *Data elevatione PR & declinatione Solis S, invenire altitudinem ejus ad datum quodcunque momentum.*

## *RESOLUTIO.*

1. Si Sol C fuerit in æquatore AQ in triangulo ZAC ad A rectangulo (§. 76), datur AZ elevationi poli PR æqualis (§. 89), &, ſi tempus usque ad meridiem reſiduum (vel pomeridianum in altero caſu) in arcum æquatoris convertatur (§. 202), arcus AC: reperitur adeo arcus ZC (§. 120 *Sphæric.*), qui ex quadrante ZE (§. 54) ſubductus relinquit altitudinem Solis CE (§. 86). Tab. II. Fig. 18.

E. gr. Sit PR 51′ 38′, ☉ in 0 ♈; quæratur altitudo hora 9 matutina. Quoniam

niam horæ 3 usque ad meridiem ſuperſunt; erit AC 45° 7′ 24″.

| | |
|---|---|
| Quare Log. Coſin. AZ | 98943464 |
| Coſin. AC | 98485459 |

Coſin. ZC ſeu Sin. CE 59.7428923, cui in tabulis quam proxime reſpondent 33° 35′ 16″.

Tab. III. Fig. 20. II. Si Sol S fuerit in ſigno boreali, in triangulo ZPS dantur latera PS declinationis DS complementum (§. 71) & ZP elevationis poli PR complementum ad quadrantem (§. 54). Quodſi tempus in arcum æquatoris convertatur (§. 202); prodibit arcus AD, qui ob quadrantem PD (§. 71) eſt menſura anguli ZPS (§. 31 *Sphæric.*). Reperitur adeo SE (§. 154 *Sphæric.*).

E. gr. Sit Sol in 24° ♊ ſub elevatione poli 51° 38′: quærenda eſt altitudo ad horam 9 antemeridianam. Quoniam DS 23° 20′ 48″; erit PS 66° 39′ 12″; & AD ſive angulus P eſt 45° 7′ 24″ Quoniam in triangulo DGS ad D rectangulo (§. 68) hypothenuſa GS quadrante minor, quia ZE quadrans (§. 54), & DG itidem quadrante minor, quia AO quadrans (§. 81), erit angulus S acutus (§. 81 *Sphæric.*). Cum adeo in triangulo ZSP anguli S (§. 43 *Sphær.*) & P *per hypoth.* ſint acuti, perpendiculum ZK ex angulo Z in latus PS demiſſum intra triangulum cadit. Quamobrem

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Coſin. P | 98485459 |
| Summa | 198485459 |
| Cotang. ZP | 101014704 |

Tang. PK 9.7470755, cui in tabulis quam proxime reſpondent

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 29° | 11′ | 10″ |
| Sed PS | 66 | 39 | 12 |
| Ergo SK | 37 | 28 | 2 |

| | |
|---|---|
| Porro Log. Coſin. SK | 98996474 |
| Coſin. ZP | 98943464 |
| Summa | 197939938 |
| Coſin. PK | 99410342 |

Coſin ZS ſeu Sin. SE 98529596, cui in tabulis quam proxime reſpondent 45° 27′ 43″.

III. Si Sol fuerit in ſigno auſtrali, PS eſt aggregatum ex quadrante PG (§. 71) & declinatione ſG. Reliqua ſe habent ut ante.

## PROBLEMA II.

206. *Data elevatione poli una cum declinatione & altitudine Solis, invenire horam diei.*

## RESOLUTIO.

I. Si Sol C fuerit in æquatore AQ, in triangulo ZAC ad A rectangulo (§. 76) datur AZ elevationi poli PR æqualis (§. 89) & ZC altitudinis CE complementum ad qua- Tab. II. Fig. 18.

quadrantem (§. 86. 54). Invenitur adeo arcus AC (§. 119 *Sphæric.*), qui in tempus ſolare converſus (§. 202) indicat horas vel ad meridiem reſiduas, ſi Sol fuerit in parte orientali, vel a meridie præterlapſas, ſi fuerit in occidentali.

Exemplum problematis præcedentis in caſu eodem facile huc applicatur.

II. Si Sol S fuerit in ſigno boreali, in triangulo ZSP dantur latera ſingula, nimirum ZP elevationis poli PR & ZS altitudinis Solis SE complementum (§. 86. 54) atque PS declinationis SD complementum (§. 71). Invenitur adeo angulus ZPS (§. 159 *Sphær.*), cujus menſura AD (§. 71 *Aſtron.* & §. 31 *Sphæric.*) in tempus ſolare converſa tempus deſideratum ut ante patefacit.

Sit e. gr. PR 51° 38′, SE 45° 27′ 43″, locus Solis 24° II; erit DS 23° 20′ 48″, adeoque PS 66° 39′ 12″ & hinc ½ PS 33° 19′ 36″. Erit porro

| | | | |
|---|---|---|---|
| ZS | 44° | 27′ | 43″ |
| ZP | 38 | 22 | |
| ZS + SP | 82 | 49 | 43 |
| ½ZS + ½ZP | 41 | 24 | 51 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ZS | 44° | 27′ | 43″ |
| ZP | 38 | 22 | |
| ZS - ZP | 6 | 5 | 43 |
| ½ZS - ½ZP | 3 | 2 | 51 |

Demiſſum ex Z in PS perpendiculum cadere intra triangulum PZS, ex problemate præcedente patet. Cumque ſit rectangulum ex coſinu ZS in tangentem PK æquale rectangulo ex coſinu PZ in tangentem SK (§. 138 *Sphær.*); erunt coſinus ZP & ZS ut tangentes PK & KS (§. 269 *Arithm.*). Quare cum ZS > ZP *per hypoth.* erit SK > PK. Hinc

| | |
|---|---|
| Log. Tang. ½ PS | 98179295 |
| Tang. ½ZS + ½ZP | 99454971 |
| Tang. ½ZS - ½ZP | 87262308 |
| Summa | 186717279 |

Tang. ½SK - ½PK 88537984, cui in tabulis quam proxime reſpondent

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 4° | 5′ | 43″. |
| Sed ½ PS | 33 | 19 | 36 |
| Ergo PK | 29 | 13 | 53 |

| | |
|---|---|
| Unde porro Cotang. ZP | 101014704 |
| Tang. KP | 97478779 |
| Coſin. P | 98493483 |

Coſin. P 98493483, cui in tabulis quam proxime reſpondent 44° 58′ 55″.

Eſt ergo angulus P, conſequenter arcus AD 45° 1′ 5″, qui in tempus converſus

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 30° | 1 h. | 59′ | 40″ | 12‴ | |
| 15 | | 59 | 50 | 6 | |
| 1′ | | 3 | 49 | 20'''' | |
| 5″ | | | 19 | 56 | 42$^{V}$ |
| producit | 2 h. | 59 | 34 | 27 | 16 42 |

Reſiduæ ergo ſunt usque ad meridiem 2 h. 59′ 34″, hoc eſt, tres fere horæ: unde tempus obſervationis fuit hora nona.

III. Si Sol S fuerit in ſigno auſtrali, latus Pſ eſt quadrante majus. Ejus itaque loco reſolvitur triangulum ſpN & angulus p reperitur ut ante.

*SCHOLION.*

207. *Hujus problematis multus eſt in Aſtronomia practica uſus, in eclipſibus præſertim ſolaribus obſervandis.*

*PROBLEMA* 12.

Tab. III. Fig. 21. 208. *Data elevatione æquatoris AH una cum loco Solis S & obliquitate eclipticæ G invenire ad datum tempus punctum ecliptica oriens M & angulum orientis AMH.*

*RESOLUTIO.*

1. Tempus usque ad meridiem reſiduum convertatur in arcum æquatoris (§. 202), ut habeatur arcus AD, conſequenter ejus complementum DO (§. 81).
2. Ex loco Solis dato quæratur ejus aſcenſio recta (§. 94): quo dato innoteſcit arcus DG.
3. Subducatur DG ex DO, relinquetur GO.
4. Cum in triangulo GMO præterea dentur anguli MGO & MOG, quorum ille obliquitas eclipticæ, hic altitudini æquatoris AH æqualis (§. 92); reperietur arcus GM (§. 152 *Sphæric.*) & inde porro angulus M (§. 126 *Sphæric.*).

E. gr. Sit Sol in 17° ♌, elevatio poli 51° 38′: quærendum eſt punctum eclipticæ M hora 9 matutina oriens cum angulo orientis. Quoniam adhuc tres horæ usque ad meridiem ſuperſunt; erit arcus AD 45° 7′ 24″ (§. 202), adeoque DO 44° 52′ 36. Aſcenſio recta Solis D eſt 139° 27′ 38″, adeoque GD (ſublata nempe iſta ex 180°) 40° 32′ 22″, conſequenter DO - DG = GO = 4° 20′ 14″. Porro angulus GOM 38° 22′ (§. 89) & MGO 23° 29′. Demittatur ex G in HM perpendiculum GN. Quoniam in triangulo GNO ad N rectangulo datur hypothenuſa GO cum angulo O; erit

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Coſin. GO | 99987544 |
| Summa | 199987544 |
| Cotang. O | 101014704 |
| Cotang. NGO | 98972840, cui in tabulis |

bulis quam proxime reſpondent 38° 17′ 12″.

Eſt ergo NGO 51° 42′ 48″
Sed MGO 23 29 0

Ergo NGM 28 13 48
Porro Coſin. NGM 99450034
Cot. GO 111199295

Summa 210649329
Coſin. NGO 97921088

Cot. GM 112728241, cui in tabulis reſpondent 86° 56′ 45″. Eſt ergo GM 3° 3′ 15″ ſeu punctum eclipticæ oriens M 3° 3′ 15″ ♎.

Denique Sin. totus 100000000
Coſin. GM 99993826

Summa 199993826
Cotang. NGM 102701311

Cotang. NMG 97292515, cui in tabulis quam proxime reſpondent 28° 11′ 46″.

Eſt ergo angulus puncti eclipticæ orientis NMG 61° 48′ 14″.

Si punctum æquinoctiale G fuerit infra horizontem, ex DG ſubtrahitur DO, ut habeatur OG: reliqua fiunt ut ante.

*COROLLARIUM.*

209. Quodſi ex puncto eclipticæ oriente M ſubtrahantur 90°, relinquitur nonageſimus eclipticæ gradus ab oriente numeratus.

*DEFINITIO 59.*

210. *Nonageſimus* vocatur eclipticæ gradus nonageſimus a puncto ejus oriente numeratus. Hinc *Altitudo nonageſimi* eſt altitudo gradus nonageſimi a puncto ejus oriente numerati.

*THEOREMA 15.*

211. *Altitudo nonageſimi eſt angulo orientis KMI æqualis & continuata per polos eclipticæ tranſit.* Tab. III. Fig. 23.

*DEMONSTRATIO.*

Ex puncto oriente M tanquam polo intervallo quadrantis deſcriptus intelligatur circulus ZK; erit KI menſura anguli orientis KMI (§. 31 *Sphæric.*) jam cum ecliptica EL atque horizon HR ſe mutuo interſecent in polo M circuli KIZ; hic per polos eclipticæ atque horizontis, conſequenter per Zenith atque Nadir (§. 53), tranſit (§. 34 *Sphæric.*). Eſt igitur ZK circulus verticalis (§. 62), adeoque KI altitudo nonageſimi (§. 65): Unde patet, altitudinem nonageſimi *vi demonſtratorum* eſſe angulo orientis M æqualem & continuatam per polos eclipticæ tranſire. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM I.*

212. Ad datum igitur tempus ſub data elevatione poli invenitur altitudo nonageſimi (§. 208).

*SCHOLION.*

213. *Patet adeo, quomodo conſtruantur Tabulæ anguli orientis ſeu altitudinis nonageſimi ſub elevatione poli aſſumta.*

*COROLLARIUM 2.*

214. Quodſi altitudinem nonageſimi IK ex 90° ſubducas, relinquitur diſtantia nonageſimi a vertice IZ (§. 54 *Aſtron.* & § 54 *Sphæric.*).

# CAPUT IV.
## De
# LOCIS FIXARUM.

*PROBLEMA 13.*

Tab. III. Fig. 24. 215. *Diſtantias ſtellarum obſervare.*

*RESOLUTIO.*

1. Quadrans circa axem ſuum vertatur, donec per dioptras radio AC affixas ſtella una N appareat in linea fiduciæ.
2. Loco perpendiculi, quo in metiendis altitudinibus utimur (§. 98), applicetur regula cum dioptris ſive teleſcopicis ſive aliis, prout fixæ vel teleſcopicæ fuerint, vel alterius generis, circa centrum C mobilis CD & coobſervator eam ultro citroque moveat, donec ſtella altera S in linea fiduciæ appareat.

Dico arcum AD indicare diſtantiam ſtellarum SN.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam ſtellæ S & N ad ſenſum a centro inſtrumenti C æqualiter abſunt (§. 6), arcus ex C radio CS deſcriptus tranſit etiam per N ſeu punctum ſphæræ mundanæ, ubi videtur ſtella N (§. 18 *Geom.*). Sed quia diſtantia centri inſtrumenti C a centro telluris reſpectu fixarum evaneſcit, hoc eſt, pro nulla conſiderari debet (§. 131); circulus ex C deſcriptus idem eſt cum eo, qui ex centro telluris deſcribitur, adeoque maximus (§. 15 *Sphær.*) & hinc arcus SN eſt diſtantia fixarum (§. 54). Quare cum SN ſit menſura anguli SCN (§. 55 *Geom.*) & AD menſura ipſi æqualis ACD (§. 150 *Geom.*); arcus AD & SN ſimiles ſunt (§. 135 *Geom.*), adeoque eundem numerum graduum continent (§. 134 *Geom.*). *Q. e. d.*

*PROBLEMA 14.*

216. *Datis diſtantia fixarum ST, vel TH, vel SV & declinationibus earundem SH, TI vel VI, invenire diſſe-* Ta[b.] III. Fi[g.] 25.

*differentiam aſcenſionum rectarum HI.*

### *RESOLUTIO.*

Si ſtella una H fuerit in æquatore, latus PH eſt quadrans, ſi utriusque declinatio borealis, latera SP & PT ſunt complementa declinationum SH & TI; ſi denique unius declinatio auſtralis TV; latus PT eſt aggregatum ex quadrante PI & declinatione IV (§.41) & HI menſura eſt in omni caſu anguli HPI (§. 31 *Sphæric.*). Cum adeo in caſu primo in triangulo HPT; in ſecundo in triangulo SPT; in tertio in triangulo VSP dentur tria latera; invenitur angulus HPI (§.159 *Sphær.*).

E. gr. *Ricciolus* obſervavit diſtantiam capitis Andromedæ a lucida arietis 27° 9′ (t). Juxta Tabulas Cl. *de la Hire* (u) fuit A. 1700 declinatio capitis Andromedæ 27° 27′ 3″ & declinatio lucidæ arietis 22° 2′ 1″. Quoniam utraque declinatio borealis & caput Andromedæ lucida arietis occidentalior; erit HS, 27° 27′ 3″, TI 22° 2′ 1″, TS 27° 9′, adeoque PT 67° 57′ 59″ & ½ PT 33° 58′ 59″ ½,

PS 62° 32′ 57″
ST 27 9 0

PS + ST 89 41 57

½PS + ½ST 44 50 58½

PS 62° 32′ 57″
ST 27 9 0

PS - ST 35 23 57

½PS - ½ ST 17 41 58½
Quare Log. Tang. ½PT 98287127
Tang. ½PS + ½ST 99977197
Tang. ½PS - ½ ST 95039713

Summa 19501691 0

Tang. ½PK - ½TK 96729783,
cui in Tabulis reſpondent 25° 13′ 5″
Sed ½PS 33 58 59½

Ergo PK 59 12 4½
Tandem Log. Cotang PS 97155661
Tang. PK 102246880

Coſin. P 799402541,
cui in tabulis quam proxime reſpondent 60° 37′ 50″.

Eſt igitur 29° 22′ 10″.

### *COROLLARIUM.*

217. Datis declinationibus duarum fixarum SH & TI una cum earum aſcenſionibus rectis H & I; evidens eſt in triangulo SPT dari duo latera PS & PT, complementa declinationum datarum, & angulum interceptum P, quem metitur aſcenſionum rectarum datarum differentia HI. Invenitur adeo diſtantia earundem ST (§. 154 *Sphæric.*). Exemplum problematis facile huc applicatur.

*PRO-*

(t) in Almageſt. Novo lib. 6. c. 10 f. 426.
(u) in Tabul. Aſtron. p. 13 & 14.

PROBLEMA 15.

218. *Obſervare aſcenſionem rectam alicujus fixæ.*

RESOLUTIO.

1. Obſervetur momentum meridiei (§. 116) & index in horologio oſcillatorio dirigatur ad horam duodecimam.
2. Obſervetur eodem momento a coobſervatore altitudo Solis meridiana (§. 121. 129) & inde eliciatur ejus declinatio (§. 141), locus in ecliptica (§. 192) & tandem aſcenſio recta (§. 194).
3. Nocte inſequente obſervetur culminatio fixæ (§. 126) & notetur tempus ab horologio oſcillatorio indicatum.
4. Tempus a meridie usque ad culminationem ſtellæ præterlapſum convertatur in arcum æquatoris (§. 202): qui ſi
5. addatur ad aſcenſionem rectam Solis, prodibit aſcenſio recta fixæ (§. 180. 128). Quodſi aggregatum fuerit 360° major; exceſſus ſupra eosdem erit aſcenſio deſiderata.

*Aliter.*

1. Ope teleſcopii obſervetur interdiu ſtella cum Sole culminans (§. 126) & altitudo Solis meridiana (§. 121).
2. Hinc ut ante eliciatur aſcenſio recta Solis, quæ eadem erit aſcenſio recta fixæ.
3. Quodſi ſtella paulo ante meridiem aut poſt eundem culminet; tempus inter meridiem & culminationem ſtellæ intercedens dabit ut ante differentiam aſcenſionum rectarum Solis & fixæ.

SCHOLION 1.

219. *Accurata temporis obſervatione opus eſt, quod inter meridiem & ſtellæ culminationem intercedit: error enim 4 ſecundorum in tempore admiſſus producit errorem integri minuti in aſcenſione recta ſtellæ* (§. 202). *Tanta autem eſt horologiorum oſcillatoriorum affabre conſtructorum perfectio, ut error unius ſcrupuli ſecundi ab obſervatore exercitato præcaveri poſſit* (x).

SCHOLION 2.

220. *Stellarum interdiu per tubos ſeu dioptras teleſcopicas inſtrumentorum obſervationem primam ſibi tribuit obſervator præſtantiſſimus* Cl. de la Hire (y). *Incidit autem in hunc modum obſervandi longe utiliſſimum circa annum* 1680.

COROLLARIUM 1.

221. Quoniam ex altitudine Solis meridiana locus ejus in ecliptica determinari poteſt (§. 192); ſi tranſitus ſtellæ cum Sole per meridianum obſervetur, punctum eclipticæ una innoteſcit, cum quo ſtella culminat.

CO-

(x) Memoires de l' Acad. Roy. des Scienc. A. 1700 p. m. 376.
(y) loc. cit.

### *COROLLARIUM* 2.

222. Quodſi quarundam fixarum aſcenſiones rectæ fuerint obſervatæ; aſcenſiones reliquarum innoteſcunt, ſi differentia aſcenſionum rectarum ex diſtantiis eruta HI (§. 216) ex aſcenſione orientalioris I ſubtrahatur, vel ad aſcenſionem occidentalioris H addatur (§. 180, 128).

### *OBSERVATIO* 12.

223. *Declinationem ſtellæ ultimæ in cauda urſæ majoris obſervarunt*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *Ante Chriſt.* | | | | | |
| *An.* | 295 | Timocharis & Ariſtyllus | 61° | 30′ | |
| | 128 | Hipparchus | 60 | 45 | |
| *Poſt Chriſtum* | | | | | |
| *An.* | 138 | Ptolemæus | 59 | 40 | |
| | 1585 | Tycho | 51 | 26 | 30 |
| | 1660 | Ricciolus | 51 | 23 | 24 |
| | 1700 | de la Hire | 50 | 47 | 29 |

*& ſimilis differentia deprehenditur in declinationibus aliarum fixarum a Ricciolo ſtudioſe collectis* (z) *& in aſcenſionibus rectis earundem.*

### *COROLLARIUM* I.

224. Patet adeo, declinationem fixarum eſſe mutabiles, conſequenter etiam earum diſtantias a polo, hoc eſt, declinationum complementa ad quadrantem (§. 71 *Aſtron.* & §. 54 *Sphæric.*).

(II.)

### *COROLLARIUM* 2.

225. Eodem modo patet, aſcenſiones rectas fixarum mutabiles eſſe.

### *DEFINITIO* 60.

226. *Latitudo ſtellæ* S eſt diſtantia ejus ab ecliptica EL. Tab. III. Fig. 26.

### *COROLLARIUM* I.

227. Eſt ergo arcus circuli maximi TS inter centrum ſtellæ S & eclipticam EL interceptus atque ad eam perpendicularis (§. 79 *Sphæric.*).

### *COROLLARIUM* 2.

228. Circulus adeo, cujus arcu latitudinem TS metimur, per polos eclipticæ M & *m* tranſit (§. 28 *Sphæric.*).

### *DEFINITIO* 61.

229. Hinc *Circulus latitudinis* eſt circulus maximus MST*m* per polos eclipticæ tranſiens.

### *COROLLARIUM.*

230. Eſt ergo TM circuli quadrans (§. 25 *Sphær.*).

### *DEFINITIO* 62.

231. *Longitudo* ſtellæ S eſt arcus eclipticæ a principio Arietis usque ad circulum latitudinis TM per ſtellæ centrum S ductum interceptus.

### *SCHOLION.*

232. *Patet latitudinem ſtellæ reſpondere declinationi, longitudinem aſcenſioni rectæ, ſi ſi-*



(z) in Aſtron. Reform. lib. 4. f. 204. & ſeqq.

*tus ſtellæ reſpectu æquatoris conferatur cum ſitu ejus reſpectu eclipticæ.*

## *PROBLEMA* 16.

233. *Data declinatione ſtellæ una cum ejus aſcenſione recta & obliquitate eclipticæ; invenire ejus longitudinem & latitudinem.*

### *RESOLUTIO.*

Tab. III. Fig. 27. I. Si ſtella S fuerit in æquatore AQ, in triangulo TSG ad T rectangulo (§. 227) datur angulus G ſeu obliquitas eclipticæ & arcus SG, qui in primo quadrante eſt ſtellæ aſcenſio recta, in ſecundo ejus complementum ad ſemicirculum; in tertio exceſſus ſupra ſemicirculum; in quarto complementum ad circulum integrum. Invenitur adeo tum latitudo TS (§. 116 *Sphæric.*), tum arcus GS (§. 127 *Sphæric.*), qui in primo quadrante eſt longitudo ſtellæ (§. 231), in ſecundo ejus complementum ad ſemicirculum, in tertio exceſſus ſupra ſemicirculum, in quarto complementum ad circulum integrum.

Tab. III. Fig. 26. II. Si ſtella S habeat declinationem borealem DS, in triangulo PSM datur diſtantia polorum mundi & eclipticæ PM, quæ obliquitati eclipticæ æqualis (§. 169); angulus QPD, cujus menſura eſt arcus DG (§. 31 *Sphæric.*), compoſitus ex quadrante GQ & arcu DG ob aſcenſionem rectam D dato, prout ex antecedente caſu manifeſtum; & latus PS, declinationis SD complementum (§. 71). Invenitur adeo latus SM (§. 154 *Sphæric.*) latitudinis TS complementum (§. 230), & angulus M (§. 156 *Sphæric.*) cujus menſura eſt arcus ET (§. 230 *Aſtron.* & §. 31 *Sphæric.*), complementum longitudinis GT in primo quadrante; exceſſus ejusdem ultra quadrantem in ſecundo quadrante.

E. gr. Quærenda eſt longitudo caudæ Leonis ad annum 1700. Juxta *Philippum de la Hire* ejus declinatio borealis DS 16° 14′ 44″, aſcenſio recta D 173° 26° 44″ & obliquitas eclipticæ G 23° 29. Eſt adeo DG 6° 33′ 16″ & hinc DQ ſeu angulus SPM 96° 33′ 16″; PM 23° 29′; SP 73° 45′ 16″. Demiſſo ex M perpendiculo MK, quod extra triangulum SPM cadit (§. 82 *Sphær.*), erit

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Coſin. P | 90574655 |
| Summa | 190574655 |
| Cotang. PM | 103620436 |
| Tang. PK | 86954219, cui in tabulis quam proxime reſpondent |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2° | 50′ | 29″ |
| Sed SP | 73 | 45 | 16 |
| Ergo SK | 76 | 35 | 45 |

Log.

Log. Coſin PM 99624526
Coſin. SK 93651482

Summa 193276008
Coſin. PK 99994656

Coſin. SM ſeu Sin. TS 9328 1352, cui in tabulis quam proxime reſpondent 12° 17′ 30″

Log. Sin. tot. 100000000
Coſin. PM 99624526

Summa 199624526
Cotang. P 90603135

Cotang. PMK 10.9021391, cui in tabulis quam proxime reſpondent 82° 51′ 34″. Ergo PMK 7° 8′ 26″.

Porro Log. Coſin. PMK 99966186
Cotang. SM 93382231

Summa 193348417
Cotang. PM 103620436

Coſin. SMK 8.9727981, cui n tabulis quam proxime reſpondent 5° 3′ 22″.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Eſt ergo SMK | 84° | 36′ | 38″ |
| Sed PMK | 7 | 8 | 26 |
| rgo ET ſeu PMS | 77 | 28 | 12 |
| Addantur | 90 | | |
| rit Longitudo | 167 | 28 | 12 |
| ſeu | 17° ♍ | 28′ | 12″ |

III. Si declinatio ſtellæ fuerit auſtralis; ejus longitudo & latitudo ſimili modo inveniri poteſt.

## SCHOLION I.

234. *Per problema præſens conſtruitur* Catalogus fixarum, *in quo earum longitudines & latitudines annotantur. Primus de catalogo fixarum condendo cogitavit* Hipparchus Rhodius *annis circiter* 120 *ante Chriſtum natum,* Tymocharidis & Ariſtylli *obſervationibus* 180 *retro annis habitis una uſus.* Hipparchi *Catalogum retinuit* Ptolemæus, *utut ipſe quoque eum in finem obſervationibus vacaret; ſed circa annum Chriſti* 880 Albategnius *Syrus eundem ad ſua tempora reduxit.* A. 1437 Ulugh Beigh, *Rex Parthiæ ac Indiæ ſupra laudatus* (§. 132), *novum Catalogum fixarum condidit,* a D. Thoma Hyde *Anglo in Latinum idioma translatum. Tertius, qui catalogum fixarum ex propriis obſervationibus condidit, fuit* Tycho de Brahe, *qui ſtellis* 777 *loca ſua aſſignavit ad annum* 1600; *quem* Keplerus *ex aliis obſervationibus* Tychonis *in Tabulis Rudolphinis* usque ad 1000 *fixas extendit. Eodem tempore* Guilielmus *Haſſiæ Landgravius cum ſuis Mathematicis* Chriſtophoro Rothmanno & Juſto Byrgio 400 *fixarum loca per proprias obſervationes determinavit, quas* Tychonicis *præfert* Hevelius. Ricciolus *in Aſtronomia Reformata centum & unius ſtellarum loca ex propriis obſervationibus ad annum* 1700 *determinavit; in reliquis Catalogum* Tychonis, *prout ipſi viſum fuit, mutavit.* A. 1677 Edmundus Halley, *nunc Geometriæ Profeſſor in Academia Oxonienſi celeberrimus, in inſula S. Helenæ* 350 *ſtellas auſtrales obſervavit, in noſtro horizonte non conſpicuas. Eundem laborem iteravit* R. P. Noel & *novum earundem ſtellarum catalogum ad annum* 1687 *conſtructum A.* 1710 *edidit.*

*edidit.* Johannes Hevelius *ex propriis obſervationibus catalogum* 1888 *fixarum condidit, quarum* 950 *etiam a veteribus,* 335 *ab* Hallejo & 603 *tantum ab ipſo fuerunt obſervata. Obſervationes celeberrimi* Flamſtedii *per multorum annorum intervallum indefeſſo ſtudio continuata novum fixarum catalogum promittunt.*

## SCHOLION 2.

235. *Ut autem catalogum condere liceret & ut aſtrophili ſtellas a ſe invicem diſcernere valerent; in certas figuras, quæ* aſteriſmi *vocantur, diſtributa & nominibus hominum atque animalium inſignita ſunt jam ab antiquis. In Zodiaco conſpiciuntur* Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces: *a quibus ſigna ecliptica ac Zodiaci nomina ſua ſortita, quamvis hodie aſteriſmis cognominibus non amplius contigua. Præterea in parte cæli boreali deprehenduntur* Urſa major & minor, Draco, Cepheus, Bootes, Corona ſeptentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Caſſiopea, Perſeus, Andromeda, Triangulum, Auriga, Pegaſus, Equuleus, Delphinus, Sagitta, Aquila, Ophiuchus *ſeu* Serpentarius, Serpens, Antinous & Coma Berenices. *In parte auſtrali fulgent* Cetus, Eridanus *fluvius,* Lepus, Orion, Canis major, Canis minor, Argo navis, Hydra, Crates, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona meridionalis, piſcis auſtralis, Phœnix, Grus, Indus, Pavo, Apis, Triangulum auſtrale, piſcis volans, Toucan, Hydrus & Dorado. *Ex his aſteriſmi quindecim poſtremi cum maxima parte navis, Centauri & Lupi in noſtro Horizonte non conſpiciuntur. Stellas reliquas, his aſteriſmis non comprehenſas, nudo tamen oculo conſpicuas,* informes *ſeu* ſporades *dixere veteres: quarum nonnullas recentiores Aſtronomi in novas figuras redegerunt.* E. gr. Hevelius *inter leonem & urſam majorem ponit* Leonem minorem; *inter urſam minorem & aurigam ſupra geminos* Lyncem; *ſub cauda urſa majoris* canes venaticos & *ita porro.*

## SCHOLION 3.

236. *In his aſteriſmis* Bayerus *ſtellas per litteras alphabeti diſtinguit: plurimarum vero peculiaria ſunt nomina. Huc pertinent* Arcturus *inter pedes Bootis,* Gemma *ſeu* Lucida *corona ſeptentrionalis,* capella *cum* hoedis *in humero auriga,* Palilitium *ſeu* oculus tauri, Plejades *in dorſo &* Hyades *in fronte tauri,* Caſtor & Pollux *in capitibus geminorum,* Præſepe & aſini *in cancro,* Regulus *ſeu* Cor Leonis, Spica Virginis *in manu &* Vindemiatrix *in humero Virginis,* Antares *ſeu* Cor Scorpii, Fomahant *in ore piſcis auſtralis,* Regel *in pede Orionis,* Sirius *in ore canis majoris,* Alcor *exigua admodum ſtella media in cauda urſa majoris contigua,* ſtella polaris *ultima in cauda urſa minoris.*

## SCHOLION 4.

237. *Poeta Graci atque Romani de aſtrorum origine inſulſas commenti ſunt fabulas, quas* Hyginus *in Poetico Aſtronomico &* Natalis Comes *in Mythologia enarrant, a* Ricciolo *in compendio propoſitas* (b). *Hinc nonnulli vano magis Zelo, quam in ſcientiam amore ducti aut aſtrorum figuras, aut ſaltem nomina earum immutari juſſerunt.* Beda venerabilis *in aſtris Zodiaci nomina ex ſacris ſubſtituit profanis: cujus exemplum ſecutus* Julius Schillerus, *Auguſtanus A.* 1627 *in Cælo ſtellato omnibus aſtris nomina ex ſacris impoſuit, vocans e. gr. arietem* Petrum, *taurum* Andream, *Andromedam* Sepulchrum Chriſti, *Lyram* Præſepe Chriſti, *Herculem* Magos ex oriente venientes, *Canem majorem* Da-

(a) in Uranometria.
(b) in Almageſto Novo lib. 6. c. 3. f. 397. & ſeqq.

Davidem &c. Weigelius, *Mathematum quondam Profeſſor Jenenſis in* Cœlo Heraldico *inſignia Principum Europæorum in cælum invexit.* E. gr. *Urſam majorem in* elephantem regni Daniæ, *Cygnum in* Rutam cum gladiis domus Saxonicæ, *Ophiuchum in* Crucem Colonienſem, *triangulum in* Circinum, *quem artificum & ſcholarum, plejades in* abacum pythagoricum, *quem mercatorum inſigne appellat. Enimvero ſaniores nunquam approbarunt hunc auſum, nullo prorſus uſui futurum, ſed turbas in Aſtronomia daturum. Nos cum* Copernico (c) & Tychone (d) *neceſſarium judicamus, ut nomina & figuræ veterum retineantur, non ſolum quod meliores iſtis ſubſtituere non liceat, ſed ut ſcripta Aſtronomorum ad noſtrum usque tempus evulgata intelligi, veterum obſervationes cum recentioribus conferri poſſint, nec ſine ratione, qua Aſtronomum deceat, memoria multitudine diſcendorum oneretur, neque pronior ad errandum via ſternatur.*

## SCHOLION 5.

238. *Cæterum ad aſtrognoſiam felicius abſolvendam non modo conducunt globi artificiales, in quorum ſuperficie figuræ aſtrorum decenter deſcriptæ; verum etiam Uranometria* Bayeri, *cujus deſignatione ſtellarum per litteras Græcas utuntur hodie Aſtronomi. Ad eundem ſcopum faciunt* mappæ cœleſtes, *in quibus aſteriſmi decenter depicti & Aſtroſcopium inprimis* Schickardi. *Si quis enim vel ſolum urſam majorem cognoverit, his ſubſidiis adjutus reliquas facile agnoſcet.*

## SCHOLION 6.

239. *Secundum magnitudinem apparentem ſtellæ diſtinguuntur in* ſtellas primæ, ſecundæ, tertiæ, quartæ, quintæ, ſextæ magnitudinis *atque in* ſtellas nebuloſas. *Quamvis autem omnes in hanc diviſionem conſentiant; multus tamen diſſenſus apud Autores occurrit, ſi definiendum, quaenam ſtellæ ſint primæ magnitudinis, quænam ſecundæ, quænam tertiæ & ita porro.* E. gr. *Stellæ primæ magnitudinis ab omnibus agnoſcuntur Aldebaran ſeu oculus tauri, Regel, Alhabor ſeu Sirius, Capella, cor Leonis, cauda Leonis, ſpica virginis, Arcturus, ſumma in pede Centauri, lucida ſeu fidicula lyræ, Fomahant, Canopus in temone Argo navis, Acarnar in extremo Eridani: controverſæ autem ſunt Procyon in cane minore, humerus Orionis, cor hydræ, cor ſcorpii, lucida centauri. Similiter nebuloſas admittunt omnes præſepe in Cancro, aliam in aculeo ſcorpii, adhuc aliam in oculo ſagittarii; controverſæ autem ſunt, quas aliqui in capite Perſei, Orionis & Capricorni, in cornubus Capricorni, in pede Herculis, in Phœnice, Pavone & alibi admittunt.*

## OBSERVATIO 13.

240. *Poſt Chriſtum natum obſervarunt Cordis Leonis*

| | | Longitudinem | Latitudinem |
|---|---|---|---|
| A. 1138 | Ptolemæus | 2°.30′ | 0.10′ B. |
| 1115 | Perſæ | 17.30 | 0.10 B. |
| 1364 | Alphonſini | 20.40 | 0.10 B. |
| 1586 | Wilhelmus Landgravius Haſſiæ | 24.11 | 0.32 B. |
| 1601 | Tycho | 24.17 | 0.26 B. |

*Et ſimili modo ſe habent obſervationes longitudinis & latitudinis aliarum fixarum.*



(c) Revolut. cœleſt. lib. 2. c. 14.
(d) Tom. I Progymnaſm. p. m. 256.

*COROLLARIUM* 1.

241. Latitudo fixarum immutabilis; longitudo vero continuo creſcit.

*COROLLARIUM* 2.

242. Videntur adeo fixæ motu proprio progredi ſecundum ſucceſſionem ſignorum, ſeu in conſequentia, in circulis eclipticæ parallelis.

*SCHOLION* 1.

243. *Hunc fixarum motum primus ſuſpicabatur* Hipparchus, *cum* Tymocharidis *atque* Ariſtylli *obſervationes cum ſuis conferret*: Ptolemæus, *qui tribus fere ſeculis poſt* Hipparchum *floruit, invictis argumentis eandem probavit* (c).

*SCHOLION* 2.

244. *Fuere etiam nonnulli, qui latitudinem fixarum mutabilem aſſeruerunt; ſed cum rationibus parum firmis nitatur eorum aſſertio, ideo plerisque contrarium magis arridet.*

*PROBLEMA* 17.

245. *Determinare quantitatem incrementi longitudinis annuam.*

*RESOLUTIO.*

1. Quia fixæ in conſequentia moventur (§.242); longitudo olim obſervata auferatur a longitudine recentiori ævo obſervata.
2. Reſiduum in ſcrupula ſecunda redactum dividatur per intervallum annorum inter utramque obſervationem intercedens; quotus erit longitudinis annuum incrementum.

E. gr. Longitudo Cordis ♌ fuit

| | | |
|---|---|---|
| A. 1586 | ♌ | 24° 11′ |
| A. 1115 | | 17 30 |
| Incrementum 471 annorum | | 6° 41′ ſeu 24060″ |

quod per 471 diviſum dat incrementum annuum 51 ſcrupulorum ſecundorum.

*COROLLARIUM* 1.

246. Si incrementum annuum per 100 multiplices, prodibit incrementum ſeculare in noſtro caſu 5100 ſcrupulorum ſecundorum, hoc eſt, 1° 25′.

*SCHOLION.*

247. *Tantum incrementum longitudinis fixarum aſſignat* Tycho de Brahe: *&* Copernicus *ponit* 1° 23′ 40″ 12‴, Flamſtedius *cum* Ricciolo 1° 23′ 20″, Bullialdus 1° 24′ 54″, Hevelius 1° 24′ 46″ 50‴. *Unde incrementum annuum commode ſtatuitur* 50″, *quale prodit per obſervationes* Flamſtedii.

*COROLLARIUM* 2.

248. Quia incrementum annuum longitudinis fixarum 50″ (§.247); ſingulis annis 72 longitudo fixarum gradu uno augetur.

*PROBLEMA* 18.

249. *Data longitudine ſtellæ fixæ ad datum annum quemcunque invenire*

(c) Almageſt. Novi lib. 7. c. 12 & 13. f. 444 & ſeqq.

*invenire longitudinem ad datum annum quemcunque alium.*

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur differentia annorum datorum.
2. Per eam multiplicentur 50″ (§. 247), productum ad ſcrupula prima vel gradus (ſi fieri poſſit) reductum eſt differentia longitudinum.
3. Hæc longitudini datæ addatur, ſi annus datæ longitudinis annum quæſitæ præcedit; vel ab eadem ſubtrahatur, ſi is hunc ſequitur.

Ita nimirum in utroque caſu obtinetur longitudo quæſita.

E. gr. Juxta Tabulas *Philippi de la Hire* longitudo Sirii A. 1701 erat ♋ 9° 57′ 33″, quæritur quanta ſit anno præſente 1714? Quia differentia annorum 13; duc 50 in 13, factum 650″ ſeu 10′ 50″ ſi addatur longitudini datæ, prodibit quæſita ♋ 10° 5′ 23″.

*PROBLEMA* 19.

250. *Data longitudine ſtellæ TG & latitudine TS una cum obliquitate eclipticæ G, invenire declinationem DS & aſcenſionem rectam DG.*

*RESOLVTIO.*

Quoniam in triangulo SPM datur SM latitudinis TS complementum (§. 230) & ob arcum TE longitudinis TG complementum, angulus EMT (§. *cit. Aſtron.* & §. 31 *Sphær.*), atque diſtantia polorum PM (§. 169); reperietur PS complementum declinationis SD (§. 154 *Sphæric.*) & angulus APD (§. 156 *Sphæric.*), cujus menſura eſt arcus AD (§. 31 *Sphæric.*) aſcenſionis rectæ DG complementum.

Quodſi EG non fuerit quadrans eclipticæ primus, ex problemate præcedente jam conſtat, ex data longitudine dari arcum TG & dato arcu AD dari quoque aſcenſionem rectam.

Exemplum problematis 18 facile huc applicatur.

*PROBLEMA* 20.

251. *Data longitudine ſtellæ TG una cum declinatione TS & obliquitate eclipticæ G, invenire latitudinem TS & aſcenſionem rectam DG.* Tab. III. Fig. 26.

*RESOLUTIO.*

Ex reſolutione problematis præcedentis (§. 250) conſtat, in triangulo SPM dari PM & PS atque angulum PMS: invenitur ergo SM latitudinis TS complementum (§. 153 *Sphæric.*) & angulus EPD (§. 158 *Sphæric.*): unde innoteſcit aſcenſio recta DG, ceu ex problemate præcedente manifeſtum eſt.

Exemplum problematis 18 facile huc applicatur.

PRO-

*PROBLEMA 21.*

Tab. III. Fig. 26. 252. *Data aſcenſione recta DG & longitudine TG una cum obliquitate eclipticæ G, invenire latitudinem TS & declinationem DS.*

*RESOLUTIO.*

Ex reſolutione problematis 19 (§. 250) conſtat, in triangulo SPM dari angulos SPM & SMP una cum latere PM. Invenientur ergo latera PS & SM (§. 152 *Sphæric.*), quæ ſunt declinationis PS & longitudinis SM complementa.

Exemplum problematis 18 facile huc applicatur.

*PROBLEMA 22.*

253. *Data aſcenſione recta DG & latitudine TS una cum obliquitate eclipticæ, invenire longitudinem TG & declinationem DS.*

*RESOLUTIO.*

Ex reſolutione problematis 19 (§. 250) conſtat, in triangulo SPM dari latera SM & PM una cum angulo SPM. Invenietur ergo SP complementum declinationis SD (§ 153 *Sphæric.*) & angulus SMP (§. 158 *Sphæric.*): unde longitudinem TG innoteſcere ex problemate citato conſtat (§. 250).

Exemplum problematis 18 facile huc applicatur.

*PROBLEMA 23.*

254. *Data declinatione ſtellæ DS & latitudine TS una cum obliquitate eclipticæ G, invenire longitudinem TG & aſcenſionem rectam DG.*

*RESOLUTIO.*

Ex reſolutione problematis 19 (§. 250) conſtat, in triangulo SPM dari latera ſingula SP, PM & SM: invenientur ergo anguli P & M (§. 159 *Sphæric.*): quibus datis longitudinem TG & declinationem SD innoteſcere patet ex problemate citato.

Exemplum problematis 18 facile huc applicatur.

## CAPUT V.
### De
# MOTU COMMUNI FIXARUM ET PHOENOMENIS INDE PENDENTIBUS.

*PROBLEMA 24.*

255. *Data aſcenſione recta ſtellæ CⓈ & declinatione DS una cum altitudine poli PR, invenire differentiam*

Tab. III. Fig. 18. 19. *differentiam aſcenſionalem OD & amplitudinem ortivam OS.*

## *RESOLUTIO.*

Coincidit cum reſolutione problematis 7 (§. 196).

E. gr. Juxta Tabulas *Philippi de la Hire* A. 1714 aſcenſio recta Sirii 98° 8′ 36″, declinatio auſtralis 16° 20′ 36″, elevatio poli apud nos Halæ juxta *Keplerum* 51° 38′. Quare

| | |
|---|---|
| Log. Cotang. O | 101014704 |
| Tang. DS | 94672255 |
| Sin. OD | 9.5686959 |

cui in tabulis quam proxime reſpondent 21° 44′ 30″.

## *COROLLARIUM* 1.

Tab. III. Fig. 18. 256. Si ſtella fuerit in hemiſphærio boreali, differentia aſcenſionalis DO ex aſcenſione recta D ſubtracta relinquit obliquam O (§. 181).

## *COROLLARIUM* 2.

Tab. III. Fig. 19. 257. Si ſtella fuerit in hemiſphærio auſtrali & differentia aſcenſionalis DO aſcenſioni rectæ D addatur, prodibit obliqua O (§. 181).

## *PROBLEMA* 25.

Tab. III. Fig. 18. 19. 258. *Data differentia aſcenſionali ſtellæ, invenire moram ejus ſupra horizontem.*

## *RESOLUTIO.*

1. Differentia aſcenſionalis DO convertatur in tempus ſolare (§. 202).
2. Si ſtella fuerit borealis, addatur (II.) eidem tempus quadranti AO reſpondens; ſi auſtralis fuerit, illud ab hoc ſubtrahatur.
3. Reſiduum ſi per 2 multiplicetur; prodibit tempus moræ ſupra horizontem.

E. gr. Differentia aſcenſionalis Sirii Halæ hoc anno 21° 44′ 30″ (§. 255). Reſpondent vero

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10° | 0 hor. | 39′ | 53″ | 24‴ | | |
| 10 | 0 | 39 | 53 | 24 | | |
| 1 | 0 | 3 | 49 | 20 | | |
| 30′ | | 1 | 59 | 40 | 12$^{iv}$ | |
| 10 | | | 39 | 53 | 24 | |
| 4 | | | 15 | 57 | 22 | |
| 30″ | | | 1 | 59 | 40 | 12$^{v}$ |
| | 1 h. | 26 | 33 | 38 | 38 | 12 |
| 90° | 5 | 59 | 0 | 35 | 59 | 60 |
| | 4 h. | 32 | 26 | 57 | 21 | 48 |
| 2) | | | | | | |
| | 9 hor. | 4. | 53 | 54 | 43 | 36 |

Eſt ergo Sirii mora ſupra horizontem 9 hor. 4′ 54″. Quare mora infra eundem 14 hor. 55′ 6″.

## *PROBLEMA* 26.

259. *Dato loco Solis in ecliptica una cum aſcenſione recta alicujus ſtellæ, invenire momentum culminationis.*

## *RESOLUTIO.*

1. Ex loco Solis dato quæratur ejus aſcenſio recta (§. 194).

2. Ab ea ſubtrahatur aſcenſio recta ſtellæ.

3. Differentia convertatur in tempus ſolare (§.202), quod eſt tempus a meridie usque ad culminationem ſtellæ elapſum.

E. gr. Si Sol fuerit in 0 ♋

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Aſcenſio ejus recta | | 90° | | | |
| Aſc. recta Sirii A. 1714 | | 98 | 8' | 36'' | |
| Differentia | | 8 | 8 | 36 | |

Reſpondent vero

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5° | 0 h. | 19' | 56'' | 42''' | |
| 3 | | 11 | 58 | 1 | |
| 5' | | 19 | 56 | 42'''' | |
| 3 | | 11 | 58 | 1 | |
| 30'' | | 1 | 59 | 40 | 12'' |
| 5 | | | 19 | 56 | 42 |
| 1 | | | 3 | 49 | 20 |
| Ergo | 0. h. | 32 | 29 | 1 9 | 14 |

Eſt ergo tempus culminationis a meridie 0 h. 32' 29''.

*COROLLARIUM* 1.

260. Si tempus dimidiæ moræ ſtellæ ſupra horizontem (§. 258) momento culminationis addatur, prodibit momentum occaſus. E. gr. Sole in 0 ♋ exiſtente in ipſo meridie,

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sirius culminat | 0 h. | 32' | 29'' |
| Halæ 1714 mora dimidia ſupra horizontem | 4 | 32 | 27 |
| Occidit ergo tum Halæ | 5 h. pom. | 4 | 16 |

*COROLLARIUM* 2.

261. Si a momento occaſus 12 horis aucto ſubtrahatur mora ſtellæ ſupra horizontem, relinquitur momentum ortus. E. gr.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Sirius occidit | 5 h. | 4' | 56'' |
| addantur | 12 | | |
| erit ſumma | 17 h. | 4. | 56 |
| Mora ſupra horiz. | 9 h. | 4. | 54 (§. 258). |
| Oritur ergo | 8 h. mat. | 0. | 2 |

*DEFINITIO* 63.

262. *Mediatio cæli* eſt punctum eclipticæ cum ſtella culminans.

*PROBLEMA* 27.

263. *Data obliquitate eclipticæ G una cum aſcenſione recta ſtellæ D invenire mediationem cæli.*

*RESOLUTIO.*

In triangulo SDG ad D rectangulo (§.70. 180), datur latus DG ob aſcenſionem rectam ſtellæ & angulus G obliquitas eclipticæ. Invenitur ergo GS (§.128 *Sphær.*): unde punctum eclipticæ S innoteſcit profus ut ſupra (§. 193).

E. gr. Obliquitas eclipticæ G 23° 29', aſcenſio recta Sirii A. 1714 = 98° 8' 36'', adeoque DG 81° 51' 24''. Quare

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 1000000000 |
| Coſin. G | 996245 27 |
| Summa | 1996245 27 |
| Tang. DG | 1084438 21 |
| Cotang. SG | 911 80706, cui in tabulis |

ulis quam proxime reſpondent 7° 28′ 7″. Eſt ergo E S 7° 28′ 37′, conſequenter cum EG ſit quadrans & G o ♎, mediatio cœli S ♋ 7° 28′ 37″.

*COROLLARIUM.*

264. Quodſi ergo ex theoricis, conſtet, quo tempore Sol ſit in ♋ 7° 28′ 37″; dies quoque notus eſt, quo Sirius cum Sole culminat. E. gr. hoc anno Sol in 7° ♋ d. 29 Junii. Ergo Sol eo die cum Sirio culminabit.

*SCHOLION 1.*

265. *Quoniam Sol raro in ipſo meridie in 7° 28′ 37″ ♋ exiſtit, ſed aliquot minutis eius locus plerumque a mediatione cœli differt; adeo quoque Sirius vel paulo ante, vel paulo poſt Solem culminat: quæ differentia temporis innoteſcit, differentia aſcenſionum rectarum Solis & ſtellæ in tempus ſolare converſa* (§. 202).

*SCHOLION 2.*

266. *Quodſi aſcenſio recta ſtellæ e. gr. Sirii e tabulis aſcenſionum rectarum Solis quæratur, citra calculum invenitur cœli mediatio.*

*PROBLEMA 28.*

267. *Data declinatione ſtellæ, invenire utrum ſub data elevatione poli oriatur, & occidat, an vero ſemper appareat, an ſemper lateat.*

*RESOLUTIO.*

Non alia re opus eſt, quam ut declinatio ſtellæ conferatur cum altitudine æquatoris. Nam

I. Si declinatio ſtellæ borealis QM habeat complementum PM ad quadrantem elevatione poli PR majorem, ſeu ſi ejus a polo diſtantia elevatione poli minor fuerit; ſtella in minima altitudine MR ſupra horizontem HR exiſtit, adeoque ſemper apparet.

E. gr. declinatio borealis caudæ cygni hoc anno eſt 44° 18′ 5″, adeoque ejus complementum 45° 41′ 55″ minor elevatione Poli Halenſi 51° 38′. Cauda igitur cygni nunquam occidit.

II. Si declinatio auſtralis AI major fuerit elevatione æquatoris AH, ſtella ſub horizonte latet, quando altitudo maxima eſſe debebat. Nunquam adeo oritur.

III. Si declinatio auſtralis AT minor fuerit elevatione æquatoris AH vel borealis QG complementum ad quadrantem ſeu diſtantia ſtellæ a polo PG major elevatione poli PR; ſtella & oritur, & occidit.

E. gr. Declinatio auſtralis cordis ſcorpii hoc anno 25° 46′ 13″, quæ elevatione æquatoris Halenſi 38° 22′ minor. Cor itaque ſcorpii & oritur, & occidit.

*DEFINITIO 64.*

268. Stella *coſmice oritur*, ſi una cum Sole oritur: *coſmice occidit*, ſi Sole oriente occidit.

*DEFINITIO 65.*

269. Stella *acronyce oritur*, ſi

 Sole

Sole occidente oritur: *acronyce occidit*, ſi una cum Sole occidit.

### *DEFINITIO 66.*

270. Stella *heliace oritur*, ſi prope horizontem e radiis ſolaribus rurſus emergit & primum conſpici incipit: *heliace occidit*, ſi radiis Solis immergitur & conſpectui primum eripitur.

### *DEFINITIO 67.*

Tab. III. Fig. 32. 271. *Arcus viſionis* eſt profunditas Solis ſub horizonte DS, ad quam ubi Sol pervenit ſtella T conſpici incipit.

### *PROBLEMA 29.*

272. *Data obliquitate eclipticæ, elevatione æquatoris & aſcenſione obliqua ſtellæ, invenire punctum eclipticæ, cum quo ſtella oritur.*

### *RESOLUTIO.*

Tab. III. Fig. 29. I. Si in G fuerit o ♈, in triangulo GOM datur obliquitas eclipticæ G, angulus GOM, quia ejus contiguus AOH elevationi æquatoris æqualis, & latus GO, quæ eſt aſcenſio obliqua. Invenitur adeo GM, hoc eſt, diſtantia puncti eclipticæ M, cum quo ſtella oritur, a principio arietis (§. 152 *Sphæric.*).

Tab. III. Fig. 22. II. Si ſtella fuerit in ſecundo quadrante, tum erit in G o ♎ atque in triangulo GOM dantur ut ante angulus G obliquitas eclipticæ & angulus GOM elevationi æquatoris AH æqualis (§. 92 *Aſtron.* & §. 43 *Sphæric.*), atque GO complementum aſcenſionis obliquæ ad ſemicirculum. Invenitur adeo denuo arcus GM, qui eſt complementum puncti eclipticæ M, cum quo ſtella oritur, ad ſemicirculum ſeu diſtantia a principio libræ (§. *cit.*).

III. Si ſtella fuerit in tertio quadrante, tum erit in o ♎ & in triangulo GOM datur obliquitas eclipticæ G, angulus AOH, qui elevationi æquatoris æqualis & latus GO, qui eſt exceſſus aſcenſionis obliquæ ſupra ſemicirculum. Invenitur adeo arcus GM (§. *cit.*), qui eſt exceſſus puncti M, cum quo ſtella oritur, ſupra ſemicirculum, ſeu diſtantia ultra o ♎. Ta[b.] II[I.] Fi[g.] 30

IV. Denique ſi ſtella fuerit in quadrante ultimo, tum erit in G o ♈ & in triangulo GOM datur obliquitas eclipticæ G, angulus GOM, cujus contiguus AOH eſt elevationi æquatoris æqualis (§. 92) & latus GO aſcenſionis obliquæ complementum ad integrum circulum. Invenitur latus GM, quod eſt complementum puncti CM, cum quo ſtella oritur, ad circulum integrum (§. 43 *Sphær.*). Ta[b.] III [Fig.] 31

E. gr. elevatio æquatoris AH Halæ

38°

38° 22′, obliquitas eclipticæ G 23° 29′, aſcenſio obliqua Sirii hoc anno 119° 53′ 6″. Eſt ergo Sirius in quadrante ſecundo & hinc in G o ♎ atque in triangulo GOM angulus G, 23° 29′, & GOM 38° 22′, præterea GO 60° 6′ 54″. Quoniam angulus GMO obtuſus, GOM acutus; perpendiculum GI extra triangulum cadit (§. 82 *Sphæric.*). Quia in triangulo rectangulo OGI datur OG cum angulo O; erit

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Coſin. GO | 96974567 |
| Summa | 196974567 |
| Cotang. O | 101014703 |

Cotang. OGI 95959864, cui in tabulis quam proxime reſpondent 21° 31′ 30″.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Eſt ergo OGI | 68° | 28′ | 30″ |
| Sed OGM | 23 | 29 | |
| Ergo MGI | 44 | 59 | 30″. |

Unde porro

| | |
|---|---|
| Coſin. MGI | 98495481 |
| Cotang. GO | 97594239 |
| Summa | 196089720 |
| Coſin. OGI | 95645561 |

Cotang. GM 100444159, cui in tabulis quam proxime reſpondent 47° 55′ 30″.

Eſt ergo GM 42° 4′ 30″, conſequenter punctum M 17° 55′ 30″ ♌.

### COROLLARIUM 1.

273. Quodſi ex theoricis conſtet, quo die Sol hæreat in 18 ♌; erit eadem dies, quo Sol cum Sirio oritur: & hac ratione ortus coſmicus determinatur (§. 268). Hoc nempe anno Sirius coſmice oritur die 11 Auguſti.

### COROLLARIUM 2.

274. E contrario ſi ex theoricis conſtet, quo die Sol in gradum oppoſitum, nempe 18° ♒, ingreditur; erit eadem dies, quo Sirius Sole occidente oritur (§. 165). Et hac ratione ortus acronyctus determinatur (§. 269). Hoc nempe anno Sirius acronyce ortus die 28 Januarii.

### COROLLARIUM 3.

275. Quodſi eodem modo ex data ſtellæ deſcenſione obliqua inveſtigetur punctum eclipticæ, cum quo occidit & ex theoricis dies conſtet, quo Sol in illo puncto itemque in oppoſito hæret; habebitur dies, quo Sirius cum Sole occidit & Sole oriente occidit, hoc eſt, quando acronyce & coſmice occidit (§. 268. 269).

### PROBLEMA 30.

276. *Determinare arcum viſionis SD, dato Solis loco.* Tab. III. Fig. 32.

### RESOLUTIO.

1. Obſervetur poſt occaſum Solis ope horologii oſcillatorii momentum, quo ſtella datæ magni-

gnitudinis aut planeta primum conſpici incipit.

2. Tempus hoc in gradus æquatoris convertatur (§. 202) & habebitur arcus AO, conſequenter ejus complementum ad ſemicirculum OQ, conſequenter ob KQ quadrantem (§. 41) angulus OKQ.

3. Ex loco Solis dato quæratur declinatio SO (§. 188), cui ſi

4. addatur quadrans KO, prodibit latus DK, ſi Sol fuerit in ſigno boreali. Alias DK eſt declinationis complementum.

5. Quare cum porro detur KN elevationis poli PR ſive HK complementum ad quadrantem; invenietur SN (§.154 *Sphæric.*), conſequenter profunditas Solis quæſita SD.

### COROLLARIUM.

277. Patet eodem modo inveniri profunditatem Solis ſub horizonte ad quodcunque temporis momentum aliud per obſervationem datum.

### SCHOLION.

278. *Arcus viſionis variat pro diverſa ſtellarum fixarum magnitudine & diverſo planetarum lumine. Quoniam vero ob diverſum atmoſphæræ noſtræ ſtatum, in quo radii ſolares diverſo tempore diverſimode refringuntur, non conſtans eſt omnibus in locis, nec omni tempore in eodem loco; mirum ſane non eſt, quod Autores in eo determinando non prorſus conſentiant.* Keplerus (f) *eundem ita determinat*;

| Magnitudo & nomina ſtellarum | Arcus Viſionis |
|---|---|
| Fixa primæ magnitudinis | 12° |
| ſecundæ | 13 |
| tertiæ | 14 |
| quartæ | 15 |
| quintæ | 16 |
| ſextæ | 17 |
| ſtella nebuloſa | 18 |
| ♄ | 11 |
| ♃ | 10 |
| ♂ | 11 30′ |
| ♀ | 5 |
| ☿ | 10 |

*Patet adeo, arcum viſionis pro Venere eſſe omnium minimum: immo interdum eſt prorſus = 0, quoniam interdiu juxta Solem videtur, ſi nempe Telluri fuerit valde propinqua.*

### PROBLEMA 31.

279. *Data obliquitate eclipticæ G, elevatione æquatoris AH & aſcenſione obliqua ſtellæ alicujus O, determinare angulum GMO, quem punctum eclipticæ M cum ipſa oriens cum horizonte HR efficit.* Ta III Fi 22

*RE-*

(f) Epitom. Aſtron. Coperric. lib. 3 p. 370.

*RESOLUTIO.*

1. Inveſtigetur arcus GM ex his datis (§. 272).
2. Datis adeo in triangulo OGM angulo O & lateribus OG & GM, invenitur angulus M (§. 150 *Sphæric.*).

E. gr. Hic AH 38° 22′, G 23° 29′, aſcenſio obliqua Sirii hoc anno 119° 53′ 6″ & hinc GO 60° 6′ 54″, reperiturque GM 42° 4′ 30″. Unde porro

| | |
|---|---|
| Log. Sin. GM | 98261414 |
| Sin. O | 97928759 |
| Sin. GO | 99380326 |
| Summa | 197309085 |

Log. Sin. M 99047671, cui in tabulis quam proxime reſpondent 38° 46′ 4″.

Eſt ergo obtuſus OMG 141° 13′ 56″.

*SCHOLION.*

280. *Hoc angulo opus eſt, ſi ortus & occaſus heliacus ſtellæ determinandus, quemadmodum ex problemate ſequente apparet.*

*PROBLEMA 32.*

281. *Datis arcu viſionis DS, puncto eclipticæ M cum quo ſtella oritur, angulo DMS, quem efficit ecliptica EL cum horizonte HR, invenire punctum eclipticæ S, in quo Sol hæret, dum ſtella heliace oritur.*

*RESOLUTIO.*

1. Cum in triangulo DMS ad D rectangulo (§. 77) detur arcus viſionis DS, & angulus SMD; inveniatur arcus MS (§. 118 *Sphær.*).
2. Arcus MS addatur puncto eclipticæ dato M: ita innoteſcet locus Solis S.

E. gr. Sirius hoc anno Halæ oritur cum 17° ♌ 55′ 30″ (§. 272), angulus M 38° 46′ 4″ (§. 279), quia Sirius ſtellæ primæ magnitudinis, DS 12° (§. 278); erit ergo

| | |
|---|---|
| Log. Sin. DS | 93178789 |
| Sin. tot. | 100000000 |
| Summa | 193178789 |
| Sin. DMS | 99047671 |

Sin. MS 94131116, cui in tabulis quam proxime reſpondent 15° 0′ 4″.

Quodſi huic addas punctum eclipticæ oriens 17° 54′ 33″ ♌; prodibit locus Solis S ♍ 2° 54′ 37″.

*COROLLARIUM 1.*

282. Quodſi M fuerit punctum, cum quo ſtella occidit; patet, eodem modo reperiri locum Solis S ad diem, quo ſtella heliace occidit.

*COROLLARIUM 2.*

283. Quodſi adeo ex theoricis conſtet, quo die Sol in dato eclipticæ gradu hæreat; idem erit dies, quo Sol heliace oritur vel occidit.

*PROBLEMA 33.*

284. *Data aſcenſione recta Solis meri-*

*meridiani & ſtellæ cujuscunque, invenire tempus, quo ſtella culminat.*

*RESOLUTIO.*

1. Aſcenſio recta Solis ex aſcenſione recta ſtellæ (integro circulo, hoc eſt, 360° aucta, ſi minor fuerit) auferatur.
2. Reſiduum convertatur in tempus ſolare (§. 202); ita prodibit tempus a meridie præterlapſum (§. 128).

E. gr. Aſcenſio recta Sirii hoc anno 98° 8′36″. Ponamus nos obſervaſſe tranſitum ejus per meridianum, quando Sol meridie præcedente erat in 0 ♓ adeoque aſcenſio ejus recta 332° 5′ 50″. Calculus ſecundum problema præſens ita inſtituetur:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Aſcenſio recta Sirii | 98° | 5′ | 55″ | | |
| Circulus integer | 360 | | | | |
| Aggregat. | 458 | 5 | 55 | | |
| Aſcenſio recta ☉ | 332 | 5 | 50 | | |
| Arcus horarius | 126 | 0 | 5 | | |
| 90° | 5h. | 59′ | 0″ | 36‴ | |
| 30 | 1 | 59 | 40 | 12 | |
| 5 | | 19 | 56 | 42 | |
| 1 | | 3 | 49 | 20 | |
| 5″ | | | 19 | 56ⁱᵛ | 42ᵛ |
| Temp. quæſ. gh. 22 | 27 | 9 | 56 | 42 | |

*COROLLARIUM* 1.

285. Ex culminatione adeo ſtellæ obſervata inveniri poteſt tempus nocturnum.

*COROLLARIUM* 2.

286. Quodſi obſervetur tempus, quod inter datum aliquod momentum & culminationem alicujus ſtellæ intercedit, ope horologii oſcillatorii; eodem modo cognoſcetur ipſum illud momentum a meridie præcedente numeratum.

*SCHOLION.*

287. *Hoc adeo problema utile eſt ad momentum quodcunque nocturnum per obſervationem determinandum, ſi horologii motum rectificare vel etiam probare volueris.*

*PROBLEMA* 34.

288. *Data elevatione poli PR, una cum altitudine alicujus ſtellæ SE, ejus declinatione DS & aſcenſione recta D, invenire punctum æquatoris A, quod tempore obſervatæ altitudinis per meridianum tranſit.*

*RESOLUTIO.*

1. Quoniam in triangulo ZPS dantur ſingula latera, nempe ZS complementum altitudinis ZE (§. 54), PS complementum declinationis (§. 71) & ZP complementum altitudinis poli PR (§. 54); reperiatur angulus ZPS (§. 159 *Sphæric.*), cujus menſura arcus AD (§. 31 *Sphær.*).
2. Subtrahatur AD ex aſcenſione recta ſtellæ; reſiduum erit punctum æquatoris culminans A.

E. gr. Noctu inſequente, quando Sol meridianus fuit in 9° ♒, ponamus Halæ, ubi altitudo poli 51° 38′, obſervatam fuiſ-

uiſſe altitudinem lucidæ arietis in parte
œli orientali 30° : erit DS 22° 6′ 1″ &
ſcenſio recta D 27° 47′ 42″, conſe-
uenter PZ 38° 22′, PS 67° 53′ 59″ ZS
0°. Quoniam anguli P & S acuti,
erpendiculum ZK ex Z in PS demiſ-
um intra triangulum cadit, & quia ZS
> PZ etiam SK > KP (§. 138 *Sphær.*
& §. 269 *Arithm.*). Quare

| | | |
|---|---|---|
| PZ | 38° | 22′ |
| PS | 60 | |
| PS + ZS | 98 | 22 |
| ½ PZ + ½ ZS | 49 | 11 |
| ZS | 60 | |
| PZ | 38 | 22 |
| ZS - PZ | 21 | 38 |
| ½ ZS - ½ PZ | 15 | 49 |

| | |
|---|---|
| Log. Tang. ½ PS : | 98281696 |
| Tang. ½ PZ + ½ ZS | 100636448 |
| Tang. ½ ZS - ½ PZ | 94522246 |
| Summa | 195158694 |
| Tang. ½ SK - ½ PK | 96876998, cui in |

abulis reſpondent 25° 28′ 30″
Sed ½ PS 33 56 59½
Ergo PK 8 28 29½
Inde porro

| | |
|---|---|
| Cotang. ZP | 10101 4704 |
| Tang. KP | 91732007 |
| Coſin. P | 92746711, cui in |

(II.)

tabulis quam proxime reſpondent 10° 50′ 56″.

Eſt ergo angulus P ſeu arcus AD 79° 9′ 4″, qui ex aſcenſione recta ſtellæ 27° 47′ 42″ ſubductus relinquit punctum culminans A 308° 38′ 38″.

*COROLLARIUM.*

289. Cum per problema præcedens inveſtigari poſſit tempus, quo punctum æquatoris A culminat; ex data altitudine ſtellæ inveniri poteſt tempus nocturnum. E. gr. ſi in meridie, quæ obſervationem præcedit, Sol fuerit in 9° ♍ adeoque ejus aſcenſio recta 207° 54′ 10″, erit arcus horarius 100° 44′ 28″, adeoque tempus, quo altitudo obſervata 6 h. 41′ 51″.

*PROBLEMA* 35.

290. *Datis aſcenſione recta D ſtellæ cujuscunque, una cum declinatione ejus DS & elevatione poli PR, invenire altitudinem SE ad tempus datum.* Tab. III. Fig. 20.

*RESOLUTIO.*

1. Tempus datum convertatur in gradus æquatoris (§. 202), ita prodibit arcus æquatoris, qui a meridie usque ad tempus datum per meridianum tranſiit.
2. Subtrahatur is a ſtellæ aſcenſione recta D, reſiduus fiet arcus AD, cujus menſura eſt angulus P (§. 21 *Aſtron.* & §. 31 *Sphær.*).
3. Cum in triangulo ZPS præter

hunc angulum P dentur latera PZ & PS, elevationis poli PR & declinationis DS complementa (§. 71. 54); reperietur ZS complementum altitudinis SE (§. 154 *Sphæric.*).

Exemplum præcedens facile huc applicatur, calculo prorſus ut in problemate 10 §. 194 inſtituto.

### SCHOLION.

291. *Hoc problemate & ejus corollario opus eſt, ſi ſtellas interdiu per teleſcopia obſervare volueris.*

### COROLLARIUM.

292. Cum ex iisdem datis reperiri quoque poſſit angulus HZE (§. 156 *Sphæric.*), cujus menſura ob quadrantem ZE (§. 54) eſt arcus HE (§. 31 *Sphæric.*), ſeu Azimuthum ſtellæ (§. 184); evidens eſt, quomodo Azimuthum ad datum quodcunque tempus, conſequenter planum verticalis, in quo ſtella hæret, determinetur.

# CAPUT VI.
## De
# GLOBO CŒLESTI ARTIFICIALI.

### DEFINITIO 68.

293. *Globus cæleſtis* eſt ſphæra ex cupro, orichalco, charta aut materia alia confecta, in cujus ſuperficie ſtellæ ſingulæ intervallis earundem diſtantiis proportionatis depictæ una cum circulis ſphæræ mundanæ præcipuis.

### SCHOLION.

294. *Globi cæleſtes eum in finem conſtruuntur, ut phænomena motus primi Solis atque ſtellarum, quæ hactenus per obſervationes & calculum trigonometricum accurate determinare docuimus, rudiori Minerva, quantum ad uſus vitæ ſufficit, determinentur. Eorum adeo conſtructionem & uſum hic edoceri fas eſt.*

### PROBLEMA 36.

295. *In ſuperficie ſphæræ ex lamina cuprea vel orichalcea paratæ circulos cæleſtes & ſtellas fixas decenter deſignare & ſphæram ad uſum aſtronomicum aptare.*

### RESOLUTIO.

1. Libere aſſumantur duo puncta P & Q ſibi mutuo diametraliter oppoſita & in iis defigantur axiculi PA & QC, circa quos globus tanquam circa axem ſuum volvi poſſit, ita ut puncta P & Q vel A & C deſignent polos mundi (§. 39). Ta[b.] IV. Fig. 34.

2. Cir-

2. Circulus æneus ABCD dividatur in quatuor quadrantes AE, EC, CF & FD & quilibet quadrans in ſuos 90 gradus ſubdividatur, a punctis E & F verſus polos A & C numerandos.
3. Intra hunc circulum in A & C firmetur globus tanquam in meridiano, ita ut libere intra illum rotari poſſit (§. 64).
4. Stylo ad primum diviſionis punctum E firmiter applicato globus circumrotetur; erit circulus in ſuperficie ejus delineatus æquator (§.41). Conſultum vero eſt, ut æquator deſignetur per duos circulos parallelos aliquali cum latitudine, quo commode in ſuos 360 gradus dividi poſſit.
5. A polo mundi P verſus M & ab altero C verſus N numerentur gradus $23\frac{1}{2}$: erunt puncta M & N poli eclipticæ (§. 169).
6. Applicato ad meridianum ſtylo, qui apice ſuo punctum M attingat, globus circumvolvatur; ita deſignabitur circulus polaris arcticus (§. 174). Eodem modo circa polum O deſignabitur polaris antarcticus (§. *cit.*).
7. Quodſi ſimiliter ab æquatore verſus polos P & Q numerentur gradus $23\frac{1}{2}$ notenturque puncta H & I, atque denuo ad meridianum applicato ſtylo per ea deſcribantur circuli cum æquatore paralleli; erit eorum alter per H ductus tropicus cancri, alter vero per I tranſiens tropicus Capricorni (§. 171).
8. Globus in polis eclipticæ intra meridianum ut ante ſuſpendatur & ad E applicato ſtylo circumvolvatur; ita nimirum ecliptica in eodem deſignabitur in 12 ſigna dividenda, quorum unumquodque rurſus in ſuos 30 gradus ſubdividendum. Conſultum denuo eſt, ut ecliptica aliquali cum latitudine per duos circulos parallelos deſignetur.
9. Globo adhuc ita ſuſpenſo, gradus longitudinis ſtellæ ducatur ſub meridianum & in eo verſus polum latitudini cognominem numerentur tot gradus, quot latitudini conveniunt: erit punctum in ſuperficie globi extremo illius arcus meridiani reſpondens ſtellæ centrum. Eodem modo ex aſcenſione recta & declinatione locus ſtellæ determinatur, ſi globus ex polis mundi ſeu æquatoris fuerit ſuſpenſus.
10. Stellis ad unum aſteriſmum pertinentibus ita deſignatis, vel coloribus oleo dilutis aſteriſmi imago juxta *Bayerum* in Uranometria in globi ſuperficie pingatur, vel eidem a chalcographo incidatur.
11. Intra horizontem ligneum DBL fulcris quatuor incumbentem ita conſtituatur globus cum meridia-

 ridia-

ridiano æneo, ut in duo hemiſphæria ab eodem dividatur (§. 55) & polus A ad arbitrium attolli ac deprimi poſſit.

12. In limbo horizontis deſignetur circulus in 360 gradus diviſus cum calendario & plagis mundi, de quibus in Geographia.

13. Denique ad polum A aptetur circulus æneus in bis 12 partes æquales, hoc eſt, intervalla horaria diviſus, ita ut linea horæ duodecimæ ſit in plano meridiani & index horarius circa axem mobilis cum globo ſimul circa polos rotetur.

Hac ratione globus cœleſtis erit conſtructus.

## SCHOLION 1.

296. *Equidem circuli polares & tropici immobiles ſunt adeoque in ſuperficie ſphæræ mobili perperam deſignari videntur; ſed nulla ratio ſuadet, ut credamus, primum globorum inventorem per errorem circulos illos in ſuperficiem eorum tranſtuliſſe. Neque ignorant, cur in ſuperficie globi cœleſtis mobili compareant tropici & polares, qui ejus uſum ſufficienter cognitum atque perſpectum habent. In Geographia nimirum per tropicos & polares diſtinguuntur Zonæ: ut adeo appareat, ſub quibus cœli partibus ſita ſit Zona qualibet, tropici & polares non modo globo terreſtri, verum etiam cœleſti inſcribuntur. Neque opus eſt, ut eum in finem extra globi ſuperficiem ad meridianum applicentur, quemadmodum in ſphæris armillaribus fieri aſſolet: quia enim in uſu globi cœleſtis ſolitario non attenduntur, perinde tum eſt ac ſi prorſus abeſſent, neque in errorem inducere poſſunt niſi circulorum definitiones ignorantem.*

## SCHOLION 2.

297. *Quia ſtellarum longitudo perpetuo mutatur, globorum uſus perpetuus non eſt. Sed quia incrementum 72 annorum decimum gradum unum adæquat (§.248); in uſu globorum intra ſeculum pro nullo habendum, cujus nimirum ope phænomena non ad ſcrupula ſingula, ſed rudi ſaltem Minerva determinantur. E.gr. Si cœli ſtellati faciem contemplaturus globum ad mundi plagas & cardines componas; parum refert, an gradus unus eclipticæ infra horizontem exiſtat, qui ſupra eum eſſe debebat & contra. Eundem ſane in aſtrognoſia uſum præſtabit globus, ſive longitudo ſtellarum fuerit exacta, ſive gradu uno aberret a vera. Sane longitudinum gradu uno differentium aſcenſiones rectæ nunquam magis differre poſſunt, quam* 1° 5′ 25″ *juxta tabulas* Cl. de la Hire: *quæ differentia etiamſi in omnibus ſtellis obtineret (obtinet tamen in pauciſſimis), cœli facies ea prodiret, quæ elapſis demum* 4′ 11″ *futura erat. Quare cum in circulo horario tantillum temporis diſcerni nequeat, patet intra ſeculum & ultra globos eſſe ab errore immunes cenſendos, in facie cœli ad datum tempus determinanda, quorum conſtructio longitudinis ſtellarum immutabilitatem ſupponit. Neque difficulter inde perſpiciunt intelligentes, in aliis quoque caſibus ſimiliter demonſtrari poſſe, intra ſeculum & ultra citra errorem notabilem adhiberi poſſe globos, quorum ſuperficiei adſcripti ſunt æquator atque ecliptica. Atque hæc eſt ratio, cur hæc globorum vitia ab intelligentibus pro nullis reputentur, atque adeo ſciens & volens eadem admittere debuerit primus globorum inventor.*

## SCHOLION 3.

298. *Vulgo globos conſtruunt ex charta eum quidem in modum, quem problemate ſequente exponimus: ſed placuit talem præmittere, quam tyrones facilius intelligere poſſint.*

*PROBLEMA 37.*

299. *Ex charta globum cœleſtem componere.*

*RESOLUTIO.*

1. Ex data diametro globi inveſtigetur recta A B peripheriæ circuli maximi æqualis (§. 406 *Geom.*) & in 12 partes æquales dividatur (§. 259 *Geom.*).
2. Per ſingula diviſionis puncta 1, 2, 3, 4 &c. intervallo 10 partium deſcribantur arcus ſe mutuo in D & E interſecantes: ex iis enim decenter connexis globi ſuperficies integra componitur.
3. Pars quælibet rectæ AB dividatur in 30 partes æquales, ut adeo tota recta AB, quæ peripheriam æquatoris repræſentat, in 360 gradus ſit diviſa.
4. Ex polis D & E intervallo $23\frac{1}{2}$ deſcribantur arcus *ab*, qui erunt partes circulorum polarium duodecimæ (§. 174).
5. Eodem modo ex iisdem polis D & E, ſed intervallo $66\frac{1}{2}$ graduum ex æquatore ſumto deſcribantur arcus *cd*, qui erunt partes duodecimæ tropicorum (§. 171).
6. Per gradum æquatoris *e*, qui aſcenſioni rectæ ſtellæ alicujus datæ reſpondet & polos D atque E ceruſſa delineetur arcus circuli (§. 279 *Geom.*) & complemento declinationis ex polo cognomine D interſecetur in *i*, erit punctum *i* locus ſtellæ
7. Omnibus ſtellarum ad eundem aſteriſmum pertinentium locis ita determinatis, figura aſteriſmi juxta *Bayerum* vel *Hevelium* in Firmamento Sobieſciano decenter delineetur.
8. Tandem eodem modo per declinationes & aſcenſiones rectas ſinguli gradus eclipticæ *f g* determinentur.
9. Globi ſuperficies in planum ita projecta æri incidatur, ne labor adeo moleſtus pro ſingulis globis denuo ſit repetendus.
10. Ex ligno tornetur globus paulo minoris diametri & charta conglutinata ſuperinducatur, mox bifariam diſſecanda, ut globus ligneus eximi poſſit, atque denuo conglutinanda, ut globus chartaceus cavus habeatur.
11. Superficies globi chartacei veſtiatur gypſo, donec ſuperficies fuerit perfecte rotunda & globus prodeat diametri requiſitæ: id quod explorare licet, circulo maximo data diametro in tabula lignea deſcripto & exciſo.
12. Ejusdem circuli ope determinentur duo puncta diametraliter oppoſita in ſuperficie globi gypſo veſtiti, quæ ſint poli mundi, itemque æquator & meridiani

ni per trigeſimum quemque æquatoris gradum ducti.

13. Globo in duodecim partes æquales ſic diviſo agglutinentur partes ſimiles ex mappa impreſſa exciſæ.

14. Globus ut ante (§. 295) intra meridianum æneum & horizontem ligneum decenter ſuſpendatur.

Tab. IV. Fig. 37. 15. Denique conſtruatur ex lamina orichalcea quadrans HI circa axiculum H mobilis & in æquales gradus cum ecliptica & æquatore diviſus, quem *Quadrantem altitudinis* ac *latitudinis* poſthac vocabimus.

*SCHOLION.*

Tab. IV. Fig. 36. 300. *Quodſi non declinationes & aſcenſiones rectæ ſtellarum dentur, ſed earum potius latitudines & longitudines: ſuperficies globi in planum projicietur eodem prorſus, quo ante modo, niſi quod tum D & E ſint poli eclipticæ,* f h *vero ecliptica, circuli vero polares & tropici cum æquatore* f g *paralleli ex declinationibus ſuis determinentur. Recentiſſimus, qui in publicum proſtat, Catalogus eſt* Hevelianus, *in quo aſcenſiones rectæ & declinationes fixarum extant: unde conſultum duximus docere, quomodo ſuperficies globi ex aſcenſionibus rectis & declinationibus in planum projiciatur.*

*PROBLEMA* 38.

301. *Stellæ in globo depictæ declinationem & aſcenſionem rectam reperire.*

*RESOLUTIO.*

1. Ducatur ſtella ſub meridianum æneum, qui cum per polos æquatoris tranſeat (§. 40. 64), circulum declinationis repræſentat (§. 70).

2. Numerentur gradus a puncto meridiani, ubi ab æquatore ſecatur, usque ad ſtellæ datæ centrum: numerus enim graduum declinationem quæſitam exprimit (§. 68).

3. Notetur gradus æquatoris, qui una cum ſtella ſub meridiano æneo comparet; is enim eſt ejus aſcenſio recta (§. 180).

*PROBLEMA* 39.

302. *Stellæ in globi ſuperficie depictæ longitudinem & latitudinem reperire.*

*RESOLUTIO.*

1. Centrum quadrantis latitudinis applicetur ad polum eclipticæ in eodem cum ſtella hemiſphærio conſtitutum & circa axiculum ſuum vertatur, donec centrum ſtellæ attingat.

2. Notetur gradus eclipticæ, cui quadrans inſiſtit: is enim eſt ſtellæ longitudo (§. 231).

3. Numerentur gradus in quadrante latitudinis ab ecliptica usque ad centrum ſtellæ, numerus eorum latitudinem indicabit (§. 227).

*PROBLEMA* 40.

303. *Dato loco Solis in ecliptica, inve-*

*invenire ejus declinationem & aſcenſionem rectam.*

RESOLUTIO.

1. Gradus eclipticæ datus ducatur ſub meridianum.
2. Reliqua fiant ut in probl. 38 (§. 301).

PROBLEMA 41.

304. *Data longitudine & latitudine planetæ ad datum quodcunque tempus, locum ejus in globi ſuperficie exhibere & ejus declinationem atque aſcenſionem rectam exhibere.*

RESOLUTIO.

1. Centrum Quadrantis latitudinis applicetur ad polum eclipticæ latitudini cognominem & circa axiculum ſuum vertatur, donec datum longitudinis punctum in ecliptica deſignet.
2. Ad gradum latitudinis datum paucula cera affigatur ſignum planetæ (§. 32): ita nimirum planeta, perinde ac fixæ, in globo depictus.
3. Tandem planeta ſub meridianum ducatur & aſcenſio recta atque declinatio patebit ut in probl. 38 (§. 301).

PROBLEMA 42.

305. *Invenire mediationem cæli ſeu gradum eclipticæ, cum quo ſtellæ aut planeta per meridianum tranſit.*

RESOLUTIO.

Ducatur ſtella aut planeta in globi ſuperficiem translatus (§ 304) ſub meridianum; ita nimirum innoteſcet gradus cum ea ſub meridiano conſtitutus.

PROBLEMA 43.

306. *Globum dato tempore & loco ad cœli ſitum componere, data elevatione poli & loco Solis.*

RESOLUTIO.

1. Polus globi ſupra horizontem ligneum elevetur, donec arcus inter ipſum & hunc interceptus ſit elevationi poli datæ æqualis.
2. Ope acus magneticæ vel lineæ meridianæ globus ita conſtituatur, ut meridianus æneus ſit quam proxime in plano meridiani.
3. Gradus eclipticæ, in quo Sol hæret, ducatur ſub meridianum & index horarius ad horam duodecimam, ad quam computatus ſupponitur locus Solis: ita nimirum habetur cœli facies ad momentum meridiei.
4. Vertatur globus, donec index horarius datam quamcunque horam aliam attingat: ita nimirum innoteſcet cœli facies ad illud quoque momentum.

### PROBLEMA 44.

307. *Beneficio globi ſtellas cognoſcere, ſi vel una tantum nobis fuerit nota.*

### RESOLUTIO.

1. Componatur globus eo tempore, quo ſtellas contemplari decreveris, ad cœli ſitum (§. 306).
2. Quæratur in ejus ſuperficie ſtella, quæ tibi jam nota ſupponitur, e. gr. media in cauda urſæ majoris, cui inſidet Alcor.
3. Notentur in globo ſtellæ reliquis lucidiores ad eundem aſteriſmum pertinentes, nec difficulter eædem deprehendentur in cœlo.
4. Eodem modo innoteſcent ſtellæ minores ejusdem aſteriſmi & aſteriſmo uno cognito vicinos quoque eodem ſtudio cognoſcere licebit.
5. Quodſi planetarum loca in ſuperficie globi deſignes (§. 304), adſpectus nudus docebit, inter quas fixas compareat: his ergo cognitis, planetæ quoque agnoſcuntur.

### PROBLEMA 45.

308. *Data elevatione poli una cum loco Solis ad diem anni datum reperire aſcenſionem Solis obliquam, amplitudinem ejus ortivam & azimuthum, atque tempus ortus.*

### RESOLUTIO.

1. Globus ad cœli ſitum, quem hora duodecima ſeu in ipſo meridie habet, componatur (§. 306).
2. Locus Solis ducatur ad horizontem ortivum; ita ſtatim innoteſcet aſcenſio Solis obliqua (§. 181), amplitudo ortiva (§. 185) & azimuthum (§. 184) in horizonte ligneo: index vero horarius in circulo horario momentum ortus Solis oſtendet.

### COROLLARIUM.

309. Sole in horizonte conſtituto, una innoteſcit, quænam ſtellæ eo die coſmice oriantur & occidant (§. 268).

### PROBLEMA 46.

310. *Data elevatione poli una cum loco Solis invenire deſcenſionem obliquam, amplitudinem occiduam & Azimuthum, atque tempus, quo Sol occidit.*

### RESOLUTIO.

Non differt a reſolutione problematis præcedentis, niſi quod locus Solis ducendus ſit ad horizontem occiduum.

### PROBLEMA 47.

311. *Data elevatione poli & loco Solis invenire longitudinem diei atque noctis.*

RE-

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur tempus, quo Sol oritur (§.308): quod cum a media nocte numeretur, ejus duplum eſt longitudo noctis.
2. Longitudo noctis ſubtrahatur ex 24 horis; reſiduum eſt longitudo diei.

*PROBLEMA* 48.

312. *Invenire tempus, quo ſtella quælibet data die dato ſub data elevatione poli oritur & occidit, una cum mora ejus ſuper & ſub horizonte, aſcenſione & deſcenſione ejus obliqua, amplitudine ortiva atque occidua & Azimutho.*

*RESOLUTIO.*

1. Globus ad horam duodecimam diei datæ ad cœli faciem componatur (§.306).
2. Stella ad horizontem ortivum ducatur, ita in eodem apparebit aſcenſio ejus obliqua, amplitudo ortiva & azimuthum: index vero horarius monſtrabit momentum, quo oritur.
3. Ducatur eadem ſtella ad horizontem occiduum, in quo apparebit deſcenſio ejus obliqua, amplitudo occidua] & azimuthum: index vero horarius oſtendet momentum, quo occidit.
4. Momentum ortus a momento occaſus ſubtrahatur: reſiduum erit mora ſtellæ ſuper horizonte.
5. Mora ſuper horizonte ex 24 horis ſubducatur; reſiduum erit mora ſtellæ ſub horizonte. Cum enim differentia inter diem primi mobilis & diem ſolarem in ſcrupulis paucis conſiſtat (§.201); ea hic attendi non meretur.

*PROBLEMA* 49.

313. *Invenire punctum eclipticæ, cum quo ſtella oritur, culminat & occidit, atque tempus culminationis.*

*RESOLUTIO.*

1. Globus ad cœli ſitum rite componatur (§.306).
2. Stella data ducatur ad horizontem ortivum, ita patebit, cum quo puncto eclipticæ oriatur.
3. Eadem ſiſtatur ſub meridiano, ubi punctum eclipticæ cognoſcetur, quod cum ea culminat & index horarius tempus culminationis oſtendet.
4. Aptetur denique horizonti occiduo, ubi innoteſcit punctum eclipticæ, cum quo occidit.

*COROLLARIUM.*

314. Quodſi ergo in ephemeridibus quæratur, vel per calculum in theoricis tradendum inveſtigetur dies, quo Sol in dato gradu eclipticæ hæret, cum quo ſtella oritur, vel culminat, vel occidit; erit eadem dies, quo coſmice oritur, vel cum

cum Sole culminat, vel acronyce occidit.

*PROBLEMA 50.*

315. *Invenire altitudinem Solis atque ſtellæ ad datam quamcunque diei vel noctis horam.*

*RESOLUTIO.*

1. Globus rite componatur ad ſitum cœli (§ 306) & vertatur, donec index horarius horam datam indicet.
2. In gradu nonageſimo ab horizonte numerato ad meridianum aptetur quadrans altitudinis & circa axiculum ſuum vertatur, donec gradum eclipticæ, in quo Sol hæret, aut ſtellam datam attingat. Arcus enim inter ipſam & horizontem interceptus eſt altitudo quæſita (§. 65).

*PROBLEMA 51.*

316. *Data Solis altitudine diurna vel ſtellæ nocturna invenire temporis momentum.*

*RESOLUTIO.*

1. Globus ad ſitum cœli rite componatur, & quadrans altitudinis ut in problemate præcedente ad meridianum aptetur.
2. Globus circa axem ſuum & quadrans altitudinis circa axiculum vertatur, donec ſtella vel gradus eclipticæ, in quo Sol hæret, quadrantem in dato gradu attingat.

Index horarius tum temporis momentum quæſitum monſtrabit.

*PROBLEMA 52.*

317. *Dato azimutho Solis vel ſtellæ, invenire temporis momentum.*

*RESOLUTIO.*

1. Globus ad ſitum cœli rite componatur & quadrans altitudinis ut in probl. 50 ad meridianum aptetur.
2. Quadrans altitudinis vertatur circa axiculum ſuum, donec in horizonte azimuthum quæſitum definiat.
3. Vertatur globus, donec ſtella eundem attingat.

Index horarius temporis momentum indicabit.

*PROBLEMA 53.*

318. *Data elevatione poli, oſtendere quænam ſtellæ nunquam occidant, & quænam nunquam oriantur.*

*RESOLUTIO.*

1. Globi polus elevetur ſupra horizontem ligneum tot gradibus, quot elevatio poli data exiſtit.
2. Globus circumvolvatur & notentur ſtellæ, quæ in meridiano ſuperiore bis conſpiciuntur, & quæ in eo non comparent.

Illæ nimirum nunquam occidunt, hæ nunquam oriuntur.

### PROBLEMA 54.

319. *Invenire intervallum temporis inter ortus duarum ſtellarum vel earum culminationes interceptum.*

### RESOLUTIO.

1. Elevetur globi polus ut in problemate præcedente (§. 318).
2. Ducatur ſtella prima ad horizontem noteturque temporis momentum, quod monſtrat index horarius.
3. Ducatur ſtella altera ſimiliter ad horizontem & notetur denuo temporis momentum, quod index horarius oſtendit.
4. Tempus prius ſubducatur e poſteriori, quod relinquitur, eſt intervallum inter ortus duarum ſtellarum interceptum.
5. Non abſimili modo reperitur tempus inter duas culminationes interjectum, ſi ſtella utraque ſub meridiano ſiſtatur.

### THEOREMA 16.

320. *Profunditas* GO *puncti eclipticæ* G *eſt æqualis altitudini* go *puncti oppoſiti* g.

### DEMONSTRATIO.

Quia horizon HR verticalem ZN bifariam ſecat (§. 77); erit OZo ſemicirculus. Similiter quia tam ecliptica EL (§. 162), quam circulus verticalis ZN circulus maximus (§. 62); erit etiam GZg ſemicirculus (§. 20 *Sphæric.*). Eſt itaque OZ + Zg + go = GO + OZ + Zg (§. 78 *Arithm.*), conſequenter go = GO (§. 84 *Arithm.*), hoc eſt profunditas puncti eclipticæ G æqualis eſt altitudini oppoſiti g (§. 86). *Q. e. d.*

### PROBLEMA 55.

321. *Dato arcu viſionis, invenire ortum & occaſum heliacum ſtellæ in globo depictæ.*

### RESOLUTIO.

1. Ducatur ſtella in horizontem ortivum.
2. Ope circuli verticalis ad meridianum in Zenith applicati exploretur gradus eclipticæ, cujus in parte cœli occidentali altitudo arcui viſionis æqualis: erit punctum oppoſitum illud, in quo Sol hærere debet, ut ſtella heliace oriatur (§. 320. 271).
3. Quodſi ergo in ephemeridibus evolvatur, aut per calculum theoricis innixum inveſtigetur dies, quo Sol gradum eclipticæ inventum occupat; erit eadem dies, quo ſtella heliace oritur.
4. Si ſtella ad horizontem occiduum ducatur, ſimili modo dies invenietur, quo heliace occidit.

# CAPUT VII.
## De REFRACTIONE ET PARALLAXI FIXARUM.

### *OBSERVATIO* 14.

322. *Diſtantia caudæ Leonis a ſpica Virginis* 35° 2′ *conſtanter deprehenditur* (§. 215), *quando meridiano vel etiam occaſui proximæ: cum vero in parte cœli orientali cauda Leonis ad altitudinem* 34° 30′ *aſcendit, ſpica virginis in eodem fere circulo verticali jam oritur* (g).

### *SCHOLION* 1.

323. *Huc etiam pertinet obſervatio Batavorum in Nova Zembla* A. 1597 *hibernantium, quibus Sol d.* 4 *Novembris penitus diſparuit, die vero* 24 *Januarii redordiri cœpit, reditum ſuum conſueto tunc calculo aſtronomico expectatum ſex circiter diebus antevertens, ut habent Acta Eruditorum* A. 1697 (h). Carolus XI Rex Sueciæ, *A.* 1694 Tornoviæ *ſub elevatione poli* 65° 33′ *media nocte inter* 14 & 15 *Junii ſtyli veteris Solem inocciduum obſervavit, ipſius juſſu anno ſequente* Bilembergio *atque* Spolio *Mathematicis obſervationem accuratius repetentibus & media nocte inter* 10 & 11 *Junii Solem* Tornoviæ $\frac{3}{4}$ *diametri, die* 14 *Junii ſub latitudine* 66° 15′ *ad ferri cuprique officinas* Kangis *duabus diametris & amplius ſupra horizontem elevatum deprehendentibus* (i).

### *COROLLARIUM* 1.

324. Quoniam radii Solis atque ſtellarum ſecundum lineas rectas propagantur (§. 46 *Optic.*), a ſidere ſub horizonte latente emiſſi in oculum ſpectatoris illabi nequeunt, niſi in ingreſſu in atmoſphæram a via priſtina detorqueantur. Patet adeo eos in tranſitu per atmoſphæram refringi (§. 39 *Optic.*).

### *COROLLARIUM* 2.

325. Cum adeo ſtellæ propter refractionem altiori loco appareant; altitudines obſervatæ veris per calculum productis ſunt juſto majores.

### *COROLLARIUM* 3.

326. Uterque altitudines obſervatæ magis exactæ prodeant, refractionis quantitas inde auferenda.

### *SCHOLION* 2.

327. *Quoniam veteres refractionem ignorarunt; ex altitudinibus juſto majoribus ſua deduxerunt: unde non mirum, quod errores non levis momenti interdum commiſerint.*

*SCHO-*

(g) Keplerus Epit. Aſtron. Copernic. lib. 1. part. 3. p. 61.
(h) Menſ. Febr. p. 92.
(i) Vid. Opuſculum, quod ſub titulo: Refractio Solis inocciduí in ſeptentionalibus oris aliquot obſervationibus Aſtronomicis detecta, Holmiæ 1696 in 4. prodiit.

## *SCHOLION 3.*

328. *Cæterum ex hac ipſa refractionum doctrina conſequitur, nos nunquam videre Solem orientem & occidentem, ſed Solis ſub horizonte latentis phantaſma quodpiam.*

## *SCHOLION 4.*

329. *Ipſæ vero obſervationes modo recenſitæ loquuntur, refractiones verſus polum eſſe majores, quam ſub minore ejus elevatione, ob diverſam dubio procul atmoſphæræ denſitatem & incidentiæ obliquitatem* (*§.* 26 Dioptr.).

## *OBSERVATIO 15.*

330. *Cel.* de la Hire *ab anno 1681 ſumma ſedulitate ac diligentia ad meridianam ſtellarum fixarum altitudinem obſervandam ſe incubuiſſe profitetur, nullamque differentiam altitudinis animadvertiſſe præter eam, quæ ex proprio fixarum motu oritur; non tamen negat, refractiones circa horizontem eſſe quibusdam inconſtantiis obnoxias pro varia aëris conſtitutione & natura ſoli circumpoſiti.*

## *COROLLARIUM.*

331. In eodem adeo loco refractiones ſiderum ad ſenſum ſunt conſtantes, horizontalibus exceptis.

## *THEOREMA 17.*

332. *Radii ex ſtella altiore S in atmoſphæram incidentis inclinatio SMN minor eſt inclinatione IHT radii ex ſtella humiliore T in eandem illapſi.*

## *DEMONSTRATIO.*

Sint radii incidentes OS & OT. Ducantur per puncta atmoſphæræ M & H ex centro telluris C radii OM & CH, qui erunt ad arcum MH perpendiculares (§. 37 *Analyſ. infin.*). Sunt adeo NMS & IHT anguli inclinationum (§ 12 *Dioptr.*). Producatur SO in R & ex centro C demittatur perpendicularis CR. Supponatur etiam HO perpendicularis ad CO (*§.* 293 *Geom.*). Erit adeo ut ſinus totus ad CH ita ſinus OHC ad OC & ut ſinus totus ad CM ſive CH (§. 18 *Geom.*) ita ſinus RMC ad RC (§. 33 *Trigon.*), conſequenter Sinus OHC ad OC ut ſinus RMC ad RC (§. 156 *Arithm.*), hoc eſt, ſinus OHC ad ſinum RMC ut OC ad RC (§. 164 *Arithm.*). Quare cum ſit OC > RC (§. 209 *Geom.*), erit etiam OHC > OMC, conſequenter ob OHC = IHT & OMC = NMS (§. 150 *Geom.*) IHT > NMS (§. 81 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## *COROLLARIUM.*

333. Cum linea OH ſupponatur in plano horizontis ſenſibilis, patet inclinationem radii horizontalis eſſe omnium maximam.

## *THEOREMA 18.*

334. *Stellæ in Zenith refractio nullæ*



(k) in Tab. Aſtronom. p. 4.

*nulla eſt, in horizonte maxima, ab horizonte usque ad Zenith continuo decreſcit.*

*DEMONSTRATIO.*

Si ſtella in Zenith conſtituta, radius, qui ex eo in atmoſphæram incidit, continuatus per centrum Telluris tranſit (§. 50). Eſt ergo ad atmoſphæræ ſuperficiem ſeu planum refringens perpendicularis (§. 37 *Analyſ. infinit.*), conſequenter irrefractus tranſit (§. 25 *Dioptr.*). *Quod erat primum.*

Tab. IV. Fig. 39. Porro ut ſinus anguli inclinationis THI ad ſinum refracti ipſi reſpondentis, ita ſinus anguli inclinationis NMS ad ſinum refracti eidem convenientis (§. 26 *Dioptr.*), adeoque ſinus angulorum refractorum ſunt inter ſe ut ſinus angulorum inclinationis (§. 164 *Arithm.*). Sed ſinus anguli inclinationis in horizonte maximus (§. 333): ergo ſinus anguli refracti ibidem quoque maximus, hoc eſt, refractio in horizonte maxima. *Quod erat alterum.*

Denique ſideris altioris angulus inclinationis minor quam humilioris (§. 332): ergo etiam angulus refractus ſideris altioris minor eſt, quam humilioris *per demonſtrata.* Patet adeo ab horizonte usque ad Zenith continuo decreſcere refractionem. *Quod erat tertium.*

*THEOREMA 19.*

335. *In eadem altitudine Sol & ſtellæ omnes eandem patiuntur refractionem.*

*DEMONSTRATIO.*

Si ſidera eandem altitudinem habent, idem erit radius incidens, adeoque & idem angulus inclinationis (§. 12 *Dioptr.*). Sunt vero ſinus angulorum refractorum ut ſinus angulorum inclinationis (§. 26 *Dioptr.* & §. 164 *Arithm.*), adeoque ob angulum inclinationis eundem idem quoque refractus: Ergo in eadem altitudine Sol & ſtellæ per eundem radium refractum radiant, ſeu eandem patiuntur refractionem. *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

336. *Equidem* Tycho de Brahe (l), *qui primus Solis, Lunæ ac fixarum refractiones per obſervationem eruit, refractiones fixarum minores facit ſolaribus, lunares ſubinde majores, ſubinde minores; ſed ejus ævo theoria refractionum, quam* Snellio *debemus* (§. 34 Dioptric.) *nondum erat explorata. Recentiores vero ut* Caſſinus *&* Philippus de la Hire *eandem refractionem in omnibus agnoſcunt.*

*PROBLEMA 56.*

337. *Refractionem ſiderum ad ſingulos gradus altitudinis definire.*

RE-

(l) Progymnaſm. lib. I. p. m. 79. 124. 280.

*RESOLUTIO.*

1. Obſervetur ſtellæ prope Zenith conſtitutæ altitudo meridiana, quantum fieri poteſt, accuratiſſime (§. 121, 129).

2. Inde eruatur declinatio ejus (§. 141), quæ erit accurata, quia ſtella a refractione ſenſibili libera (§. 334).

3. Ejusdem ſtellæ obſerventur altitudines ad ſingulos gradus a 89 usque ad 1, & ope horologii oſcillatorii annotetur tempus, quo eædem obſervantur.

4. Ad data obſervationum momenta ope declinationis extra refractionis aleam poſitæ & *per num.* 1. repertæ computentur altitudines veræ (§. 290): quæ cum

5. minores deprehendantur obſervatis, ab his auferantur; erunt reſidua refractiones ſingulis gradibus convenientes.

*OBSERVATIO* 16.

338. *Ex obſervationibus accuratiſſimis* Philippus de la Hire (m) *ſequentem ſiderum in ſingulis altitudinum gradibus refractiones deduxit:*

| Altit. | Refract. | | Alt. | Refract | | Alt. | Refract. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 32′ | 0″ | | | | | | |
| 1 | 26 | 35 | 31 | 1′ | 51″ | 61 | 0′ | 40″ |
| 2 | 20 | 43 | 32 | 1 | 47 | 62 | | 39 |
| 3 | 15 | 44 | 33 | 1 | 43 | 63 | | 37 |
| 4 | 12 | 26 | 34 | 1 | 40 | 64 | | 35 |
| 5 | 10 | 26 | 35 | 1 | 36 | 65 | | 33 |
| 6 | 9 | 8 | 36 | 1 | 33 | 66 | | 32 |
| 7 | 8 | 2 | 37 | 1 | 30 | 67 | | 31 |
| 8 | 7 | 1 | 38 | 1 | 27 | 68 | | 30 |
| 9 | 6 | 17 | 39 | 1 | 24 | 69 | | 28 |
| 10 | 5 | 41 | 40 | 1 | 22 | 70 | | 26 |
| 11 | 5 | 11 | 41 | 1 | 19 | 71 | | 25 |
| 12 | 4 | 46 | 42 | 1 | 17 | 72 | | 24 |
| 13 | 4 | 25 | 43 | 1 | 15 | 73 | | 23 |
| 14 | 4 | 7 | 44 | 1 | 13 | 74 | | 21 |
| 15 | 3 | 51 | 45 | 1 | 11 | 75 | | 20 |
| 16 | 3 | 26 | 46 | 1 | 9 | 76 | | 18 |
| 17 | 3 | 23 | 47 | 1 | 7 | 77 | | 17 |
| 18 | 3 | 12 | 48 | 1 | 6 | 78 | | 15 |
| 19 | 3 | 1 | 49 | 1 | 4 | 79 | | 14 |
| 20 | 2 | 51 | 50 | 1 | 2 | 80 | | 12 |
| 21 | 2 | 44 | 51 | 1 | 0 | 81 | | 11 |
| 22 | 2 | 38 | 52 | 0 | 58 | 82 | | 10 |
| 23 | 2 | 31 | 53 | | 56 | 83 | | 8 |
| 24 | 2 | 24 | 54 | | 54 | 84 | | 7 |
| 25 | 2 | 18 | 55 | | 52 | 85 | | 6 |
| 26 | 2 | 12 | 56 | | 50 | 86 | | 4 |
| 27 | 2 | 7 | 57 | | 48 | 87 | | 3 |
| 28 | 2 | 3 | 58 | | 46 | 88 | | 2 |
| 29 | 1 | 59 | 59 | | 44 | 89 | | 1 |
| 30 | 1 | 55 | 60 | | 42 | 90 | | 0 |

SCHO-

(m) in Tab. Aſtron. p. 6.

## *SCHOLION* 1.

339. *Equidem* Tycho de Brahe (n) *refractiones Solis in gradu* 46, *lunares in gradu* 45, *fixarum in* 20, *evaneſcere arbitratur*; *ſed celeberrimus* Caſſinus *primus reperit, quod ad ipſum Zenith usque extendantur.* Tycho *nimirum refractiones exhibuit juſto minores, ut ut horizontalis ſit apud eundem juſto major: facit enim horizontalem in Sole* 34′, *in Luna* 33′, *in fixis* 30′; *ſed* de la Hire *cum* Caſſino *in omni ſidere* 32′: Tychoni *in gradu* 33 *ſolaris eſt* 55″, Caſſino *vero* 1′ 43″ & *in gradu* 52 *adhuc* 58″. *Hoc diſcrimen ex tabula præcedente ſatis manifeſtum eſt.*

## *SCHOLION* 2.

340. R. P. Laval (o) *obſervavit A.* 1710 *d.* 22 *Jun. altitudinem Solis meridianam* 70° 25′ 50″ & *d.* 23 *Jun.* 36 *a Solſtitio horis elapſis eandem deprehendit* 70° 26′ 0″, *adeoque* 10″ *majorem, quæ minor eſſe debebat. In ſimiles obſervationes cum jam antea inciderit, ſuſpicatur refractionem variari pro diverſitate ventorum ex diverſis plagis ſpirantium. Enimvero ad tales minutias, quæ nondum ſatis exploratæ habentur, in præſenti nobis attendere non licet: id nobis annotaſſe ſufficiat, dudum ab* Hugenio *obſervatum eſſe* (p) *refractionem in ſingulas horas mutari, quamvis experimenta ſumta ſint in exigua admodum altitudine & in objectis terreſtribus.*

## *THEOREMA* 20.

341. *Refractio aſcenſionem rectam & obliquam ſideris minuit, deſcenſiones auget; declinationem borealem auget, auſtralem minuit.*

## *DEMONSTRATIO.*

Aſcenſio obliqua eſt punctum æquatoris cum ſidere oriens (§. 181). Sed cum ſtella vi refractionis elevata in horizonte comparet, ſub eodem adhuc latet (§. 323), adeoque punctum æquatoris cum quo revera oritur, adhuc ſub horizonte abſconditur: ergo aſcenſionem obliquam minuit refractio. *Quod erat unum.*

Sit ſtella ſupra horizontem elevata in S vel T; vi refractionis videbitur in *ſ* vel in *t* (§. 322). Ducantur ex polo P circuli declinationum PD, P*d*, PH, P*h*, qui erunt ad æquatorem in D & *d*, H & *h* perpendiculares (§. 68), definientque ſtellæ S aſcenſionem rectam veram in D, refractam in *d*, ſtellæ autem T veram in H, refractam in *h* (§. 180). Quare cum punctum *d* ſit meridiano vicinius quam D, & *h* vicinius quam H; evidens eſt per refractionem aſcenſionem rectam minui. *Quod erat ſecundum.*

Non abſimili modo oſtenditur, ſi HZR ſumatur pro parte cœli occidentali, deſcenſiones per refractionem augeri. *Quod erat tertium.*

Porro

(n) Progymnoſm. lib. 1. p. 79. 124. 280.
(o) Hiſtoire de l' Acad. Roy. des Sciences A. 1710 p. m. 144 & 145.
(p) Traité de la lumiere c. 4. p. 42.

Porro in triangulis SGD & ſGd
d D & d rectangulis *per demonſtra-*
*a* eſt ut ſinus totus ad ſinum SG ita
nus G ad ſinum SD & ut ſinus to-
us ad ſinum ſG ita ſinus G ad ſi-
um *ſd* (§. 136 *Sphæric.*): ergo etiam
t ſinus SG ad ſinum ſG ita ſinus
D ad ſinum *ſd* (§. 167 *Arithm.*).
Quare cum ſit ſG > ſG; erit et-
am *ſd* > SD. *Quod erat quar-*
*um.*

Eodem prorſus modo demon-
tratur, eſſe *th* < TH. *Quod erat*
*uintum.*

*THEOREMA* 21.

342. *Refractio in parte cœli orien-*
*ali longitudinem ſideris minuit, in*
*ccidentali auget; latitudinem au-*
*ralem minuit, borealem auget.*

*DEMONSTRATIO.*

Si AQ ponatur ecliptica & PD,
*Pd*, PH atque *Ph* ſint circuli latitu-
linum: demonſtratio theorematis
præſentis prorſus coincidit cum
emonſtratione præcedentis.

*SCHOLION.*

343. *Apparet adeo, in Aſtronomia non ne-*
*igendam eſſe refractionem, ſiquidem motuum*
*ænomena accurate determinare volueris: at-*
*e hinc ulterius liquet, Aſtronomiam vete-*
*m, qua refractionem inſuper habuit, fuiſſe*
*l ex hoc capite ubique imperfectam.*

*DEFINITIO* 69.

344. *Refractio altitudinis* eſt ar-
us circuli verticalis Sſ, quo alti-
tudo ſideris SE ob refractionem
augetur.

*DEFINITIO* 70.

345. *Refractio declinationis* eſt ar-
cus circuli declinationis ſI, quo
declinatio ſideris DS vi refractio-
nis vel augetur, vel minuitur.

*DEFINITIO* 71.

346. *Refractio aſcenſionis ac de-*
*ſcenſionis* eſt arcus æquatoris D*d*,
qua aſcenſio D & deſcenſio ſideris
ſive recta, ſive obliqua vi refractio-
nis augetur, vel minuitur.

*DEFINITIO* 72.

347. *Refractio longitudinis* eſt ar- Tab.
cus eclipticæ T*t*, quo longitudo ſi- IV.
deris vi refractionis vel augetur, Fig.
vel minuitur. 41.

*DEFINITIO* 73.

348. *Refractio latitudinis* eſt ar-
cus circuli latitudinis ſI, quo lati-
tudo ſideris TS vi refractionis vel
augetur vel minuitur.

*PROBLEMA* 57.

349. *Data altitudine ſideris re-* Tab
*fracta* ſE *una cum tempore, quo ob-* IV.
*ſervatur, & refractione altitudinis* Fig.
ſS, *invenire refractionem declina-* 40.
*tionis SI & aſcenſionis rectæ* Dd.

*RESOLUTIO.*

1. Tempus usque ad meridiem vel
mediam noctem reſiduum, aut a
meridie vel media nocte elapſum

convertatur in gradus æquatoris (§. 202), ut habeatur arcus A*d*, conſequenter angulus ad polum AP*d* (§. 71 *Aſtron.* & §. 31 *Sphæric.*).

2. Quoniam in triangulo ZPſ dantur præter hunc angulum latera PZ & ſZ elevationis poli PR & altitudinis refractæ ſE complementa; invenietur angulus ZſP (§. 150 *Sphær.*), cui verticalis IſS æqualis (§. 43 *Sphæric.*).

3. Ex S demittatur perpendicularis SI & in triangulo SIſ ad I rectangulo ex datis angulo IſS modo invento & hypothenuſa Sſ, refractione altitudinis, inveniatur latus ſI (§. 127 *Sphæric.*), refractio declinationis (§. 345) & latus IS (§. 116 *Sphæric.*), quod refractioni aſcenſionis rectæ D*d* ad ſenſum æquale, ſi ſtellæ declinatio exigua.

4. Quodſi vero declinatio DS fuerit ingens, ex datis in triangulo PSI ad I rectangulo lateribus IS & PI aggregatum ex complemento declinationis refractæ Pſ & refractione declinationis Iſ invenitur angulus ad polum IPS (§. 116 *Sphæric.*), cujus menſura D*d* (§. 71 *Aſtron.* & §. 31 *Sphæric.*) eſt refractio aſcenſionis rectæ (§. 346).

PROBLEMA 58.

350. *Datis elevatione æquatoris HE, longitudine Solis ad datum obſervationis tempus, angulo obliquitatis eclipticæ, altitudine refracta* ſE, *longitudine refracta ſideris* t *&* *refractione altitudinis* ſS, *invenire refractionem latitudinis* ſI *& longitudinis* Tt. Tab. IV. Fig. 41.

RESOLUTIO.

1. Ex datis elevatione æquatoris, longitudine Solis & angulo obliquitatis eclipticæ inveſtigetur nonageſimus eclipticæ C (§. 208): verticalis ZC per eum tranſiens tranſibit quoque per polum eclipticæ M (§. 211).

2. Ducantur ex polo eclipticæ M per locum ſideris verum S & refractum ſ circuli latitudinum MT & M*t*: evidens eſt refractionem latitudinis ſI & longitudinis T*t* inveniri ope triangulorum SIſ & MSI ad I rectangulorum, prorſus ut in problemate præcedente (§. 349).

SCHOLION.

351. *Ex duobus problematibus præcedentibus facile intelligitur, quomodo ex aſcenſione recta, declinatione, longitudine & latitudine vera datis earundem refractiones inveniantur.*

DEFINITIO 74.

352. *Locus phyſicus ſideris* eſt punctum S, in quo centrum ejus hæret. Tab. IV. Fig. 42.

DEFINITIO 75.

353. *Locus opticus* eſt punctum in ſuper-

ſuperficie ſphæræ mundanæ C vel B, quo ſpectator ex E vel T ſideris centrum S refert.

DEFINITIO 76.

354. *Locus opticus verus* eſt punctum ſuperficiei ſphæræ mundanæ B, quo ſpectator in centro terræ conſtitutus centrum ſideris aut phœnomeni S refert.

DEFINITIO 77.

355. *Locus opticus apparens* ſeu *viſus* eſt punctum ſuperficiei ſphæræ mundanæ C, quo ſpectator in ſuperficie terræ E conſtitutus ſideris centrum S refert.

DEFINITIO 78.

356. *Parallaxis* eſt diſtantia duorum locorum opticorum. Et in ſpecie *parallaxis altitudinis* eſt differentia inter locum verum & apparentem CB. Dicitur etiam *Parallaxis* ſimpliciter, & *Commutatio* a *Copernico*.

COROLLARIUM 1.

357. Parallaxis adeo altitudinem ſideris minuit, diſtantiam a vertice auget.

COROLLARIUM 2.

358. Parallaxis altitudinis CB eſt differentia inter diſtantiam a Zenith A veram AB & viſam AC.

DEFINITIO 79.

359. *Angulus parallacticus* eſt differentia angulorum CEA & BTA, ſub quibus diſtantiæ a Zenith vera & viſa videntur. Vocatur & ipſe ſubinde *Parallaxis*.

THEOREMA 22.

360. *Angulus parallacticus eſt æqualis angulo TSE, quem rectæ ex oculis obſervatorum E & T in centrum ſideris S ductæ intercipiunt.* Tab. IV. Fig. 42.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim SED angulus, ſub quo videtur diſtantia viſa CA, STD angulus, ſub quo videtur vera BA. Sed SED = STD + TSE (§. 224 *Geom.*). Ergo TSE eſt differentia angulorum SED & STD (§. 98 *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 23.

361. *Parallaxis aſcenſionem rectam & obliquam auget, deſcenſionem minuit: declinationem & latitudinem borealem in parte orientali minuit, in occidentali auget; auſtralem in orientali & in occidentali auget; longitudinem in orientali auget, in occidentali minuit.*

DEMONSTRATIO.

Si *ſ* & *t* ſint loca ſideris vera, S & T viſa; demonſtratio prorſus eadem, quæ theorematis 20 (§. 341). Tab. IV. Fig. 40.

COROLLARIUM.

362. Parallaxis adeo refractioni prorſus contraria (§. 341. 342).

DEFINITIO 80.

363. *Parallaxis declinationis* eſt ar-

Tab. IV. Fig. 40. arcus circuli declinationis SI, quo parallaxis altitudinis auget vel minuit declinationem ſideris.

*DEFINITIO 81.*

364. *Parallaxis aſcenſionis* & *deſcenſionis* eſt arcus æquatoris D*d*, quo parallaxis altitudinis auget aſcenſionem, minuit deſcenſionem.

*DEFINITIO 82.*

Tab. IV. Fig. 41. 365. *Parallaxis longitudinis* eſt arcus eclipticæ T*t*, quo parallaxis altitudinis auget vel minuit longitudinem.

*DEFINITIO 83.*

366. *Parallaxis latitudinis* eſt arcus circuli latitudinis *ſ*I, quo parallaxis altitudinis auget vel minuit latitudinem.

*THEOREMA 20.*

367. *Parallaxis in Zenith nulla, in horizonte maxima.*

*DEMONSTRATIO.*

Eadem prorſus eſt, quæ theorematis 18 (§. 334), pro angulis nempe inclinationum ſubſtitutis angulis parallacticis.

*THEOREMA 25.*

Tab. IV. Fig. 43. 368. *Sinus angulorum parallacticorum ALT & AST in eadem vel æqualibus a Zenith diſtantiis SZ ſunt in ratione reciproca diſtantiarum ſiderum a centro terræ TL & TS.*

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim ut ſinus LST ad TL ita ſinus TLS ad TS (§. 33 *Trigon.*). Sed ſinus TLS æqualis eſt ſinui TLA (§. 5 *Trigon.*): ergo ſinus TLA ad TS ut ſinus LST ad TL (§. 157 *Arithm.*), conſequenter ſinus angulorum TLA & TSA ſunt ut TS ad TL (§. 164 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

369. Cum LT < TS *per hypoth.* erit etiam angulus AST < ALT, adeoque parallaxis remotioris S minor eſt parallaxi vicinioris L in eadem a Zenith diſtantia: quod etiam aliunde patet (§. 224 *Geom.*).

*THEOREMA 26.*

370. *Sinus angulorum parallacticorum M & S ſiderum a centro terræ T æqualiter diſtantium ſunt ut ſinus diſtantiarum viſarum a vertice ZM & ZS.*

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim ut ſinus ZAM ad TM ita ſinus M ad AT & ut TS ad ſinum ZAS ita AT ad ſinum S (§. 33 *Trigon.*). Ergo ob TM = TS *per hypoth.* Sinus M ad ſinum S ut ſinus ZAM ad ſinum ZAS (§. 184 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM I.*

371. Decreſcentibus adeo diſtantiis a vertice, hoc eſt, creſcentibus altitudinibus, parallaxis decreſcit.

CO-

*COROLLARIUM* 2.

372. Parallaxis ab horizonte usque ad Zenith altitudinem ſideris afficit.

*THEOREMA* 27.

373. *Stellæ fixæ carent parallaxi altitudinis ſenſibili.*

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim ſemidiameter telluris AT ad diſtantiam fixæ TS ut ſinus anguli parallactici S ad ſinum diſtantiæ a vertice ZAS (§ 33 *Trigon.*). Sed AT reſpectu TS evaneſcit (§. 136): ergo etiam ſinus S reſpectu ſinus ZAS, conſequenter parallaxis altitudinis reſpectu diſtantiæ a vertice in fixis evaneſcit. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

374. Refractiones adeo ex fixarum obſervationibus erutæ (§. 337) ſunt differentiæ inter altitudines ſiderum veras & refractas, neque adeo verendum, quod ob parallaxin fixarum ſint juſto majores.

*THEOREMA* 28.

375. *Parallaxis horizontalis eadem, ſive ſidus in horizonte vero, ſive in apparente fuerit conſtitutum.*

*DEMONSTRATIO.*

Sidus in horizonte vero TS conſtitutum non poterit videri in H, ſed in loco altiori O, cujus horizon apparens OS convenit oculo non elevato in I. Cum igitur in triangulis TIS & THR anguli I & H ſint recti (§. 293 *Geom.*) & TH = TI atque TS = TR; erit HRT = TSI (§. 169 *Geom.*). *Q. e. d.*

*PROBLEMA* 59.

376. *Data diſtantia ſideris in horizonte conſtituti a centro terræ TR ſeu ejus ad ſemidiametrum telluris TH ratione, invenire ejus parallaxin.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam in triangulo THR ad T rectangulo dantur latera TH & TR; reperietur angulus parallacticus (§. 38 *Trigon.*).

*PROBLEMA* 60.

377. *Data ratione diſtantiæ ſideris a centro terræ TM ad ſemidiametrum terræ TA, una cum diſtantia vera a vertice ZTM, invenire parallaxin altitudinis.* Tab. IV. Fig. 43.

*RESOLUTIO.*

Quoniam in triangulo ATM dantur duo latera TA & TM cum angulo intercepto T; reperietur angulus parallacticus M (§. 38 *Trigon.*).

*COROLLARIUM.*

378. Quodſi detur diſtantia viſa a vertice ZAM, reperietur M (§. 36 *Trigon.*).

*PROBLEMA* 61.

379. *Invenire parallaxin declinationis*

*tionis, aſcenſionis rectæ, longitudinis & latitudinis, data elevatione poli & parallaxi altitudinis una cum altitudine viſa a refractione liberata & tempore, quo hæc fuit obſervata.*

*RESOLUTIO.*

Non differt a reſolutionibus problematum 57 & 58 (§. 349. 350).

*PROBLEMA* 62.

Tab. IV. Fig. 41. 380. *Datis nonageſimo eclipticæ C, altitudine nonageſimi CO, altitudine vera ſE, parallaxi altitudinis ſS, longitudine vera* t *& latitudine vera* tſ, *invenire parallaxin longitudinis* Tt *& latitudinis* Iſ.

*RESOLUTIO.*

1. Cum detur longitudo vera *t* & nonageſimus C; datur quoque arcus C*t*, conſequenter angulus ad polum eclipticæ CM*t* (§. 230 *Aſtron.* & §. 33 *Sphæric.*).
2. Quia altitudo nonageſimi CO continuata ultra Zenith Z per polum eclipticæ M tranſit (§. 211), & MC = ZO (§. 54. 230), erit ZM = CO (§. 83 *Arithm.*).
3. Cum adeo in triangulo MZſ præter MZ & M detur Zſ altitudinis veræ complementum; reperietur ZſM (§. 158 *Sphæric.*), cui IſS æqualis. Unde
4. reliqua inveniuntur ut ſupra (§. 349).

*SCHOLION.*

381. *Parallaxium doctrina maximi momenti eſt in Aſtronomia tum ad diſtantias ſiderum inveniendas, tum ad eclipſes computandas: quemadmodum ex parte altera patebit.*

# CAPUT VII.
## De
# CREPUSCULIS.

*DEFINITIO* 84.

382. *Crepuſculum* eſt lux crepera, qua aër ante ortum & poſt occaſum Solis reſplendet. *Matutinum* vocatur illud, quod ortum Solis præcedit; *Veſpertinum*, quod occaſum ejus ſequitur. Illud etiam *Aurora*; hoc *Crepuſculum* κατ᾽ ἐξοχὴν *dici ſolet.*

*COROLLARIUM.*

383. Crepuſculi adeo matutini initium eſt, quando aër primum ſplendeſcere incipit; veſpertini finis eſt, quando ſplendor ejus prorſus diſparet.

THEO-

### THEOREMA 29.

384. *Crepuſcula generantur a radiis ſolaribus in atmoſphæra noſtra refractis & ab ejus particulis reflexis.*

### DEMONSTRATIO.

Sit obſervator in O, horizon ſenſibilis AB, Sol ſub horizonte vero HR conſtitutus. Incidat radius SE in atmoſphæram infra horizontem: quoniam in aëre refrangitur, tanquam medio craſſiori (§. 324), & quidem ad perpendiculum (§. 25 *Dioptr.*), hoc eſt, ad ſemidiametrum CE (§. 37 *Analyſ. infinit.*), non progredietur in T, ſed tellurem in D tangens incidet in A, horizontem ortivum ſenſibilem. Neque enim alius radius, quam AD, qui tellurem tangit, ex refractis in E ad A pervenire poteſt. Jam cum particulæ atmoſphæricæ radios ſolares reflectant (§. 45 *Optic.*), ſitque angulus DAC ipſi CAO æqualis (§. 310. 139 *Geom.*); radius in A reflexus perveniet in O (§. 144 *Catoptr.*). Quare cum ibi ſit obſervator, *per hypoth.* videbit particulam A in horizonte ſenſibili ſplendeſcentem, adeoque crepuſculi matutini initium (§. 383). Eodem modo oſtenditur per radiorum ſolarium in atmoſphæra factam refractionem & reflexionem contingere veſpertini finem. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

385. *Aliam adhuc crepuſculorum cauſam aſſignat* Keplerus (q), *materiam nempe lucidam circa Solem, quæ auroram figura circulari verſus horizontem incurvata enitentem exhibet, aëri illuminato non adſcribenda, prout ibidem demonſtrat.*

### PROBLEMA 63.

386. *Invenire profunditatem Solis ſub initium crepuſculi matutini & finem veſpertini.*

### RESOLUTIO.

Eodem prorſus modo reperitur, quo ſupra arcum viſionis invenire docuimus (§. 276), obſervato nimirum momento, quo aër primum ſplendeſcit, in crepuſculo matutino, itemque momento, quo ſplendor omnis evaneſcit in veſpertino.

### OBSERVATIO 16.

387. *Profunditatem Solis ſub horizonte ad initium crepuſculi matutini finemque veſpertini obſervarunt* Alhazen 19°, Tycho 17°, Rothmannus 24°, Stevinus 18°, Caſſinus 15°; Ricciolus *in æquinoctiis mane* 16°, *veſpere* 20° 30′; *in ſolſtitio æſtivo mane* 21° 25′, *in hiberno mane* 17° 25′.

SCHO-

(q) Epitom. Aſtron. Copernic. lib. 1. part. 3. p. 73. 76.

## SCHOLION.

388. *Non mirum, quod Autores adeo inter ſe diſſentiant. Eſt enim cauſa crepuſculorum inconſtans: halitus enim ſi fuerint in atmoſphæra vel copioſiores, vel altiores, crepuſculum matutinum citius incipit, veſpertinum longius durat. Halitus enim copioſiores cum plures radios reflectant, magis ſplendeſcunt; altiores vero citius a Sole illuſtrantur. Accedit, quod in aëre denſiore major ſit refractio, & atmoſphæra ſolaris ſplendor cum in ſe variabilis, tum telluri alio tempore proximior quam alio.*

## COROLLARIUM.

Tab. I. Fig. 14. 389. Quando itaque differentia OR inter declinationem Solis OQ & altitudinem ſeu profunditatem æquatoris QR eſt minor 18°, ſane 15° non excedit; crepuſculum per integram noctem durat.

## PROBLEMA 64.

390. *Data elevatione æquatoris, determinare tempus, quo crepuſculum per noctem integram duret.*

## RESOLUTIO.

1. Ab elevatione æquatoris ſubtrahantur 18°, relinquetur declinatio Solis maxima, quæ eſſe poteſt, quando crepuſculum per noctem integram durat (§. 387).
2. In tabulis declinationum Solis evolvantur puncta eclipticæ, quorum iſta eſt declinatio.
3. Denique ex ephemeridibus quærantur dies, quando Sol puncta iſta ingreditur.

Ita nimirum conſtabit omne temporis intervallum, quo crepuſculum per noctem integram durat.

E. gr. Halæ altitudo æquatoris 38° 22′: unde ſi auferantur 18°, relinquetur declinatio Solis quæſita 20° 22′. Juxta Tabulas *Philippi de la Hire* declinatio Solis eſt 20° 22′ 49″ in 1° ♊ & 29° ♋. Hoc anno Sol ingreſſus 1° ♊ d. 21 Maji; erit in 29 ♋ d. 21 Julii. A die itaque 21 Maji usque ad 21 Julii crepuſculum per integram noctem durat.

## PROBLEMA 65.

391. *Data elevatione poli PR & declinatione Solis OS, invenire initium crepuſculi matutini & finem veſpertini.*

## RESOLUTIO.

1. Cum in triangulo PSZ dentur ſingula latera, nempe PZ elevationis Poli PR & PS declinationis OS complementum atque ZS aggregatum ex quadrante ZD & profunditate Solis DS; reperietur angulus ZPS (§. 159 *Sphær.*), cujus menſura eſt arcus AO (§. 33 *Sphær.*).
2. Convertatur AO in tempus ſolare (§. 202), ita prodibit tempus ab initio crepuſculi matutini usque ad finem veſpertini elapſum.

E. gr. Halæ elevatio poli PR 51° 38′ quæritur initium crepuſculi matutini Sole in 4° ♍ exiſtente. Eſt itaque

SO

SO 10° 3′ 37″ & DS 18° (§. 387): hinc ZS 108° & ½ ZS 54°

| | | | |
|---|---|---|---|
| PS | 79° | 56′ | 23″ |
| PZ | 38 | 22 | 0 |
| PS + PZ | 118 | 18 | 23 |
| ½PS + ½PZ | 59 | 9 | 11½ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| PS | 79° | 56′ | 23″ |
| PZ | 38 | 22 | |
| PS - PZ | 41 | 34 | 23 |
| ½PS - ½PZ | 20 | 47 | 11½ |

Quoniam anguli Z & S ſunt acuti, perpendiculum PI intra triangulum PZS cadit (§. 82 *Sphæric.*) & quia PS > PZ, etiam SI > IZ (§. 138 *Sphæric.*) & §. 269 *Arithm.*). Eſt itaque

| | |
|---|---|
| Log. Tang. ½ZS | 101387389 |
| Tang. ½PS + ½PZ | 102238603 |
| Tang. ½PS - ½PZ | 95791304 |
| Summa | 198029907 |

Tang. ½SI - ½ZI 96642518, cui in tabulis quam proxime reſpondent

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 24° | 46′ | 33″ |
| Sed ½ZS | 54 | | |
| Ergo IS | 78 | 46 | 33 |
| IZ | 29 | 13 | 27 |

| | |
|---|---|
| Porro Log. Sin. ZI | 196886224 |
| Sin. tot. | 100000000 |
| Summa | 196886224 |
| Sin. ZP | 97928759 |

Cotang. ZPI 98957465, cui in tabulis quam proxime reſpondent 51° 52′ 3″.

| | |
|---|---|
| Log. Sin. IS | 99915990 |
| Sin. tot. | 100000000 |
| Summa | 199915990 |
| Sin. PS | 99932695 |

Sin. IPS 99983295, cui in tabulis reſpondent

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 84° | 58′ | 40″ |
| Jam IPZ | 51 | 52 | 3 |
| Ergo SPZ ſ. AO | 136 | 50 | 43 |
| AQ | 179 | 59 | 60 |
| SQ | 43 | 9 | 17 |

Arcus OQ in tempus converſus dat initium crepuſculi a media nocte numeratum. Nempe

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 30° reſpond. | 1h. | 59′ | 40″ | 12‴ | | |
| 10 | | 39 | 53 | 24 | | |
| 3 | | 11 | 58 | 1 | | |
| 5′ | | | 19 | 56 | 42⁗ | |
| 4′ | | | 15 | 57 | 22 | |
| 10″ | | | | 39 | 53 | 24 |
| 5 | | | | 19 | 56 | 42 |
| 2 | | | | 7 | 58 | 40 |
| | 2 h. | 52 | 8 | 38 | 52 | 46 |

Eſt adeo initium crepuſculi matutini, Sole in 4° ♍ exiſtente, Halæ h. 2 52′ 9″.

Quodſi triangulum SKN ſolvere libuerit, perpendiculo ex N in KS demiſſo, per duas illationes invenitur angulus K ſeu arcus OQ.

*COROLLARIUM.*

392. Si tempus ortus Solis quæratur (§. 193); initium crepuſculi ab eo ſubductum durationem ejusdem relinquit.

*PROBLEMA 66.*

393. *Dato loco Solis in ecliptica una cum elevatione poli, invenire initium crepuſculi matutini & finem veſpertini ope globi artificialis.*

*RESOLUTIO.*

1. Globus ad cœli ſitum componatur, qualem ipſo meridie habet (§. 306).
2. Vertatur circa axem, donec ope quadrantis altitudinis gradus eclipticæ loco Solis oppoſiti altitudo in parte cœli occidentali, ſi initium crepuſculi matutini deſideretur; in parte autem orientali, ſi finis veſpertini quæratur, 18° deprehendatur (§. 315).

Ita nimirum locus Solis intervallo 18° ſub horizonte erit depreſſus (§. 320), adeoque index horarius in caſu primo initium crepuſculi matutini, in altero finem veſpertini indicabit (§. 387).

*FINIS Aſtronomiæ Sphæricæ.*

# ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

## *Pars II.*

## ELEMENTA THEORICÆ.

### CAPUT I.

### De NATURA SOLIS AC LUNÆ.

*OBSERVATIO* 1.

394. *Sole oriente, tenebræ ex terra fugiunt & corpora eidem directe oppoſita lumine ejus colluſtrata reſplendent. Solem intuentes oculi ſplendorem ejus ferre neſciunt. Nube inter ipſum & corpora terreſtria interpoſita, ſplendor ab his amittitur & Sol interdum inſtar diſci argentei, autumnali præſertim ac hiberno tempore, per nubes transparet. Sole denique occidente, lux omnis tandem evaneſcit.*

*COROLLARIUM* 1.

395. Sol adeo fons luminis, quo interdiu in tellure fruimur.

*COROLLARIUM* 2.

396. Quoniam lumen magnum eſt, quod corpora circumjecta clare ac diſtincte videri efficit (§. 4 & 5 *Optic.*); Sol telluri eſt luminare magnum.

*SCHOLION.*

397. *Patet adeo, cur* Moſes *Solem dicat* luminare magnum Gen. I, 16.

*OBSERVATIO* 2.

398. Chriſtophorus Scheinerus, *Jeſuita Ingolſtadienſis, teleſcopio in Solem converſo,* A. 1611 *menſe Majo primus in eo maculas obſervavit &, cum* Theodorus Buſæus *tunc temporis Provincialis obſervationem placitis Ariſtotelicorum adverſam ſupprimendam judicaret, eam ad* Marcum Welſerum, *Senatorem Auguſtanum, perſcripſit, qui novum phænomenon ſine Autoris nomine ſub titulo* Apellis poſt tabulam *evulgavit. Unde excitatus* Gallilæus *easdem obſervavit & hodienum obſervant, quos ſiderum contemplatio juvat. Sunt autem maculæ iſtæ partes nigricantes, figuræ irregularis ac inconſtantis, quæ diſco Solis inhærere videntur. Pleræque partibus heterogeneis conſtant, quarum obſcuriores ac denſiores* Hevelio *nuclei dicuntur, & veluti atmoſphæra quadam, minus obſcura & rariori cinguntur. Figura & magnitudo tam nucleorum,* Tab. V. Fig. 46.

 *quam*

*quam macularum integrarum variabilis.* Hevelius (a) A. 1644 *d.* 8 *Maji maculam vidit valde exilem tenuemque, quæ die* 10 *Maji decuplo major apparuit, longeque obſcurior ac denſior, permagno nucleo prædita: quales mutationes ſubitas & alias* Hevelius, & Scheinerus (b) *quoque obſervavit. Notavit quoque* Hevelius (c), *nucleum ſenſim prius deficere, antequam macula diſpareat, & A.* 1644 *d.* 31 *Maji usque ad* 1 *Junii maculam quotidie attenuari obſervavit, donec tandem d.* 3 *Jan. in* 4 *diſcerperetur, die* 5 *rurſus in unam coaleſcentes. Durarunt autem aliæ non niſi per diem unum, aliæ per* 2, 3, 10, 15, 20, 30, *raro per* 40 *dies. Kirchius Lipſiæ* (d) *A.* 1684 *a d.* 26 *April. usque ad d.* 17 *Julii eandem in Sole maculam conſpexit, qua alia diuturnior hactenus nunquam viſa. Eandem maculam Pariſiis obſervavit* Caſſinus : *carent enim omni ſenſibili parallaxi; ita ut a ſpectatoribus longiſſimo terrarum intervallo a ſe invicem remotis in idem diſci ſolaris punctum referantur. Sane maculas, quas* R. P. Jartoux *Pekino in China A.* 1701 *a d.* 1 *Novembris usque ad diem* 12 *obſervavit* (e), *Motepeſſulano a d.* 31 *Octobris usque ad* 11 *Novembris quoque vidit* Caſſinus *junior* (f). *Moventur autem maculæ per diſcum ſolarem, motu prope limbos tardiori, quam prope centrum. Macula a* Kirchio *obſervata per* 12 *dies in diſco Solis fuit conſpicua, per* 15 *vero poſt eum latuit. Ad limbum nimirum Solis, unde digrediuntur, rurſus reſtituuntur interdum* 27, *interdum fere* 28 *diebus. Denique notatu inprimis digna ſunt, quod maculæ circa limbum contrahantur, in medio diſci ampliores appareant, immo ſæpius ibi in unam coaluiſſe videantur, quæ hic diſgregatæ ſpectabantur; quod plures in medio diſci oriantur, plures etiam ibidem diſpareant; quod denique nulla earum a ſemita deviatio prope horizontem obſervetur, cum tamen* Hevelius (g) *Mercurium in Sole obſervans prope horizontem humiliorem deprehenderit, nempe* 27″, *infra ſemitam priſtinam detruſum.*

## COROLLARIUM I.

399. Cum depreſſio Mercurii infra ſemitam ſit a parallaxi (§. 357. 367), maculæ parallaxin a Sole nullam habentes (§. 398) eidem propiores exiſtunt, quam Mer-

(a) Cometogr. lib. 7. f. 424 & Selenograph. Append. f. 519.
(b) in Roſa Urſina.
(c) Cometogr. loc. cit. f. 409.
(d) in Appendice Ephemerid. A. 1685.
(e) Vid. Acta Erudit. A. 1705 p. 483.
(f) Memoires de l' Acad. Roy. des Scienc. 1701. p. m. 345
(g) Vid. Mercurius in Sole viſus f. 106.

Mercurius (§. 369), planeta Soli proximus (§. 21. 30).

## COROLLARIUM 2.

400. Quoniam tamen tribus circiter diebus diutius poſt Solem latent, quam hemiſphærium nobis conſpicuum peragrantes conſumunt (§. 398); non ipſi ſuperficiei ſolari inhærent, ſed aliquam ab ea diſtantiam habent.

## COROLLARIUM 3.

401. Quia in medio diſci Solis & oriuntur & evaneſcunt, ſubitasque mutationes tum ratione magnitudinis, tum ratione figuræ, tum ratione denſitatis, ſubeunt (§. 398); eas de novo circa Solem naſci & iterum diſſolvi manifeſtum eſt.

## COROLLARIUM 4.

402. Coaleſcunt itaque ex Solis exhalationibus (§. 399), nubes nimirum ſolares.

## COROLLARIUM 5.

403. Cum adeo exhalationes, quæ ex Sole prodeunt, ſupra eum eleventur & in data quadam altitudine ſubſiſtant; Solem ambiat fluidum aliquod neceſſe eſt, quod exhalationes ad aſcenſum urget (§. 97 *Hydroſt.*), inferius quidem denſius, ſuperius autem rarius (§. 33 *Hydroſt.*), qualis eſt aër noſter (§. 145 *Aërom.*).

## SCHOLION 1.

404. *Conveniunt hæc cum iis quæ* Keplerus *ex aurora figura deduxit* (§. 385).

## COROLLARIUM 6.

405. Quia maculæ in medio diſco Solis diſſolutæ diſparent (§. 398); materia macularum, hoc eſt, exhalationes ſolares in Solem rurſus recidant neceſſe eſt: unde manifeſtum eſt, varias in atmoſphæra ſolari, conſequenter & in ipſo Sole, contingere mutationes.

## COROLLARIUM 7.

406. Cum revolutio macularum circa Solem ſit admodum regularis & maculæ ipſæ Soli valde vicinæ (§. 399), non tam maculæ circa Solem, quam Sol ipſe una cum atmoſphæra, in qua maculæ hærent, intervallo 27 circiter dierum circa proprium axem motu vertiginis movetur.

## SCHOLION 2.

407. *Inde eſt, quod prope limbum obliquius ſpectata coarctentur & oblonga fiant* (§. 252 Optic.).

## COROLLARIUM 8.

408. Quoniam Sol in omni ſitu inſtar diſci circularis apparet, eminus ſpectatus; figura ejus ad ſenſum ſphærica eſſe debet (§. 13 *Sphæric.* & §. 260 *Optic.*).

## SCHOLION 3.

409. *Quod autem revera ſphæroidica ſit, inferius oſtendetur.*

## PROBLEMA 1.

410. *Obſervare maculas ſolares.*

## RESOLUTIO.

Utendum eſt duobus vitris pla-

 nis

nis & coloratis charta candida acu perforata interjecta, vel helioſcopio (§. 449 *Dioptr.*).

Quodſi autem ipſas maculas in propriis locis diſci ſolaris accurate depingere ſicque earum ſitum, motum, & magnitudinem exacte determinare libuerit,

1. Per tubum aſtronomicum AB (§. 348 *Dioptr.*) ſphæræ ligneæ A intra foramen feneſtrellæ ligneæ CD mobili inditum, ut tubus ope baculi annulo ligneo AE ſphæræ agglutinato affixi FG libere huc illucque moveri poſſit, ſpecies Solis in cubiculum obſcuratum intromittatur.
2. Baculo FG ad angulos rectos aptetur tabula lignea GH, charta candida ſuperinducenda & ultro citroque mobilis, ut tubo propius admoveri iterumque ab eodem removeri poſſit, donec Solis ſpecies exacte impleat circulum in charta deſcriptum.
3. Ope perpendiculi KL determinetur punctum verticale M & plumbagine delineetur macula, quæ in diſco Solis in tabella excepto comparet, noteturque tempus, quo delineatur, ope horologii oſcillatorii ad motu[m] Solis (§. 117) directi.

## SCHOLION.

411. *Hunc modum obſervandi maculas ſ[o]lares excogitavit* Scheinerus (h) *& prolixi[us] quoque ex eodem deſcribitur ab* Hevelio (i).

## OBSERVATIO 3.

412. *Commemorant quoque mul[ti] faculas ſeu partes reliquo diſco Sol[is] lucidiores a ſe obſervatas, macul[is] plerumque majores & tam lumine quam mole, figura & duratione dif[-]ferentes.* Sane Hevelius (k) d. 2[?] Jul. 1634 *faculam ſe obſervaſſe ai[t] quæ tertiam diametri partem occupa[-]verit. Per ejusdem* Hevelii *obſer[-]vationes* (l) *maculæ ſæpiſſime in fa[-]culas, raro autem faculæ in macula[s] abeunt.* Hugenius *tamen* (m) *fate[-]tur, ſe nunquam faculas videre potuiſ[-]ſe, etſi maculas ſæpius ſpectaverit & non niſi in nubeculis ſubfuſcis, qua[s] maculas plerumque circumdant, ali[-]quando ſolæ feruntur, puncta quæ[-]dam clariora interdum notari. Idem etiam exiguam illam in diſci circumferentia inæqualitatem, quæ interdum per teleſcopia cernitur, vaporum prope terram noſtram tremulæ agitationi, non (quod vulgo fieri aſſolet) undarum fluctibus flammarumque eru-*

(h) in Roſa Urſina lib. 3. f. 151.
(i) in Prolegomen. Selenogr. f. 98 & ſeqq.
(k) loc. cit. f. 87.
(l) in Appendice Selenogr. f. 505 usque ad 509.
(m) in Coſmotheoro lib. 2. p. m. 107.

*ructationibus adſcribit. Et ſane ipſe ego talem fluctuationem in limbo Solis d. 14. Sept. A. 1708 per teleſcopium 8 pedum deprehendi, cum ex nubibus circa horizontem ortivum conſtitutis emergeret, quæ in elevatiore ſitu mox ceſſabat.*

## SCHOLION.

413. *Quemadmodum adeo fictam judico imaginem Solis, quam ex* Kircheri *&* Scheineri *obſervationibus paſſim depingunt Autores, cum ego ſimilem nunquam viderim, nec* Hugenius *exquiſitisſimis ſuis teleſcopiis talem deprehenderit; ita facularum phænomena non materiæ cuidam accenſæ (obſtat enim diuturna earum duratio & in maculas mutatio), ſed refractioni radiorum ſolarium in exhalationibus rarioribus tribuo, qui denſati in vicinia umbroſa lucem ſolari majorem exhibere videantur. Sunt adeo faculæ macularum quoddam accidens.*

## THEOREMA I.

414. *Solis ſubſtantia ignea eſt.*

Sol enim lucet (§. 395) & radii ejus per ſpecula concava & lentes cauſticas collecti incendunt, urunt, comburunt, liquefaciunt, corpora ſolidiſſima exiguo temporis ſpatio vel in calcem, vel in vitrum convertunt (§. 218 *Catoptr.* & §. 191 *Dioptr.*). Quare cum vis radiorum ſolarium propter divergentiam decreſcat in ratione duplicata diſtantiarum reciproce ſumtarum (§. 86 *Optic.*); evidens eſt, eundem ipſorum fore effectum, qui denſiorum per ſpecula & lentes cauſticas deprehenditur, ſi adeo prope ad Solem accederemus, ubi eadem eorum denſitas deprehenditur. Radii adeo ſolares in vicinia Solis eosdem effectus producunt, qui ab igne vehementiſſimo expectari poſſunt, conſequenter Sol ſubſtantiæ igneæ exiſtit.

## COROLLARIUM I.

415. Ejus adeo ſuperficies undiquaque fluida.

## SCHOLION.

416. *An Sol integer fluidus ſit, quemadmodum viſum eſt nonnullis, an vero potius ſolidus, quemadmodum aliis placet, non definio. Sed cum non aliæ ſint notæ, per quas ignem ab aliis corporibus diſtinguimus, niſi lux, calor & vis incendendi, urendi, comburendi, liquefaciendi, calcinandi, vitrificandi, ſane ego non video, quid obſtare poſſit, quo minus concludam, Solem eſſe corpus igni noſtro ſimile adeoque flamma circumcirca veſtiri. Ne tamen quis voce demonſtrationis offendatur, qui minus recte ſupponi ſibi perſuadet, eorundem effectuum easdem eſſe in univerſo cauſas; ideo eandem omiſimus: quod etiam in poſterum faciemus, partim cum probabilia propoſituri ſumus, partim cum inſtituti ratio non permittet, ut ad veram demonſtrationis formam probatio redigatur, utut, ſi verum fateri velimus forma perfecta demonſtrationis alibi a nobis delineata* (n) *in ipſis* Mathematicorum *demonſtrationibus non adeo rigoroſe ſemper obſervetur, ne ſcilicet prolixitate lectori ratiocinandi vi jam pollenti nauſeam moveamus.*



(n) in Tractatu Germanico von den Kräfften des menſchlichen Verſtandes c. 6. §. 19. p. 97.

*COROLLARIUM* 2.

417. Cum maculæ ex Solis exhalationibus concreſcant (§. 402); Solem non eſſe ignem purum apparet, ſed flammæ ejus particulas heterogeneas admixtas eſſe conſtat.

*THEOREMA* 2.

418. *Figura Solis eſt ſphæroides, circa polos depresſior, quam ſub æquatore.*

*DEMONSTRATIO.*

Sol motu vertiginis movetur (§. 406), adeoque materia ſolaris a centris circulorum in quibus movetur, recedere conatur (§. 428 *Mech.*), tanto quidem majori vi, quo circulorum peripheriæ majores exiſtunt (§. 434 *Mechan.*). Sed æquator eſt circulus maximus (§. 40) reliqui verſus polos continuo decreſcunt (§. 41 *Sphær.*). Materia ergo ſolaris etſi primitus in ſphæram coacta magis a centro æquatoris, quam a centris parallelorum recedere conatur, conſequenter cum gravitas, qua retinetur in ſpatio ſuo, per totum ſolem uniformis ſupponatur, ſub æquatore utique a centro ejus magis recedit, quam ſub circulis parallelis, & hinc Solis diameter per æquatorem ducta major eſt, quam quæ per polos tranſit, hoc eſt, Solis figura perfecte ſphærica non eſt, ſed ſphæroidica.

*OBSERVATIO* 4.

419. *Interdum lumen in aliqua diſci ſolaris parte, raro in integro ſucceſſive deficit, cælo quam maxime ſereno, tempore quidem novilunii, quando Sol atque Luna in eadem ſphæræ mundanæ parte nobis hærere videntur. Tale autem phænomenon ſpectatur, quale appariturum erat, ſi diſcus quidam niger ab occaſu verſus ortum juxta diſcum Solis promoveretur. Inprimis autem notatu dignum, quod pars diſci deficiens non ejusdem magnitudinis appareat ubique locorum. E. gr. d. 22 Maji A. 1706 Lipſiæ vix* $\frac{1}{3}$, *Jenæ* $\frac{1}{6}$, *Berolini* $\frac{1}{8}$, *Argentorati* $\frac{1}{3}$, *Bononiæ* $\frac{2}{3}$, *Romæ* $\frac{2}{5}$, *Madriti* $\frac{1}{2}$ *digiti ſeu duodecimæ diametri partis lucida exſtabat. Vratislaviæ, Dresdæ, Norimbergæ, Tiguri, Genevæ, Montepeſſulano, Maſſiliæ Sol totus deficiebat* (o). *Nec minus notatu dignum, quod populi occidentaliores citius videant Solem deficientem deliquiique rurſus finem, quam orientaliores. E. gr. Pariſiis A. 1706 Sol ultra 44 minuta horaria citius lumen amittebat, quam Berolini; Madriti vero ultra 23 minuta citius quam Pariſiis, citiusque Pariſiis quam Berolini & Madriti citius quam*

(o) vid. Acta Erudit. A. 1706. p. 335. 371 & Memoires de l' Acad. Royale des Sciences A. 1706 p. 599.

*quam Pariſiis lumen recuperabant* (p).

*COROLLARIUM* 1.

420. Quoniam adeo Sol non in omnibus terræ locis eodem momento & eadem diſci quantitate deficit (§. 419); fieri ſane nequit, ut Sol revera lumine ſuo privetur. Oritur adeo phœnomenon ex diametrali interpoſitione corporis cujusdam opaci ab occaſu verſus ortum progredientis inter Solem & oculum noſtrum, quod radiorum tranſitum prohibet (§. 312 *Optic.*), & diſco Solis inhærere videtur, etſi longo intervallo ab eo remotum (§. 287 *Optic.*).

*COROLLARIUM* 2.

421. Quoniam corpus inter Solem & tellurem interpoſitum inſtar diſci circularis apparet, rotundum ſit neceſſe eſt, ſive diſciforme fuerit, ſive ſphæricum (§. 260 *Optic.*) aut ſphæroidicum.

*COROLLARIUM* 3.

422. Cum Luna ab occaſu verſus ortum motu proprio feratur (§. 18), illoque tempore a terricolis ad eandem ſphæræ mundanæ partem referatur (§. 419), præterea inſtar diſci circularis appareat, quando plena facie ſplendet; quin Luna ſit corpus illud opacum radios ſolares intercipiens dubitandum non eſt.

*COROLLARIUM* 4.

423. Luna igitur Telluri propior, quam Sol.

*COROLLARIUM* 5.

424. Quoniam radios Solis non transmittit & in parte a Sole averſa ſplendore omni deſtituitur (§. 419); luna corpus opacum eſt & minime pellucidum (§. 11. 12 *Optic.*).

*OBSERVATIO* 5.

425. *Cum A. 1706 multis in locis Solis integer diſcus, in aliis maxima ejus pars deficeret, ſtellæ in conſpectum prodibant.* E. gr. *Lipſiæ vidimus* ♀ *&* ♃, *Jenæ* Cl. Hambergerus *Capellam, &* *Vratislaviæ* R. P. Heinrich *multas ſtellas vidit. Non uno in loco tenebræ adeo invaluerunt, ut niſi candela accenſa in conclavi ſcripturam legere non licuerit.* Cl. Scheuchzerus *autor eſt, ad 4 paſſuum diſtantiam homines agnoſci non potuiſſe. Ea autem in terris conſpiciebatur rerum facies, qualem Sole occidente contuemur. Aves loca repetebant, in quibus pernoctari ſolent; luſciniæ ſuaviter canebant; veſpertiliones provolabant: flores in hortis contrahebant folia: circa horizontem apparebat cœli rubedo: in campis ros decidebat & verſus occidentem nebula conſpiciebatur, cujus nul-*



(p) Memoires de l' Acad. Roy. loc. cit.

*nullum verſus orientem veſtigium deprehenſum. Obſervatu omnium maxime dignus erat annulus circa lunam lucidus, limbo Lunæ parallelus, quem cum maximo ſtudio contemplarer, a parte Solis lucida optime diſtinguebam: neque enim ſolum ſplendor Solis ſplendorem annuli colorem argenteum referentis multum ſuperabat, verum etiam particula Solis lucida non eadem cum annulo peripheria terminabatur. Erat annulus obverſa Lunæ parte denſior, averſa rarior, exacta tamen peripheria terminatus. Margo Lunæ inſtar nubeculæ pallebat, nigredine medium diſci occupante. Eundem annulum plures alii aliis in locis obſervarunt* (q): *inprimis vero Aſtronomi Academiæ Regiæ Scientiarum Montepeſſulano (quorum ſolertiam in eodem obſervando laudat* Fontenellius)*eodem prorſus modo eundem deſcribunt, quo ego ex mea obſervatione eum repræſentaveram in Actis Eruditorum* (r), *antequam iſtorum obſervatio prodiret. Denique generoſus* Dn. de Tſchirnhauſen *Dresdæ per tubum* 16 *pedum paulo ante initium eclipſeos in limbo Solis, ad quem Luna appellebat, tremorem obſervavit, qualem etiam in ultimo digito advertit, cum jamjam obſcuraretur.* Keplerus (s) *refert, ſimilem annulum A.* 1605 *menſe Octobri Antverpiæ & Neapoli fuiſſe obſervatum, cum Sol prorſus deficeret:* Scheinerus *vero perhibet* (t), *A.* 1628 *d.* 25 *Decembris Barcinone in eclipſi Solari circa Lunæ limbum tremorem fuiſſe obſervatum, qualis ab* Hevelio *quoque in nonnullis eclipſibus deprehenſus* (u).

## OBSERVATIO 6.

426. *Quando Luna Solem occidentem mox ſequitur, exigua ejus pars ſplendet: quo longius vero a Sole recedit, eo majorem partem lumen occupat, ita ut* 180 *graduum intervallo a Sole diſtans plena facie fulgeat. Quamprimum vero ulterius progreſſus ad Solem rurſus accedit, lumen ſenſim ſenſimque deficit, donec Soli vicinus omni deſtituatur. Quamdiu Luna creſcit, pars lucida occidenti obvertitur; quamdiu decreſcit, orientem reſpicit. Paulo ante & paulo poſt congreſſum cum Sole pars quoque obſcura debili quadam lucula perfuſa inſtar nubeculæ pallet.*

CO-

(q) Vid. Hiſtoire de l' Acad. Royale des Scienc. A. 1706, p. m. 148.
(r) A. 1706 p. 385.
(s) in libello de nova ſtella Serpentarii c. 23 p. 115.
(t) in Roſa Urſina lib. 4. part. 2. c. 27, f. 740.
(u) Cometrograph. lib. 7. f. 365.

*COROLLARIUM* 1.

427. Ea Lunæ pars conſtanter ſplendet, in quam radii ſolares incidunt.

*COROLLARIUM* 2.

428. Luna telluri noſtræ luminare magnum eſt, quia corpora terreſtria diſtincte videri facit.

*OBSERVATIO* 7.

429. *Luna interdum cœlo ſereno lumen omne amittit, quando plena facie ſplendere debebat, tumque diſcus obſcurus ab oriente verſus occidentem promotus eam obtegere videtur. Omnibus vero in terræ locis eadem lunæ pars obſcurata videtur, & Luna vel in ipſa ecliptica vel prope eandem deprehenditur.*

*COROLLARIUM* 1.

430. Quando Luna plena facie ſplendet, intervallo 180 graduum a Sole diſtat (§. 426). Sed quia Sol in ecliptica hæret (§. 148); terra in oppoſitum gradum eclipticæ, hoc eſt, in 180 a loco Solis numeratum, umbram projicit (§.124 *Optic.*). Cum adeo Luna prope eundem gradum deficiat (§.429); eam lumine privari patet, quando umbram terræ ingreditur.

*COROLLARIUM* 2.

431. Quoniam itaque in umbra terræ lumen lunæ deficit; id aliunde, nempe a Sole (§.427), recipere debet.

*COROLLARIUM* 3.

432. Unde non mirum, quod ubique terrarum eadem lunæ pars obſcurata videatur: eſt enim vera luminis privatio (§. 429).

*COROLLARIUM* 4.

433. Lumen adeo lunare in omnibus locis eodem modo deficere obſervatur.

*OBSERVATIO* 8.

434. *Interdum Luna cœlo maxime ſereno prorſus diſparuit, ſtellulis ſextæ ac ſeptimæ magnitudinis licet conſpicuis, ita ut nec per optima teleſcopia detegi potuerit. Hoc phænomenon obſervavit* Keplerus A. 1580 & 1583 (x) & 1620 (y), *itemque* Hevelius (z). *Cum A.* 1642 *d.* 14 *Apr.* Ricciolus *cum multis Jeſuitis Bononiæ, ac plurimi paſſim per Bataviam lunam evaneſcentem admirarentur; Venetiis ac Viennæ in Auſtria conſpectui obſervatorum ſeſe minime ſubducebat* (a). *Luna A.*1703 *d.* 23 *Decembris deficiens in totali obſcura-*



(x) Aſtron. Optic. p. 227. 297.
(y) Epitom. Aſtron. Copernican. lib. 5. p. 825.
(z) Selenogr. c. 6. f. 117.
(a) Ricciolus Almag. Nov. lib. 4. c. 6. ſchol. 4. f. 203.

*ſcuratione Arelati fulva & fuſca, Avenione contra rubicunda & transparens, non ſecus ac ſi ſplendor Solis quodammodo transpareret, Maſſiliæ vero pars ejus, Caurum reſpiciens ſubrubens, oppoſita valde obſcura cernebatur, tandemque ultimo in loco cœlo quamvis maxime ſereno prorſus diſparebat* (b).

## *COROLLARIUM* 1.

435. Quia eodem tempore diverſi notantur in Luna colores, immo alicubi nulli (§. 434); colores illi Lunæ proprii non ſunt.

## *COROLLARIUM* 2.

436. Quoniam in nullo corpore cernuntur colores, niſi quod radios vel emittit, vel reflectit (§. 40 *Optic.*); Luna in umbra telluris conſtituta lucula quadam adhuc reſplendeat neceſſe eſt. Quare cum radii in oculos obſervatorum per atmoſphæram tranſmiſſi in ea refringantur (§. 324), lumen autem per refractionem in colores mutari poſſit (§. 183 *Optic.*); radios lunares in diverſis atmoſphæræ partibus diverſimode refringi neceſſe eſt. Colorum ergo diverſitas a diverſa conſtitutione atmoſphæræ diverſis in locis pendet.

## *COROLLARIUM* 3.

437. Radii ſolares cum in atmoſphæra refringantur (§. 324), umbram telluris trajiciunt: luna igitur in eadem conſtituta eosdem reflectit, adeoque pro diverſo atmoſphæræ a Sole colluſtratæ ſtatu multo vel exiguo lumine in umbra telluris gaudet, & quia radii ſolares per refractionem in colores transmutari poſſunt pro diverſitate refractionis varios, lunam diverſo tempore eodem in loco diverſis coloribus tinctam cernere licet.

## *SCHOLION.*

438. *Colores adeo Lunæ deficientis prædici nequeunt, niſi atmoſphæræ conſtitutione tum in loco obſervationis, tum in locis in quibus Sol oritur & occidit, cognita atque perſpecta.*

## *OBSERVATIO* 9.

439. *Oculo non minus nudo, quam armato partes quasdam obſcuriores reliquis in Luna obſervamus, quas* Maculas *appellant: per teleſcopia autem lunam creſcentem vel decreſcentem contuentibus patet, in maculis lumen æqualiter terminari, in partibus autem lucidioribus terminum lucis eſſe lineam flexuoſam ex arcubus convexis & concavis diſſimilibus compoſitam. Notantur quoque partes quædam lucidiores per obſcuriores hinc inde diſperſæ & particulæ a parte illuminata avulſæ ſeu ultra limitem illuminationis conſtitutæ paſſim illuminatæ comparent, aliis intermediis adhuc in tenebris conſtitutis: immo* Tab. V. Fig. 48. *pro-*

(b) Hiſtoire de l'Acad. Royal des Scienc. A. 1704. p. m. 72.

*prope maculas & in ipſis maculis iſtiusmodi particulæ frequenter obſervantur. Præter maculas autem antiquas obſervantur adhuc aliæ variabiles, nudo oculo inconſpicuæ, quas* Maculas novas *appellant, Soli ſemper oppoſitas & hinc circa partes, quæ in luna creſcente citius illuminantur, in decreſcente tardius intermediis lumen amittant, in orbem redeuntes, nunc majores, nunc minores.*

*COROLLARIUM 1.*

440. Omnes partes a Sole æqualiter illuminantur, utpote æquali intervallo ab eodem remotæ (§. 86 *Optic.*): ſed aliæ tamen aliis clariores, aliæ vero obſcuriores apparent (§. 439): ergo aliæ radios ſolares copioſius aliis reflectunt, adeoque hæterogeneæ ſint neceſſe eſt.

*COROLLARIUM 2.*

441. Quia terminus luminis in maculis admodum æquabilis (§. 439); ſuperficies earum æquabilis eſt.

*COROLLARIUM 3.*

442. Partes, quæ a Sole citius illuminantur aliis vicinioribus, quasque lumen Solis tardius iterum relinquit, altiores quoque ſunt reliquis, ſeu ultra reliquam Lunæ ſuperficiem eminent.

*COROLLARIUM 4.*

443. Maculæ novæ umbris corporum terreſtrium prorſus ſimiles (§. 124, 125, 155 *Optic.*).

*OBSERVATIO 10.*

444. Hevelius (c) *diſtinctis vicibus ſe expertum ſcribit, licet cœlo exiſtente undique ſereno, ut ſtellulas ſextæ & ſeptimæ magnitudinis animadvertere potuerit, in eadem Lunæ altitudine atque elongatione a terra, dato inſuper uno eodemque egregio teleſcopio, Lunam ejusque maculas non omni tempore æque lucidas, ſerenas & perſpicuas ſibi apparuiſſe; ſed alio atque alio tempore longe lucidiores, clariores, purioresque viſas eſſe.*

*COROLLARIUM.*

445. Ex circumſtantiis obſervationis liquet, rationem phœnomeni neque in aëre noſtro, neque in tubo, neque in ipſa Luna, neque in oculo ſpectatoris, ſed in aliquo circa Lunam exiſtente quærendam eſſe.

*OBSERVATIO 11.*

446. Caſſinus (d) *ſæpius obſervavit, figuram Saturni, Jovis & fixarum a Luna occultandorum prope limbum ejus ſive illuminatum, ſive obſcurum ex circulari in ovalem fuiſſe transmutatam: ſæpius etiam in aliis occultationibus nullam figuræ mutationem deprehendit. Simili prorſus modo Sol & Luna in horizonte va-*



(c) Cometograph. lib. 7. f. 363.
(d) Memoires de l'Acad. Royal des Sciences A. 1706 p. m. 327.

*vaporoſo orientes & occidentes non circulares, ſed elliptici apparent.*

COROLLARIUM.

447. Cum ipſa experientia ſatis conſtet, Solis & Lunæ figuram circularem in ellipticam mutari propter refractionem in aëre vaporoſo factam; haud obſcure colligitur, tunc temporis, quando ſtellarum a Luna occultandarum figura circularis in ellipticam abiit, denſam circa Lunam extitiſſe materiam, per quam radii ſtellarum trajecti refracti fuerunt; in aliis autem caſibus, ubi nulla figuræ mutatio facta, eandem rurſus abfuiſſe.

SCHOLION.

448. *Hoc phænomenon commode illuſtratur ſequenti experimento. Parieti interno vaſis cujuscunque ſive plani, ſive convexo, ſive concavo, paucula cera affigatur circulus chartaceus: aqua affuſa, ut radii ex ea in aerem tranſeuntes refringantur, antequam ad oculum obliquius circulum reſpicientem deferantur, figura circuli in ellipticam mutata deprehendetur.*

THEOREMA 3.

449. *Luna eſt corpus denſum & opacum, multis montibus, vallibus & maribus obſitum.*

Lunam eſſe denſam ſeu luci imperviam & per ſe opacam, ex ſuperioribus jam manifeſtum eſt (§. 424). Partes autem aliæ aliis depreſſiores ſunt, aliæ ultra reliquam Lunæ ſuperficiem aſſurgunt (§. 442) notabili admodum intervallo eæque ſatis longæ ac amplæ, quia e tanta diſtantia, quo Luna a Terra abeſt, videntur (§. 205 *Optic.*) Sunt adeo in Luna montes ingentes & valles admodum profundæ. Porro in luna dantur tractus ingentes, ſuperficiem prorſus æquabilem habentes & minus lumini reflectentes (§. 439). Quare cum corporum fluidorum ſuperficies ex naturæ ipſorum neceſſitate ſit æquabilis, eademque corpora ſi fuerint perſpicua magnam radiorum partem transmittant, pauciores reflectant; maculæ lunares antiquæ corpora fluida & pellucida ſint neceſſe eſt, hoc eſt, cum conſtanter eædem deprehendantur, maria. Dantur adeo in luna montes, valles & maria.

COROLLARIUM 1.

450. Partes adeo macularum lucidæ inſulæ ſunt ac peninſulæ.

COROLLARIUM 2.

451. Et quia in iisdem maculis ac prope earundem limbos partes elatiores occurrunt (§. 439); in maribus Lunæ paſſim ſcopuli & promontoria dantur.

SCHOLION.

452. *Quo his ratiociniis tanto tutius fidamus,* Hevelius (e) *ſuadet, ut ex loco quodam alto*

(e) Selenogr. c. 6. f. 148.

*lto horizontem viſibilem aſpiciamus : tunc nim eum æquabili tractu appariturum ubi lanitiem terminat, aſperum vero, ſinuoſum & inæqualem viſum iri, ſi terram montibus & vallibus conſperſam ſtringit.*

*COROLLARIUM* 1.

453. Quoniam maculæ novæ montibus contiguæ umbris corporum terreſtrium prorſus ſimiles (§ 443); dubium quoque non eſt, quin eædem umbræ ſint montium lunarium.

*COROLLARIUM* 2.

454. Quare cum montes in Luna umbram projiciant; materia lunaris opaca eſt.

*COROLLARIUM* 3.

455. Neceſſario itaque Luna umbram in locum Soli oppoſitum projicit (§.124).

*THEOREMA* 4.

456. *Lunam ambit atmoſphæra gravis & elaſtica, in qua vapores aliæque exhalationes aſcendunt & unde ſub forma roris ac pluviæ denuo in eam recidunt.*

Lumine ſolari prorſus deficiente, circa lunam annulus lucidus comparet, peripheriæ lunæ parallelus (§. 425): datur ergo circa lunam fluidum aliquod, quod figuram ejus aſſumit, radiosque ſolares incidentes refringit atque reflectit. Fluidum illud inferius prope Lunam denſius, ſuperius vero rarius, quia ſplendor prope lunam maximus, verſus peripheriam ſuam continuo ſenſim ſenſimque decreſcit (§. *cit.*). Tale fluidum cum ſit aer tellurem noſtram ambiens (§. 145 *Aërom.*); circa lunam quoque aërem dari manifeſtum eſt. Et quoniam diverſa aëris denſitas ab ejus gravitate & elaſticitate pendet (§.30.145 *Aërom.*); non dubitandum, quin etiam diverſa denſitas in aëre lunari easdem cauſas agnoſcat. Eſt adeo aër lunaris gravis & elaſticus. *Quod erat unum.*

Enimvero aër lunaris non eadem conſtanter pelluciditate gaudet (§. 444), limbum Solis tremere facit (§. 425), ſtellarum figuras circulares interdum in ovalem mutat (§. 446): quamobrem cum eadem phœnomena in aëre noſtro obſerventur, quando vaporibus oppletur (§. 412.447); haud obſcure intelligitur, eo tempore, quo in atmoſphæra lunari phœnomena iſta conſpiciuntur, eam vaporibus & exhalationibus oppletam eſſe. *Quod erat ſecundum.*

Quoniam tamen alio tempore aër lunaris denuo perſpicuus evadit (§.446); vapores ex eo in lunam rurſus præcipitentur opus eſt, adeoque vel ros decidit, vel pluit, vel ningit. *Quod erat tertium.*

*THEOREMA* 5.

457. *Luna eſt corpus telluri ſimillimum.*

Eſt

Eſt enim corpus opacum & minime perſpicuum (§. 424): dantur in ea montes, valles & maria (§. 449) cum inſulis, peninſulis (§. 450), ſcopulis & promontoris (§. 451): datur denique circa eam atmoſphæra alterabilis, in qua vapores & exhalationes aſcendunt & unde in lunam denuo recidunt (§. 456). Patet adeo, lunam eſſe corpus telluri ſimillimum.

## *SCHOLION.*

458. *Cum in tellure noſtra rorem ac pluviam in terram decidere conſtet, ut plantæ vegetentur; plantæ cum arboribus creſcant & ſemina atque fructus edant, ut animalia & homines nutriri queant; nihil profecto obſtat, quo minus etiam in luna plantas & arbores, animalia ac homines admittamus. Nihil fruſtra facit natura, ſibi ubique ſimilis: cur ergo fruſtra in luna produxerit elementa ad vegetationem plantarum & arborum atque ad propagationem animalium & hominum neceſſaria? aut quem, quæſo, alium in finem? Aſt non modo rationi conſentaneum eſt, lunam habitari, verum etiam fidei, quæ hominum credulitati obnoxia non eſt. Fide nimirum tenemus, Deum omnia condidiſſe ad manifeſtandum perfectiones ſuas, ſcientiam, ſapientiam, potentiam, bonitatem. Cumque adeo terricolæ corpora Lunæ partialia diſtincte cognoſcere nequeant, ne Deus ſapientiſſimus fine excidat, creaturæ rationis capaces & corporibus inſtructæ ut Lunam incolant opus omnino cenſeri debet. Cæterum novum pondus his argumentis adjicietur, ubi inferius demonſtratum fuerit, tellurem noſtram eſſe e planetis unum & medio inter ipſos loco circa Solem ferri, immo ex diverſis planetis conſpectam nunc Lunæ, nunc Veneris, nunc Jovis, nunc Saturni aut alterius cujusdam ſtellæ faciem præ ſe ferre. Similitudo enim planetarum atque telluris tam optica, quam phyſica ſufficiens argumentum ipſi* Hugenio *videtur, quo ornatus eorundem terreſtri ſimilis inferatur. Ita nimirum* (f): „Si cui *inquit*, in diſſecti canis corpore viſcera „oſtenderentur, cor, ſtomachus, pulmo„nes, inteſtina; tum venæ, arteriæ, ner„vi; etiamſi nunquam animalis cor„pus apertum conſpexiſſet, vix dubita„ret, quin ſimilis quædam fabrica ac par„tium varietas in bove, porco cæteris„que beſtiis ineſſet. Nec ſi unius ex „Saturni aut Jovis Comitibus naturam „cognitam haberemus, non eadem fere, „quæ in illo, in cæteris quoque reperiri „putaremus? Similiterque ex uno quo„piam cometa, ſi, quidnam eſſet per„ſpici poſſet, eandem omnium ratio„nem eſſe ſtatueremus. Itaque pluri„mum ponderis habet illa ex ſimilitu„dine petita & a rebus viſis ad non vi„ſas producta ratio; quam proinde ſe„quentes ex planeta uno, quem coram „adſpicimus, de reliquis ejusdem ge„neris recte conjecturam faciemus.



(f) in Coſmotheoro lib. 1. p. m. 16. 17.

# CAPUT II.
## De
# NATURA PLANETARUM
## TAM SUPERIORUM, QUAM INFERIORUM EORUMQUE SATELLITUM.

### DEFINITIO 1.

459. *Planetæ ſuperiores* dicuntur Saturnus, Jupiter & Mars; *inferiores* Venus & Mercurius: *Satellites* vero ſunt planetæ, qui circa alios, tanquam luna circa tellurem noſtram, moventur & una cum ipſis ab occaſu verſus ortum progrediuntur.

### SCHOLION.

460. *Ratio denominationis patebit inferius, ubi oſtenderimus, Venerem & Mercurium eſſe Terræ viciniorem Soli, Saturnum vero, Jovem & Martem ab eo remotiorem.*

### OBSERVATIO 12.

461. *Si Veneris faciem per teleſcopium contemplemur, raro plena facie ſplendere deprehenditur, ſed phaſes habet lunaribus ſimillimas, parte illuminata Soli conſtanter obverſa, directa nimirum in orientem, quando phoſphorus eſt, in occidentem vero, quando heſperus. Similes luminis phaſes in Mercurio & Marte obſervantur.*

### OBSERVATIO 13.

462. *A. 1631 d. 7. Nov.* Petrus Gaſſendus *primus, & ſequentibus temporibus alii* Mercurium in Sole *viderunt, qui ejus diſcum in camera obſcura charta candida exceptum* (§. 410) *inſtar maculæ nigræ & rotundæ trajicere viſus eſt* (g). *Simili modo* Jeremias Horoccius A. 1639 d. 24 *Novembr. Venerem in Sole vidit* (h): *quod phænomenon antea a nemine obſervatum, nec ante d. 25 Maji A. 1761 alteri cuidam obſervare licebit.*

### OBSERVATIO 14.

463. *Celeberrimus* de la Hire *A. 1700 per teleſcopium 16 pedum in Venere detexit montes lunaribus majores* (i) *diſco ejus triplo apparente lunaris nudo oculo viſi.*



(g) vid. *Gaſſendi* Mercurius in Sole viſus & Venus inviſa, nec non *Hevelii* Mercurius in Sole viſus.

(h) vid. Obſervationes cœleſtes in Operibus poſthumis p. 393 & ejusdem Venus in Sole viſa.

(i) Memoires de l' Acad. Royal. des Sciences A. 1700. p. m. 288 & ſeqq.

### OBSERVATIO 15.

464. Caſſinus *aliquoties duas in Venere maculas obſervavit* (k). *Idem A. 1666 d. 3 Martii Bononiæ in Marte per teleſcopium 16 ac dimidii pedum quatuor maculas, & d. 24 Februarii duas alias majores deprehendit, quas poſteriores eodem tempore Romæ per teleſcopium 35 pedum vidit* Campanus. *Idem* Caſſinus *A. 1665 in Jove maculas duas; A. 1690 alias duas minores; A. 1691 itidem duas conſpexit. In Mercurio vero, qui Soli proximus, ob nimium luminis ſplendorem, & in Saturno ob maximam ejus a terra diſtantiam maculæ nullæ hactenus detegi potuerunt.*

### COROLLARIUM 1.

465. Ex macularum obſervationibus collegit *Caſſinus* motum vertiginis ♃ 9 hor. 56′, ♂ 24 hor. 40′ & ♀ 24 horarum.

### COROLLARIUM 2.

466. Cum itaque ☉ (§. 406), ♃ ♂ & ♀ (§. 465) motu vertiginis moveantur, obſervationes autem in ☿ & ♄ ob allatas (§. 464) rationes deficiant, unde eorum vertigo certo concludi poſſit; nihil quidem obſtat, quo minus ſtatuamus, Mercurium quoque & Saturnum circa axem ſuum gyrari.

### OBSERVATIO 16.

467. *In Jove obſervantur duæ faſciæ reliquo ejus diſco lucidiores & lineis parallelis terminatæ, nunc latiores, nunc arctiores, nec eadem conſtanter diſci loca occupantes. Faſciam multo latiorem, ſed obſcuram mediamque diſci partem occupantem A. 1656. in Marte vidit* Hugenius (m).

T V Fi 49 n. — Ta V Fi 50.

### OBSERVATIO 17.

486. *A. 1609 circa finem Novembris* Simon Marius, *Marchionum Brandenburgenſium Mathematicus, primus omnium tres ſtellulas circa Jovem gyrantes & cum eo progredientes, mox autem menſe Januario & Februario A. 1610 quatuor conſpexit* (n). *Et in Italia A. 1610 d. 7 Jan.* Gallilæus *easdem ſtellulas vidit & eodem adhuc anno obſervationes ſuas publicavit* (o): *a quo tempore notiſſima facta eſt circumjovialium obſervatio.*

### SCHOLION.

469. *Hi Jovis Satellites a nonnullis dicuntur* Lunæ Joviales; *a* Gallilæo *autem* Sidera Medicæa. *Jovi proximum* Marius *vocat* Mercurium Jovialem, *ab eo ſecundum* Venerem Jovialem, *tertium* Jovem Jovialem & *quintum denique* Saturnum Jovialem.

OB-

(k) Ozanam Cours de Math. Tom. 5. Trait. de Geogr. part. 1. c. 3. p. 84. 85.
(l) Ozanam l. c. p. 83. 84.
(m) in Syſtemate Saturnino p. 7.
(n) Vid. præfatio ad Mundum Jovialem.
(o) in Nuncio ſidereo.

*OBSERVATIO* 18.

470. *Lunæ Joviales cœlo ſereno evaneſcunt, Jove inter ipſos atque Solem diametraliter interpoſito.*

*COROLLARIUM* I.

471. Privantur adeo lumine, quando radii ſolares per lineam rectam propagati (§.46 *Optic.*) a Jove intercipiuntur.

*COROLLARIUM* 2.

472. Unde patet, eos inſtar Lunæ noſtræ eſſe corpora opaca & a Sole illuminari.

*COROLLARIUM* 3.

473. Cum Jupiter Satellites ſuos pone ipſum conſtitutos non illuſtret (§. 472), ipſe ſimiliter in parte a Sole averſa omni lumine caret.

*OBSERVATIO* 19.

474. *Si lunulæ Jovis inter Jovem atque Solem diametraliter interponuntur, macula rotunda in diſco Jovis obſervatur, quæ interdum Satellite major deprehenſa* (p).

*COROLLARIUM* I.

475. Quoniam Satellites Jovis ſunt corpora opaca & a Sole illuminantur (§. 471); umbram in oppoſitum Solis projiciunt (§. 124 *Optic.*). Sunt adeo maculæ rotundæ in Jove viſæ Satellitum umbræ.

*COROLLARIUM* 2.

476. Quia interſectio umbræ eſt circulus, ſatellites autem Jovis ſunt Sole minores, ceu infra independenter ab his oſtendetur; umbra eorum conica eſt (§. 441 *Geom.*).

*COROLLARIUM* 3.

477. Figura igitur ſatellitum ſaltem ad ſenſum ſphærica eſt (§. 136 *Optic.*).

*OBSERVATIO* 20.

478. *Si tellure inter Solem & Jovem conſtituta ſatellitum aliquis inter Jovem atque Solem ſimiliter conſiſtat, lumini Jovis immerſus evaneſcit. Enimvero A. 1707 d. 26. Martii* Cl. Maraldus *per teleſcopium 34 pedum quartam Lunularum Jovialium inſtar maculæ obſcuræ per diſcum Jovis trajicientem miratus eſt. Quamprimum vero eundem reliquit, Satelles conſueto fulgore iterum comparuit. Similem maculam in Jove deprehendit, cum d. 4 Aprilis ejusdem anni per teleſcopium 17 pedum Satellitis tertii immerſionem in lumen Jovis obſervaret: cum tamen d. 11 Aprilis ejusdem ſatellitis immerſioni denuo attenderet, nullam prorſus maculam deprehendit. Idem phœnomenon alio tempore aliquoties vidit etiam* Caſſinus. *Præterea &* Caſſinus, *&* Maraldus *admirandas magnitudinis apparentis mutationes in*



(p) Memoires de l' Acad. Roy. des Sciences A. 1707 p. m. 382.

*in iisdem Satellitibus non ſimplici vice annotarunt; etiamſi nulla ratio ex eorum a Jove, Sole ac Tellure diſtantia dari poſſet. E. gr. quartus Satellitum, qui ſæpiſſime omnium minimus apparet, interdum maximus videtur. Similiter tertius, qui ordinarie omnium maximus, interdum tamen reliquis æqualis, immo iisdem minor videtur* (q).

COROLLARIUM.

479. Quoniam ſatellites Jovis a Sole colluſtrantur, etiam cum in lumen Joviale immerguntur, hoc tamen non obſtante obſcuræ apparent (§. 478); mutationes in atmoſphæris eorundem contingant neceſſe eſt; quæ impediant; quo minus radii ſolares a tota ſuperficie æqualiter reflectantur.

SCHOLION.

480. *Facile apparet, eandem eſſe rationem, cur umbra eorundem interdum major ipſis deprehendatur* (§. 474).

OBSERVATIO 21.

481. *Saturnus tot formas prorſus mirabiles induere videtur, ut cauſſam tantæ varietatis diu detegere non potuerint Aſtronomi peritiſſimi.* Hugenius *exquiſitioribus teleſcopiis Saturnum aggreſſus tres potiſſimum phaſes detexit* (r). *Primo enim A. 1656 a die 16 Jan. usque ad 17 Junii Saturnum vidit* rotundum, *transverſa linea, cæteris diſci partibus paulo obſcuriore, ex æquo medium ejus diſcum ſecante. Eodem anno die 13 Octobris vidit* brachiatum, *inſtructum nempe duobus brachiis, recta utrinque extenſis, prope limbum Saturni latioribus, & minus intenſa luce quam verſus extremas cuſpides lucentibus, faſcia obſcuriore paulo infra brachiorum lineam comparente. Tandem A. 1657 d. 17 Decembris* anſatum *vidit*, brachia *prope diſcum adaperta ac bifida inveniens, linea obſcura verſus inferiora ulterius promota: quas anſas latius adhuc patentes a d. 10 Nov. usque ad 26 Martii omnium diſtinctiſſime conſpexit. Cæterum notatu dignum, quod intra anſas Saturni fixas conſpicere liceat.*

SCHOLION I.

482. *Equidem antea Aſtronomi phaſes Saturni alias mirabiliores annotarunt; Certe* Hevelius (s) *numerat Saturnum* 1. monoſphæricum, 2. triſphæricum, 3. Sphærico-anſatum, 4. ellipticoanſatum, 5. Sphærico-cuſpidatum, *quas ipſas phaſes denuo in alias ſubdiſtinguit. Enimvero* Hugenius (t) *clariſſime oſtendit, imperfectioni tuborum deberi ejusmodi apparitionum monſtra. Cum enim A. 1655 menſe Aprili ac Majo Saturnum brachiatum obſervaſſet,* Ricciolus & Hevelius

(q) Memoires de l' Acad. Roy. des Sciences A. 1707. p. 382. 383.
(r) in Syſtemate Saturnino p. 16 & ſeqq.
(s) in Opuſculo de Saturni nativa facie.
(t) in Syſtemate Saturnino p. 35.

us tricorporeum *viderunt*; *ipſique* Hugenio *brachiorum loco apparuere duo globuli*, *teleſcopio* 5 *aut* 6 *pedum Saturni faciem contemplanti*.

## COROLLARIUM I.

483. Ex obſervationibus ſuis *Hugenius* recte infert: Saturnum cingi annulo tenui, plano, nuſquam cohærente, ad eclipticam inclinato: hoc nimirum admiſſo, ratio phœnomenorum manifeſta.

## SCHOLION 2.

484. *Sane non modo* Hugenii, *ſed &* Caſſini *obſervationes ſumma cum induſtria inſtitutæ abunde confirmarunt, phaſes Saturni tales apparere, quales ex hac ſua theoria eas prædixerat* Hugenius (u).

## COROLLARIUM 2.

485. Cum faſcia obſcura in diſco Jovis appareat, annulo ita conſtituto, ut nec brachia, nec anſæ appareant (§. 481); manifeſtum eſt, eam eſſe marginem annuli.

## OBSERVATIO 22.

486. Hugenius *A. 1655 d. 25 Martii primus omnium per teleſcopia* 12 & 23 *pedum Satellitem aliquem Saturni obſervavit* (x): *poſtea acceſſere quatuor alii a* Caſſino *diverſo tempore detecti. Nempe duos, qui Saturno proximi, per teleſcopia* Campani 100 & 136 *pedum* A. 1684 *menſe Martio primum reperit; tertio jam ante A. 1672 d. 23 Decembris per teleſcopium* Campani 35 *pedum & quinto (quartus enim* Hugenianus *eſt)* A. 1671 *circa finem Octobris per teleſcopium* 17 *pedum viſo. Duos intimos poſtea quoque deprehendit per teleſcopia* Campani 47 *&* 34 *pedum atque per teleſcopia* Borelli 40 *&* 70 *pedum, & denique per teleſcopia* Artouquellii 80, 155 *&* 220 *pedum* (y).

## SCHOLION.

487. *Præter* 4 *Jovis &* 5 *Saturni comites alii obſervati non ſunt: neque facile ſpes ſupereſt, fore ut plures inpoſterum detegantur, quia* Caſſinus *uſus eſt teleſcopiis & maximis & exquiſitiſſimis. Equidem* Antonius Maria Schyrlæus de Rheita, *Capucinus Colonienſis, præter ſidera Medicæa alios quinque circa Jovem Satellites d. 29 Decembr. A.* 1642. *ſibi deprehendiſſe viſus eſt, quos in honorem* Urbani VIII. *Pontificis maximi,* Sidera Urbanoctaviana *appellavit. Sed cum obſervatio per* Gabrielem Naudæum *cum* Gaſſendo *communicaretur, qui eodem die Jovem obſervaverat; ſtatim is deprehendit, virum religioſum quinque ſtellas fixas in fuſione aquæ Aquarii, quæ in catalogo Tychonis ſunt* 24. 25. 26. 27 *&* 28 *cum ſatellitibus Jovis confudiſſe: unde etiam non mirum, quod motu reliquis contrario (qualis nimirum in fixis ap-*

 *pa-*

(u) Transact. Anglic. n. 65. p. 2093 & n. 78 p. 3024 & ſeqq. n. 128 p. 690.
(x) Vid. Syſtema Saturninum p. 9 & ſeqq.
(y) Transact. Anglic. n. 92. p. 5178 & ſeqq. n. 92. p. 5181. n. 181. p. 79.

*paret) ab occaſu in ortum progredi viſa reliquisque majores apparuerint* (z).

### THEOREMA 5.

488. *Saturnus, Jupiter, Mars, Venus & Mercurius, nec non Saturni ac Jovis ſatellites ſunt corpora Lunæ ſimilia.*

Quoniam in Venere, Mercurio & Marte nonniſi ea pars diſci ſplendet, quæ a Sole illuminatur (§ 461), præterea ♀ atque ☿ inter Solem & Tellurem conſtituti inſtar maculæ obſcuræ in diſco Solis comparent (§. 462); ☿, ♀ atque ♂ eſſe corpora opaca lumine Solis mutuatitio ſplendentia patet. Idem de ♃ manifeſtum eſt, quia lumine privatur ea parte, quam umbra Satellitum attingit (§. 475) & altero hemiſphærio, quod a Sole averſum, conſtanter lumine caret (§. 473). Ejus vero Satellites itidem opacos eſſe lumenque Solis reflectere, ſupra jam oſtenſum (§. 472). Quare cum ♄ cum ſatellitibus & annulo ſuo lumen admodum debile habeant, debilius certe lumine fixarum, quamvis remotiorum, & reliquorum planetarum; nullum ſane eſt dubium, quin inſtar planetarum reliquorum ſit corpus opacum una cum annulo & ſatellitibus ſuis.

Porro cum lumen ſolare pe[r] Mercurium & Venerem non trans[-] pareat, quando ſub eo conſtituun[-] tur (§. 462); corpora denſa mi[-] nusque pellucida ſint neceſſe e[ſt] (§. 12 *Optic.*) quod idem de Jove umbra ſatellites obſcurante pate[t] (§. 471), adeoque de ♄, ejusque ſatellitibus per annalogiam concluditur.

Ex maculis ♀, ♂ & ♃ variabilibus apparet, dari circa hos planetas atmoſphæram alterabilem, ceu ex iis manifeſtum eſt, quæ ſupra ad theor. 3 (§. 449) oſtendimus. Eadem atmoſphæræ alterabilitas ſimili argumento de Jovis ſatellitibus infertur (§. 479), adeoque ob ſimilitudinem reliquam etiam de planetis reliquis concluditur.

Simili modo ob montes in ♀ deprehenſos tales quoque in reliquis ſupponere licet.

Cum adeo ♄, ♃, utriusque ſatellites, ♂, ♀ & ☿ ſint corpora opaca, lumine Solis mutuatitio reſplendeſcentia, montibus prædita & atmoſphæra alterabili cincta, conſequenter etiam aquæ in iisdem exiſtant, corpora lunæ ſimillima ſunt (§. 449. 458).

### COROLLARIUM I.

489. Luna eſt corpus telluri noſtræ ſimi-

(z) Vid. epiſtola Gaſſendi ad Gabr. Naudæum de Novem ſtellis circa Jovem viſis.

ſimile (§. 459): ſunt ergo & planetæ reliqui omnes eidem telluri ſimiles.

## COROLLARIUM 2.

490. Nil adeo obſtat, quo minus ſtatuamus, planetas omnes ab animalibus atque hominibus habitari (§. 458).

## SCHOLION.

491. *De planetarum incolis multa probabiliter oſtendit* Hugenius *in Coſmotheoro, ex ſimilitudine planetarum cum terra, quod nempe inſtar hujus ſint corpora opaca, denſa, rotunda, gravia, & a Sole illuminentur ac calefiant, eumque in finem circa ipſum moveantur, argumentatus. Sed multa etiam aliis argumentis inferri poterant. E. gr. Dubio fere penes me caret, Jovicolas eſſe* Terricolis *multo majores, ex genere nempe gigantum. Nimirum pupilla dilatatur in lumine fortiori, coarctatur in debiliori* (§. 56 Optic.). *Quare cum in Jove lux meridiana in eadem altitudine Solis ſit debilior, quam in tellure, ob majorem nempe ♃ a Sole diſtantiam inferius independenter ab his oſtendendam* (§. 86 Optic.); *pupilla in maxima conſtrictione, adeoque etiam per ſe, major eſſe debet in Jovicolis, quam in terricolis. Enimvero experientia loquitur, pupillam reliquo bulbo oculi, oculum vero reliquo corpori eſſe proportionatum, ut nempe animantia oculos majores habeant, quorum pupilla major eſt, & corpore majori gaudeant, quorum oculi ſunt majores: quare corpora Jovicolarum majora eſſe debent corporibus terricolarum. Et ſane non deſunt mihi rationes, quæ ſuadent, Jovicolas ſtatura æquales eſſe* Ogi *Regi Baſan, cujus lectus ferreus,* Moſe *autore,* (a) *habuit longitudinem novem, latitudinem quatuor cubitorum. Patebit enim inferius, diſtantiam ♃ a Sole eſſe ad diſtantiam* Telluris *ab eodem ut* 26 *ad* 5. *Eſt igitur intenſitas luminis Solaris in Jove ad intenſitatem in* Tellure *in ratione duplicata* 5 *ad* 26 (§. 86 Optic.). *Sed per experientiam conſtat, pupillam dilatari in ratione majore, quam intenſitas luminis decreſcit, alias enim objecti remoti claritas eadem apparere poſſet, quæ vicinioris, quod tamen videtur obſcurius: diameter adeo pupillæ in ſtatu maximæ contractionis aut dilatationis terricolarum eſt ad diametrum pupillæ in ſtatu ſimili Jovicolarum in ratione majore quam* 5 *ad* 26. *Quodſi eandem ponamus ut* 10 *ad* 26 *ſeu* 5 *ad* 13; *cum ſtatura terricolarum ordinaria ſit pedum Pariſinorum* $5\frac{7}{32}$ *ſeu particularum* 7515, *cujusmodi pes regius Pariſinus continet* 1440 (*tantam nimirum meam reperio*), *reperietur ſtatura ordinaria Jovicolarum* 195 39 *ejusmodi particularum, hoc eſt, pedum* $13\frac{819}{1440}$. *Quoniam cubitus Hebræus juxta Cl.* Eiſenſchmidium (b) *eſt particularum* 2384 *pedis Pariſini, longitudo lecti gigantis a Moſe commemorati eſt* 21456: *unde ſi ſubducatur pes unus partium* 1440, *relinquitur longitudo gigantis* 20016 *ſeu pedum* $13\frac{1296}{1440}$, *cui quam proxime convenit longitudo Jovicolarum pedum* $13\frac{819}{1440}$.

CA-

(a) Deuter. III. 11.
(b) de ponderibus & menſuris veterum R. G & H. Sect. 3. c. 4. p. 119.

## CAPUT III.
# De SYSTEMATE PLANETARIO.

### *DEFINITIO 1.*

492. *Per Syſtema planetarium* intelligo ordinem, quo planetæ cum Sole in univerſo collocati ſunt.

### *DEFINITIO 2.*

493. *Planetæ primarii* dicuntur, qui circa Solem moventur: *ſecundarii* ſunt, qui circa alium planetam feruntur.

### *COROLLARIUM.*

494. Sunt adeo Satellites Jovis atque Saturni planetæ ſecundarii.

### *DEFINITIO 3.*

495. *Directio planetæ* eſt motus in ſigna conſequentia eclipticæ, nempe ex ♈ in ♉, ex ♉ in ♊ & ita porro.

### *DEFINITIO 4.*

496. *Statio* eſt apparentia in eodem cœli puncto per aliquot dies.

### *DEFINITIO 5.*

497. *Retrogradatio* eſt motus in ſigna antecedentia eclipticæ, e. gr. ex ♊ in ♉.

### *DEFINITIO 6.*

498. *Planeta* vocatur *directus*, quando in ſigna conſequentia movetur; *ſtationarius*, quando in eodem cœli puncto immobilis hærere videtur; *retrogradus* denique, quando in antecedentia movetur.

### *DEFINITIO 6.*

499. *Synodus, conjunctio* ſeu *coitus* ſtellarum eſt concurſus earundem in eodem cœli loco optico.

### *DEFINITIO 8.*

500. *Oppoſitio* eſt diſtantia duarum ſtellarum per ſemiſſen circuli, ſeu intervallo 180 graduum.

### *OBSERVATIO 23.*

501. *Planetæ omnes Soli opponuntur, exceptis Venere & Mercurio, quorum illa nunquam ultra gradus 47, hic nunquam ultra 28 a Sole digreditur. Uterque planeta a maxima elongatione rurſus ad Solem regreditur & ad conjunctionem denuo properat.*

### *OBSERVATIO 24.*

502. *Venus plena facie ſplendet, ſi poſt conjunctionem fuerit heſperus, cum elongatione a Sole lumen decreſcit, in digresſione maxima dimidiata cernitur. Dum inde ad Solem regreditur lumen ulterius decreſcit, ita ut inſtar falcis appareat, cum mox heliace occidit. Quando coitu cum*

*cum Sole celebrato phoſphorus evadit, falcata rurſus conſpicitur, in maxima digreſſione denuo dimidiata. Dum inde ad Solem regreditur, lumen continuo creſcit, donec paulo ante conjunctionem plena facie ſplendeat. Obſervationes ſpeciales recenſet* Hevelius (c).

*COROLLARIUM.*

503. In altera itaque conjunctione Venus lumine plena; in altera vero omni lumine caſſa.

*OBSERVATIO 25.*

504. *Phaſes Mercurii eædem prorſus obſervantur, quæ Veneris, quemadmodum denuo annotatum eſt ab* Hevelio (d) *& cuilibet ad oculum conſtabit, ſi per teleſcopium melioris notæ cœlo non invito faciem ejus contempletur.*

*OBSERVATIO 26.*

505. *Planetæ interdum ſe mutuo occultant. Certe* Mœſtlinus *A. 1591 d. 9 Jan. Jovem a Marte coloris ignei rutilantis; A. 1599 d. 3 Octobr. hor. 5 matutina Martem a Venere coloris candidi contectum vidit* (e). *A. 1671 d. 1 Jun.* Hevelius *& A. 1678 d. 7 Februar.* Bullialdus *Saturnum; A. 1679 d. 5 Jun.* Hevelius *Jovem & A. 1676 d. 21 Aug.* Flamſteedius, Hallejus, Hevelius *Martem a Luna obtectum conſpexerunt* (f). Copernicus *A. 1529 d. 12 Martii veſpere Venerem a Luna tectam obſervavit* (g).

*OBSERVATIO 27.*

506. *Fixarum a Luna occultationes ſæpius contingunt, ut adeo obſervationibus ſpecialibus recenſendis ſuperſedere poſſimus. Sed fixarum aliquæ etiam a planetis reliquis, quanquam rarius, occultatæ leguntur. Sane A. 241 ante Chriſtum d. 4 Sept. mane Jupiter Aſellum Auſtrinum &* A. C. 1633 *d.* 19 *Decembris mane, obſervante* Gaſſendo, *Propoda ſeu ſtellam ante pedes Geminorum, Mars A.* 272 *ante Chriſtum d. 18 Jan. referente* Ptolemæo, *borealem in fronte Scorpii & recentius, obſervante* Gaſſendo, *extremam in ala Virginis; Venus A. 1574 d. 16 Sept. hor. 4 mat. & A. 1598 d. 25 Sept. hor. 3 mat. obſervante* Mœſtlino, *Regulum texit* (h). Kirchius *A. 1679 d. 7 Januar. mane ſtellam ſextæ magnitudinis in au-*



(c) in Prolegom. Selenogr. f. 69 & ſeqq.
(d) loc. cit. f. 74 & ſeqq.
(e) Keplerus in Aſtron. Optic. p. 305.
(f) Transaction. Anglic. num. 78 p. 3027. 3031 num. 129 p. 721 & ſeqq. num. 139 p. 969. num. 1. p. 29.
(g) Revolut. cœleſt. lib. 5 c. 23.
(h) Ricciolus in Almag. Nov. lib. 7 ſect. 6 c. 14 f. 721.

*auſtrali cornu Tauri, quæ apud* Bayerum *littera* o *notatur, a Saturno occultatam obſervavit* (i).

### OBSERVATIO 28.

507. Caſſinus, *referente* Gregorio (k), *primam arietis aliquando in binas æquales intervallo diametri utriusvis diſtantes diviſam conſpexit. Idem phænomenon de præcedente capite geminorum obſervavit: immo plejadum aliquas & mediam in Orionis gladio quandoque triplas, aut etiam quadruplas apparentes vidit.*

### PROBLEMA 2.

508. *Micrometrum conſtruere, hoc eſt inſtrumentum, quo res minutas in cœlo exacte dimetiri licet.*

### RESOLUTIO.

Tab. V. Fig. 53. 1. In foco tubi Aſtronomici aptetur annulus orichalceus ſeu ferreus AB cum cochleis fœminis ſibi mutuo diametraliter oppoſitis.

2. Inſerantur duæ cochleæ mares CE & FB ejus longitudinis, ut verſatæ intra tubum ſeſe contingere posſint.

Dico, tali inſtrumento res minutas in cælo dimetiri licere.

### DEMONSTRATIO.

Cum enim objecta per tubum viſa cochleis contigua appareant (§. 364 *Dioptric.*), ſi ea tamdiu verſentur, donec duo puncta oppoſita contingant, quorum diſtantiam metiri debes, illico conſtabit, quot cochlearum ſtriæ iſti intervallo reſpondeant. Ut autem conſtet, quot ſcrupula ſecunda ſingulis ſtriis conveniant, tubo in cœlum converſo verſentur cochleæ, donec duas fixas, quarum diſtantia in ſcrupulis ſecundis exacte cognita (§. 215), contingant, & notetur numerus ſtriarum iſti intervallo reſpondens. Ita nimirum per regulam trium conſtruetur tabella ſcrupulorum ſingulis ſtriis convenientium, conſequenter diſtantia duorum quorumcunque punctorum exigua ope hujus inſtrumenti, tabella conſtructa, inveniri poteſt. *Q. e. d.*

### SCHOLION 1.

509. *Tabella, de qua in demonſtratione diximus, conſtrui etiam poterit, ſi ope horologii oſcillatorii obſervetur tempus, quod elabitur, dum ſtella in æquatore conſtituta ab uno cochleæ extremo uſque ad alterum, tubo immoto, progreditur, atque in ſcrupula æquatoris convertatur. Utimur etiam commode fixarum loco Lunæ vel Solis diametro apparente.*

### SCHOLION 2.

510. *Simpliciſſimum hoc micrometri genus, quod a quovis fabro ferrario facile parari poteſt,*

(i) Vid. Miſcellan. Berolin. p. 205 & ſeqq.
(k) in Element. Aſtron. Phyſic. & Geometr. lib. 3 prop. 54 f. 274.

*eſt, excogitavit* Kirchius *A.* 1677 *occultationem fixæ a ♄ factam obſervaturus* (l). *Alias Aſtronomis Gallis uſitatas deſcribit* Cl. de la Hire (m), *& alibi alia occurrunt* (n). *Ceterum* Kirchianum *agnatum eſt inſtrumento, quo* Hugenius (o) *diametros apparentes planetarum metitus.*

*PROBLEMA* 3.

511. *Obſervare diametrum Solis apparentem.*

*RESOLUTIO.*

1. Quadrante exactiſſime diviſo & dioptris teleſcopicis inſtructo obſervetur altitudo meridiana limbi ſolaris tam ſuperioris, quam inferioris.
2. Altitudo inferior ſubducatur a ſuperiore, differentia erit angulus, ſub quo diameter Solis e terra videtur.

*Aliter.*

1. Super linea meridiana erigantur duo fila perpendicularia & capite immoto obſervetur tranſitus Solis per meridianum.
2. Quamprimum limbus ⊙ ad fila appellit, notetur momentum temporis, quod ab horologio oſcillatorio indicatur.
3. Quando limbus oppoſitus eadem relinquit, notetur ſimiliter tempus, quod index horologii monſtrat.
4. Tempus prius a poſteriore ſubducatur, reſiduum erit tempus, quo diameter ⊙ per meridianum tranſit.
5. Si Sol fuerit in æquatore, tempus modo inventum convertatur in Scrupula æquatoris (§. 202), ita prodibit arcus, qui metitur angulum, ſub quo diameter Solis videtur.
6. Si Sol fuerit extra æquatorem, arcus inventus eſt circuli paralleli, in quo Sol commoratur, ſimilis arcui æquatoris, qui interea per meridianum tranſiit (§. 45 *Sphæric.*). Quare cum ob parallelismum rectarum CQ & TA angulus CAT ſit angulo ACQ (§ 222 *Geom.*), hoc eſt, declinationi AQ (§. 55 *Geom.* & §. 67 *Aſtron.*) æqualis; radius æquatoris AC eſt ad radium paralleli AT ut ſinus totus ad coſinum declinationis A (§. 33 *Trigon.*). Sed arcus ſimiles paralleli & æquatoris in eadem ratione exiſtunt (§. 390 *Geom.* & §. 163 *Arithm.*): ope igitur ejusdem in ſcrupula æquatoris convertuntur ſcrupula paralleli (§. 272 *Arithm.*), Tab. VI. Fig. 54.



(l) Vid. præfation. ad Calendarium A. 1696 & Miſcell. Berolin. p. 202 & ſeqq.
(m) in Tabulis Aſtron. part. 2 p. 65 & ſeqq.
(n) Vid. Lexicon meum Mathemat. ſub voce *Micrometrum*.
(o) in Syſtemate Saturn. p. 52.

*rithm.*), quæ diametrum Solis apparentem produnt ut ante.

*PROBLEMA* 4.

512. *Diametrum apparentem Solis, Lunæ ac ſtellæ cujuscunque obſervare.*

*RESOLUTIO.*

1. Convertatur in Solem helioſcopium (§. 449 *Dioptr.*), in Lunam & ſtellas tubus Aſtronomicus (§. 378 *Dioptric.*) micrometro inſtructus (§. 508).
2. Cochleæ micrometri verſentur, donec utrinque limbum ſideris contingant.
3. Notetur numerus ſpirarum intervallo intra cochleas in tubo relicto conveniens.
4. Hic denique ope tabellæ modo ſupra præſcripto (§. 508) conſtructæ convertatur in ſcrupula æquatoris, qui ſemidiametrum apparentem prodent.

*OBSERVATIO* 29.

513. *Diameter Solis, Lunæ & Planetarum tam inferiorum, quam ſuperiorum non omni tempore eadem deprehenditur; ſed in ſingulis ad certum usque terminum creſcit iterumque decreſcit. Inprimis vero notabile eſt, Planetas ſuperiores multo majores apparere, ſi fuerint acronychii ſeu in oppoſitione cum Sole quam prope conjunctionem cum eodem; planetas vero inferiores majores videri ſi lumine fuerint diminuti, quam ubi aucti extiterint. Martis inprimis acronychii diameter octuplo, immo juxta* Ricciolum (p) *noncuplo major apparet, quam ſi prope conjunctionem in eodem cœli loco conſpiceretur, ita ut A. 1529 menſe Julio & Auguſto ob prodigioſam magnitudinem novum ſidus crederetur* (q).

*COROLLARIUM* 1.

514. Planetarum diſtantia a Terra non ſemper eadem (§. 350 *Optic.*).

*COROLLARIUM* 2.

515. Planetæ ſuperiores ſunt terræ propiores in oppoſitione cum Sole, quam circa conjunctionem (§. *cit.*): Mars inprimis octuplo, immo noncuplo propior eſt telluri in oppoſitione, quam circa conjunctionem cum Sole (§. 205 *Optic.*).

*COROLLARIUM* 3.

516. Planetæ inferiores terræ propiores ſunt, ſi lumine diminuti, quam ſi aucti fuerint (§. 350 *Optic.*).

*OBSERVATIO* 30.

517. *Diametrum Solis apparentem obſervarunt*

*Ma-*

(p) in Almageſt. Nov. lib. 7 ſect. 6 c. 10 f. 713.
(q) Keplerus in Aſtronom. Optic. c. 10 p. 333.

| | *Maximam* | *Mediam* | *Minimam* |
|---|---|---|---|
| Ptolemæus (r) | 33'20" | 31.'18" | 31'20" |
| Tycho (s) | 32. 0 | 31. 0 | 30. 0 |
| Keplerus (t) | 31. 4 | 30. 30 | 30. 0 |
| Ricciolus (u) | 32. 8 | 31. 40 | 31. 0 |
| Caſſinus (x) | 32. 10 | 31. 40 | 31. 8 |
| de la Hire (y) | 32. 43 | 32. 10 | 31. 38 |

*Obſervatur autem hodie diameter minima, quando Sol exiſtit in ♋; maxima, quando in ♑ hæret.*

*COROLLARIUM.*

518. Maxima adeo Solis a terra diſtantia hodie in ♋ eſt, minima in ♑ (§. 204 *Optic.*).

*OBSERVATIO* 31.

519. *De Luna notatu dignum eſt, quod duplex obſervetur incrementum & decrementum diametri apparentis, alterum in conjunctionibus & oppoſitionibus cum Sole, alterum in quadraturis. Eſt nempe maxima Lunæ diameter apparens in illis minor maxima in hiſce, & minima in illis minor itidem minima in hiſce. Sane in priori caſu ſtatuunt*

| | *Minimam* | *Maximam* |
|---|---|---|
| Ptolemæus (z) | 31.' 20" | 35.' 20" |
| Tycho *in conj.* | 25. 36 | 28. 48 |
| (a) *in Oppoſ.* | 32. 0 | 36. 0 |
| Keplerus (b) | 30. 0 | 32. 44 |
| de la Hire (c) | 29. 30 | 33. 30 |

*In caſu autem poſteriore ponunt*

| | *Minimam* | *Maximam* |
|---|---|---|
| Ptolemæus | 42' 8" | 55. 0 |
| Tycho | 32. 32 | 36. 0 |

*COROLLARIUM.*

520. Luna in eodem orbitæ ſuæ puncto a terra magis diſtat in quadraturis, quam in oppoſitionibus & conjunctionibus (§. 204 *Optic.*).

*OBSERVATIO* 32.

521. *Planetarum ſuperiorum diametros apparentes juxta Autores diverſas exhibet* Hevelius (d). *Statuunt nempe diametrum*



(r) Almag. lib. 5 c. 14 f. m. 117.
(s) Progymnaſin. lib. 1. c. 1 p. m. 135.
(t) in Tab. Rudolph. f. 92.
(u) Aſtron. Reform. lib. 1 c. 12 f. 38.
(x) apud Ricciolum loc. cit.
(y) in Tab. Aſtron. p. 20.
(z) loco citato.
(a) loc. ſupra citato.
(b) in Rudolphinis f. 98.
(c) in Tab. Aſtron. p. 27.
(d) in Tractatu de Mercurio in Sole viſo f. 101.

| | | Minim. | | | Mediam | | | Maxim. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Albategnius | ♄ | 1'. | 29''. | 13''' | 1' | 44'' | 13''' | 2.' | 5.'' | 59''' |
| Tycho | | 1. | 34. | 0 | 1. | 50. | 0 | 2. | 12. | 0 |
| Keplerus | | 0. | 21. | 0 | 0. | 25. | 0 | 0. | 38. | 0 |
| Ricciolus | | 0. | 46. | 0 | 0. | 57. | 0 | 1. | 12. | 0 |
| Hevelius | | 0. | 14. | 10 | 0. | 16. | 2 | 0. | 19. | 40 |
| Albategnius | ♃ | 2. | 9. | 25 | 2. | 36. | 40 | 3. | 18. | 24 |
| Tycho | | 2. | 14. | 0 | 2. | 45. | 0 | 3. | 59. | 0 |
| Keplerus | | 0. | 30. | 0 | 0. | 38. | 0 | 0 | 50. | 0 |
| Ricciolus | | 0. | 38. | 18 | 0. | 49. | 46 | 1. | 8. | 46 |
| Hevelius | | 0. | 14. | 36 | 0. | 18. | 2 | 0. | 24. | 22 |
| Albategnius | ♂ | 0. | 54. | 0 | 1. | 34. | 0 | 6. | 10. | 0 |
| Tycho | | 0. | 57. | 0 | 1. | 40. | 0 | 6. | 46. | 0 |
| Keplerus | | 0. | 54. | 0 | 1. | 34. | 0 | 6. | 30. | 0 |
| Ricciolus | | 0. | 10. | 0 | 0. | 22. | 0 | 1. | 32. | 0 |
| Hevelius | | 0. | 2. | 46 | 0. | 5. | 2 | 0. | 20. | 50 |
| Albategnius | ♀ | 1. | 49. | 0 | 3. | 8. | 0 | 16. | 42. | 0 |
| Tycho | | 1. | 52. | 0 | 3. | 15. | 0 | 4. | 40. | 0 |
| Keplerus | | 1. | 2. | 0 | 1. | 48. | 0 | 7. | 6. | 0 |
| Ricciolus | | 0. | 33. | 30 | 1. | 4. | 12 | 4. | 8. | 0 |
| Hevelius | | 0. | 9. | 34 | 0. | 16. | 46 | 1. | 5. | 58 |
| Albateguius | ☿ | 1. | 27. | 21 | 2. | 5. | 20 | 3. | 41. | 45 |
| Tycho | | 1. | 29. | 0 | 2. | 10. | 0 | 3. | 57. | 0 |
| Ricciolus | | 0. | 9. | 20 | 0. | 13. | 48 | 0. | 25. | 12 |
| Hevelius | | 0. | 4. | 4 | 0. | 6. | 3 | 0. | 11. | 48 |

Chriſtianus Hugenius *methodo exquiſitiore diametros planetarum apparentes inveſtigans deprehendit diametrum minimam* ♄ 30'', *annuli ejus* 1'8'', ♃ 1' 4'', ♂ 30'', ♀ 1'25'' (e).

*Ex his obſervationes in* ♄, ♃ *&* ♀ *accuratiſſimas judicat*, Hevelius *vero Mercurii diametrum ex eo in Sole obſervato elicuit.*

*SCHO-*

(e) in Syſtemate Saturnino p. 77 & ſeqq.

## SCHOLION.

522. *Ingens diſcrimen inter veteres & recentiores inde oritur, quod illi, veluti* Albategnius & Tycho, *nudis oculis æſtimaverint diametros planetarum; recentiores autem tubis utantur: unde ſplendor ſpurius, quem teleſcopia tollunt, eos exhibuit juſto majores.* Ricciolus *equidem teleſcopiis uſus eſt, ſed micrometro caruit, ſine quo aut* Hugenii *apparatu iſti ſimillimo diameter planetarum non adeo tuto exploratur* (f). *Obſervationes adeo* Hugenianæ & Heveliana *circa ☿ reliquis merito præferuntur: quibus adeo & nos in poſterum utemur.*

## PROBLEMA 4.

523. *Longitudinem & Latitudinem planetæ obſervare.*

## RESOLUTIO.

1. Obſervetur culminatio planetæ (§. 126) &
2. inveniatur ejus altitudo meridiana (§. 121)
3. noteturque temporis momentum ope horologii oſcillatorii, quod inter culminationes planetæ atque fixæ alicujus notæ aſcenſionis rectæ intercedit.
4. Ex data altitudine meridiana planetæ inveſtigetur ejus declinatio (§. 141) &
5. Ex tempore inter culminationes interjecto & aſcenſione recta fixæ aſcenſio recta planetæ (§. 281).
6. Tandem cognitis declinatione & aſcenſione recta ejus, inveniatur latitudo & longitudo (§. 233).

## SCHOLION 1.

524. *Quodſi diſtantia planetæ a fixa notæ aſcenſionis rectæ obſervetur* (§. 215); *ejus aſcenſio recta itidem inveniri poteſt* (§. 216. 222), *quamvis calculo operoſiore.*

## SCHOLION 2.

525. *Hoc modo ſequentia de motu planetarum proprie patebunt.*

## OBSERVATIO 33.

526. *Luna & Sol ſemper apparent directi.* Sed ♄, ♃, ♂, ♀ & ☿ *plerumque directi, interdum retrogradi, nonnunquam ſtationarii. Planetæ ſuperiores ſunt retrogradi circa oppoſitionem cum Sole, duo inferiores circa conjunctionem. ♄ ſtationarius fit in diſtantia quadrante paulo majore, ♃ in diſtantia* 520 *circiter graduum, ♂ in diſtantia longe majori a Sole: ♀ & ☿ vero ſemel veſperi poſt directionem, altera vice mane poſt retrogradationem, utraque ſtatione Soli propiore digreſſione maxima.*

## OBSERVATIO 34.

527. *Intervalla temporis inter duas retrogradationes intercedentia inæqualia ſunt: in ♄ eſt unius anni circiter ac* 13 *dierum, in ♃ anni unius &* 43 *dierum, in ♂ annorum* 2, *dierum* 50, *in ♀ anni unius, dierum* 220, *in ☿ dierum* 115. *Nempe ♄ eſt ſtationarius diebus* 8, ♃ 4, ♂ 2, ♀ 1½, ☿ ½ *circiter; retrogradus ♄ diebus* 140, ♃ 120, ♂ 73, ♀ 42, ☿ 22; *directus denique*

(f) Vid. Aſtron. Reformatæ lib. 10. c. 1. f. 353, 354.

*nique* ♄ *diebus* 243, ♃ 284, ♂ 705, ♀ 542, ☿ 93 (g). *Non tamen ſingulæ ſingulorum ſtationes, retrogradationes & directiones conſtanter inter ſe æquales.*

### OBSERVATIO 35.

528. *Saturnus motu retrogrado conficit arcum minorem quam Jupiter, Jupiter minorem quam Mars.*

### OBSERVATIO 36.

529. *Planetæ omnes cum directi, tum retrogradi non eadem celeritate ſingulis diebus progrediuntur, eſtque directio ſuperiorum celerrima in conjunctione cum Sole, retrogradatio in oppoſitione.*

### OBSERVATIO 37.

530. Richerius *A.* 1672 *in inſula* Cayennæ *quatuor tantum gradibus ab æquatore diſtante primus obſervavit, horologium ſuum pendulo inſtructum tardius moveri quam Pariſiis, ita ut pendulum ſimplex eſſet contrahendum linea una cum quadrante. Circa annum* 1677 *Cel.* Hallejus *reperit horologium ſuum oſcillatorium in inſula* S. Helenæ *tardius moveri, quam Londini, & pendulum ideo brevius reddere coactus linea una cum Semiſſe. A.* 1682 D. Varin & D. des Hayes *longitudinem penduli ſingulis minutis ſecundis oſcillantis in obſervatorio Regio Pariſienſi eſſe ped.* 3 lin. $8\frac{5}{9}$, *in inſula vero Gorea ped.* 3 *lin.* $6\frac{5}{9}$ *& in inſulis Guadaloupa & Martinica ped.* 3 *lin.* $6\frac{1}{2}$. *A.* 1697 D. Couplet *Ulyſſippone pendulum brevius reperit quam Pariſiis lineis* $2\frac{1}{2}$ *& Paraibæ lineis* $3\frac{2}{3}$. *Annis* 1699 & 1700 des Hayes *in inſulis Cayennæ & Granadæ longitudinem penduli ad minuta ſecunda oſcillantis deprehendit paulo minorem quam ped.* 3 *lin.* $6\frac{1}{2}$, *in inſula* S. Chriſtophori *ped.* 3 *lin.* $6\frac{3}{4}$, *in inſula* S. Dominici *ped.* 3 *lin.* 7. *A.* 1704 P. Feuilleus *invenit in Porto-belo in America eandem* ped. 3 lin. $5\frac{7}{12}$, *in inſula Martinica* ped. 3 lin. $5\frac{10}{12}$. *Eſt autem latitudo Paraibæ* 6° 38′ *ad auſtrum, Portobeli* 9° 33′ *ad boream, inſularum Cayennæ* 4° 55′. *Goreæ* 14° 40′, *Guadaloupæ* 14°, *Martinicæ* 14° 44′, *Granadæ* 12° 6′, *S. Chriſtophori* 17° 19′ *& S. Dominici* 19° 48′ *ad boream* (h).

### COROLLARIUM I.

531. Cum vi harum obſervationum fuerit ſub

| Latitudine | | Longitudo penduli | |
|---|---|---|---|
| 19° | 48′ | 3′ | 7″ |
| 17 | 19 | 3 | $6\frac{3}{4}$ |
| 14 | 0 | 3 | $6\frac{1}{2}$ |
| 14 | 44 | 3 | $5\frac{10}{12}$ |
| 9 | 33 | 3 | $5\frac{7}{12}$ |

6 38

(g) Ricciolus in Almag. Nov. lib. 7. ſect. 5. c. 2. f. 647.

(h) Memoires de l' Acad. Roy. des Sciences A. 1700 p. m. 122 & ſeqq. Conf. Nevvtoni Princip. Philoſ. Natur. Mathem. lib. 3 prop. 20 p. 384. 385 edit. poſt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 38 | 3 | $4\frac{8}{9}$ |
| 4 | 55 | 3 | $6\frac{1}{2}$ |

[l]ongitudinem penduli ad ſingula minu[t]a ſecunda oſcillantis cum latitudine [l]ocorum ſeu diſtantia ab æquatore decreſcere manifeſtum eſt,

### SCHOLION 1.

532. *Patet equidem, quaſdam obſervationes exhibere longitudinem penduli in minori ab æquatore diſtantia majorem, quam in majore; cum tamen omnes in eo conveniant, quod in locis æquatori vicinioribus minor, quam Pariſiis exiſtat, & pleraque, præſertim ea, quæ recentius data opera & majori cum cura inſtituta, in decrementum regulare conſpirent, veritati corollarii noſtri rudiores illæ minime obſtant.*

### COROLLARIUM 2.

533. Gravitas ergo corporum minor eſt verſus æquatorem, quam verſus polos & cum acceſſu ad eundem conſtanter decreſcit (§. 291 *Mechan.*).

### SCHOLION 2.

534. *Equidem* Cl. de la Hire *cum obſervaſſet, virgam ferream, quæ hieme fuerat ſex pedum, Soli æſtivo expoſitam* $\frac{2}{3}$ *unius lineæ factam fuiſſe longiorem, mutationem penduli majori prope æquatorem calori tribuit* (i); *id bene jam monuit Vir ſummus* Nevvtonus, *quia calor Solis æſtivi major eſt calore externarum partium corporis humani, virga autem penduli in horologio oſcillatorio ſimilem gradum caloris nunquam concipit, differentiam totam calori attribui non poſſe* (k): *id quod etiam ita viſum eſt Celeberrimo* Bernoullio (l).

### OBSERVATIO 38.

535. Robertus Hookius *per teleſcopium 16 pedum perpendiculariter erectum primus obſervavit, diſtantiam ſtellarum a vertice per totum anni ſpatium non eſſe eandem. Deprehendit enim ſtellam lucidam in capite Draconis ipſi Zenith Collegii Greshamenſis, quod Londini eſt, 27 circiter vel 30 ſcrupulis ſecundis in ſolſtitio brumali propiorem, quam in æſtivo* (m). *Similiter poſt* Hookium *ab A. 1689 usque ad annum 1697 ope Quadrantis muralis pedum ſex cum unciis octo variationes diſtantiæ ſtellæ polaris a vertice obſervavit celeberrimus* Flamſteedius (n).

### THEOREMA 6.

536. *Motus Solis eodem modo e Tellure ſpectabitur ſive ipſe circa terram intra orbitam quieſcentem revera moveatur, ſive Terra circa Solem quieſcentem feratur.*

### DEMONSTRATIO.

Tab. VI. Fig. 55.

Sit enim terra in T & ☉ in 1: apparebit is in ♈. Progrediatur ☉ in orbita, quæ terram ambit, ex 1 in 2;



(i) Memoires de l' Acad. Roy. des Scienc. A. 1703 p. 347.
(k) in Princ. Phil. loc. cit. p. 386.
(l) in Actis A. 1710 p. 81 & 82.
(m) Vid. Tractarus Anglicus: An auempt to prove the motior & theatrum.
(n) Vid. ejus epiſtola A. 1698 d. 20 Dec. ad Walliſium data, quæ legitur apud Walliſium Sect. 3 Operum Mathemat. f. 701 & ſeqq.

in 2; videbitur in 0 ♉. Quodſi ulterius pervenerit in 3; in 0 ♊ ſpectabitur. Atque ita ſecundum ſignorum ſucceſſionem in ecliptica incedere videbitur e terra.

Tab. VI. Fig. 56. Sit jam terra in 1; Sol S ex eadem ſpectabitur in ♈; progrediatur illa ex 1 in 2, videbitur Sol terricolis progredi ex ♈ in ♉. Quodſi illa ulterius promoveatur in 3; videbitur Sol ulterius progredi ex ♉ in ♊ & ita porro. Atque ita ſecundum ſignorum ſucceſſionem apparenter in ecliptica incedet.

Motus ergo Solis idem e Tellure ſpectatur, ſive ipſe circa terram, ſive terra circa Solem moveatur. *Q. e. d.*

*THEOREMA 7.*

537. *Sol e terra in gradum oppoſitum ei refertur, in quo ipſa ex Sole ſpectaretur.*

*DEMONSTRATIO.*

Patet ex demonſtrationis præcedentis parte poſteriore.

*THEOREMA 8.*

Tab. VI. Fig. 55. 538. *Si planeta P e Tellure T Soli S oppoſitus ſpectatur, Terra inter Solem atque Planetam conſtituitur: ſi vero Planeta Q Soli S conjunctus apparet, vel Planeta inter Solem & Terram, vel Sol inter Planetam atque Terram conſtituitur.*

*DEMONSTRATIO.*

Si planeta Soli oppoſitus e Tellure ſpectatur; loca earundem in ecliptica intervallo 180 graduum diſtant (§. 500), nempe ſi Planeta P videatur in 0 ♈, Sol in 0 ♎ apparet, adeoque Planeta P verſus dexteram poſito, Sol verſus ſiniſtram deprehenditur, conſequenter T inter Solem S & planetam P conſtituitur. *Quod erat unum.*

Si Planeta Q Soli S conjungitur, e Tellure T in eundem locum opticum, e. gr. in 0 ♎, uterque refertur (§. 499). Cum adeo verſus eandem plagam uterque conſtituatur; terra T inter Solem & planetam media non eſt, ſed vel Sol S, vel Planeta Q locum medium occupat. *Quod erat alterum.*

*THEOREMA 9.*

539. *In una conjunctione Venus atque Mercurius inter Solem & Terram, in altera ſubſequente Sol inter Terram & Venerem vel Mercurium conſtituitur.*

*DEMONSTRATIO.*

Tab. VI. Fig. 57. In omni conjunctione aut Venus & Mercurius inter Solem & Terram, aut Sol inter Venerem & Mercurium atque Terram conſtituitur (§. 538). Sed in una conjunctione Venus & Mercurius oſtendunt Telluri T partem ſui opacam (§. 502. 503) hoc eſt, a Sole averſam N (§. 461): ergo in ea inter Solem & Tellurem conſtituuntur.

untur. In altera conjunctione, quæ illam proxime ſequitur, partem lucidam (§. 502. 503), hoc eſt, Soli obverſam M (§. 461) ſpectandam exhibent: ergo tunc temporis Sol S inter ipſos atque Tellurem conſtituitur. *Q. e. d.*

### *COROLLARIUM.*

540. In una adeo conjunctione Venus atque Mercurius Telluri Sole propiores exiſtunt, in altera vero longiori intervallo ab eadem removentur.

### *THEOREMA* 10.

541. *Orbita Veneris atque Mercurii Solem ambit, Tellure extus conſtituta, orbitaque Mercurii intra orbitam Veneris continetur.*

### *DEMONSTRATIO.*

Tab. I. Fig. 3. Sit enim Sol in S, Terra in T & in conjunctione Planeta inferior inter Tellurem & Solem inter B conſtitutus (§. 539): inde adeo certo intervallo SC a Sole S digredictur usque in C, quod ſub angulo STC in Tellure ſpectatur, ex C vero ad Solem regreditur (§. 502) & in altera conjunctione, quæ in D celebratur, Sol S inter Planetam D & Tellurem T conſtituitur (§. 359). Poſt eam planeta ex D rurſus a Sole digreditur intervallo SA, quod ſub angulo ATS e terra ſpectatur & ex A ad conjunctionem tertiam in B regreditur (§. 502), ubi denuo inter Solem S & Tellurem T locum occupat (§. 539). Evidens adeo eſt, Planetas inferiores moveri in orbitis Solem S ambientibus, Terra vero T extra eas conſtituta. *Quod erat unum.*

Jam cum digreſſiones Veneris maximæ a Sole SC & SA ſub majoribus angulis STC & ATS ſpectentur, quam digreſſiones maximæ Mercurii SF & SG ſub angulis STF & STG viſæ (§. 501); orbita Veneris orbitam Mercurii comprehendit (§. 202 *Optic.*). *Quod erat alterum.*

### *THEOREMA* 11.

542. *Orbita Saturni, Jovis atque Martis & Solem & Tellurem ambit, centrum tamen a centro Telluris longius diſtat.*

### *DEMONSTRATIO.*

Planetæ ſuperiores Soli S & conjuncti in Q, & oppoſiti in P e Tellure T ſpectantur (§. 501) ergo tellus T nunc inter Solem & Planetam conſtituitur, nunc uterque verſus eandem plagam ab ea diſtat (§. 538). Quare orbita planetarum ſuperiorum Tellurem T ambit. *Quod erat unum.* Tab. VI. Fig. 55.

Porro Planetæ ſuperiores per tubos circa conjunctionem nunquam corniculati apparent, adeoque illo tempore partem ſui lucidam M, hoc eſt, Soli S obverſam Telluri T opponunt; Sol adeo inter Tab. VI. Fig. 57.

 Ter-

Terram T & planetam M conſtituitur. Neceſſe igitur eſt, ut orbita planetarum ſuperiorum Solem quoque S ambiat. *Quod erat ſecundum.*

Tab. VI. Fig. 59. Deniq; in conjunctione planetæ ſuperioris M cum Sole S diſtantia TM a Terra T multo major eſt quam diſtantia in oppoſitione TN, e. gr. in ♂ TM = 8TN (§. 515). Quare ſi in C ſit centrum adeoque CM = CN = $\frac{9}{2}$TN in ♂, erit CT = $\frac{7}{2}$TN, conſequenter centrum orbitæ C a tellure T valde remotum. *Quod erat ſecundum.*

### THEOREMA 12.

543. *Lunæ orbita Tellurem ambit, ſed non Solem.*

### DEMONSTRATIO.

In omni conjunctione Luna lumine caſſa, adeoque partem a Sole averſam Telluri obvertit (§. 427), conſequenter in quocunque orbitæ loco inter Solem atque Tellurem conſtituitur (§. 538). Orbita ergo Lunæ Solem non ambit. *Quod erat unum.*

Tab. VI. Fig. 55. Cum tamen Luna Soli opponatur (§. 426. 500); tellus T interdum inter Lunam P & Solem S conſiſtit (§ 538), adeoque orbita Lunæ Tellurem ambit. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 13.

544. *Si Planeta motu vertiginis ob occaſu verſus ortum intervallo aliquot horarum movetur; Sol cum Terra, Planetis reliquis & omnibus fixis motu contrario intervallo eodem circa ipſum revolvi videtur.*

### DEMONSTRATIO.

Sit enim ſtella M in Zenith planeticolæ in T conſtituti & rotetur Planeta ab occaſu verſus ortum circa axem ſuum: aliquo igitur temporis ſpatio elapſo, ad Zenith ipſius T perveniet Sol S, hinc ſtella I, inde N, ulterius L Terra tandemque denuo ſtella M puncto Planetæ T imminebit. Planeticolis adeo Sol S cum Terra L & ſtellis I, N, M &c. motu contrario circa Planetam, quem inhabitant, moveri videtur (§. 345 *Optic.*). *Q. e. d.* Tab. VI. Fig. 60.

### COROLLARIUM 1.

545. Cum Planetæ tam ſuperiores, quam inferiores circa axem rotentur (§. 465. 466); planeticolis quibusvis ſphæra mundana cum omnibus ſtellis atque Sole circa planetam, quem inhabitant, ab ortu verſus occaſum moveri videtur danturque adeo ob hunc motum Solis apparentem in planetis ſingulis dierum atque noctium viciſſitudines.

### COROLLARIUM 2.

546. Si Tellus, cui Planetæ omnes ſimiles (§. 489), ipſorum inſtar viginti 4 horarum ſpatio circa axem rotetur; cœlum cum Sole, Luna ac ſtellis univerſis eodem temporis ſpatio ab ortu & occaſu circa eandem moveri videntur.

THEO-

### THEOREMA 14.

547. *In corporibus mundi totalibus, quæ motu vertiginis gaudent, corporum partialium gravitas verſus æquatorem cum diſtantia ab eodem continuo decreſcit.* Tab. V. Fig. 54.

### DEMONSTRATIO.

Dum enim motu vertiginis abripiuntur; a centro corporis totalis C recedere conantur (§. 480 *Mechan.*), conſequenter cum æquator QR circulus maximus (§. 15 *Sphæric.*), paralleli autem verſus polos continuo decreſcant (§. 41 *Sphæric.*), vis centrifuga in æquatore QR maxima, in parallelo AP minor verſusque polum continuo decreſcit in ratione diametrorum parallelorum ad æquatorem (§. 434 *Mechan.*). Sed vi gravitatis corpora partialia ad centrum totalis nituntur (§. 171 *Mechan.*), adeoque vis centrifuga gravitati contraria. Quare cum illa huic reſiſtat (§. 211 *Mechan.*), [neque enim adverſus gravitatem prævalet, quia alias corpora partialia a centro totalis diſpergerentur] deſcenſum gravium retardare debet (§. 63 *Mechan.*), maxime quidem ſub æquatore, minus vero in parallelis. Patet adeo gravitatem verſus æquatorem cum diſtantia ab eodem continuo decreſcere. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

548. *Supponitur nempe, vim gravitatis per ſe eſſe uniformem, utpote quæ materiæ cohærenti proportionalis deprehenditur* (§. 98. 6 Mechan.).

### COROLLARIUM.

549. Quodſi adeo tellus motu vertiginis movetur, gravitas verſus æquatorem cum diſtantia locorum ab eodem continuo decreſcere & ſub æquatore minima, ſub polis maxima eſſe debet.

### THEOREMA 15.

550. *Si Terra motu annuo circa Solem feratur, Planetæ inferiores intra anni ſpatium una cum Sole circa ipſam moveri videntur, dum interea ſuas circa Solem revolutiones inæqualibus temporibus abſolvunt, & circa conjunctionem retrogradi apparent.*

### DEMONSTRATIO.

Si Terra circa Solem motu annuo movetur, orbitam ſuam peragrat intervallo 365 dierum (§. 536. 19). Sed Mercurium circa Solem revolvi intervallo 224 circiter dierum, inferius independenter ab his conſtabit. Eſt itaque motus Terræ ad motum Mercurii fere ut 4 ad 1, conſequenter dum ☿ integram revolutionem abſolvit, Terra nonniſi quartam orbitæ ſuæ partem confecit. Dividatur ergo orbita Mercurii in 8 partes æquales & or- Tab. VI. Fig. 61.

bitæ Telluris quadrantes dividantur ſinguli in totidem alias. Sit jam Mercurius in 1 & Terra in T1, videbitur ex terra ☿ in *a*. Progrediatur Terra in 2, ☿ ſimiliter in 2, qui ex illa apparebit in *b*. Promoveatur Terra in 3, ☿ quoque in 3: videbitur is in *c*, hactenus adeo directus apparet. Procedat Terra in 4 & ☿ itidem in 4 properans ad conjunctionem cum Sole: conſpicietur is in *d*, conſequenter lente progreditur. Conjungatur ☿ Soli in 5, Terra etiam in 5 exiſtente: videbitur is in *e* adeoque retrogradus. Accedat ☿ in 6, Tellus itidem in 6: videbitur is in *f*, retrogradationem continuans. Perveniat ☿ usque in 7, Terra itidem in 7: apparebit is in *g*, adeoque denuo directus. Sit ☿ in 8, Terra in 8: conſpicietur is in *h*, directus adhuc. Quodſi hac ratione ☿ in ſua orbita & Tellurem itidem in ſua ulterius promoveas, donec hæc reſtituatur in T, Mercurius ſucceſſive ſpectabitur in *i*, *k*, *l*, *m*, *n*, *o*, *p*, *q*, *r*, *s*, *t*, *u*, *x*, *y*, *z*, A, B, C, D, E, F, G, H, I, adeoque intra ſpatium annuum cum Sole (§. 536), totum Zodiacum emetiri videtur, ita ut circa ſingulas conjunctiones cum Sole retrogradus fiat: quæ ſingula manifeſta ſunt, ſi per cognomina puncta orbitarum Telluris atque ☿ rectas ducas, confuſionis evitandæ & ſpatium lucrandi gratia hic omiſſas. Nec abſimili modo idem de Venere oſtenditur. *Q.e.d.*

*COROLLARIUM.*

551. Intra annum adeo ☿ ter fit retrogradus: nec abſimili modo patet, ♀ nonniſi ſemel intra 19 menſes retrogradam fieri.

*THEOREMA* 16.

552. *Si Terra circa Solem motu annuo feratur, planetæ ſuperiores fient retrogradi circa oppoſitionem & Telluri multo propiores erunt quam in conjunctione cum Sole.*

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam orbitæ planetarum ſuperiorum Tellurem ambiunt (§. 542), orbita Telluris intra illorum orbitas continetur. Sit adeo circulus intimus orbita Telluris in 12 partes æquales diviſus: medius vero deſignet orbitam ♃, extimus terminetur in ſuperficie ſphæræ mundanæ. Quia motus ♃ eſt ad motum Telluris ut 1 ad 12 (§. 27), duodecima orbitæ ♃ pars perinde ac orbita Telluris in 12 partes æquales dividatur. Sit jam Terra in 1, ♃ itidem in 1; videbitur is in *a*. Progrediantur Terra & ♃ in ſuis orbitis ex 1 in 2; apparebit hic in *b*: utroque autem in 3 conſtituto, in *c* videbitur. Promoveantur Terra & ♃ in 4 ac inde porro in 5; ſpectabitur hic in priore caſu

Tab. VII. Fig. 62.

in *d*,

in *d*, in poſteriore in *e*. Hactenus adeo directus videtur. Tendat jam Tellus in 6 & planeta perveniat in 6 Soli S mox opponendus: videbitur hic in *f*, adeoque retrogradus. Perveniat uterque in 7, ubi oppoſitio cum Sole contingit (§.500): ♃ in *g* cernetur, retrogradationem continuans. Similiter utroque ad 8 promoto, ♃ retrogradus ſpectabitur in *h*. Utroque ad 9 tranſlato, ♃ iterum directus videbitur in *i*, & ita porro. Eodem modo oſtenditur, ♄ & ♂ retrogrados fieri in oppoſitione cum Sole. *Quod erat unum.*

Sit planeta in A, Tellus in V: videbitur is Soli S conjunctus (§. 538), tumque diſtantia ejus a Terra eſt AV. Sit ut ante planeta in A, Tellus vero in T: apparebit is Soli oppoſitus (§.500), tumque diſtantia ejus a terra eſt AT. Quare cum differentia inter diſtantiam priorem AV & poſteriorem AT ſit integra diameter orbitæ Telluris TV; Planeta ſuperior quilibet Telluri multo propior eſt in oppoſitione, quam in conjunctione cum Sole. *Quod erat alterum.*

### *COROLLARIUM* 1.

553. Quia Saturnus tardius Jove, Jupiter tardius Marte movetur (§.26. 27. 28); Tellus a Saturno digreſſa citius ad eum redit quam ad Jovem & ad Jovem citius quam ad Martem. Quare cum planeta A Soli S opponatur, ſi terra ad eum accedit (§. 538); Saturni retrogradationes frequentiores ſunt quam Jovis & Jovis frequentiores quam Martis.

### *COROLLARIUM* 2.

554. Quoniam motus ♄ ad motum terræ eſt ut 1 ad 30 (§. 20), dum terra integram orbitam percurrit, ♄ trigeſimam circiter ſuæ partem ſeu 12 gradus confecit. Quare cum terra ſingulis fere diebus gradum unum emetiatur, antequam Saturnum, a quo digreſſa, iterum aſſequatur, ultra annuum ſpatium 12 fere elabantur dies neceſſe eſt, conſequenter ſpatium temporis inter duas retrogradationes ♄ intercedens erit circiter unius anni ac dierum 13. Nec abſimili modo oſtenditur, inter duas retrogradationes ♃ interjici ſpatium temporis aliquanto majus anno uno ac menſe uno, inter duos Martis vero biennium circiter.

### *THEOREMA* 18.

555. *Orbita Martis Telluri propior, quam orbita Jovis & hæc eidem propior quam Saturni orbita: orbita Lunæ denique eſt omnium proxima.*

### *DEMONSTRATIO.*

Mars enim Jovem, Jupiter Saturnum, Luna planetas omnes ſuperiores oculo in terra conſtituto tegere poteſt (§.505). Mars igitur inter Jovem & Tellurem, Jupiter inter Martem & Saturnum intercedit.

cedit, Luna vero Telluri proxima, adeoque orbita Martis propior eſt quam orbita Jovis, hæc vero propior orbita Saturni, Lunæ autem orbita omnium proxima. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 18.

556. *In hypotheſi Terræ motæ ♄ diutius eſt retrogradus quam ♃ & ♃ diutius quam ♂.*

*DEMONSTRATIO.*

Tab. VI. Fig. 63. Illud attendentibus ad demonſtrationes ſuperiores ſatis patet, ſi Planeta ſuperior in F tempore retrogradationis apparentis immotus foret, puncta ſtationum fore eadem cum punctis C & D, in quibus radii ex planeta in centrum ducti orbitam ejus tangunt. Ducatur etiam tangens GA a planeta remotiore, qui neceſſario ultra D cadet (§. 23 *Analyſ. infinit.*). Foret ergo arcus AEB, quem terra emetiretur in retrogradatione planetæ remotioris G, major arcu CD, quem durante retrogadatione propioris F conficit. Quare cum Saturnus longius diſtet a terra quam Jupiter & Jupiter longius quam Mars (§. 555); major arcus orbitæ telluris retrogradationi Saturni quam Jovis & major retrogradationi Jovis quam Martis reſponderet. Etſi vero planetæ interea, dum retrogradi ex Tellure ſpectantur, in orbita ſua progrediantur, adeoque arcus orbitæ telluris retrogradationibus eorum reſpondentes fiant minores, prout ex attenta conſideratione demonſtrationum ſuperiorum perſpicere datur. Cum tamen motus ♄ ſit tardior motu ♃ motusque ♃ tardior motu ♂ (§. 26 & ſeqq.), puncta ſtationum, quæ arcum retrogradationis determinant, a punctis contactuum minus diſtabunt in Saturno quam in Jove & in Jove minus quam in Marte, adeoque arcus ille major adhuc erit pro Saturno, quam pro Jove & major pro Jove, quam pro Marte, conſequenter cum Terra in arcu majore diutius commoretur quam in breviore, retrogradationes Saturni erunt diuturniores quam Jovis & Jovis diuturniores quam Martis. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 19.

557. *In hypotheſi terræ motæ ♄ per minorem arcum quam ♃ & ♃ per minorem quam ♂ retrogreditur.*

*DEMONSTRATIO.*

Si planeta ſuperior G, cum retrogradus videtur, immotus ſtaret, arcus orbitæ AB, per quem Tellus durante retrogradatione incederet, inter tangentes GB & GA interciperetur foretque pro planeta remotiori G major, quam pro viciniori, nempe AB > CD (§. 556). Quare cum HD & HA ſint ad FD

&GA

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur tempus, quo Sol oritur (§.308): quod cum a media nocte numeretur, ejus duplum eſt longitudo noctis.
2. Longitudo noctis ſubtrahatur ex 24 horis; reſiduum eſt longitudo diei.

*PROBLEMA* 48.

312. *Invenire tempus, quo ſtella quælibet data die dato ſub data elevatione poli oritur & occidit, una cum mora ejus ſuper & ſub horizonte, aſcenſione & deſcenſione ejus obliqua, amplitudine ortiva atque occidua & Azimutho.*

*RESOLUTIO.*

1. Globus ad horam duodecimam diei datæ ad cœli faciem componatur (§.306).
2. Stella ad horizontem ortivum ducatur, ita in eodem apparebit aſcenſio ejus obliqua, amplitudo ortiva & azimuthum: index vero horarius monſtrabit momentum, quo oritur.
3. Ducatur eadem ſtella ad horizontem occiduum, in quo apparebit deſcenſio ejus obliqua, amplitudo occidua & azimuthum: index vero horarius oſtendet momentum, quo occidit.
4. Momentum ortus a momento occaſus ſubtrahatur: reſiduum erit mora ſtellæ ſuper horizonte.
5. Mora ſuper horizonte ex 24 horis ſubducatur; reſiduum erit mora ſtellæ ſub horizonte. Cum enim differentia inter diem primi mobilis & diem ſolarem in ſcrupulis paucis conſiſtat (§.201); ea hic attendi non meretur.

*PROBLEMA* 49.

313. *Invenire punctum eclipticæ, cum quo ſtella oritur, culminat & occidit, atque tempus culminationis.*

*RESOLUTIO.*

1. Globus ad cœli ſitum rite componatur (§.306).
2. Stella data ducatur ad horizontem ortivum, ita patebit, cum quo puncto eclipticæ oriatur.
3. Eadem ſiſtatur ſub meridiano, ubi punctum eclipticæ cognoſcetur, quod cum ea culminat & index horarius tempus culminationis oſtendet.
4. Aptetur denique horizonti occiduo, ubi innoteſcit punctum eclipticæ, cum quo occidit.

*COROLLARIUM.*

314. Quodſi ergo in ephemeridibus quæratur, vel per calculum in theoricis tradendum inveſtigetur dies, quo Sol in dato gradu eclipticæ hæret, cum quo ſtella oritur, vel culminat, vel occidit; erit eadem dies, quo coſmice oritur, vel

cum Sole culminat, vel acronyce occidit.

PROBLEMA 50.

315. *Invenire altitudinem Solis atque ſtellæ ad datam quamcunque diei vel noctis horam.*

RESOLUTIO.

1. Globus rite componatur ad ſitum cœli (§. 306) & vertatur, donec index horarius horam datam indicet.
2. In gradu nonageſimo ab horizonte numerato ad meridianum aptetur quadrans altitudinis & circa axiculum ſuum vertatur, donec gradum eclipticæ, in quo Sol hæret, aut ſtellam datam attingat. Arcus enim inter ipſam & horizontem interceptus eſt altitudo quæſita (§. 65).

PROBLEMA 51.

316. *Data Solis altitudine diurna vel ſtellæ nocturna invenire temporis momentum.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad ſitum cœli rite componatur, & quadrans altitudinis ut in problemate præcedente ad meridianum aptetur.
2. Globus circa axem ſuum & quadrans altitudinis circa axiculum vertatur, donec ſtella vel gradus eclipticæ, in quo Sol hæret, quadrantem in dato gradu attingat.

Index horarius tum temporis momentum quæſitum monſtrabit.

PROBLEMA 52.

317. *Dato azimutho Solis vel ſtellæ, invenire temporis momentum.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad ſitum cœli rite componatur & quadrans altitudinis ut in probl. 50 ad meridianum aptetur.
2. Quadrans altitudinis vertatur circa axiculum ſuum, donec in horizonte azimuthum quæſitum definiat.
3. Vertatur globus, donec ſtella eundem attingat.

Index horarius temporis momentum indicabit.

PROBLEMA 53.

318. *Data elevatione poli, oſtendere quænam ſtellæ nunquam occidant, & quænam nunquam oriantur.*

RESOLUTIO.

1. Globi polus elevetur ſupra horizontem ligneum tot gradibus, quot elevatio poli data exiſtit.
2. Globus circumvolvatur & notentur ſtellæ, quæ in meridiano ſuperiore bis conſpiciuntur, & quæ in eo non comparent.

Illæ nimirum nunquam occidunt, hæ nunquam oriuntur.

PRO-

*PROBLEMA 54.*

319. *Invenire intervallum temporis inter ortus duarum ſtellarum vel earum culminationes interceptum.*

*RESOLUTIO.*

1. Elevetur globi polus ut in problemate præcedente (§. 318).
2. Ducatur ſtella prima ad horizontem noteturque temporis momentum, quod monſtrat index horarius.
3. Ducatur ſtella altera ſimiliter ad horizontem & notetur denuo temporis momentum, quod index horarius oſtendit.
4. Tempus prius ſubducatur e poſteriori, quod relinquitur, eſt intervallum inter ortus duarum ſtellarum interceptum.
5. Non abſimili modo reperitur tempus inter duas culminationes interjectum, ſi ſtella utraque ſub meridiano ſiſtatur.

*THEOREMA 16.*

320. *Profunditas* GO *puncti eclipticæ* G *eſt æqualis altitudini* go *puncti oppoſiti* g.

*DEMONSTRATIO.*

Quia horizon HR verticalem ZN bifariam ſecat (§. 77); erit OZo ſemicirculus. Similiter quia tam ecliptica EL (§. 162), quam circulus verticalis ZN circulus maximus (§. 62); erit etiam GZg ſemicirculus (§. 20 *Sphæric.*). Eſt itaque OZ + Zg + go = GO + OZ + Zg (§. 78 *Arithm.*), conſequenter go = GO (§. 84 *Arithm.*), hoc eſt profunditas puncti eclipticæ G æqualis eſt altitudini oppoſiti g (§. 86). *Q. e. d.*

*PROBLEMA 55.*

321. *Dato arcu viſionis, invenire ortum & occaſum heliacum ſtellæ in globo depictæ.*

*RESOLUTIO.*

1. Ducatur ſtella in horizontem ortivum.
2. Ope circuli verticalis ad meridianum in Zenith applicati exploretur gradus eclipticæ, cujus in parte cœli occidentali altitudo arcui viſionis æqualis: erit punctum oppoſitum illud, in quo Sol hærere debet, ut ſtella heliace oriatur (§. 320, 271).
3. Quodſi ergo in ephemeridibus evolvatur, aut per calculum theoricis innixum inveſtigetur dies, quo Sol gradum eclipticæ inventum occupat; erit eadem dies, quo ſtella heliace oritur.
4. Si ſtella ad horizontem occiduum ducatur, ſimili modo dies invenietur, quo heliace occidit.

# CAPUT VII.
## De
# REFRACTIONE ET PARALLAXI FIXARUM.

### *OBSERVATIO* 14.

322. *Diſtantia caudæ Leonis a ſpica Virginis* 35° 2′ *conſtanter deprehenditur* (§. 215), *quando meridiano vel etiam occaſui proximæ: cum vero in parte cœli orientali cauda Leonis ad altitudinem* 34° 30′ *aſcendit, ſpica virginis in eodem fere circulo verticali jam oritur* (g).

### *SCHOLION* 1.

323. *Huc etiam pertinet obſervatio Batavorum in Nova Zembla* A. 1597 *hibernantium, quibus Sol d.* 4 *Novembris penitus diſparuit, die vero* 24 *Januarii redordiri cœpit, reditum ſuum conſueto tunc calculo aſtronomico expectatum ſex circiter diebus antevertens, ut habent* A*cta Eruditorum* A. 1697 (h). Carolus XI Rex Sueciæ, *A.* 1694 Tornoviæ *ſub elevatione poli* 65° 33′ *media nocte inter* 14 & 15 *Junii ſtyli veteris Solem inocciduum obſervavit, ipſius juſſu anno ſequente* Bilembergio *atque* Spolio *Mathematicis obſervationem accuratius repetentibus & media nocte inter* 10 & 11 *Junii Solem* Tornoviæ $\frac{3}{4}$ *diametri, die* 14 *Junii ſub latitudine* 66°. 15′ *ad ferri cuprique officinas* Kangis *duabus diametris & amplius ſupra horizontem elevatum deprehendentibus* (i).

### *COROLLARIUM* 1.

324. Quoniam radii Solis atque ſtellarum ſecundum lineas rectas propagantur (§. 46 *Optic.*), a ſidere ſub horizonte latente emiſſi in oculum ſpectatoris illabi nequeunt, niſi in ingreſſu in atmoſphæram a via priſtina detorqueantur. Patet adeo eos in tranſitu per atmoſphæram refringi (§. 39 *Optic.*).

### *COROLLARIUM* 2.

325. Cum adeo ſtellæ propter refractionem altiori loco appareant; altitudines obſervatæ veris per calculum productis ſunt juſto majores.

### *COROLLARIUM* 3.

326. Ut ergo altitudines obſervatæ magis exactæ prodeant, refractionis quantitas inde auferenda.

### *SCHOLION* 2.

327. *Quoniam veteres refractionem ignorarunt; ex altitudinibus juſto majoribus ſua deduxerunt: unde non mirum, quod errores non levis momenti interdum commiſerint.*

*SCHO-*

(g) Keplerus Epit. Aſtron. Copernic. lib. 1. part. 3. p. 61.
(h) Menſ. Febr. p. 92.
(i) Vid. Opuſculum, quod ſub titulo: Refractio Solis inocciduí in ſeptentionalibus oris aliquot obſervationibus Aſtronomicis detecta, Holmiæ 1696 in 4. prodiit

## SCHOLION 3.

328. *Cæterum ex hac ipſa refractionum doctrina conſequitur, nos nunquam videre Solem orientem & occidentem, ſed Solis ſub horizonte latentis phantaſma quodpiam.*

## SCHOLION 4.

329. *Ipſa vero obſervationes modo recenſita loquuntur, refractiones verſus polum eſſe majores, quam ſub minore ejus elevatione, ob diverſam dubio procul atmoſphæra denſitatem & incidentia obliquitatem* (§. 26 Dioptr.).

## OBSERVATIO 15.

330. *Cel.* de la Hire *ab anno 1681 ſumma ſedulitate ac diligentia ad meridianam ſtellarum fixarum altitudinem obſervandam ſe incubuiſſe profitetur, nullamque differentiam altitudinis animadvertiſſe præter eam, quæ ex proprio fixarum motu oritur: non tamen negat, refractiones circa horizontem eſſe quibusdam inconſtantiis obnoxias pro varia aëris conſtitutione & natura ſoli circumpoſiti.*

## COROLLARIUM.

331. In eodem adeo loco refractiones ſiderum ad ſenſum ſunt conſtantes, horizontalibus exceptis.

## THEOREMA 17.

Tab. V. Fig. 40. 332. *Radii ex ſtella altiore S in atmoſphæram incidentis inclinatio SMN minor eſt inclinatione IHT radii ex ſtella humiliore T in eandem illapſi.*

## DEMONSTRATIO.

Sint radii incidentes OS & OT. Ducantur per puncta atmoſphæræ M & H ex centro telluris C radii OM & CH, qui erunt ad arcum MH perpendiculares (§. 37 *Analyſ. infin.*). Sunt adeo NMS & IHT anguli inclinationum (§. 12 *Dioptr.*). Producatur SO in R & ex centro C demittatur perpendicularis CR. Supponatur etiam HO perpendicularis ad CO (§. 293 *Geom.*). Erit adeo ut ſinus totus ad CH ita ſinus OHC ad OC & ut ſinus totus ad CM ſive CH (§. 18 *Geom.*) ita ſinus RMC ad RC (§. 33 *Trigon.*), conſequenter Sinus OHC ad OC ut ſinus RMC ad RC (§. 156 *Arithm.*), hoc eſt, ſinus OHC ad ſinum RMC ut OC ad RC (§. 164 *Arithm.*). Quare cum ſit OC > RC (§. 209 *Geom.*), erit etiam OHC > OMC, conſequenter ob OHC = IHT & OMC = NMS (§. 150 *Geom.*) IHT > NMS (§. 81 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## COROLLARIUM.

333. Cum linea OH ſupponatur in plano horizontis ſenſibilis, patet inclinationem radii horizontalis eſſe omnium maximam.

## THEOREMA 18.

334. *Stellæ in Zenith refractio nulla*



(k) in Tab. Aſtronom. p. 1.

*nulla eſt, in horizonte maxima, ab horizonte usque ad Zenith continuo decreſcit.*

*DEMONSTRATIO.*

Si ſtella in Zenith conſtituta, radius, qui ex eo in atmoſphæram incidit, continuatus per centrum Telluris tranſit (§. 50). Eſt ergo ad atmoſphæræ ſuperficiem ſeu planum refringens perpendicularis (§. 37 *Analyſ. infinit.*), conſequenter irrefractus tranſit (§. 25 *Dioptr.*). *Quod erat primum.*

Tab. IV. Fig. 39. Porro ut ſinus anguli inclinationis THI ad ſinum refracti ipſi reſpondentis, ita ſinus anguli inclinationis NMS ad ſinum refracti eidem convenientis (§. 26 *Dioptr.*), adeoque ſinus angulorum refractorum ſunt inter ſe ut ſinus angulorum inclinationis (§. 164 *Arithm.*). Sed ſinus anguli inclinationis in horizonte maximus (§. 333): ergo ſinus anguli refracti ibidem quoque maximus, hoc eſt, refractio in horizonte maxima. *Quod erat alterum.*

Denique ſideris altioris angulus inclinationis minor quam humilioris (§. 332): ergo etiam angulus refractus ſideris altioris minor eſt, quam humilioris *per demonſtrata.* Patet adeo ab horizonte usque ad Zenith continuo decreſcere refractionem. *Quod erat tertium.*

*THEOREMA 19.*

335. *In eadem altitudine Sol & ſtellæ omnes eandem patiuntur refractionem.*

*DEMONSTRATIO.*

Si ſidera eandem altitudinem habent, idem erit radius incidens, adeoque & idem angulus inclinationis (§. 12 *Dioptr.*). Sunt vero ſinus angulorum refractorum ut ſinus angulorum inclinationis (§. 26 *Dioptr.* & §. 164 *Arithm.*), adeoque ob angulum inclinationis eundem idem quoque refractus: Ergo in eadem altitudine Sol & ſtellæ per eundem radium refractum radiant, ſeu eandem patiuntur refractionem. *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

336. *Equidem* Tycho de Brahe (l), *qui primus Solis, Lunæ ac fixarum refractiones per obſervationem eruit, refractiones fixarum minores facit ſolaribus, lunares ſubinde majores, ſubinde minores; ſed ejus ævo theoria refractionum, quam* Snellio *debemus* (§. 34 Dioptric.) *nondum erat explorata. Recentiores vero ut* Caſſinus *&* Philippus de la Hire *eandem refractionem in omnibus agnoſcunt.*

*PROBLEMA 56.*

337. *Refractionem ſiderum ad ſingulos gradus altitudinis definire.*

*RE-*

(l) Progymnaſm. lib. I. p. m. 79, 124, 280.

*RESOLUTIO.*

1. Obſervetur ſtellæ prope Zenith conſtitutæ altitudo meridiana, quantum fieri poteſt, accuratisſime (§. 121, 129).
2. Inde eruatur declinatio ejus (§. 141), quæ erit accurata, quia ſtella a refractione ſenſibili libera (§. 334).
3. Ejusdem ſtellæ obſerventur altitudines ad ſingulos gradus a 89 usque ad 1, & ope horologii oſcillatorii annotetur tempus, quo eædem obſervantur.
4. Ad data obſervationum momenta ope declinationis extra refractionis aleam poſitæ & *per num.* 1. repertæ computentur altitudines veræ (§. 290); quæ cum
5. minores deprehendantur obſervatis, ab his auferantur; erunt reſidua refractiones ſingulis gradibus convenientes.

*OBSERVATIO* 16.

338. *Ex obſervationibus accuratisſimis* Philippus de la Hire (m) *ſequentem ſiderum in ſingulis altitudinum gradibus refractiones deduxit:*

| Altit. | Refract. | | Alt. | Refract | | Alt. | Refract. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 32′ | 0′ | | | | | | |
| 1 | 26 | 35 | 31 | 1′ | 51″ | 61 | 0′ | 40″ |
| 2 | 20 | 43 | 32 | 1 | 47 | 62 | | 39 |
| 3 | 15 | 44 | 33 | 1 | 43 | 63 | | 37 |
| 4 | 12 | 26 | 34 | 1 | 40 | 64 | | 35 |
| 5 | 10 | 26 | 35 | 1 | 36 | 65 | | 33 |
| 6 | 9 | 8 | 36 | 1 | 33 | 66 | | 32 |
| 7 | 8 | 2 | 37 | 1 | 30 | 67 | | 31 |
| 8 | 7 | 1 | 38 | 1 | 27 | 68 | | 30 |
| 9 | 6 | 17 | 39 | 1 | 24 | 69 | | 28 |
| 10 | 5 | 41 | 40 | 1 | 22 | 70 | | 26 |
| 11 | 5 | 11 | 41 | 1 | 19 | 71 | | 25 |
| 12 | 4 | 46 | 42 | 1 | 17 | 72 | | 24 |
| 13 | 4 | 25 | 43 | 1 | 15 | 73 | | 23 |
| 14 | 4 | 7 | 44 | 1 | 13 | 74 | | 21 |
| 15 | 3 | 51 | 45 | 1 | 11 | 75 | | 20 |
| 16 | 3 | 26 | 46 | 1 | 9 | 76 | | 18 |
| 17 | 3 | 23 | 47 | 1 | 7 | 77 | | 17 |
| 18 | 3 | 12 | 48 | 1 | 6 | 78 | | 15 |
| 19 | 3 | 1 | 49 | 1 | 4 | 79 | | 14 |
| 20 | 2 | 51 | 50 | 1 | 2 | 80 | | 12 |
| 21 | 2 | 44 | 51 | 1 | 0 | 81 | | 11 |
| 22 | 2 | 38 | 52 | 0 | 58 | 82 | | 10 |
| 23 | 2 | 31 | 53 | | 56 | 83 | | 8 |
| 24 | 2 | 24 | 54 | | 54 | 84 | | 7 |
| 25 | 2 | 18 | 55 | | 52 | 85 | | 6 |
| 26 | 2 | 12 | 56 | | 50 | 86 | | 4 |
| 27 | 2 | 7 | 57 | | 48 | 87 | | 3 |
| 28 | 2 | 3 | 58 | | 46 | 88 | | 2 |
| 29 | 1 | 59 | 59 | | 44 | 89 | | 1 |
| 30 | 1 | 55 | 60 | | 42 | 90 | | 0 |

SCHO-

(m) in Tab. Aſtron. p. 6.

## SCHOLION 1.

339. *Equidem* Tycho de Brahe (n) *refractiones Solis in gradu* 46, *lunares in gradu* 45, *fixarum in* 20, *evaneſcere arbitratur*; *ſed celeberrimus* Caſſinus *primus reperit, quod ad ipſum Zenith usque extendantur.* Tycho *nimirum refractiones exhibuit juſto minores, ut ut horizontalis ſit apud eundem juſto major: facit enim horizontalem in Sole* 34′, *in Luna* 33′, *in fixis* 30′; *ſed* de la Hire *cum* Caſſino *in omni ſidere* 32′: Tychoni *in gradu* 33 *ſolaris eſt* 55″, Caſſino *vero* 1′ 43″ *& in gradu* 52 *adhuc* 58″. *Hoc diſcrimen ex tabula præcedente ſatis manifeſtum eſt.*

## SCHOLION 2.

340. R. P. Laval (o) *obſervavit A.* 1710 *d.* 22 *Jun. altitudinem Solis meridianam* 70° 25′ 50″ *& d.* 23 *Jun.* 36 *a Solſtitio horis elapſis eandem deprehendit* 70° 26′ 0″, *adeoque* 10″ *majorem, quæ minor eſſe debebat. In ſimiles obſervationes cum jam antea inciderit, ſuſpicatur refractionem variari pro diverſitate ventorum ex diverſis plagis ſpirantium. Enimvero ad tales minutias, quæ nondum ſatis exploratæ habentur, in præſenti nobis attendere non licet: id nobis annotaſſe ſufficiat, dudum ab* Hugenio *obſervatum eſſe* (p) *refractionem in ſingulas horas mutari, quamvis experimenta ſumta ſint in exigua admodum altitudine & in objectis terreſtribus.*

## THEOREMA 20.

341. *Refractio aſcenſionem rectam & obliquam ſideris minuit, deſcenſiones auget; declinationem borealem auget, auſtralem minuit.*

## DEMONSTRATIO.

Aſcenſio obliqua eſt punctum æquatoris cum ſidere oriens (§. 181). Sed cum ſtella vi refractionis elevata in horizonte comparet, ſub eodem adhuc latet (§. 323), adeoque punctum æquatoris cum quo revera oritur, adhuc ſub horizonte abſconditur: ergo aſcenſionem obliquam minuit refractio. *Quod erat unum.*

Sit ſtella ſupra horizontem elevata in S vel T; vi refractionis videbitur in *ſ* vel in *t* (§. 322). Ducantur ex polo P circuli declinationum PD, P*d*, PH, P*h*, qui erunt ad æquatorem in D & *d*, H & *h* perpendiculares (§. 68), definientque ſtellæ S aſcenſionem rectam veram in D, refractam in *d*, ſtellæ autem T veram in H, refractam in *h* (§. 180). Quare cum punctum *d* ſit meridiano vicinius quam D, & *h* vicinius quam H; evidens eſt per refractionem aſcenſionem rectam minui. *Quod erat ſecundum.* Tab. IV. Fig. 40.

Non abſimili modo oſtenditur, ſi HZR ſumatur pro parte cœli occidentali, deſcenſiones per refractionem augeri. *Quod erat tertium.*

Porro

(n) Progymnoſm. lib. 1. p. 79. 124. 280.
(o) Hiſtoire de l' Acad. Roy. des Sciences A. 1710 p. m. 144 & 145.
(p) Traité de la lumiere c. 4. p. 42.

*thematicis decidenda. Egregie in rem noſtram* Gaſſendus (a) *duplicem codicem ſacrum diſtinguit, alterum ſcriptum, qui Bibliorum nomine venit, alterum Naturam rerum, & illius interpretes Theologos, hujus vero Mathematicos agnoſcit, Deo nimirum duplici lumine ſeſe manifeſtante, revelationis puta ac demonſtrationis. In ſcientia adeo naturali audiendi ſunt Mathematici, ſicut in objectis fidei Prophetæ, quorum illi non minus, quam hi Dei ad homines interpretes. Et quemadmodum extra limites evagari cenſerentur Mathematici, qui res fidei ex Geometria confutandas aggrederentur; ita non minus cancellos egrediuntur* Theologi *& concionatores, qui de quæſtionibus ad ſcientiam naturalem ſpectantibus & Geometriæ ac Opticæ ignarorum captum longe ſuperantibus ex Scriptura ſacra, quæ nihil earum rerum docet, decretoriam ſententiam proterve pronunciant. Exemplo ſunt* Lactantius *atque* Auguſtinus, *quorum ille de rotunditate* Telluris (b), *hic de antipodibus* (c) *pueriliter admodum locutus, etſi uterque Scripturæ quædam verba in favorem hypotheſeos ſuæ, oppido falſæ, adduceret.*

## SCHOLION 6.

579. *Quodſi tamen quis fuerit aut hebetiore ingenio, quam ut hactenus dicta capere poſſit, aut infirmior, quam ut ſibi perſuadeat, a Deo permitti, ut ſcripturam in nonnullis non intelligant, qui ad eam interpretandam Eccleſiæ præficiuntur; ei cum viro ſummo* Keplero (d) „*ſuadeo*, ut miſſa ſchola Aſtronomica, „damnatis etiam, ſi placet, Philoſophorum placitis ſuas res agat, & ab hac „peregrinatione mundana deſiſtens do„mum ad agellum ſuum excolendum „ſe recipiat, oculisque, quibus ſolis vi„det, in hoc adſpectabile cœlum ſubla„tis toto pectore, in gratiarum actio„nem & laudes Dei conditoris effunda„tur, certus ſe non minorem Deo cul„tum præſtare, quam Aſtronomum, cui „Deus hoc dedit, ut mentis oculo per„ſpicacius videat, quæque invenit, ſu„per iis Deum ſuum & ipſe celebrare „poſſit & velit, *nec unquam ab Aſtronomis utpote non ſecundum affectuum impetum, ſed ſecundum rationem pronunciantibus, viciſſim damnatum iri.*

## THEOREMA 25.

580. *Sol fere in medio ſyſtematis planetarii quieſcit, niſi quod motu vertiginis circa proprium axem moveatur. Circa eum moventur in orbitis peculiaribus* 1. *Mercurius,* 2. *Venus,* 3. *Tellus,* 4. *Mars,* 5. *Jupiter &* 6. *Saturnus: circa Terram vero in peculiari orbita movetur Luna, interea dum totum illud ſpatium, quo orbita Lunæ continetur, una cum Tellure circa Solem transfertur & ſimili modo quatuor circa Jovem, quinque circa Saturnum Satellites gyrantur.*

Sit enim in S Sol & Terra in T. Quoniam orbita Veneris atque Mer- Tab. VII. Fig. 67.

(II.) Sss

(a) in Oratione inaugurali, quæ editioni Hagienſi Inſtitutionis Aſtronomicæ ejusdem ſubjungitur, p. 165.
(b) Inſtitut. divin. lib. 3. c. 24.
(c) de Civitate Dei lib. 16. c. 9.
(d) in Introductione ad Commentarios de Motibus ſtellæ Martis.

Mercurii Solem S ambit, Tellure T extus conſtituta, orbitaque Mercurii intra orbitam Veneris continetur (§. 541); circa Solem duo deſcribantur circuli, deſignabit eorum interior orbitam ☿, exterior orbitam ♀. Porro cum Lunæ orbita Tellurem ambiat, ſed non Solem (§. 543); repræſentabitur per circulum circa Terram deſcriptum. Similiter cum orbitæ Saturni, Jovis atque Martis & Solem S, & Tellurem T ambiant, eorum tamen centra Soli S propiora eſſe debeant, quam Terræ T (§. 542), ſitque orbita ♂ Telluri propior, quam ♃ & orbita ♃ propior quam ♄ (§. 555); ex Sole S deſcribantur tres circuli ambitu ſuo Tellurem T continentes; repreſentabit intimus orbitam ♂, medius orbitam ♃ & extimus orbitam ♄. Circa Jovem deſcribantur quatuor, circa Saturnum quinque circuli; erunt iidem orbitæ Lunularum Jovialium & Saturninarum (§. 468. 486). Denique cum Tellus T motu annuo circa Solem S feratur (§. 572); ex Sole S per Tellurem T deſcribatur circulus, qui ejus orbitam exhibebit & ſpatium, quod inter orbitas Veneris & Martis alias vacuum relinqueretur, occupabit. Terram vero cum planetis reliquis ita circa Solem moveri, ut, dum progrediuntur, continuo circa axes ſuos convertantur, ex ſuperioribus (§. 465. 466) manifeſtum eſt. Patet adeo, ſyſtema planetarium ea ratione ſe habere, qua ipſum in theoremate præſente deſcripſimus.

## *COROLLARIUM.*

581. Sunt itaque ♄ ♃, ♂, ♁, ♀ & ☿ planetæ primarii; ☽ vero ſecundarius eſt (§. 493).

## *SCHOLION.*

582. *En celebre hoc ævo Mundi ſyſtema, quod ab inſtauratore* Copernico *vulgo* Copernicanum *dici ſolet, & cujus ope Aſtronomia ad inſignem perfectionem deducta.* Tycho de Brahe (e) *orbitam Telluris omittit & ejus loco orbitam Solis circa Terram circumducit, qua orbitam ♂ interſecat, ut is Telluri Sole propior fieri poſſit* (§. 461), *ſicque ſyſtema* Copernicanum *fere totum probat. Enimvero cum nulla ratio* (§. 570. 571), *ſed ſola ſuperſtitio* (§. 578. 579) *ſuadeat, Solem circa Tellurem moveri, Terram vero quieſcere, non opus eſt ut figmentorum recenſione Aſtronomiæ puritatem commaculemus. Id itaque annotaſſe nobis ſuffecerit, quod in ſyſtemate Tychonico nulla ſint planetarum orbita niſi fictitia* (§. 570): *quod adduxit* Origanum (f) *&* Longomontanum (g), *ut motu vertiginis Telluris conceſſo motum tantum annuum Soli concederent.*

CA-

(e) Progymnaſm. lib. 2. c. 8. p. m. 189.
(f) Vid. præfatio ad ephemerides.
(g) Aſtron. Danicæ lib. 1. c. 1 f. 161.

# CAPUT IV.

## De THEORIA PLANETARUM PRIMARIORUM.

### *HYPOTHESIS.*

583. *Tellus & Planetæ omnes primarii moventur in orbita elliptica circa Solem, in cujus foco uno S Sol quieſcit, ea quidem lege, ut radius vector SI ex centro Solis S in centrum Planetæ I ductus deſcribat areas PSA tempori proportionales.*

### *SCHOLION.*

584. *Hæc ex multiplici obſervationum collatione magna ingenii ſagacitate deduxit* Keplerus (h), *mire triumphaturus, ſi, quod recentius repertum infra expreſſius docebitur, theoriam ſuam Geometriæ & Mechanicæ apprime conformem intellexiſſet.* Ante Keplerum *Aſtronomi omnes orbitas planetarum ſuppoſuere circulos eccentricos: qualis quidem orbita in Sole ſic ſatis obſervationibus ſatisfaciebat, at in Planetis reliquis, præſertim in Marte nimium ab iis aberrabat.*

### *DEFINITIO* 9.

585. *Perihelium* eſt punctum orbitæ P, in quo Planeta minimam a Sole S diſtantiam habet. In motu Solis circa Terram idem dicitur *Perigæum.*

### *DEFINITIO* 10.

586. *Aphelium* eſt punctum orbitæ A, in quo Planeta maximam a Sole S diſtantiam habet. In motu Solis circa Terram idem dicitur *Apogæum.*

### *DEFINITIO* 11.

587. *Linea apſidum* eſt recta AP ex aphelio A in perihelium P ducta.

### *DEFINITIO* 12.

588. *Eccentricitas* eſt diſtantia centri orbitæ C a Sole S.

### *SCHOLION.*

589. *In Aſtronomia vetere dicitur diſtantia centri orbitæ a centro Terræ.*

### *DEFINITIO* 13.

590. *Intervallum* eſt recta IS ex centro planetæ P in Solem S ducta, ſeu diſtantia planetæ a Sole IS.

### *DEFINITIO* 14.

591. *Circulus eccentricus* eſt circulus PDAE ex centro orbitæ C dimidio axe CA tanquam radio deſcriptus.



(h) in Commentariis de Motibus ſtellæ Martis.

### SCHOLION.

592. *In vetere Aſtronomia circulus eccentricus eſt ipſa orbita planetæ.*

### DEFINITIO 15.

593. *Motus medius* eſt, quo planeta in ſua orbita æquabiliter moveri ſupponitur.

### SCHOLION.

594. *Ad eum adeo determinandum opus eſt ut integræ revolutionis periodus in quantumlibet minimis ſcrupulis definiatur.*

### DEFINITIO 16.

595. *Motus verus* eſt motus Planetæ, qualis ex Tellure ſpectatur.

### DEFINITIO 17.

596. *Anomalia* eſt diſtantia Planetæ ab Aphelio vel Apogæo.

### DEFINITIO 18.

597. *Anomalia media* ſive *ſimplex* in veteri Aſtronomia eſt diſtantia loci medii planetæ ab Apogæo; in recentiore *Kepleri* tempus, quo planeta ab Aphelio A usque ad locum medium ſeu punctum orbitæ ſuæ I digreditur.

### COROLLARIUM.

598. Quoniam area ASI tempori, quo planeta arcum AI deſcribit, proportionalis eſt (§. 583); eadem menſura anomaliæ mediæ optime conſtituitur.

### DEFINITIO 19.

599. *Anomalia eccentri* eſt arcus circuli eccentrici AK inter Aphelium A & rectam KL, quæ per centrum planetæ K ad lineam apſidum AP perpendicularis ducitur.

### DEFINITIO 20.

600. *Anomalia vera vel coæquata* ſeu *angulus ad Solem* eſt angulus ASI, ſub quo diſtantia planetæ ab Aphelio AI videtur.

### COROLLARIUM.

601. In motu adeo Solis erit diſtantia loci veri Solis ab Apogæo (§. 586).

### DEFINITIO 21.

602. *Æquatio centri* ſeu *Proſthaphæreſis* eſt differentia inter locum verum & medium planetæ, ſeu quod perinde eſt, inter anomaliam mediam & coæquatam.

### PROBLEMA 5.

603. *Obſervare æquinoctium ſeu ingreſſum centri ſolaris in æquatorem.*

### RESOLUTIO.

1. Cum hodie ex ephemeridibus & calendariis conſtet dies, in quo Sol æquatorem ingreditur, eo die obſervetur altitudo Solis meridiana (§. 121, 129), per additionem parallaxeos (§. 357) & ſubtractionem refractionis corrigenda (§. 326).
2. Conferatur altitudo Solis cum altitudine æquatoris: cui ſi æqua-

qualis deprehendatur, æquinoctium in ipſum meridiem incidit. Quodſi illa hac major fuerit, æquinoctium vernale ante meridiem, autumnale poſt eundem contigit. Denique ſi illa hac minor deprehendatur, vernale poſt meridiem, autumnale ante eundem accidit (§. 149). Quare.

3. Altitudo minor e majore auferatur, ut relinquatur declinatio Solis (§. 67).

Dico, tot horis ante vel poſt meridiem contigiſſe æquinoctium, quot ſcrupulorum primorum declinatio extiterit.

*DEMONSTRATIO.*

Intervallo 24 horarum Sol primum fere gradum arietis vel etiam libræ percurrere obſervatur (§ 193) & in ſpatio tam exiguo ſupponere licet, declinationis incrementa in caſu priore, decrementa in poſteriore eſſe tempori proportionalia. Cum adeo declinatio in 1° ♈ & ♎ ſit 24′, ſuppoſita declinatione eclipticæ 23° 30′, aut juxta *Dn. de la Hire* 23° 15′; evidens eſt, declinationem tunc temporis variari minuto uno in ſingulas horas. *Q. e. d.*

*OBSERVATIO 39.*

604. *Quodſi plures obſervationes æquinoctiorum inter ſe conferantur, Solem diutius in ſignis borealibus, quam in auſtralibus commorari manifeſtum eſt. Juxta* Caſſini *obſervationes Sol commoratur in ſignis borealibus 186 d. 14 h. 53′, in auſtralibus vero 178 d. 14 h. 56′, differentia adeo exiſtente* 7 d. 23 h. 57′ (i).

*COROLLARIUM.*

605. Cum maxima Solis a terra diſtantia hodie in ♋ ſit, minima in ♑ (§. 518); Sol longius commoratur in ſemicirculo, in quo majorem a Terra diſtantiam habet.

*PROBLEMA 6.*

606. *Obſervare ſolſtitium, ſeu ingreſſum Solis in* 0 ♋ *&* 0 ♑.

*RESOLUTIO.*

1. Cum hodie ex ephemeridibus & Calendariis non ignotus ſit dies, quo Solſtitium accidere debet; per aliquot dies obſervetur altitudo meridiana Solis maxima, qua fieri poteſt, accuratione (§. 121. 129).
2. Quamprimum tres obtinentur altitudines, quarum media in Solſtitio æſtivo major, in hiberno minor extiterit reliquis, hoc ipſo dies Solſtitii innoteſcit (§. 150).
3. Altitudo Solſtitialis conferatur cum altitudinibus immediate antecedente & conſequente. Quodſi



(i) Ricciolus in Aſtron. Reform. lib. I. c. 7. ſ. 22. 23.

Quodſi enim ambæ fuerint æquales, Solſtitium in ipſum meridiem incidit: ſi præcedens fuerit major conſequente, ſolſtitium æſtivum contigit ante meridiem, brumale poſt meridiem: ſin illa hac minor extiterit, æſtivum poſt meridiem accidit, brumale vero ante eundem.

4. Quare cum declinatio Solis tunc temporis intervallo 24 horarum non ultra 15 ſecunda mutetur (§. 188), differentia altitudinis Solſtitialis ab antecedente vel conſequente per ſubtractionem inventa, ope regulæ trium reperitur horarum intervallum, quo a meridie ſolſtitium diſtat.

### *COROLLARIUM.*

607. Error adeo 15 ſecundorum in altitudine meridiana admiſſus producit errorem integri diei in tempore ſolſtitii definiendo.

### *SCHOLION.*

608. *Patet hinc difficultas obſervandi Solſtitia.*

### *OBSERVATIO* 40.

609. *Quodſi obſervationes æquinoctiorum cum obſervationibus ſolſtitiorum conferas; inæqualitas moræ Solis in quatuor eclipticæ quadrantibus manifeſta eſt. Juxta* Ricciolum (i) *mora Solis in ſignis vernalibus 93 d. 36′; in æſtivis 93 d. 12 h. 12′; in autumnalibus* 89 *d.* 14 *h.* 11′; *in hibernis* 89 *d.* 45′.

### *PROBLEMA* 7.

610. *Invenire quantitatem anni ſolaris, hoc eſt, temporis intervallum, quo eclipticam percurrit.*

### *RESOLUTIO.*

1. Obſervatio æquinoctii antiqua conferatur cum obſervatione recentiore, ubi prius antiqua methodo inferius tradenda ad eundem meridianum atque idem calendarium fuerit reducta, & per ſubtractionem inveſtigetur præceſſio æquinoctiorum, hoc eſt, temporis intervallum, quo a die obſervationis antiquæ in antecedentes retrogreſſum.
2. Quæratur tempus inter duas obſervationes intercedens in annis Julianis, quorum unusquisque 365 dierum & horarum 6, & per eam præceſſio æquinoctiorum dividatur, quotus eſt præceſſio anni unius.
3. Quodſi ergo hæc a quantitate anni Juliani ſubducatur, relinquetur quantitas anni vera.

E. gr. *Hipparchus* obſervavit A. 158 ante Chriſtum natum Alexandriæ æquinoctium autumnale d. 27 Sept. 24 h. ſeu in ipſo meridie: *Hevelius* vero A. 1655

(i) Aſtron. Reform. lib. 1 c. 7 f. 22. 23.

1655 Dantiſci d. 12 Sept. 21 h. 12′ 30″.
Eſt ergo

| | | |
|---|---|---|
| Æqu. *Hipparchi* 158 A. 27 Sept. 24 h. 0′ 0″ | | |
| differ. meridianorum ſubtr. | | 1 27 9 |
| Æquinoct. *Hipparchi* in merid. Dantiſc. | | 158 A. 27 Sept. 22 h. 33′ 51″ |
| Æquin. *Hevelii* 1655 A. 12 Sept. 21 | | 12 30 |
| Interval. Annor. 1812 | | |
| Præceſſio æquinoctii | 14 d. | 1 h 20′ 21″ |
| Ergo annua | | 11′ 10″ 12‴ 37⁗ |
| Ann. Julian. 365 d. 5 h. | | 59 59 59 60 |
| Annus Solar. 365 d. 5 h. | | 48. 49. 47. 23 |

## SCHOLION.

611. *In quantitate anni ſolaris determinanda æquinoctia ſolſtitiis præferuntur, quia ſolſtitia difficilius obſervantur* (§. 608). *Et æquinoctia autumnalia vernalibus anteponuntur, quia vernalium obſervationes refractio ob vapores vere copioſiores magis turbare creditur.*

## OBSERVATIO 41.

612. Keplerus *in Tabulis Rudolphinis quantitatem anni ſolaris ponit* 365 *dierum* 5 h. 48′ 57″ 39‴. Ricciolus *in Aſtronomia Reformata* 365 d. 5 h. 48′ 48″, Tycho *in Progymnaſmatibus* 365 d. 5 h. 48′ 5″, de la Hire *in Tabulis Aſtronomicis* 365 d. 5 h. 49′, *qualem nimirum invenerunt* Blanchinius *atque* Caſſinus (k) *&* *Calendarii Gregoriani Autores ſuppoſuerunt.*

## PROBLEMA 8.

613. *Data quantitate anni ſolaris, invenire motum Solis medium in anno 365 dierum, diurnum, horarium &c.*

## RESOLUTIO.

Quia motus medius eſt tempori proportionalis (§. 593), erit ut quantitas anni ſolaris ad 360°, ita annus 365 dierum, dies unus, hora una, ſcrupulum unum &c. ad arcum eclipticæ eo tempore conficiendum. Repcrietur adeo hic arcus ope regulæ trium (§. 272 *Arithm.*).

E. gr. *Philippus de la Hire* aſſumit quantitatem anni 365 d. 5 h. 49′ (§. 612), reperitur adeo motus in anno communi 11 ſignorum 29° 45′ 50″, in uno die 59′ 8″, in una hora 2′ 28″, in uno minuto primo 12″ 28‴ &c.

## COROLLARIUM.

614. Per ſolam adeo additionem inſtar abaci Pythagorici (§. 99 *Arithm.*) inde conſtruuntur Tabulæ motuum mediorum in annis, diebus, horis & ſcrupulis.

## PROBLEMA 9.

615. *Invenire eccentricitatem Solis.* Tab. VII. Fig. 68.

## RESOLUTIO.

1. Quoniam ſemidiameter apparens

(k) Vid. Acta Erudit. A. 1705 p. 369.

rens Solis maxima eſt ad minimam ut 32′ 43″ ad 31′ 38″, (§. 517), hoc eſt (reductione ſcrupulorum primorum ad ſecunda facta) ut 1963 ad 1898; erit diſtantia Solis a terra maxima SA ad minimam PS ut 1963 ad 1898 (§. 205 *Optic.*).

2. Cum adeo ſit PS + SA = PA = 3861; reperietur radius eccentrici CP 1930, conſequenter SC = PC - PS = 32.

3. Quare ſi CP = 100000; invenitur CS = 1658 (§. 272 *Arithm.*).

## *COROLLARIUM.*

616. Cum eccentricitas SC in Sole vix ſexageſimam radii eccentrici CP partem excedat (§. 615); orbita Solis elliptica a circulari non admodum differt.

## *SCHOLION.*

617. *Unde non mirum, quod calculus in circulo eccentrico inſtitutus obſervationibus ſatis reſpondeat. Et quoniam eccentricitas ex variatione diametrorum apparentium, in quibus obſervandis error aliquot ſcrupulorum ſecundorum evitari vix poteſt, deducta non ſatis exacta haberi debet; ideo nil obſtat, quo minus eccentricitas & locus Apogæi in hypotheſi circuli eccentrici inveſtigetur: quod adeo faciemus problemate ſequente.*

## *PROBLEMA* 10.

Tab. VIII. Fig. 69. 618. *Datis duabus obſervationibus æquinoctiorum ſibi immediate ſuccedentium & unius loci Solis extra puncta æquinoctialia & ſolſtitialia in S; invenire eccentricitatem TC & locum Apogæi A.*

### *RESOLUTIO.*

1. Ob datum locum Solis L datur arcus DL, diſtantia ☉ a puncto æquinoctiali verno, conſequenter angulus LTD (§. 55 *Geom.*) & ejus contiguus LTB (§. 143 *Geom.*).

2. Ob datum tempus æquinoctii in B, datur tempus, quo ☉ ex L in B pervenit: cui conveniens motus medius Solis reperiatur (§. 613), & ſic habebitur angulus SCM ſeu SCI.

3. Similiter ob datum tempus æquinoctii in D datur tempus, quo Sol ex M pervenit in N: cui conveniens motus medius reperiatur (§. 613), & ſic habebitur angulus MCN conſequenter angulus CMN (§. 174 *Geom.*) & ob ante repertum LTB angulus MIT (§. 230 *Geom.*), cui SIC æqualis (§. 150 *Geom.*).

4. Datis adeo in triangulo CSI latere CS 100000 & angulis SCI & CIS (*n.* 2 & 3), invenitur latus CI (§. 34 *Trigon.*), quod ex radio CM ſubductum relinquit MI.

5. Hinc porro in triangulo MIT ex datis ſingulis angulis (*n.* 1 & 3) & latere MI (*n.* 4) reperitur TI (§. 34 *Trigon.*).

6. Denique ex datis in triangulo

TIC

TIC lateribus TI & IC (*n.* 4 & 5) & angulo CIT (*n.* 3 & §. 150 *Geom.*), invenitur angulus LTA, diſtantia apogæi AL a loco Solis in L obſervato (§. 38 *Trigon.*) & eccentricitas TC (§. 34 *Trigon.*). E. gr. *Ricciolus* (l) obſervavit Bononiæ A. 1655 d. 30 Jul. in ipſo meridie locum Solis in 7° 0′ 8″ ♌ & æquinoctium autumnale in B d. 22 Septembr. h. 18 55′, tandem A. 1656 æquinoctium vernale in D d. 19 Martii h. 9. 51′. Erat adeo LTD 127° 0′ 8″, tempus quo ☉ ex L in B pervenit 54 d. 18 h. 55′ & quo ex B in D promotus 178 d. 14 h. 56′: unde angulus SCM 54° 0′ 35″ & angulus MCN 176° 3′ 10″ 35‴, adeoque porro CMN 1° 58′ 25″, MIT ſeu CIS 125° 1′ 43″, CIT 54° 58′ 17″ & CSI 0 57′ 42″. Quare ſi CS 100 000, reperitur CI $2049\frac{1}{2}$, IM 97951, TI 4224, CT 3480 & LTA 28° 50′ 0″; ſed LTD 127° 0′ 8″: ergo ATD 98° 9′ 8″, hoc eſt locus Apogæi ♋ 8° 9′ 8″.

## COROLLARIUM 1.

619. Quodſi ex ſuppoſita eccentricitate TC, quæ in circulo eccentrico repræſentandis æquationibus reſpondet, quæratur ratio ſemidiametrorum apparentium, erit ea ob TV = CV - CT = 96520 & ob NT = CN + BC = 103480 (II.) ut 103480 ad 96520. Unde ſi ſemidiameter apparens maxima fuerit 1963 ſeu 32′ 43″, reperietur minima 30′ 51″, adeoque juſta major. Quare cum dimidia eccentricitas ſeu $\frac{1}{2}$ TC 1740 eodem, quo ante calculo, producat ſemidiametrum minimam 31′ 36″, quæ ab obſervata 31′ 38″ nonniſi 2″ diſſidet; evidens eſt dimidiam eccentricitatem TC repræſentandis variationibus ſemidiametrorum apparentium, adeoque eccentricitati in ellipſi ſatisfacere.

## COROLLARIUM 2.

620. Hinc vero apparet centrum Tab.
mediorum motuum non eſſe in centro VII.
eccentrici C, ſed ab eo tanto interval- Fig.
lo diſtare verſus Apogæum A, quanto 68.
Sol S ab eodem verſus Perigæum P diſtat, ut nempe ſit CS = CF.

## SCHOLION.

621. *Cum hæc perpenderet* Keplerus *qui biſectionem eccentricitatis primus reperit, atque perpenderet, eſſe in ellipſi duos focos S & F a centro C æqualiter utrinque remotos; in ellipticam orbitarum figuram incidit. Quamvis adeo pronum erat inferre, focum ellipſeos alterum F eſſe centrum mediorum motuum, hoc eſt ex eo motus planetæ in orbita phyſice inæquales ſpectari æquales, quod etiam ab ipſo animadverſum conſtat* (m): *eam tamen hypotheſin, quam poſtea excoluit* Sethus Wardus (n) *apud Anglos &* Comes de Pagan (o) *apud*



(l) Aſtron. Reform. lib. 1. c. 9 f. 30.
(m) Epit. Aſtron. Copernic. lib. 5 part. 2 p. 685.
(n) in Aſtronomia Geometrica.
(o) in Theoria Planetarum.

*pud Gallos, rejecit, dubio procul quod eam deprehenderet phænomenis minime conſentientem, quemadmodum poſtea demonſtratum eſt a* Bullialdo (p) *& veram theoriam ſupra propoſitam exhibuit, quæ inceſſui planetarum in orbita curvilinea circa Solem convenit* (§.459 Mechan.).

*PROBLEMA* 11.

Tab. VII. Fig. 68. 622. *Data eccentricitate SC una cum anomalia eccentri AK, invenire anomaliam mediam.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam anomalia media exprimitur per aream ASI ſeu ejus ad integram ellipſin, in qua planeta movetur, rationem (§.597), & area ASI ad ellipſin integram eam rationem habet, quam ASK ad circulum integrum (§. 126 *Analyſ. infinit.*); non alia re opus eſt, quam ut area KSA in iſtiusmodi partibus inveniatur, qualium area circuli integri ADPE eſt 360. Igitur

1. Data ſemidiametro eccentrici CA, quæratur area circuli (§. 406 *Geom.*).
2. Data eccentricitate SC una cum KL ſinu anomaliæ eccentri KA, inveniatur area trianguli KSC.
3. Hinc porro ope regulæ trium inveſtigetur, quot gradus & ſcrupula eidem triangulo conveniant, qualium integra circuli area eſt 360.
4. Jam cum Sector KCA habeat ad aream circuli rationem arcus KA ad peripheriam integram (§.388. 392. 372 *Geom.*); anomalia eccentri KA addatur triangulo KSC in gradibus & ſcrupulis circuli invento: ſumma erit area KSA, adeoque exprimet anomaliam mediam quæſitam.
5. Quodſi Planeta a perihelio P ad aphelium A progrediatur, triangulum S*k*C a ſectore PC*k* ſeu anomalia eccentri ſubtrahendum, ut relinquatur anomaliæ mediæ ADP*i*CA exceſſus ultra ſemicirculum.

E. gr. juxta *Keplerum* in Rudolphinis eccentricitas Solis CS eſt 1800, radio CA exiſtente 100000. Sit anomalia eccentri AK 2°; erit triangulum SKC 3140100. Sed circuli eccentrici area eſt 31415900000 (§.406 *Geom.*): quare ſi eadem ponatur 360° ſeu 1296000″, reperietur SKC paulo major 129″ hoc eſt, quam proxime 2′ 10″. Eſt igitur anomalia media 2° 2′ 10″.

*PROBLEMA* 12.

623. *Data eccentricitate CS una cum anomalia eccentri, invenire intervallum SI.* Tab. VII. Fig. 68.

*RE-*

(p) in Fundamentis Aſtron. Phil. clarius explicatis c. 1 & 2 p. 7 & ſeqq.

*RESOLUTIO.*

Quoniam angulum KCA anomalia eccentri AK metitur (§. 55 *Geom.*); erit CL ejusdem coſinus (§. 11 *Trigon.*), in ultimo quadrante ſinus exceſſus ſuper 3 quadrantes, in ſecundo ſinus exceſſus ſuper unum & in tertio coſinus exceſſus ſuper duos.

1. Fiat ut CA ad CL ita CS ad quartam proportionalem: quæ
2. in primo & ultimo quadrante addatur ad CA, in ſecundo & tertio inde ſubtrahatur, ut prodeat intervallum SI.

E. gr. Sit eccentricitas Solis CS 1800, anomalia eccentri KA 2°, erit CL 99939, conſequenter quarta proportionalis ad CA, CL & CS 1799. Ergo intervallum SI 101799.

*DEMONSTRATIO.*

Sit enim AL $= x$, SC$=c$, CA $= \frac{1}{2}$ $a$, erit SI in primo & tertio quadrante $\frac{1}{2}a + c - 2cx : a$, in ſecundo & quarto $\frac{1}{2}a - c + 2cx : a$ (§. 395 *Analyſ. finit.*). Eſt vero $c - 2cx : a$ quarta proportionalis ad $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}a - x$ & $c$, hoc eſt, ad CA, CL & CS: ergo ſi ea addatur ad AC in caſu uno, in altero autem inde ſubtrahatur, prodibit SI. *Q. e. d.*

*PROBLEMA* 13.

624. *Datis anomalia eccentri AK, eccentricitate SC & intervallo SI, invenire anomaliam coæquatam ſeu angulum ad Solem ISA.*

*RESOLUTIO.*

I. Si Planeta fuerit in primo (vel ultimo quadrante), in triangulo ISL ad L rectangulo ex datis intervallo SI & SL compoſita ex coſinu anomaliæ eccentri AK atque eccentricitate CS invenitur anomalia coæquata ISL (§. 36 *Trigon.*).

E. gr. Sit eccentricitas ♀ SC 1800, anomalia eccentri 2°, erit SI 101799 (§. 623) CL 99939 & hinc SL 101739: reperitur ISL 1° 57′ 53″.

II. Si anomalia eccentri fuerit quadrans AD eccentricitas SC eſt latus trianguli GSC & angulus GSC reperitur ut ante.

III. Si planeta fuerit in ſecundo vel tertio quadrante, e. gr. in *k*, in triangulo IS*l* ad *l* rectangulo datur intervallum *i*S, latus *l*S, quod eſt differentia inter eccentricitatem SC & coſinum *l*C exceſſus anomaliæ eccentri ſuper quadrantem in priore, ſuper ſemicirculum in poſteriore caſu. Unde angulus *l*S*i* reperitur ut ante.

*COROLLARIUM.*

625. Quodſi anomalia media & coæquata a ſe invicem ſubtrahantur, relinquetur æquatio centri (§. 601).

## SCHOLION 1.

626. *Patet jam ratio conſtruendi* Tabulas æquationum, *quales pro Sole & ſingulis planetis exhibet* Keplerus *inter Rudolphinas. Nimirum* 1. Anomaliam eccentri *a gradu* 1 *usque ad* 180 *in prima columna poſuit & ei valorem trianguli SIC* (*quod* partem æquationis phyſicam, *alias quoque* triangulum æquatorium *vocat*, *cum altera* pars æquatoris optica *ipſi ſit angulus* SIC) *ſeu reſpondentis in eccentrico SKC ſubjicit* (§.622), *quorum aggregatum anomaliam mediam conſtituit* (§. cit.) 2. *Ad latus anomaliæ eccentri atque mediæ poſuit* anomaliam coæquatam *per problema præſens* (§.624) *erutam* & 3. intervallum *per problema præcedens* (§.623) *repertum.*

## SCHOLION 2.

627. *In aliis Tabulis Aſtronomicis in columna prima comparet* anomalia media *ex anomalia eccentri elicienda* (§.622), *in altera* æquatio centri *ex coæquata & media anomaliis facile determinanda* (§. 625) *& in tertia denique intervallum, quod per problema* 12 (§. 623) *reperiri poteſt.*

## PROBLEMA 14.

Tab. VII. Fig. 68. 628. *Data eccentricitate & anomalia media, invenire anomaliam eccentri & anomaliam coæquatam.*

## RESOLUTIO.

Conſtat ex ſuperioribus (§.622), anomaliæ mediæ reſpondere aream KSA & anomaliæ eccentri ſectorem KCA, cui tot partes areæ totius circuli conveniunt, quot arcus eccentrici AK habet gradus. Non alia igitur re opus eſt, quam ut area trianguli æquatorii SKC in partibus iſtiusmodi inveniatur, qualium circulus eccentricus 360 habet. Hinc enim innoteſcit anomalia eccentri & inde porro coæquata (§.624). *Keplerus* (q) utitur regula poſitionum, pro arbitrio anomaliam eccentri aſſumens & inde mediam computans, calculumque quoties opus eſt, inſtaurans; id quod exemplo rectius, quam præceptis docetur.

Sit e. gr. anomalia media 2° 2′ 10″ ſeu 7330″. Quoniam ſector KCA minor area KSA; erit etiam anomalia eccentri KA minor 2° 2′ 10″, adeoque ſinus KL minor 355294, ſinu nempe 2° 2′ 10″. Fiat ergo KL 3500. Quoniam triangula DSC & SKC inter ſe in ratione DC & KL exiſtunt (§. 372 *Geom.*), DC vero 100000 & SC 1800, adeoque DSC 90000000 (§. 375 *Geom.*), ſeu 3713″; reperietur per regulam trium ope nempe rationis DC ad KL ſeu ſinus totius ad ſinum anomaliæ eccentri aſſumtæ triangulum æquatorium SKC 204″ ſeu 3′ 24″, quod anomaliæ eccentri 2° 2′ 16″ (cui nempe reſpondet ſinus 3550) additum producit anomaliam mediam 2° 5′ 40″, quæ datam 2° 2′ 10″ excedit 3′ 30″. Hac differentia mulctetur anomalia eccentri primo aſſumta 2° 2′ 16″ & mulctata 1° 58′ 46″ ſeu 1° 59′ ad inſtau-

ran-

(q) Epit. Aſtron. lib. 5. p. 695.

randum calculum aſſumatur. Cum ei reſpondeat ſinus KL 3460, reperietur Δ SKC 128'' ſeu 2' 8'': quod additum anomaliæ eccentri 1° 59' producit anomaliam mediam 2° 1' 8'', data 2° 2' 10'' minorem 1' 2''. Hæc differentia anomaliæ eccentri 1° 59' addatur, & aucta 2° 0' 2'' ſeu 2° aſſumatur ad inſtaurandum calculum. Quoniam eidem convenit KL ſinus 8995, reperietur Δ SKC 130'' ſeu 2' 10'': quod additum anomaliæ eccentri 2° producit anomaliam mediam 2° 2' 10'' quæ cum data prorſus coincidit. Eſt igitur anomalia eccentri 2°: qua data intervallum SK & anomalia coæquata facile reperitur (§.624).

En typum exempli:

100000 : 3713 = 3550
3550

185650
18565
204(2150

204(3'24''
60

| | | | |
|---|---|---|---|
| Δ SKC | | 3' | 24'' |
| Anom. Eccentri | 2° | 2 | 16 |
| Anom. media | 2 | 5 | 40 |
| Anom. med. data | 2 | 2 | 10 |
| Exceſſus | | 3 | 30 ſubtr. |
| Anom. Eccentr. | 2° | 2 | 16 |
| An. Eccentr. Verior | 1 | 58 | 46 ſ. 1° 59' |

Sin. KL = 3460

100 000 : 3713 = 3460
3460

222780
14852
11139
128(46980

128(2' 8''
60

| | | | |
|---|---|---|---|
| Δ SKC | | 2' | 8'' |
| Anom. Eccentri | 1° | 59 | |
| Anom. media | 2 | 1 | 8 |
| An. med. data | 2 | 2 | 10 |
| Defectus | | 1 | 2 add. |
| An. Eccentri | 1 | 59 | |
| An. Eccentri verior | 2 | 0 | 2 ſ. 2° |

Sinus KL = 3499.

100 000 : 3713 = 3499
3499

33417
33417
14852
11139
129(91787

130(2' 10''
60

| | | | |
|---|---|---|---|
| Δ SCK | | 2' | 10'' |
| Anom. Eccentri | 2° | 0 | 0 |
| Anom. media | 2° | 2' | 10'' |

## *PROBLEMA* 15.

629. *Invenire Apogæi motum annuum.*

*RESOLUTIO.*

1. Conferantur inter ſe duæ obſervationes loci Apogæi longisſimo intervallo a ſe invicem diſtantes, minorque e majore ſubducatur.
2. Differentia in ſcrupula minima converſa dividatur per numerum annorum inter utramque obſervationem intercedentium. Quotus erit motus Apogæi annuus.

E. gr. *Hipparchus* anno ante Chriſtum 140 obſervavit Apogæum Solis in ♊ 5° 30′, *Ricciolus* anno poſt Chriſtum 1646 in ♋, 7° 26′ 15″. Quodſi differentia 31° 56′ 15″ ad ſcrupula ſecunda redacta dividatur per intervallum annorum 1785 prodibit motus annuus Apogæi 1′ 2″, aut, ſi accuratius computum inſtituere libuerit, 1′ 2″ 24‴.

*COROLLARIUM.*

630. Dato motu annuo Apogæi, facile invenitur menſtruus atque diurnus & tabulæ motuum Apogæi conſtruuntur.

*PROBLEMA* 16.

631. *Dato ad aliquod momentum per obſervationem loco Solis vero, invenire medium.*

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur locus Apogæi ad datum tempus (§. 629. 630).
2. Si longitudo Solis fuerit major longitudine Apogæi, hæc ex illa ſubducta relinquit Anomaliam coæquatam (§. 599), ſeu angulum KSL.
3. Si longitudo Solis minor extiterit longitudine Apogæi, hæc illi addatur: ſumma erit denuo anomalia coæquata (§. *cit.*).
4. Quodſi in tabulis æquationum anomalia coæquata evolvatur; invenietur ei reſpondens media.
5. Anomaliæ mediæ addatur locus Apogæi ſi ablatus, vel ab ea auferatur, ſi additus fuerit; ita prodibit locus Solis medius.

*COROLLARIUM.*

632. Dato loco Solis medio ad aliquod tempus datum facile invenitur idem ad tempus quodcunque aliud datum (§. 613).

*PROBLEMA* 17.

633. *Dato motu Solis medio & motu Apogæi annuo, invenire motum anomaliæ annuum.*

*RESOLUTIO.*

Cum motus Apogæi annuus ſit differentia inter motum Solis medium & motum anomaliæ (§. 596); motus Apogæi ex motu Solis ſubductus relinquit motum anomaliæ annuum. E. gr.

| | S. | | | |
|---|---|---|---|---|
| Motus ☉ medius annuus | 11. | 29° | 45′ | 41″ |
| Motus Apogæi annuus | | | 1 | 2 |
| Motus anomal. annuus | 11. | 29 | 44 | 39 |

CO-

### COROLLARIUM.

634. Dato motu anomaliæ annuo, invenitur etiam menſtruus & ſic tabulæ anomaliarum Solis conduntur.

### SCHOLION.

635. *Tales Tabulas exhibet* Longomontanus *in Aſtronomia Danica. Notandum vero, quod pro motu anomaliæ diurno atque horario ſumatur medius diurnus & horarius ob tarditatem motus Apogæi.*

### THEOREMA 26.

636. *Dies ſolares ſunt inæquales.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam cum arcubus eclipticæ æqualibus inæquales arcus æquatoris per meridianum tranſeunt, quemadmodum vel ex tabulis aſcenſionum rectarum conſtat, tum etiam ex collatione arcuum æquatoris & eclipticæ inter punctum æquinoctiale alterutrum & circulos quoslibet declinationum interceptorum ſtatim innoteſcit; præterea ipſe motus Solis verus in ecliptica ſit inæqualis, teſtibus obſervationibus: fieri omnino nequit, ut in ſingulis Solis revolutionibus idem numerus graduum ac ſcrupulorum æquatoris per meridianum tranſeat. Dies adeo ſolares inæquales ſunt (§. 201). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

637. Quoniam ad motus ſiderum computandos tempus æquale requiritur; ejus menſura non inepte conſtituitur Sol quidam fictus, qui motu medio Solis in æquatore movetur.

### COROLLARIUM 2.

638. Eſt adeo differentia inter dies æquales & inæquales temporis particula, quo durante differentia inter aſcenſionem rectam Solis veri & locum Solis ficti ſeu locum medium veri per meridianum tranſit.

### DEFINITIO 22.

639. *Tempus medium* eſt tempus æquale, quod appulſu Solis ficti motu Solis veri medio in æquatore incedentis ad Meridianum determinatur.

### DEFINITIO 23.

640. *Tempus apparens* vel *verum* eſt tempus inæquale, quod motu Solis veri in ecliptica incedentis determinatur.

### DEFINITIO 24.

641. *Æquatio temporis* eſt differentia inter tempus medium & apparens.

### PROBLEMA 18.

642. *Dies ſolares æquare, hoc eſt, tempus apparens in medium convertere & medium in apparens.*

### RESOLUTIO.

I. Si aſcenſio recta Solis æquatur motui medio ejusdem, Sol fictus & verus eodem tempore per meridianum tranſeunt, adeoque tem-

tempus apparens cum medio coincidit.

II. Si aſcenſio recta eſt major motu medio, hic ab illa ſubtrahatur & differentia in tempus ſolare converſa (§. 202) ſubducatur ex apparente, ut habeatur medium, vel addatur medio, ut habeatur apparens (§. 638 & ſeqq.).

III. Si denique aſcenſio recta minor motu medio, illa ex hoc ſubducatur & differentia in tempus ſolare converſa (§. 202) addatur apparenti, ut habeatur medium, vel e medio ſubducatur, ut prodeat apparens (§. *cit.*).

### *SCHOLION* 1.

643. *Hæc æquandi ratio obtinet, ſi calculus fuerit progreſſivus: ſi vero retrogradus,* h. e. *ſi tempus ante epocham retro numeretur, contraria prorſus ratione operandum.*

### *SCHOLION* 2.

644. *Dicitur autem æquatio a nobis expoſita* Aſtronomica, *cui alias addidere recentiores, hoc loco prætermittendas, quia non certis, ſed ad arbitrium confictis fundamentis, judice* Ricciolo (r) *nituntur & ecclipſibus, omnibus penſitatis, aſtronomica magis ſatisfacit quam alia, ex falſis hypotheſibus de Solis & Lunæ motibus, ex meridianorum differentiis minus exacta & ex obſervationibus ecclipſium fallacibus manantibus, quæ contra eam afferuntur.*

### *PROBLEMA* 19.

645. *Conſtituere epochas ſeu radices motus Solis medii & Apogæi.*

### *RESOLUTIO.*

1. Eligatur aliqua epocha, a qua principium numerationis fieri debet, e. gr. meridies diei primæ Januarii (aut ultimi Decembris) anni ſecularis.
2. Quæratur aliquis locus Solis verus ad datum quodcunque tempus apparens per obſervationem (§. 193).
3. Locus verus convertatur in medium (§. 631) & tempus apparens itidem in medium (§. 642), ut habeatur aliquis locus Solis medius ad datum aliquod tempus medium.
4. Quæratur intervallum inter epocham & tempus obſervationis medium in annis, diebus, horis atque ſcrupulis, eique competens motus medius aſſignetur (§. 613).
5. Subtrahatur is ex loco Solis medio ante invento, ut prodeat longitudo Solis media ad epocham, quæ tempus obſervationis præcedit; idem ad eundem addatur, ut locus Solis ad epocham prodeat, quæ tempus obſervationis ſequitur.
6. Simili prorſus modo locus Apogæi obſervatur (§. 618) & ad tempus medium reductus (§. 642) epochæ alligatur.

*SCHO-*

(r) Almag. lib. 3. c. 32 f. 179.

*SCHOLION.*

646. *Hoc artificio conſtructa ſunt Tabulæ Epocharum ſeu Radicum a recentioribus:* Ptolemæus *vero*, Alphonſus & Copernicus *tempori apparenti epochas affixere. Notandum vero epochas tum alligatas eſſe meridiano, in quo obſervationes habitæ.*

*PROBLEMA 20.*

647. *Ad datum tempus locum Solis verum ſupputare.*

*RESOLUTIO.*

1. Conſtituatur epocha motus Solis medii & Apogæi (§. 645).
2. Intervallo temporis inter epocham & tempus datum intercedenti reperiatur conveniens motus medius & motus Apogæi (§. 613. 629).
3. Uterque loco Epochæ affixo addatur, integris circulis, ſi qui proveniunt, abjectis, ut prodeat locus ſolis medius & locus Apogæi ad tempus datum.
4. Locus Apogæi a loco Solis (integro circulo, ſi illo minor ſit, aucto) ſubtrahatur, ut relinquatur anomalia media (§. 596).
5. Anomalia media data reperiatur coæquata (§. 628), aut æquatio mediæ ab Apogæo usque ad Perigæum addenda, a Perigæo ad Apogæum ſubducenda, ut habeatur coæquata.
6. Anomaliæ coæquatæ addatur locus Apogæi ſupra repertus *n.* 3: ſumma erit locus Solis verus ad datum tempus medium in meridiano, cui epochæ alligantur.
7. Dato loco Solis vero, quæratur ejus aſcenſio recta (§. 194): qua data, tempus medium in apparens convertatur (§. 642) & ut ante locus Solis ad apparens ſupputetur, aut (quia iteratio calculi nimis moleſta foret & præter neceſſitatem repeteretur, cum in paucis ſcrupulis horariis motus verus a medio ſenſibiliter non differat) loco Solis ad tempus medium invento addatur, vel ab eodem ſubtrahatur tantundem motus medii, quantum æquationi additivæ aut ſubtractivæ reſpondet.

*DEMONSTRATIO.*

Ratio totius calculi ex articulis citatis abunde patet: id unice demonſtrandum, quod æquatio ſit ſubtrahenda in ſex prioribus anomaliæ mediæ ſignis, addenda vero in poſterioribus. Quoniam enim centrum mediorum motuum F a centro verorum motuum S ultra F diſtare debet (§. 620); erit angulus IFA anomaliæ mediæ æqualis (§. 596), ſicut ASI vel PS*i* eſt anomaliæ coæquatæ æqualis (§. 624). Quare cum angulus IFA > ISA vel *i*SP (§. 177 *Geom.*), anomalia media in priore ſemicirculo major coæquata, conſequenter æquatio e media Tab. VII. Fig. 68.

media ſubtrahenda, ut relinquatur vera (§. 601). Eodem prorſus modo patet, in altero ſemicirculo anomaliam coæquatam eſſe media majorem, cum angulus PS*i* ſit major ipſo PF*i* (§. 177 *Geom.*), conſequenter æquatio mediæ addenda, ut prodeat coæquata (§. 601). *Q. e. d.*

## SCHOLION 1.

648. *Non aliis præceptis opus eſt, ſi quis ex Tabulis Aſtronomicis locum Solis ad datum tempus computare voluerit, niſi quod in genere notandum, ſi qua accurate in Tabulis non extent, prout deſiderantur, e. gr. ſi quis in Tabulis* Philippi de la Hire *quærat æquationem ad anomaliam mediam* S. 1. 2° 25′, *cum in ea tantum habeatur, quæ gradibus duobus & tribus reſpondet; quærendam eſſe per regulam trium partem proportionalem, pro re nata vel addendam, vel ſubtrahendam eo prorſus modo, quo in* Trigonometria *in excerpendis ſinibus atque eorum logarithmis ex Canone ſinuum uſi ſumus* (§. 36 Trig.). *E. gr. æquatio Anomaliæ mediæ* 1 S. 2° *eſt* 59′ 56″, *differentia inter eam & anomaliam* 1 S. 3° *eſt* 1′ 41″ *ſeu* 101: *quodſi ergo fiat ut* 60′ *ad* 25′ *ita* 101″ *ad numerum quartum proportionalem* 42″, *erit pars proportionalis* 42″ *ad æquationem* 59′ 56″ *addenda, ut habeatur deſiderata* 1° 0′ 38″. *Similiter in omnibus iſtiusmodi computis Aſtronomicis ſemper abjiciendi ſunt integri circuli ex additione reſultantes & circulus unus addendus eſt, ſi quando majus e minori ſubtrahendum.*

## SCHOLION 2.

649. *Quodſi locus Solis aut planetæ cujuscunque ad Meridianum diverſum ab eo, cui epochæ alligatæ ſunt, ſupputandus; reductio meridianorum inſtituenda juxta ea, quæ ſuo loco independenter ab his docentur.*

## SCHOLION 3.

650. *Quoniam æquatio temporis in loco Solis, Lunæ ac planetarum inferiorum computando negligi nequit, niſi ſubinde integris minutis, immo in Luna dimidio gradu & ampliplius aberrare velis; ideo quoque conſtrui ſolent tabulæ* æquationum temporis *huic uſui inſervientes: prout in problemate ſequenti docetur.*

## PROBLEMA 21.

651. *Tabulas æquationum temporis conſtruere.*

## RESOLUTIO.

1. Conſtituatur aliquis terminus, unde æquatio temporis initium ſumere debet noteturque ad illum diem differentia inter aſcenſionem rectam loci veri Solis & locum ejus medium.
2. Ad ſingulos gradus longitudinis mediæ quæratur reſpondens longitudo vera (§. 647).
3. Data longitudine Solis vera, quæratur aſcenſio recta ipſi conveniens (§. 194) & exceſſus aſcenſionis rectæ ſupra Solis locum medium ſupra inventus inde auferatur vel defectus illius ab hoc ſupra inventus eidem addatur, ut habeatur aſcenſio correcta.
4. Differentia inter aſcenſionem correctam & locum medium Solis aſſumtum in tempus ſolare convertatur: quod prodit, eſt æquatio temporis cum titulo com-

competente (§.642) Tabulæ æquationis inſerenda.

E. gr. Sit epocha, a qua ſumitur initium æquationis dies prima Januarii, qua aſcenſio recta veri loci Solis ſuperabat locum ejus medium 1° 3′ 30″: quæritur æquatio temporis pro illo die, quo Sol in 1° ♌ verſatur motu medio. Ergo

| | | | |
|---|---|---|---|
| a Long. ☉ med. | 4 S. | 1° | |
| ſubtr. Apog. locus 3 | 8 | 7′ | 30″ |
| erit Anom. med. | 22 | 52 | 30 |
| ſubtr. Æquatio centri | | 43 | 55 |
| erit Anom. vera | 22 | 8 | 35 |
| Loc. Apog. add. 3. S | 8 | 7 | 30 |
| Loc. Solis verus 4 S. | 0 | 16 | 5 |
| cui reſp. Aſcenſ. recta | 122 | 28 | 10 |
| Subtrahatur exceſſus | 1 | 3 | 30 |
| erit aſcenſio correcta | 121 | 24 | 40 |
| Jam locus medius Sol. | 121 | 0 | 0 |
| Exceſſ. aſcenſ. rectæ | | 24′ | 40″ |
| Reſpondent vero | | | |
| Æquatoris 24′ Temp. medii | | 1′ | 36″ |
| 40″ | | 2 | 40 |
| Ergo æquatio temporis | | 1′ | 38″ 40‴ |
| hoc eſt, | | 1′ | 39″ |

quanta nimirum reperitur in Tabula æquationis temporis Cel. *de la Hire* (s).

*Aliter.*

Quoniam tabulæ hac ratione conſtructæ temporariæ ſunt, quia locum Apogæi datum ad aliquod tempus ſupponunt, qui tamen fixus non eſt, ſed ſingulis annis 2 ſcrupulis primis & 2 ſecundis mutatur; ideo ab aliis duplex conditur tabula æquationis temporis, & per duarum æquationum additionem vel ſubtractionem in uſu eruitur æquatio tempori propoſito conveniens. Ut fundamentum utriusque Tabulæ intelligatur, ponamus in O eſſe Tab. III.
0 ♈, in A locum Solis verum, in E Fig.
medium, & perpendiculum ex A in 70.
æquatorem OB demiſſum deſignare loci veri aſcenſionem rectam C (§ 184). Fiat OD = OE & OB = OA, erit DB differentia inter locum verum & medium, ſeu æquatio centri, & CB differentia inter locum verum & ejus aſcenſionem rectam, CD vero utriusque differentiæ differentia, tanquam differentia inter aſcenſionem rectam loci veri C & locum medium D in tempus converſa dat æquationem temporis (§.642). Quodſi in E fuerit locus verus, in A medius, æquationi reſpondens arcus GB eſt ſumma dictarum differentiarum GD & DB. Patet adeo Tabulam æquationis temporis unam conſtrui, ſi ſingulis gradibus anomaliæ mediæ jungatur æquatio centri in tem-



(s) Tabl. Aſtron. p. 2.

tempus medium converſa; alteram vero, ſi ſingulis gradibus longitudinis mediæ adſcribatur differentia inter locum verum Solis & ejus aſcenſionem rectam in tempus converſa, notatis tamen, quæ de termino, unde æquationis initium ſumitur, dicta ſunt.

*PROBLEMA 22.*

652. *Obſervare oppoſitionem planetarum ſuperiorum cum Sole.*

*RESOLUTIO.*

1. Quando ſuſpicio eſt, planetam Soli mox oppoſitum iri, quæratur per obſervationem aſcenſio recta planetæ, ut ſupra probl. 4 (§. 523), vel ex obſervata diſtantia a duabus ſtellis fixis notæ aſcenſionis (§. 216).
2. Ad momentum obſervationis ſupputetur locus Solis verus (§. 647), quæraturque ejus aſcenſio recta (§. 194).
3. Quodſi differentia inter aſcenſionem rectam Solis & aſcenſionem rectam planetæ fuerit 180°, oppoſitio ipſo momento obſervationis facta: quod quidem rariſſime continget.
4. Si vero differentia illa fuerit ſemicirculo minor, obſervatio iteretur, donec eodem major evadat.
5. Cum ex harum obſervationum collatione innoteſcat incrementum diurnum aſcenſionis rectæ Solis ſupra aſcenſionem rectam planetæ & ex obſervatione ultima conſtet differentia inter aſcenſionem rectam Solis & aſcenſionem rectam planetæ ad momentum obſervationis, ſi per regulam trium quæratur tempus ad 24 horas eam rationem habens quam differentia prædicta ad incrementum prædictum, & a momento obſervationis ſubtrahatur, prodibit momentum oppoſitionis veræ.

*COROLLARIUM.*

653. Quoniam ♀ & ☿ interdiu juxta Solem per tubos videri poſſunt, non abſimili modo eorum conjunctiones cum Sole hodie obſervari poſſunt.

*PROBLEMA 23.*

654. *Determinare temporis intervallum, quo planetæ ſuperiores revolutionem unam circa Solem abſolvunt.*

*RESOLUTIO.*

1. Aſſumantur ab initio duæ obſervationes oppoſitionum non multum a ſe invicem diſtantes, ne numerus revolutionum incertus evadat: cognito enim loco Solis ad oppoſitionum momenta, habetur quoque locus planetæ ad eadem momenta.
2. Supputetur intervallum temporis ab una obſervatione usque ad alte-

alteram elapſum in minimis ſcrupulis & ex collatione locorum planetæ in obſervationum momentis eruatur arcus, quem is dato intervallo deſcripſit.

3. Hinc inferatur, ut arcus modo repertus ad intervallum temporis inter duas obſervationes interjectum, ita 360 gradus ad tempus integræ revolutioni debitum: quod adeo, licet minus exacte, per regulam trium invenitur.

4. Cognita ſaltem aliquatenus quantitate unius revolutionis, aſſumantur duæ obſervationes longa annorum ſerie diſtantes, & tempus ab una usque ad alteram elapſum in ſcrupulis horariis accurate ſupputetur, per quantitatem unius revolutionis paulo ante repertam dividendum, ut prodeat numerus revolutionum interea peractarum.

5. Ex collatione loci planetæ in prima oppoſitione cum loco in altera deducatur quantitas arcus ſupra integros circulos modo inventos, atque his in graduum ſcrupula converſis addatur.

6. Hinc inferatur: ut hoc aggregatum ad temporis intervallum inter duas obſervationes intercedens, ita 360 gradus ad quantitatem unius revolutionis; quæ adeo per regulam trium reperitur.

E. gr. *Longomontanus* oppoſitionem Saturni cum Sole Hafniæ A. 1582 d. 21 Aug. ſt. v. h. 2 obſervavit in ♓ 7° 26′, A. 1583 d. 3 Sept. h. 13 in ♓ 19° 50′, A. 1611 d. 15 Aug. h. 16 in 2° 12′ ♓: *Tycho* vero A. 1582 d. 21 Aug. h. 2 in ♓ 7° 26′ & Aſtronomi Alexandrini A. 136 d. 9 Jul. h. 24 in ♑ 14° 14′. Ex his obſervationibus quantitas revolutionis ♄ circa Solem ita deducitur:

Obſerv. I A. 1582 d. 21 Aug. h. 2 ♓ 7° 26′
Obſerv. II A. 1583 d. 3 Sept. h. 13 ♓ 19. 50

Intervallum temporis d. 377 h. 23
Motus eidem reſpond. 12° 24′ ſeu 744′
Inferatur: ut 744′ ad horas 9371 ita 360°
ad Tempus Revolut. d. 10973 h. 13.

Obſerv. III A. 1611 d. 15 Aug. h. 16 ♓ 2° 12′
Interval. temp. inter I. & III d. 10586 h. 14
Motus eidem reſpond. 354° 46′ ſ. 21286′.
Inferatur: ut 21286 ad 254078 h. ita 360°
ad Tempus Revolut. d. 10742 h. 18.

Obſ. Alex. A. 136 d. 9 Jul. h. 24 ♑ 14° 14′
Tychon. A. 1582 d. 21 Aug. h. 2 ♓ 7° 28′
Differentia Meridian. add. h. 1. 35′
Tychon. in Merid. Alex. h. 3. 35

Intervallum temporis d. 528194 h. 3. 35′
(quod per 10742 diviſum oſtendit, ♄ 49 revolutiones abſolviſſe & ultra tempus iis debitum reſtare d. 1836)
Motus eidem conveniens 49 Circ. 53° 12′
ſeu 17993° 12′

 Infe-

Inferatur; ut 17993° ad 528194 h. ita 360° ad Tempus Revol. d. 10747 h. 4, hoc eſt, Annorum Ægyptiacorum (quorum ſinguli ſunt 365 dierum) 29 d. 162 h. 4.

*COROLLARIUM 1.*

655. Quia ♀ & ☿ Soli nunquam opponuntur, conjunctiones autem eorundem cum Sole ob defectum teleſcopiorum a veteribus obſervari non potuerunt; ipſorum revolutiones circa Solem eodem prorſus modo reperiri nequeunt.

*COROLLARIUM 2.*

656. Quoniam tamen revolutiones Planetarum inferiorum circa Solem brevi temporis ſpatio abſolvuntur & in ſingulis revolutionibus binæ cum Sole conjunctiones celebrantur (§. ); ideo obſervationes minori temporis intervallo diſſitæ in poſterum huic ſcopo ſatisfacient.

*OBSERVATIO 42.*

657. Keplerus (t) *invenit periodum circa Solem* ♄ *29 A. 174 d. 4 h. 58′ 25″ 30‴,* ♃ *11 A. 317 d. 14 h. 49′ 31″ 56‴,* ♂ *1 A. 321 d. 23 h. 31′ 56″ 49‴. Unde motus diurnus* ♄ *2′ 0″ 36‴,* ♃ *4′ 58″ 26‴,* ♂ *31′ 26″ 30‴.* Philippo de la Hire *vero* (u) *eſt motus diurnus* ♄ *2′ 1″,* ♃ *4′ 59″,* ♂ *31′ 27″.*

*COROLLARIUM.*

658. Hinc facile conſtruuntur Tabulæ mediorum motuum ♄, ♃ & ♂, ut ſupra (§. 614).

*PROBLEMA 24.*

659. *Datis quatuor oppoſitionibus Planetæ ſuperioris in D, E, F & G, invenire eccentricitatem & ſitum lineæ apſidum HI.*

*RESOLUTIO.*

*Keplerus* (x) hac utitur methodo, ſed indirecta. Sit Sol in S, B centrum eccentrici, C centrum mediorum motuum. Oppoſitiones quatuor obſervatæ ſint in F, E, D & G & HI ſit linea apſidum. Quoniam in oppoſitionibus planetæ cum Sole planeta ex Sole & Terra per eundem radium videtur; erunt anguli FSE, ESD, DSG, GSF æquales differentiis locorum verorum in oppoſitionibus F, E, D & G, adeoque vi obſervationum dantur. Porro cum detur tempus inter binas quaſcunque obſervationes intercedens, dabitur quoque medius Planetæ motus eidem reſpondens (§. 657), conſequenter centro mediorum motuum in C exiſtente anguli FCE, ECD, DCG, FCG innoteſcunt. Sit locus Aphelii

(t) Epit. Aſtron. Copern. lib. 6. part. 2. p. 731.
(u) in Tab. Aſtron. 39 & ſeqq.
(x) In Comment. de motibus ſtellæ ♂ part. 2. c. 16 f. 92 & ſeqq.

phelii H ruditer ſaltem determinatus: qui cum vi obſervationum per aliquot annos citra metum erroris ſenſibilis in hoc negotio admittendi immotus ſupponi poſſit, ob data loca planetæ in oppoſitionibus, dantur anguli HCF, HCE, itemque DCI & GCI. Quodſi locus Aphelii H & perihelii I rite fuerit determinatus, neceſſe eſt ut centrum eccentrici B ſit in linea HI inter S & C, atque quatuor oppoſitionum puncta F, E, D, G in eadem peripheria exiſtant: id quod ita explorandum.

1. Aſſumta SC 100000 ob calculi commoditatem, in triangulo CFS ob datum angulum FCH datur contiguus FCS (§. 142 *Geom.*). Quare cum etiam detur FSH & latus SC, vi antecedentium, reperietur diſtantia planetæ a Sole FS (§. 34 *Trigon.*). Similiter ex datis in triangulo CGS angulis GCI & GSH ob notos GSF & HSF atque latere SC recta SG; ex datis in triangulo BSD angulis DCI & DSC ob DSE & DSI notos atque latere SC recta SD; denique ex datis in triangulo CSE angulis ECI & ESC ob HCE, ESF & FSH notos, atque latere SC recta SE reperitur (§. *cit.*).

Ex datis in triangulis FSG, FSE, ESD & DSG angulis cognominibus, vi ſuperiorum, atque lateribus eos comprehendentibus SF, SE, SD & SG modo inventis, reperiuntur anguli GFS & FGS, EFS & FES, SED & EDS, SDG & DGS: unde per additionem reſultant anguli EFG, FED, EDG & DGF.

3. Addantur anguli oppoſiti EFG & EDG, atque FED & FGD. Quodſi enim ſumma utraque fuerit ſemicirculo æqualis ſeu 180°, erunt puncta F, E, D, G in eadem peripheria (§. 333 *Geom.*); ſin minus, locus aphelii H erit tantiſper vel promovendus, vel retrahendus, donec ſumma prædictorum angulorum a ſemicirculo ſeu duobus rectis ſenſibiliter non aberret.

4. Ut porro conſtet, utrum punctum B ſit in eadem recta cum punctis C & S, medio inter C & S loco, ex datis in triangulo GSE angulo cognomini, qui ex DSG & DSE vi ſuperiorum notis componitur, & lateribus ES & SG ante inventis reperitur EG (§. 38 *Trigon.*) & angulus SGE (§. 36 *Trigon.*).

5. Cum triangulum EBG ſit æquicrurum (§. 18 *Geom.*) & angulus cognominis ipſius EFG ex antecedentibus noti duplus (§. 298 *Geom.*), adeoque etiam angulus BEG reperiri poſſit (§.

233

235 *Geom.*), invenietur radius eccentrici BG (§. 34 *Trigon.*).

6 Datis jam in triangulo BSG lateribus AG & BG antea repertis & angulo BGS differentia inter angulos BGE & SGE ex antecedentibus notos, reperitur tandem angulus BSG, qui ſi fuerit æqualis angulo HSG, ex ſtabilito Aphelio in H & oppoſitione in G obſervata noto, erit punctum B in recta AC & locus Aphelii in H rite conſtitutus. Sin minus, locus aphelii erit promovendus, vel retrahendus, donec & anguli EFG atque EDG fuerint duobus rectis æquales, & angulus BSG idem per calculum reperiatur, qui ex ſtatuto aphelio in H reſultat.

7. Loco Aphelii tandem reperto, ex datis in triangulo BDS radio eccentrici BD 10000 latere SD ſupra invento atque angulo BSD ex contiguo DSI noto (§. 141 *Geom.*) invenitur eccentricitas BS (§. 34 *Trigon.*).

### SCHOLION.

660. *Non diffitetur* Keplerus (y), *methodum hanc eſſe & valde laborioſam, & minus Geometricam; maluit tamen eadem uti, quam vel alias minus accuratas adhibere, vel hypotheſes veris motuum legibus & cauſis phyſicis adverſas (qualis eſt illa* Wardi *centrum mediorum motuum in foco altero orbitæ ſtatuens) admittere. Exemplum in Marte affert* Keplerus, *ſed prolixius, quam ut huc transſcribi poſſit.*

### COROLLARIUM 1.

661. Cum per hanc methodum, qua locum Aphelii H & eccentricitatem BS inveſtigare docuimus, una conſtet locus planetarum medius in oppoſitione qualibet; poterunt inde Tabulæ radicum, mediorum motuum ac Apheliorum ♄, ♃ & ♂, perinde ac ſupra ☉, (§. 645) conſtrui.

### COROLLARIUM 2.

662. Si locus Aphelii ex obſervationibus antiquis deductus conferatur, cum loco ejusdem ex recentioribus derivato; motus Aphelii annuus determinabitur ut ſupra (§. 631) & inde tabulæ motuum Aphelii condentur.

### OBSERVATIO 43.

663. Keplerus *vi obſervationum ſtatuit ad A. 1700 locum Aphelii* ♄ *in* ♐ *28° 3′ 44″*, ♃ *in* ♎ *8° 10′ 40″*, ♂ *in* ♍ *0° 51′ 29″*, de la Hire *vero* ♄ *in* ♐ *29° 14′ 41″*, ♃ *in* ♎ *10° 17′ 14″*, ♂ *in* ♍ *0° 35′ 25″*. *Motum aphelii annuum* Keplerus *ſtatuit in* ♄ *1′ 10″*, *in* ♃ *47″*, *in* ♂ *1′ 7″*: *at* de la Hire *in* ♄ *1′ 22″*, *in* ♃ *1′ 34″*, *in* ♂ *1′ 7″*.

### PROBLEMA 25.

664. *Digreſſiones Veneris & Mercurii maximas a Sole obſervare.*

RE-

(y) loc. cit. f. 95.

*RESOLUTIO.*

Tab. I. VII. Fig. 72. 1. Cum in maxima digreſſione a Sole ♀ & ☿ appareant biſecti, ope tubi exploretur utcunque dies, quo digreſſio maxime contingit.

2. Quando ſuſpicio eſt, planetam in maxima digreſſione mox conſpectum iri, per aliquot dies obſervetur diſtantia planetæ TV & SV a duabus ſtellis fixis S & T notæ latitudinis TM & SN & longitudinis M atque N.

3. Quoniam in triangulo TOS dantur latera TO & SO, latitudinum TM & SN datarum complementa ad quadrantem (§.230), & angulus MON, cujus menſura eſt differentia longitudinum datarum MN (§. 3 *Sphæric.*); reperietur diſtantia ſtellarum ST (§. 154 *Sphæric.*) & angulus OTS (§. 156 *Sphæric.*).

4. Datis in triangulo TSV tribus lateribus TS, SV & TV, reperietur angulus STV (§. 159 *Sphæric.*), quo alteri OTS addito, prodit angulus OTV.

5. Datis jam in triangulo OTV præter angulum cognominem OTV lateribus OT & TV, invenietur latus OV (§. 154 *Sphær.*), latitudinis planetæ PV complementum ad quadrantem (§. 230), (II.) & angulus TOV (§. 156 *Sphæric.*), cujus menſura MP eſt differentia longitudinum Planetæ V & ſtellæ T. Hæc adeo illi addita efficit longitudinem planetæ.

6. Ad datum momentum obſervationis ſupputetur locus Solis medius (§. 613), qui cum longitudine planetæ collatus digreſſionem ejus a loco Solis medio patefacit.

7. Quodſi adeo obſervationes continuentur, donec digreſſiones, quæ antea creverant, denuo decreſcant, digreſſio maxima innoteſcet & tempus digreſſionis maximæ elicietur ut ſupra momentum oppoſitionis planetarum ſuperiorum cum Sole.

*SCHOLION* 1.

665. *Me non monente apparet, aliorum quoque ſiderum ac phænomenorum latitudines & longitudines eodem modo haberi poſſe, quo Veneris & Mercurii per obſervationem eruere docuimus.*

*SCHOLION* 2.

666. *Quoniam Veteribus nec locus Solis nec fixarum loca ſatis exacte fuere cognita; ideo* Ricciolus (z) *eorundem obſervationes ex motibus Solis & locis fixarum nunc accuratius cognitis emendat.*

*PROBLEMA* 26.

667. *Invenire locum Aphelii Veneris* Tab. VIII. Fig. 73.

Xxx *neris*

(z) Aſtron. Reform. lib. 8. ſ. 329 & ſeqq.

*neris & Mercurii, ſeu ſitum lineæ apſidum AP determinare.*

### RESOLUTIO.

1. Obſerventur plures digreſſiones maximæ (§. 664), donec duæ F & E, Sole in S poſito, inveniantur æquales, quarum una ſit matutina ex Tellure in A conſtituta obſervata, altera veſpertina ex B viſa.
2. Intervallum inter utramque digreſſionem interjectum dividatur bifariam; erit AP recta per Solem S tranſiens (§. 583) linea apſidum.
3. Comparentur inter ſe digreſſiones circa A & P factæ; ubi enim digreſſiones circa A deprehenderis minores, quam circa B: evidens erit, in A eſſe Perihelium, in B vero aphelium (§. 585, 586).

### SCHOLION.

668. *Negari non poteſt, hanc methodum lubricam admodum eſſe, ita ut facile vel integro ſigno aberrare poſſis, ob defectum obſervationum ſatis accuratarum, brevique ſatis intervallo temporis diſſitarum, cum Aphelium ab una obſervatione ad alteram immotum, terraque a Sole diſtantia in utraque obſervatione eadem ſupponatur. Uſi tamen eadem ſunt Aſtronomi, quia non aliunde quam ex digreſſionibus maximis locum Aphelii elicere licuit.*

### OBSERVATIO 44.

669. Keplerus (a) *ad A. 1700 ſt. v. Aphelium* ♀ *conſtituit in* ♒ 3° 24′ 27″, ☿ *in* ♐ 15° 44′ 29″: de la Hire (b), *vero ſt. n. Aphelium* ♀ *in* ♒ 6° 56′ 10″, ☿ *in* ♐ 13° 3′ 40″.

### COROLLARIUM.

670. Si loca aphelii olim obſervata cum locis recentioribus conferas, innoteſcit inde ut ſupra Aphelii motus & Tabulæ motuum Aphelii conſtruentur (§. 629).

### OBSERVATIO 45.

671. Keplerus *ſtatuit motum annuum Aphelii* ♀ 1′ 18″, ☿ 1′ 45″: de la Hire *motum Aphelii* ♀ 1′ 26″, ☿ 1′ 39″.

### SCHOLION.

672. *Neminem puto offendet, quod in numerum obſervationum nonnulla referamus, quæ ex obſervationibus deducta ſunt, ne titulorum numerus multiplicandus eſſet.*

### PROBLEMA 27.

673. *Invenire eccentricitatem planetarum inferiorum* SC. T[ab.] VI. Fi[g.] 72.

### RESOLUTIO.

1. Ex pluribus obſervationibus digreſſionum maximarum maxima cum cura peractis (§ 664) ſeligantur duæ, quarum altera facta in Perihelio Planetæ A, altera in Aphelio ejusdem P.
2. Ad tempus utriusque obſervationis inveniatur intervallum Tel-

(a) in Rudolphinis f. 66. 72.
(b) in Tab. Aſtron. p. 63. 71.

Telluris a Sole SG & SD (§. 613).

3. Cum anguli ad A & P ſint recti, & præterea in triangulo SAG detur angulus G, ſub quo digreſſio maxima in Perihelio videtur, & intervallum SG; in altero autem SPD angulus PDS, ſub quo digreſſio maxima in Aphelio apparet, & intervallum SD; reperietur ibi AS, hic PS (§. 34 *Trigon.*).

4. Quoniam PF diſtantia foci F a P æqualis eſt ipſi SA (§. 583 *Aſtron.* & §. 396 *Analyſ. finit.*); ſubducta AS ex PS, relinquetur diſtantia focorum FS, quæ biſecta in C dat eccentricitatem SC (§. 588) in iſtiusmodi particulis, qualium radius eccentrici Telluris eſt 100000. Unde

5. per regulam trium facile invenitur in iſtiusmodi partibus, qualium radius eccentrici planetæ inferioris AC eſt 100000. Si enim ſummam ex AS & SP bifariam dividas, prodibit radius eccentrici planetæ AC in iſtiusmodi particulis, quarum ſemidiameter orbitæ Telluris eſt 100000.

*OBSERVATIO 46.*

674. Keplerus (c), *conſtituit eccentricitatem* ☿ 21000, ♀ 694, ♁ 1800, ♂ 9263, ♃ 4822, ♄ 5700, *qualium ſemidiameter eccentrici uniuscujusque eſt* 100000.

*PROBLEMA 28.*

675. *Determinare tempus revolutionis planetarum inferiorum circa Solem.*

*RESOLUTIO.*

Cum noſtro tempore conjunctiones eorum cum Sole obſervari poſſint per teleſcopia; inde facile innoteſcit tempus integræ revolutionis, ſi notetur, quodnam elapſum fuerit ab una conjunctione usque ad alteram, planeta in utraque vel ſupra, vel infra Solem conſtituto. Quare ſi veteres obſervationes proſtarent, ex collatione recentiorum cum antiquis accuratius idem determinaretur, ut ſupra in Planetis ſuperioribus (§. 654). Enimvero quamdiu obſervationes conjunctionum deficiunt, ita procedendum.

1. Si planeta M fuerit in digreſſione maxima a Sole, radius eccentrici MC eſt ad lineam viſivam OH perpendicularis, adeoque dato per obſervationem loco Planetæ H datur etiam punctum I quadrantis intervallo ab eo remotum, cumque locus Perihelii N notus ſit (§. 670), arcus quo- Tab. VIII. Fig. 73.

Xxx 2 que

(c) Epitom. Aſtron. lib. 6. p. 732. 765.

que IN, conſequenter angulus MCS datur. Quare cum etiam radius eccentrici CM & eccentricitas CS dentur, reperietur angulus CMS (§. 36 *Trigon*), cui arcus IK æqualis eſt, ob immenſam nempe eclipticæ ab orbita planetæ diſtantiam. Quodſi ergo IK ex loco I ſubtrahas, relinquetur locus planetæ K ex Sole S viſus.

2. Quodſi hac ratione in duabus maximis a Sole digreſſionibus magno intervallo annorum diſtantibus quærantur loca Planetæ ex Sole viſa; tempus uni revolutioni circa Solem debitum elicietur ut ſupra (§.654).

SCHOLION.

*676. Supponitur in his inquiſitionibus, orbitam planetæ eſſe circularem, quia in orbita elliptica, ſervata vera motuum lege, non adeo facile res ſuccedit.*

OBSERVATIO 47.

677. Keplerus (d) *tribuit revolutioni Veneris circa Solem* 224 *d.* 17 *h.* 44′ 55″ 14‴; ☿ 87 *d.* 23 *h.* 14′ 24″. *Motum diurnum concedit* ♀ 1° 36′ 8″, ☿ 4° 5′ 32″ (e): de la Hire *vero motum eundem retinuit* (f).

COROLLARIUM 1.

678. Dato motu Planetarum inferiorum diurno, tabulæ mediorum motuum conſtruuntur ut ſupra (§. 614).

COROLLARIUM 2.

679. Cognito vero loco medio uno ad momentum alicujus digreſſionis maximæ (§. 675); tabulas quoque epocharum ſeu radicum condere ulterius licet (§. 645).

DEFINITIO 22.

680. *Locus eccentricus in orbita* eſt locus planetæ, in quo ex Sole videtur.

COROLLARIUM.

681. Quoniam data eccentricitate una cum loco & motu Aphelii motuque planetæ medio, ſupputari poteſt locus Telluris ex Sole viſus (§. 647), motus autem planetæ primarii cujuscunque oculo in Sole poſito eodem modo apparet, quo motus Telluris (§. 583); evidens eſt, planetæ locum eccentricum eodem modo ſupputari, quo ſupra locum Solis ſupputare docuimus, & tabulas ad eum ſupputandum iisdem artificiis conſtrui, quæ ſupra (§. 622 & ſeqq.) expoſita ſunt.

DEFINITIO 23.

682. *Locus ad eclipticam reductus, ſeu locus eccentricus in ecliptica* eſt punctum eclipticæ, ad quod planeta

(d) Epitom. Aſtron. lib. 6. part. 3. p. 760.
(e) in Rudolphinis f. 66. 72.
(f) in Tab. Aſtron. p. 65. 73.

ta e Sole viſus refertur. Coincidit cum longitudine planetæ e Sole viſa, vocaturque *locus heliocentricus*.

## DEFINITIO 24.

683. *Locus Geocentricus* eſt punctum eclipticæ, ad quod planeta ex Tellure viſus refertur.

## SCHOLION.

684. *Sit NEOR ecliptica, NPOQ orbita Planetæ, Sol in S, Terra in T, Planeta in P; recta SP deſignabit locum eccentricum in orbita, RS locum ad eclipticam reductum ſeu heliocentricum, TR vero locum geocentricum.*

## DEFINITIO 25.

685. *Angulus commutationis* ESR eſt differentia inter locum verum Solis E ex terræ T viſi & locum planetæ ad eclipticam reductum R.

## COROLLARIUM.

686. Invenitur adeo, loco Solis vero E e loco heliocentrico planetæ R ſublato, vel contra.

## DEFINITIO 26.

687. *Angulus elongationis* ſeu *angulus ad Terram* ETR eſt differentia inter locum verum Solis E & locum geocentricum planetæ R.

## DEFINITIO 27.

688. *Parallaxis orbis* eſt differentia inter angulum commutationis RSE & angulum elongationis RTE.

## COROLLARIUM.

689. Eſt adeo angulus SRT (§. 224 Geom.).

## DEFINITIO 28.

690. *Nodi* ſunt puncta interſectionum N & O eclipticæ & orbitæ planetæ. *Nodus aſcendens* eſt punctum N, a quo planeta ultra eclipticam verſus polum borealem excurrit. *Nodus deſcendens* eſt punctum O, unde planeta infra eclipticam verſus polum auſtralem deſcendit. Aſcendens dicitur etiam *Nodus borealis*; deſcendens *auſtralis*. Tab. VIII. Fig. 74.

## SCHOLION.

691. *Nodus aſcendens exprimitur per hoc ſignum* ☊; *deſcendens vero per illud* ☋.

## DEFINITIO 29.

692. *Inclinatio* eſt angulus ad Solem RSP, ſub quo diſtantia planetæ P ab ecliptica PR ex Sole videtur.

## DEFINITIO 30.

693. *Latitudo* eſt angulus ad Terram PTR, ſub quo diſtantia planetæ ab ecliptica PR ex terra videtur.

## DEFINITIO 31.

694. *Argumentum latitudinis* eſt diſtantia loci eccentrici in orbita a Nodo aſcendente NP.

## DEFINITIO 32.

695. *Reductio ad eclipticam* eſt

 diſta-

differentia inter argumentum latitudinis NP & arcum eclipticæ NR inter locum planetæ reductum R & nodum N interceptum.

### DEFINITIO 33.

696. *Diſtantia curtata* eſt diſtantia loci planetæ ad eclipticam reducti a Sole SR.

### DEFINITIO 34.

697. *Curtatio* eſt differentia inter diſtantiam planetæ a Sole PS & diſtantiam curtatam SR.

### DEFINITIO 35.

698. *Inæqualitas prima* eſt inæqualitas motus planetæ ex Sole viſi orta ex orbitæ eccentricitate.

### SCHOLION.

699. *Eam adeo in antecedentibus jam explicavimus: unde etiam patet, accedere ipſi partem quandam phyſicam ab inæquabili in orbita inceſſus* (§.583). *Coincidit nempe cum æquatione orbis.*

### DEFINITIO 36.

700. *Inæqualitas ſecunda* eſt inæqualitas motus planetæ ex Terra viſi orta ex motu Telluris annuo circa Solem.

### SCHOLION.

701. *Hæc tota optica eſt & nunc explicanda. Eſt nempe illa ipſa, quam ſupra* Parallaxin Orbis *diximus.*

### PROBLEMA 29.

702. *Nodos planetæ obſervare.*

### RESOLUTIO.

Obſervetur per aliquod tempus longitudo & latitudo planetæ (§. 523. 665), cumque latitudo valde decreſcere deprehenditur, maxima cum cura continuetur, donec nulla evadat. Locus enim planetæ ad tempus obſervationis eſt locus nodi (§.690) & ipſi oppoſitus eclipticæ gradus nodus alter.

### COROLLARIUM 1.

703. Ex collatione obſervationum recentiorum cum antiquis innoteſcit, nodos omnium planetarum moveri in conſequentia & ut ſupra (§.629) motus nodorum determinatur

### COROLLARIUM 2.

704. His vero datis facile conſtruuntur Tabulæ tam radicum, quam motus nodorum aſcendentium planetarum primariorum (§.645).

### OBSERVATIO 48.

705. *Juxta* Keplerum *locus* ☊ *fuit A. 1700 ſt. v.* ♄ 22° 49′ 4″ ♋, ♃ 5° 31′ 47″ ♋, ♂ 17° 50′ 46′ ♉, ♀ 14° 19′ 5″ ♊, ☿ 14° 47′ 26″ ♉; *juxta* Philippum de la Hire *vero ſt. n.* ♄ 21° 56′ 29″ ♋, ♃ 7° 11′ 44″ ♋, ♂ 17° 25′ 20″ ♉, ♀ 13° 54′ 19″ ♊, ☿ 14° 53′ 14″ ♉. *Ille motum annuum* ☊ *conſtituit* ♄ 1′ 12″, ♃ 4″, ♂ 40″, ♀ 47″ ☿ 1′ 25″; de la Hire *vero* ♄ 1′ 12″, ♃ 14″, ♂ 37″, ♀ 46″, ☿ 1′ 25″.

PRO-

*PROBLEMA 30.*

706. *Inclinationem planetæ maximam ſeu angulum, quem orbita planetæ cum ecliptica efficit ANB obſervare.*

*RESOLUTIO.*

1. Data theoria Solis una cum loco
Tab. VIII. Fig. 75. & motu nodorum, inveniri poteſt tempus, quo Sol S ex Terra T in nodo N videtur.
2. Eodem tempore obſervetur longitudo AV & latitudo AB planetæ P (§. 523 665).
3. Longitudo Solis VN a longitudine planetæ AV ſubtrahatur, relinquitur arcus NA.
4. Datis in triangulo ſphærico ANB ad A rectangulo, latitudine AB & latere AN invenitur angulus ANB (§. 126 *Sphæric.*).

*OBSERVATIO 49.*

707. *Juxta* Keplerum *inclinatio maxima* ♄ 2° 32′, ♃ 1° 20′ ♂ 1° 50′ 30″, ♀ 3° 22′, ☿ 6° 54′ ; *juxta Philippum* de la Hire *vero* ♄ 2° 33′ 30″, ♃ 1° 19′ 20″, ♂ 1° 51′ 0″, ♀ 3° 23′ 5″, ☿ 6° 52′ 0″.

*COROLLARIUM.*

Tab. VIII. Fig. 74. 708. Datis inclinatione maxima N & argumento latitudinis NP invenitur inclinatio PR ut ſupra declinatio, (§. 188) & hoc modo Tabulæ inclinationum conſtruuntur.

*PROBLEMA 31.*

709. *Dato angulo inclinationis PNR & argumento latitudinis NP, invenire reductionem.*

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur arcus NR (§. 128 *Sphæric.*).
2. Subtrahantur a ſe invicem NR & NP : reſiduum eſt reductio (§ 696).

*COROLLARIUM.*

710. Patet ergo modus conſtruendi Tabulas reductionum.

*SCHOLION.*

711. *Exemplum non addimus, quia problema coincidit cum probl. 5 partis* 1 (§. 193).

*PROBLEMA 32.*

712. *Dato intervallo PS una cum inclinatione PSR, invenire diſtantiam curtatam SR.*

*RESOLUTIO.*

Intelligatur ex loco planetæ P ad planum eclipticæ demiſſa perpendicularis PR, in triangulo adeo RSP ad R rectangulo datur angulus PSR & latus PS, invenitur adeo RS (§. 34 *Trigon.*), inferendo nempe : ut ſinus totus ſeu radius circuli eccentrici ad intervallum PS ita coſinus inclinationis RPS ad diſtantiam curtatam RS.

*COROLLARIUM.*

713. Quoniam differentia inter inter-

tervallum PS & diſtantiam curtatam RS eſt curtatio (§ 697); patet jam modus conſtruendi *Tabulas curtationum.*

## SCHOLION.

714. *Quia inclinationis, reductionis & curtationis quantitas ab argumento latitudinis pendet, adeoque ſingulæ tabulæ ad argumenti latitudinis ſingulos gradus conſtruuntur; ideo* Keplerus *in Rudolphinis tabulas* inclinationis reductionis *&* curtationis *in unam contraxit, cui nomen* Tabulæ Latitudinariæ *indidit.*

## PROBLEMA 33.

Tab. VIII. Fig. 73. 715. *Datis angulo commutationis ESR diſtantia Solis a Terra TS & diſtantia planetæ curtata SR, invenire angulum elongationis RTS, parallaxin orbis SRT & diſtantiam planetæ a Terra TR.*

## RESOLUTIO.

Datis in triangulo SRT duobus lateribus RS & ST cum angulo comprehenſo RST, invenitur angulus RTS inferendo:

1. ut ST ad RS (vel in planetis inferioribus ut RS ad ST, quia tum RS < ST) ita ſinus totus ad tangentem anguli alicujus, qui 45 gradibus mulctatus vocetur A.
2. Ut tangens 45° ad tangentem anguli A modo inventi, ita tangens ſemiſummæ angulorum R & T ad tangentem ſemidifferentiæ eorundem: quæ in ſuperioribus planetis ſemiſummæ angulorum R & T addatur, in inferioribus dematur, ut habeatur angulus ad terram RTS.

Hoc autem dato, invenitur ulterius SRT (§. 230 *Geom.*) & RT (§. 34 *Trigon.*).

## DEMONSTRATIO.

Fiat SA = ST = SB & erigatur RD = RA ad RA perpendicularis ducanturque SF & BE ipſi RD parallelæ; erit ob AR = RD etiam FS = SA & HF ipſi RA parallela = RS (§. 252 *Geom.*), anguli que RDA & RAD ſemirecti (§. 226 *Geom.*) atque BF = FA (§. 169 *Geom.*). Quare cum ſit SF : FA = HF : FD (§. 232 *Geom.*); erit etiam SF : FB = HF : FD (§. 157 *Arithm.*) & hinc SF : HF = FB : FD (§ 164 *Arithm.*). Eſt ergo ut SF ſive TS ad HF ſive RS ita ſinus totus ad tangentem anguli DBF (§. 7 *Trigon.*) ſed ob parallelas BG & FS (§. 241 *Geom.*) GBF ſemirecto BFS æqualis (§. 221 *Geom.*): ergo angulus DBE hoc eſt RDB (§. *cit.*) relinquitur, ſi ex DBF per illationem primam problematis invento ſubtrahitur ſemirectus EBF. Quoniam itaque ut RA ad RB h.e. ut ſumma laterum TS & RS ad differentiam eorundem RB, ita tangens ſemirecti RDA ad reſiduum iſtum (§. 7 *Trigon.*); erit etiam ut tangens ſemirecti ad illum reſiduum, ita tangens ſemiſummæ angulorum quæſitorum TRS & RTS ad tan-

tangentem ſemidifferentiæ eorundem (§. 38 *Trigon.*). *Q. e. d.*

## *SCHOLION.*

716. *Exemplum mox dabimus in loco ♃ ſupputando, quo & præſens & reliqua ipſi agnata problemata illuſtrabuntur.*

## *PROBLEMA 34.*

717. *Datis angulis inclinationis RSP, elongationis STR & commutationis ESR, invenire latitudinem planetæ PTR.*

## *RESOLUTIO.*

Fiat: ut ſinus anguli elongationis RTS ad ſinum anguli commutationis RSE vel RST, ita cotangens inclinationis RSP ad cotangentem latitudinis PTR.

## *DEMONSTRATIO.*

ab. Ut SR ad TR ita cotangens RSP
III. ad cotangentem RTP (§.206 *Optic.*).
g. Eſt vero SR ad TR ut ſinus RTS ad
ſinum RST (§. 33 *Trigon.*): ergo ſinus RTS ad ſinum RST ut cotangens RSP ad cotangentem RTP (§. 156 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## *Aliter.*

1. Quæratur diſtantia planetæ a Terra TR (§. 715) & diſtantia curtata SR (§. 712).
2. Quoniam anguli RSP & RTP ſunt exigui, fiat: TR : RS = RSP : RTP (§. 205 *Optic.*),

## *COROLLARIUM 1.*

718. Datis angulis SRT & RTS datur ratio diſtantiæ Terræ a Sole TS ad diſtantiam planetæ ab eodem RS (§.33 *Trigon.*): & hoc modo repertum, poſita diſtantia Terræ a Sole 10, eſſe diſtantiam ☿ a ☉ 4, ♀ 7, ♂ 15, ♃ 52, ♄ 95.

## *COROLLARIUM 2.*

719. Data ratione ſemidiametri eccentrici planetæ ad ſemidiametrum eccentrici Telluris (§. 717) & eccentricitate orbitæ planetariæ in particulis 100000 ſemidiametri eccentrici (§.674); invenitur quoque eccentricitas planetæ in particulis 100000 ſemidiametri eccentrici Telluris.

## *SCHOLION.*

720. *En ope horum corollariorum deductas planetarum a Sole diſtantias & orbitarum eccentricitates in particulis, qualium ſemidiameter eccentrici Telluris eſt* 100000; *ſuppoſitis eccentricitatibus* Keplerianis *ſupra commemoratis* (§. ).

| | Diſt. maxima | media | minima | Eccentr. |
|---|---|---|---|---|
| ♄ | 1005207 | 951000 | 896793 | 54207 |
| ♃ | 544708 | 519650 | 494592 | 25058 |
| ♂ | 166465 | 152350 | 138235 | 14115 |
| ♁ | 101800 | 100000 | 98200 | 1800 |
| ♀ | 72900 | 72400 | 71900 | 500 |
| ☿ | 46955 | 38806 | 30657 | 8419 |

### THEOREMA 28.

721. *Quadrata temporum periodicorum ♄, ♃, ♂, ♁, ♀ & ☿ circa Solem ſunt in ratione triplicata diſtantiarum a Sole.*

### DEMONSTRATIO.

Periodus ♄ eſt fere annorum 30, periodus ♃ 12 (§. 26. 27) diſtantiæ veræ eorundem a Sole ſunt ut 95 ad 52 (§.718). Quadrata temporum periodiocorum 900 & 144 ſunt fere in ratione ſextupla: cubi diſtantiarum 857375 & 140608 in eadem quam proxime exiſtunt. Sunt ergo quadrata temporum periodicorum ♄ & ♃ in ratione triplicata diſtantiarum a Sole (§.238 *Arithm.*). Periodus Telluris eſt unius anni, ♄ vero 30, diſtantia illius ad diſtantiam hujus ut 2 ad 19 (§. 718): quadrata temporum periodiocorum 1 & 900 ſunt fere ut cubi diſtantiarum a Sole 8 ad 6859. Quodſi periodos accuratius definias, etiam proportio illa accuratior obtinebitur. Idemque eodem modo oſtenditur de planetis reliquis. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

722. *Elegans hoc theorema invenit* Keplerus *& vir ſummus* Nevvtonus (a) *demonſtravit, corporibus in ellipſi gyrantibus vi centripeta ad focum alterum tendente, ita ut radius vector verrat areas temporibus æquales (qualem motum* Keplerus *planetis primariis circa Solem tribuit* (§.583), *convenire iſtam proportionem. Aſt Geometra celeberrimi* Bernoullius *atque* Hermannus (b) *demonſtrarunt, admiſſa illa proportione planetas in nulla alia quam elliptica orbita incedere poſſe: ut adeo de figura orbitarum elliptica & lege, qua in ea incedunt juxta* Keplerum (§. cit.) *vix amplius ſit dubitandum. Ipſe ſane Cel.* de la Hire (c) *non inficiatur, figuram ellipticam non multum abeſſe ab orbita vera planetarum.*

### PROBLEMA 35.

723. *Ad datum tempus veram planetæ longitudinem & latitudinem ſupputare.*

### RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus ſupputetur locus Solis verus E (§. 647) & ejus intervallum TS (§. 623).
2. Eodem modo (§. *cit.*) computetur locus planetæ eccentricus in orbita P cum intervallo ejus PS.
3. Quæratur porro locus Nodi aſcendentis N ad datum tempus (§. 705).
4. Locus Nodi N auferatur a loco planetæ eccentrico P; reſiduum eſt argumentum latitudinis PN (§.694).
5. Dato argumento latitudinis PN, quæratur porro inclinatio PR (§.708) & locus ad eclipticam re-

(a) in Princ. Phil. Nat. Mathem. lib. I. prop. 48. p. 48.
(b) Memoir. de l' Acad. Roy. des Scienc. A. 1710 p. m. 682 & ſeqq.
(c) in præfat. ad Tabulas Aſtronom.

reductus R (§.709) ſeu longitudo heliocentrica.

6. A loco Solis E ſubtrahatur locus planetæ reductus R, vel hic ab illo, minor nempe e majore: relinquetur angulus commutationis RSE, qui porro ex 180° ſubductus reſiduum facit angulum RST.

7. Datis intervallo planetæ PS & inclinatione RSP, inveniatur diſtantia curtata RS (§. 712) & inde

8. porro angulus ad Terram RTS;

9. Si diſtantia ☉ a loco planetæ reducto R fuerit major ſemicirculo, locus Solis verus E angulo ad terram RTS addatur; ſin illa minor extiterit, hic ab eodem ſubtrahatur, ut vera planetæ longitudo prodeat.

10. Denique ex datis angulis RST & RTS atque inclinatione RSP inveniatur planetæ latitudo RTP (§. 717).

E. gr. Quæratur longitudo & latitudo ♃ ad diem 1 Aug. A. 1711. Primum itaque ſupputandus eſt locus ☉ verus cum ejus intervallo. Sit ergo ex Tabulis Cel. *de la Hire*

Radix ☉ A. 1700
9 S. 10° 52′27″ Apog. 3 S. 8° 7′ 30″
Mot. med.
A. 10 10 29. 35. 11 10. 15
Jul. 6 28. 57. 26 35

erit Loc.
☉ medius 4 S. 9° 24′ 54″ Apog. 3 S. 8. 18. 20
Apog. ſubtr. 3 8 18. 20

Anom med. 1 S. 1. 6. 34
Æquat. ſubtr. 58. 25

An. coæqu. 1 S. 0. 8. 9 Log. Intervall.
Apog. add. 3 8. 18. 20 (400625

Loc. ☉ verus 4 S. 8. 26. 29
Aſc. rect. 4 S. 10. 51. 57
auferat. inde 1. 3. 30 (§. 651).

Aſc. correcta 4 S. 9. 48. 27
Long. med. ☉ 4 S. 9. 24. 54

Exceſſ. Aſc. 23. 33
Ergo æq. temp. add. 1. 34
Mot. med. ☉ hoc temp. 4
Loc. ☉ verus 4 S. 8. 26. 29

Loc. ☉ verus 4 S 8. 26. 33 in Merid. Pariſ. ad tempus apparens

Loco Solis vero & intervallo ejus invento, calculus pro Marte ita inſtituitur:

Radix
A. 1700. 0 S. 3° 12′ 37″ Aphel. 5 S. 0° 35′ 25″
Mot. med.
A. 10 3. 23. 54. 18 11 5
Jul. 3. 21. 6. 11 38

 Loc.

Loc. med. ♂ 7S. 18. 13. 6 Aphel. 5S. 0. 47. 8
Aphel. 5S. 0. 47. 8 ☊ 1S. 17. 25. 20

Anom. med. 2S. 17. 25. 58 6 9
Æquat. ſubtr. 10. 6. 0 21

Anom. coæq. 2S. 7. 19. 58 ☊ 1S. 17. 31. 50
Aphel. 5S. 0. 47. 8 Log. Interv. 419490

Loc. ♂ eccen. 7S. 8. 7. 6
Loc. ☊ 1S. 17. 31. 50

Argum. Lat. 5S. 20. 35. 16
Inclinat. 1. 9
Reductio add. 17
Loc. ♂ eccentr. 7S. 8. 7. 6

Loc. ♂ reduct. 7S. 8. 7. 23
Loc. ☉ verus 4S. 8. 26. 33

Ang. ESR 2S. 29. 40. 50
5S. 29. 59. 60

Ang. RST 3S. 0. 19. 10
ſeu 90. 19. 10
179. 59. 60

SRT + STR 89 40. 50

$\frac{1}{2}$R + $\frac{1}{2}$T 44. 50. 25

Log. Sin. tot. 10000000
Interv. ♂ 419490
Coſin. Inclin. 99 9999

Log. Diſt. curt. SR 419489

Log. Interv. ☉TS 400625

Tang. Ang. 1018864, cui in
Canone reſpondent 57° 4′ 10″
ſubtr. 45

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | 12 | 4 | 10 |
| Log. Tang. 45 | 1000000 | | |
| Tang. A. | 933006 | | |
| Tang. $\frac{1}{2}$R + $\frac{1}{2}$T | 999758 | | |

Tang. $\frac{1}{2}$T - $\frac{1}{2}$R 932764, cui in
Canone reſpondent 12° 0′ 38″
$\frac{1}{2}$R + $\frac{1}{2}$T 44 50 25

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ang. ad Terr. RTS | | 56 | 51 | 3 |
| ſeu | 1S. | 26 | 51 | 3 |
| Loc. ☉ ver. | 4 | 8 | 26 | 33 |
| | 6S. | 5 | 17 | 36 |

Eſt adeo ♂ longitudo vera ♎ 5° 17′ 36″.

Tandem pro latitudine fiat:

Log. Sin. RTS 992285
Sin. RST 9999999
Cotang. Inclin. 1227739

1227738

Cotang. Latit. 12354553, cui in Canone reſpondent 89° 44′ 48″
89 59 60

Ergo Latitudo ♂ 15 12

Brevius quoque invenitur hunc in modum;

Log.

| | |
|---|---|
| Log.Sin. RST | 999999 |
| RTS | 992285 |
| Tang. Inclin. | 772263 |
| | 1764548 |

Tang.Latit. 764549, cui in Tabulis quam proxime reſpondent 15′ 12″.

### SCHOLION 1.

724. *Ratio, cur poſterior illatio pro latitudine planetæ æquivaleat priori, hæc eſt, quod tangentes ſint reciproce ut cotangentes eorundem angulorum. Sint enim tangentes* T & t; *cotangentes* C & c, *ſinus totus* ſ: erit TC = ſ² & tc = ſ² (§.103 Sphæric.), *adeoque* TC = tc (§. 79 Arithm.), *conſequenter* T : t = c : C (§.269 Arithm.). Q. e. d.

### SCHOLION 2.

725. *Quibus calculum aſtronomicum exercere volupe fuerit, iis ſuadeo, ut aut Tabulis* Cel. de la Hire *utantur, aut, ſi Rudolphinæ ad manus fuerint, ex iis tamen nonniſi locum planetæ heliocentricum inveſtigent, ad geocentricum autem inveniendum methodum trigonometricam adhibeant; ita enim facilius ſcopo ſuo potientur.*

# CAPUT V.
## De
# THEORIA PLANETARUM
## SECUNDARIORUM, PRÆSERTIM LUNÆ.

### DEFINITIO 37.

726. *Menſis periodicus* eſt temporis intervallum, quo Luna integrum Zodiacum percurrit, ſeu ad idem Zodiaci punctum reſtituitur, unde fuerat digreſſa.

### DEFINITIO 38.

727. *Menſis ſynodicus* ſ. *Lunatio* eſt temporis intervallum, quo Luna a Sole digreſſa ad eundem redit.

### DEFINITIO 39.

728. *Menſis anomaliſticus* eſt temporis intervallum quo Luna ab Apogæo digreſſa ad idem redit.

### DEFINITIO 40.

729. *Menſis Draconticus* eſt temporis intervallum, quo Luna a nodo aſcendente digreſſa ad eundem redit. Nodus enim aſcendens dicitur *Caput Draconis*; nodus deſcendens *Cauda Draconis*.

### DEFINITIO 41.

730. Hinc ſimul intelligitur, quid ſint variæ illæ motuum ſpecies, quarum apud Aſtronomos mentio fie-

ri ſolet. *Motus* nimirum *in longitudinem periodicus* eſt menſura menſis periodici; *motus Lunæ a Sole* ſynodici; *motus anomaliæ* anomaliſtici; *motus in latitudinem* draconticì.

*OBSERVATIO* 50.

731. *Quodſi repetitis crebro obſervationibus longitudo atque latitudo Lunæ inveniatur* (§. 525. 665); *majorem multo in motibus ejus inæqualitatem deprehendes, quam in Sole atque planetis primariis. Illa tamen inæqualitas regularitate omni non deſtituitur. Intra 28 enim dies ſemel velociſſimus, bis mediocris & ſemel tardiſſimus. Quodſi ope teleſcopii Luna obſervetur dichotoma ſive biſecta, & ad momentum obſervationis quæratur una longitudo planetæ* (§. cit.), *eædemque obſervationes ſæpius repetantur, periodos in ſingulis lunationibus minime æquales reperies. Eodem modo conſtat inæqualitas menſium ſynodicorum pariter & periodicorum, ſi ad tempus, quo Luna Soli opponitur vel cum fixa conjungitur, longitudinem obſerves.*

*OBSERVATIO* 51.

732. *Si ponamus Lunam in ellipſi moveri, in cujus altero foco terra exiſtit, ea lege, qua primarii circa Solem feruntur* (§. 583) *& ex eclipſibus ſeu conjunctionibus & oppoſitionibus (quas communi nomine* Syzygias *appellare ſolent) ſingula ad ſupputationem loci Lunæ veri neceſſaria eo modo, quo in theoria Solis, determinentur; locus Lunæ eodem modo, quo locus Solis, ſupputatus cum obſervatione tantum conſentit in ſyzygiis, omni autem tempore reliquo mire ab eadem diſcrepat, ita ut æquatio nunc augeatur nunc minuatur. Maxima nimirum differentia in quadraturis obſervatur: a novilunio nempe usque ad primam quadraturam creſcit, inde usque ad plenilunium iterum decreſcit, & eodem modo ſe habet a plenilunio usque ad novilunium.*

*DEFINITIO* 42.

733. *Inæqualitas prima* ſeu *ſoluta* eſt inæqualitas motus periodici orta ab invariabili orbitæ eccentricitate, in ſyzygiis obſervabilis.

*DEFINITIO* 43.

734. *Inæqualitas altera* ſeu *menſtrua* eſt inæqualitas motus elongationi a Sole alligata, quæ in quadraturis omnium maxime ſe prodit.

*PROBLEMA* 36.

735. *Invenire quantitatem menſis periodici & ſynodici.*

*RESOLUTIO.*

1. Cum in medio eclipſium lunarium, prout in ſequentibus independenter ab his patebit, Luna

na Soli opponatur; ſupputetur in minimis ſcrupulis intervallum temporis inter duas eclipſes ſeu oppoſitiones intercedens.

2. Hoc intervallum dividatur per numerum lunationum interea abſolutarum, quotus erit quantitas menſis ſynodici (§. 727).

3. Supputetur motus Solis medius, qui quantitati menſis periodici reſpondet (§. 613) & integro circulo, quem luna interea abſolvit, addatur.

4. Tandem inferatur: ut aggregatum modo inventum ad 360°, ita quantitas menſis ſynodici ad quantitatem periodici.

E. gr. *Copernicus* A. 1500 d. 6 Nov. h. 12 poſt mediam noctem obſervavit eclipſin lunæ Romæ & A. 1523 h. 4. 25′ d. 1 Aug. aliam Cracoviæ. Inde quantitas menſis ſynodici ita eruitur:

Obſ. II. A. 1523 d. 237 h. 4 25′
Obſ. I. A. 1500 d. 310 h. 2 20

Interv. temp. A. 22 d. 292 h. 2 5′
addantur intercal. dies 5

Interv. exact. A. 22 d. 297 h. 2 5′
ſeu 11991005′

quod per 282 menſes interea elapſos diviſum dat quantitatem

Menſis ſynodici 42521′ 9″ 9‴
hoc eſt, 29 d. 12 h. 41′

Idem *Copernicus* A. 1522 d. 6 Sept. h. 13 20′ poſt mediam noctem, hoc eſt, A. 2272 *Nabonaſſaris* eclipſin lunarem Cracoviæ obſervavit: ſed anno 28 ejusdem epochæ media nocte inter 18 & 19 menſis Thot, Babylone, hoc eſt, in meridiano Cracovienſi & noſtro Calendario d. 26 Aug. h. 10. 10′, alia obſervata. Ex harum obſervationum collatione ut ante quantitas menſis ſynodici accuratius elicitur. Nimirum

Obſ. II. A. 2272 d. 6 Sept. h. 13 20′
Obſ. I. A. 28 d. 26 Aug. h. 10 10

Interval. temporis 2243 A. Ægyptiac. d. 11, h. 3. 10′
hoc eſt 1178936830′

quod per quantitatem paulo ante inventam diviſum exhibet numerum lunationum interea abſolutarum. Quare ſi idem intervallum denuo per hunc numerum dividatur, prodibit quantitas

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Menſis ſynodici | 42524′ | 3″ | 10‴ | 9⁗ |
| hoc eſt, d. 29 h. 11. | 44 | 3 | 10 | |
| Mot. ☉ med. interea | 29° 6 | 24 | 18 | |
| Motus ☽ | 389 6 | 24 | 18 | |

E. Men. period. d. 27 h. 7. 43′ 5″.

## SCHOLION.

736. *Quantitas menſis elicitur ex plenilunii veris: quare nova determinatione opus eſt. Scilicet ubi ope quantitatis inventa determinatus fuerit locus & motus Apogæi atque eccentricitas & hujus beneficio æquationes inventa, oppoſitiones vera in medias convertenda & tempus apparens itidem ad medium reducendum & inde denuo obſervationum collatio inſtituenda.*

CO-

### COROLLARIUM 1.

737. Data quantitate menſis periodici, per regulam trium inveniri poteſt motus diurnus, horarius &c. & ſic tabulæ motuum mediorum Lunæ conſtruentur.

### COROLLARIUM 2.

738. Quodſi motus diurnus Solis medius a motu Lunæ medio diurno ſubtrahatur, relinquitur motus diurnus Lunæ a Sole.

### COROLLARIUM 3.

739. Cum in medio eclipſeos totalis cum mora Luna in nodo exiſtat, quemadmodum infra independenter ab his oſtendetur; ſi ad momentum illud quæratur locus Solis eidemque addantur ſex ſigna, prodibit locus Nodi.

### COROLLARIUM 4.

740. Collatio obſervationum recentiorum cum antiquis motum nodorum manifeſtabit: ex iis vero apparet, nodos Lunæ moveri in ſigna antecedentia, e. gr. ex ♉ in ♈, ex ♈ in ♓.

### COROLLARIUM 5.

741. Si adeo motui Lunæ medio diurno addatur motus diurnus nodorum; ſumma erit motus latitudinis (§. 730) & inde ulterius ope regulæ trium inveniatur, quanto tempore Luna 360° a capite Draconis digrediatur, hoc eſt, ab eo digreſſum denuo ad idem reſtituatur. Patet ergo, quomodo quantitas menſis Dracontici ſit invenienda.

### COROLLARIUM 6.

742. Dato motu latitudinis diurno Tabulæ motuum latitudinis conſtruuntur ut ſupra (§. 614).

### SCHOLION.

743. *Tabulas iſtiusmodi exhibet* Bullialdus (n).

### COROLLARIUM 7.

744. Si motus Apogæi diurni ſubtrahatur a motu Lunæ medio diurno, relinquitur motus Lunæ medius ab Apogæo & inde per regulam trium elicitur menſis anomaliſtici quantitas.

### OBSERVATIO 52.

745. Keplerus (o) *reperit quantitatem menſis ſynodici mediocrem d.* 29 h. 12. 44′ 3″ 11‴ : *periodicum d.* 27 h. 7. 43′ 8″ *Apogæi locum ad A.* 1700 *d.* 1 *Jan. ſt. v.* 11 S. 8°, 57′ 1″, *locum* ☊ 4 S. 27° 39′ 17″, *motum medium* ☾ *diurnum* 13° 10′ 35″, *motum diurnum Apogæi* 6′ 41″, *motum diurnum* ☊ 3′ 11″ (p) : *eccentricitatem denique conſtantem* 4362, *qualium ſemidiameter eccentrici eſt* 100000.

CO-

(n) in Philolaicis f. 122.
(o) in Epit. Aſtron. Copern. lib. 6. p. 789.
(p) in Rudolphinis f. 78.

## COROLLARIUM.

746. Eſt adeo motus latitudinis diurnus 13° 13′ 46″ (§. 741), motus ab Apogæo diurnus 13° 3′ 54″.

## SCHOLION.

*747. Cum tabulæ æquationum ad ſalvandam inæqualitatem ſolutam eodem prorſus artificio conſtruantur, quo ſupra tabulas æquationum Solis & planetarum primariorum conſtruere docuimus, non opus eſt, ut ibi dicta hic repetamus. Reſtat igitur, ut oſtendamus, quomodo æquationes illæ corrigantur, ut extra ſyzygias veros Lunæ motus exhibeant: ubi non diffitendum, magnas hic occurrere difficultates, ita ut Luna ſidus plane contumax cenſeri debeat, nec quisquam veras illarum rationes explicatas dederit ante profundarum meditationum Autorem* Nevvtonum (q). *Sed cum theoriam Lunæ per cauſas phyſicas explicare noſtri jam non ſit inſtituti; ſuffecerit nobis evolviſſe hypotheſin, quo* Keplerus *noſter ad ſecundam Lunæ inæqualitatem ſalvandam utitur.*

## OBSERVATIO 53.

748. *Si Apogæum vel Nodus Lunæ eſt in quadris, nulla obſervatur inæqualitas ſecunda, integro menſe, qui adeo* Vacuus *appellari ſolet. Proximo vero menſe etiam in ipſo Apogæo & Nodo, ubi prima inæqualitas nulla, motus aliqua inæqualitas, nempe altera, notatur. Ab eo tempore inæqualitas ſecunda ſingulis menſibus creſcit, donec copulis in Apogæo vel Nodo factis maxima omnium evadat: qui* menſis plenus *dici ſolet. Menſe ſubſequenti iterum decreſcere incipit, donec prorſus extinguatur.*

## HYPOTHESIS 2.

749. *Si DLFM, fuerit orbita Lunæ* Tab.
*(quæ per circulum hic exhibetur, quia* VIII.
*ellipſis lunaris ad eum proxime ac-* Fig.
*cedit), DF linea apſidum, ex terræ* 75.
*centro A intervallo eccentricitatis conſtantis AB deſcribatur circulus, per idem ducatur recta IK ſeu* linea illuminationis, *quæ hemiſphærium terræ illuminatum ab obſcuro ſeparat, porro per A agatur ad eam perpendicularis* HG, *quæ ſit* linea copularum, *conjunctione nimirum Lunæ cum Sole in H, oppoſitione in G contingente, denique per centrum eccentrici B ducantur rectæ NO & PQ ipſis IK & HG parallelæ: erit* AC eccentricitas menſtrua, *ſemicirculi nempe* totius NHO, *&* in *H* Apogæum, *in* G Perigæum menſtruum, *& ſi his utamur tanquam in prima inæqualitate Apogæo* D *& eccentricitate AB; inæqualitates ſecundæ prodeunt. Cæterum quia hæc etiam latitudinem afficit planum orbitæ ad planum eclipticæ libratile concipitur, ut angulus inclinationi maximæ reſpondens varietur.*

## SCHOLION.

750. *Quod hæc hypotheſis ſit conformis obſervationi quoad generales circumſtantias patet, ſi eam cum ipſa conferre libuerit. Ponamus*



(q) in Princ. Phil. Nat. Math. lib. 3 p. 388 & ſeqq.

*mus enim centrum B pervenire in S, ita ut lineæ illuminationis IK cum linea apſidum perpetua DF coincidat: erunt tum quadra in Apogæo & Perigæo eccentrici & linea NO pariter coincidet cum IK atque* punctum menſtruum C *coincidit cum* A, *nullaque adeo eſt eccentricitas menſtrua. En menſem vacuum! Coincidat vero FD cum HG, tum punctum B & C coincident cum E, eritque eccentricitas menſtrua eccentricitati perpetuæ AB æqualis adeoque maxima omnium, quia circellum iſtum nunquam egreditur. En menſem plenum! Conſenſum quoad circumſtantias ſpeciales calculus in hac hypotheſi inſtitutus monſtrat.*

## *DEFINITIO* 44.

Tab. VIII. Fig. 75. 751. *Diſtantia Solis a Nodo vel Apogæo Lunæ* eſt arcus eclipticæ inter locum Solis verum H & apogæum Lunæ D ſeu nodum ipſius interceptus, ſeu angulus ad terram DAH vel, ſi arcus ille major ſemicirculo, angulus, quem metitur ejus complementum ad 360°.

## *DEFINITIO* 45.

752. *Scrupula menſtrua longitudinis* ſunt valor trianguli æquatorii rectanguli BNZ ſuper eccentricitate menſtrua BZ ſtantis in iſtiusmodi particulis, qualium omnium maximum in menſe pleno eſt 60, cum nempe punctum B coincidit cum E.

## *DEFINITIO* 46.

753. *Argumentum longitudinis menſtruæ* eſt arcus eccentrici Lunæ LP interceptus inter locum Lunæ primo æquatum L & rectam PQ per centrum eccentrici B ductam atque lineæ abſidum menſtruæ HG parallelam. *Annuum* eſt angulus DAH.

## *DEFINITIO* 47.

754. *Æquatio menſtrua* eſt valor trianguli æquatorii LAC, ductis rectis LA & LC ex loco Lunæ L ad punctum menſtruum C & Terræ centrum A determinati, in iſtiusmodi particulis, qualium area totius orbitæ eſt 360. Tab. VIII. Fig. 75.

## *DEFINITIO* 48.

755. *Particula exſors* eſt differentia inter triangulum æquatorium LAC & ejus ſocium BLZ.

## *PROBLEMA* 37.

756. *Datis loco Apogæi Lunæ ſoluta D, loco Solis vero H & anomalia eccentri Lunæ LBD, invenire argumentum longitudinis menſtruæ LBP.*

## *RESOLUTIO.*

1. Ex dato loco Solis H & loco Apogæi lunæ D, invenitur per ſubtractionem diſtantia Solis ab Apogæo Lunæ, hoc eſt angulus HAD, cui ob parallelismum rectarum HG & PQ (§. 749) PBD æqualis (§. 222 *Geom.*).
2. Hic ergo ulterius ſubtrahatur ab anomalia eccentri Lunæ LBD; reſiduum eſt argumentum longitudinis menſtruæ LBP.

E. gr. Sit Apogæum Lunæ in ♈ 24° & ☉ in ♊ 0, erit HAD 36°. Sit anomalia

malia eccentri LBD 81° 42′ 24″; erit argumentum longitudinis menſtruæ LBD 45° 42′ 24″.

### *PROBLEMA* 38.

Tab. 757. *Datis diſtantia loci Solis ve-*
VIII. *ri (aut eidem oppoſiti) ab Apogæo Lu-*
Fig. *næ HAD una cum eccentricitate per-*
75. *petua AB, invenire eccentricitatem menſtruam AC.*

### *RESOLVTIO.*

Cum in triangulo CAB ad C rectangulo (§. 749) dentur angulus CAB & latus AB; reperietur CA (§. 34 *Trigon.*).

E. gr. Sit BAC 36°, eccentricitas AB 4362: erit

| | |
|---|---|
| Log. Sin.tot. | 100000000 |
| AB | 36396857 |
| Coſin. BAC | 99079576 |
| Log. AC | 35476433, cui in tabulis reſpondent 3529. |

### *PROBLEMA* 35.

758. *Data eccentricitate menſtrua AC vel BZ & eccentricitate perpetua AB, invenire ſcrupula menſtrua longitudinis.*

### *RESOLUTIO.*

1. Eccentricitas utraque ducatur in ſemiſſem ſemidiametri eccentrici BN vel BL: facta erunt areæ triangulorum BLA & BNZ, quorum illud eſt triangulum æquatorium in menſe pleno, hoc vero in dato.

2. Inferatur: ut area trianguli BLA ad 60 ſcrupula prima, ita area alterius BNZ ad ſcrupula menſtrua longitudinis.

E. gr. Sit AB 4362, AC 3529, BN = LB = 100000: erit BLA 218100000 & BNZ 176450000, conſequenter

21810 : 17645 = 60 :

30) 727) 2 2

35290 (48′
2908

6210
5816

404
60

727) 24240 (33″
2181

2430
2181

249

Sunt ergo ſcrupula menſtrua longitudinis 48′ 33″.

### *SCHOLION.*

759. *Equidem cum orbita Lunæ ſit elliptica, recta BL & BN æquales non ſunt; ſed cum ea ad circulum proxime accedat, differentia adeo exigua eſt, ut contemni queat. Quando enim puncta B & E coincidunt, hoc eſt, quando differentia maxima, obſervante* Ke-

plero (r), *error vix* 17 *ſecundorum committitur, qualis in motu Lunæ ob ejus velocitatem contemni poteſt.*

### PROBLEMA 36.

Tab. VIII. Fig. 75. 760. *Data eccentricitate menſtrua AC una cum argumento longitudinis annuo HAD, invenire particulam exſortem.*

### RESOLUTIO.

1. Ex datis in triangulo BCA ad C rectangulo (§. 749) hypothenuſa AB & angulo CAB inveniatur CB (§. 34 *Trigon.*).
2. Ducatur CB in ſemiſſem eccentricitatis menſtruæ AC: factum erit area trianguli ACB (§. 375 *Geom.*).
3. Quæratur etiam area circuli ex radio eccentrici BL, tandemque
4. Inferatur: ut area circuli ad 360° ſeu 1296000″ ita area trianguli ACB ad valorem ejus in iſtiusmodi ſcrupulis.

Dico, hunc valorem eſſe particulam exſortem.

E. gr. Sit HAD 36°, AB 4362, AC 3529, erit

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| AB | 3639 6857 |
| Sin. BAC | 9769 2187 |
| Log. BC | 3340 89044, cui in tabulis reſpondent 2564. |

Ergo AC. ½ CB = △ ACB = 4524178. Sed area circuli 31415900000 (§. 406 *Geom*): quare ſi eadem ponatur 360° ſive 1296000″; reperietur valor trianguli ACB in iſtiusmodi ſcrupulis, hoc eſt particula exſors 3′ 6″.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam AC = BZ (§. 244 *Geom.*), △ ALC : △ BLZ = LV : LT & BLZ : BAC = TL : TV (§. 372 *Geom.*). Cum adeo ſit BLZ : BLZ - ALC = LT : TV (§. 183 *Arithm.*) & hinc BLZ : BLZ - ALC = BLZ : BAC (§. 156 *Arithm.*); erit BLZ - ALC = BAC (§. 169 *Arithm.*). Eſt igitur △ BAC particula exſors (§. 755). *Q. e. d.*

### PROBLEMA 37.

761. *Datis argumento menſtruo LBP, ſcrupulis menſtruis & particula exſorte, invenire æquationem menſtruam.* Tab. VIII. Fig. 75.

### RESOLUTIO.

1. Cum ſcrupula menſtrua ſint valor trianguli BNZ in iſtiusmodi ſcrupulis, qualium idem in menſe pleno eſt 60, triangula vero BNZ & BLZ ſint ut BN ad LT (§. 372 *Geom.*), hoc eſt, ut ſinus totus ad ſinum argumenti menſtrui (§. 2 *Trigon.*); per regulam trium invenietur triangulum BLZ in iſtiusmodi ſcrupulis, qualium maximum in menſe pleno eſt 60.

2. Qua

(r) in Epit. Aſtron. lib. 6 part. 4 p. 800.

2. Quare cum maximum juxta *Keplerum* ſit 2° 30′ ex valore areæ circuli 360° : fiat ut 60′ ad 2° 30′ ita valor trianguli BLZ modo repertus ad valorem ejus in iſtiusmodi particulis, qualium area circuli eſt 360°.

3. Ab hoc tandem valore ſubtrahatur particula exſors, reſiduum eſt triangulum ALC in iſtiusmodi particulis qualium area circuli eſt 360° (§.760), hoc eſt, æquatio menſtrua (§.754). Quodſi △BLZ < △ALC, particula exſors addenda.

E. gr. Sit argumentum menſtruum LBP 45° 42′ 24″, ſcrupula menſtrua ſeu valor △BNZ 48′ 33″ : erit LT 71577 & reperientur ſcrupula △BLZ debita 2085″. Quodſi ergo fiat ut 60′ ad 2° 30′, h. e. ut 3600″ ad 9000″, ſeu ut 4 ad 10 ita 2085 ad numerum quartum proportionalem 5212 ; erit is valor trianguli BLZ : quod adeo eſt 1° 26′ 52″. Auferatur particula exſors 3′ 6″ ; relinquetur æquatio menſtrua 1° 49′ 20″.

PROBLEMA 38.

762. *Data æquatione menſtrua & anomalia media quæ primo coæquatæ reſpondet, invenire mediam ſecundo coæquatæ convenientem.*

RESOLUTIO.

Quodſi Luna fuerit in L, Apogæum in D, erit anomalia media area LAD (§ 596), quæ anomaliæ primo coæquatæ, hoc eſt angulo LAD reſpondet. Si ergo in ſemicirculo HIG, poſita nempe HG linea apſidum menſtrua, æquatio menſtrua LAC addatur; prodibit anomalia media, quæ ſecundo coæquatæ reſpondet.

Contra ſi ☽ ſit in M, triangulum menſtruum CAM ab anomalia media primo coæquatæ reſpondente HAMGN ſubducenda, ut relinquatur media, quæ ſecundo coæquatæ convenit.

SCHOLION.

763. *In hoc Aſtronomia nova* Kepleri *a veteri differt, quod in nova duplex inveniatur anomalia media, in veteri vero uni anomaliæ mediæ duæ aptentur coæquatæ.*

PROBLEMA 39.

764. *Data æquatione menſtrua & anomalia primo æquata, invenire anomaliam ſecundo æquatam.*

RESOLUTIO.

1. Inveniatur anomalia media anomaliæ ſecundo coæquatæ reſpondens (§. 762).
2. Ex anomalia hac media eruatur ſecundo æquata (§. 628).

*Aliter.*

Quoniam proceſſus iſte valde operoſus, *Keplerus* monet (s), poſſe etiam ad imitationem Aſtronomiæ veteris anomaliæ primo æqua-



(s) Epitom. Aſtron. lib. 6. p. 889.

tæ in ſemicirculo HLG ſubtrahi, in altero GMH addi æquationem menſtruam, ut prodeat æquatio ſecundo æquata. Vel æquationis menſtruæ loco utendum eſt angulo ALC vel AMC & ut ante procedendum.

*OBSERVATIO* 54.

765. *Locus Lunæ, ſecunda æquatione adhibita, ſatisfacit in quadris, ſed extra eas ab obſervato differt, maxima quidem differentia in octantibus exiſtente, hoc eſt, Luna a Sole* 45, 135, 225 *&* 315° *elongata. Excreſcit autem usque ad* 41′ 32″ *& periodus ejus intra unam lunationem quater abſolvitur, eſtque ſubtractiva a novilunio usque ad plenilunium, additiva vero a plenilunio usque ad novilunium.*

*SCHOLION.*

766. *Hanc inæqualitatem primus obſervavit* Tycho.

*DEFINITIO* 44.

767. *Variatio* ſeu *Reflexio Luminis* eſt tertia motus lunaris inæqualitas, qua locus ejus verus a loco bis æquato extra quadras differt. *Æquatio* vero *Luminis* eſt æquatio ex menſtrua æquatione & variatione compoſita.

*PROBLEMA* 40.

768. *Invenire variationem maximam.*

*RESOLUTIO.*

Obſervetur longitudo Lunæ in octantibus (§. 665) & ad momentum obſervationis computetur locus Lunæ bis æquatus: differentia inter computatum & obſervatum eſt variatio maxima (§. 765. 767).

*OBSERVATIO* 55.

769. Tycho *variationem maximam obſervavit* 40′30″; Keplerus *vero* 51′ *eandem ſtatuit.*

*PROBLEMA* 41.

770. *Data elongatione Lunæ a Sole HAL, invenire variationem.*

*RESOLUTIO.*

Fiat: ut ſinus totus ad ſinum duplæ elongationis Lunæ a Sole ita variatio maxima ad variationem quæſitam.

E. gr. Sit elongatio ☽ a ☉ 42° 55′ 22″: erit ejus duplum 85° 50′ 44″, quod vocetur A, adeoque poſita variatione maxima 51′,

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Log. Sin. A | 99988573 |
| Log. 51 | 17075702 |
| Log. Variat. | 17064275 |

Log. Variat. 17064275, cui in tabulis reſpondent 50′ $\frac{86}{100}$ ſeu 50′51″.

*SCHOLION.*

771. *Hæc proportio ex collatione obſervationum eruta.*

*DEFINITIO* 45.

772. *Locus lunæ fictus* eſt locus ejus primo æquatus: *locus prope verus*

*rus* eſt locus bis æquatus: *locus verus* eſt locus ter æquatus.

*PROBLEMA* 42.

773. *Ad datum tempus locum Lunæ verum ſupputare.*

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur locus Lunæ fictus eodem prorſus modo, quo locus Solis verus & planetarum eccentricus in orbita ſupputatur (§. 647), qui idem erit verus in copulis.
2. Ad idem tempus ſupputetur locus ☉ verus, & inde conſtituatur argumentum tam annuum, quam menſtruum longitudinis (§. 753).
3. Quærantur ſcrupula menſtrua longitudinis (§. 758) cum particula exſorte (§. 760) & inde porro æquatio menſtrua (§. 761).
4. Ope hujus locus lunæ fictus transmutetur in prope verum (§. 764).
5. Ab eo ſubtrahatur locus ☉ verus, ut habeatur elongatio ☉ a loco ☽ prope vero.
6. Tandem beneficio hujus inveniatur variatio (§. 770), loco ☽ prope vero vel addenda, vel demenda, ut verus obtineatur in orbita: qui
7. eodem, quo ſupra, (§. 709) modo ad eclipticam reducitur.

*SCHOLION.*

774. *Cum in antecedentibus ſingula præcepta jam exemplo aliquo fuerint illuſtrata, ſi quis ibi repertis uti voluerit, prodibit exemplum calculi loci lunæ veri extra ſyzygias & quadras quoad inæqualitatem menſtruam & variationem ſine tabulis computati. Sed ad abbreviandum calculum ſane tædioſum* Keplerus *tabulam æquationis luminis condidit, ex qua cum diſtantia ☉ ab Apogæo ☽ & elongatione loci ☽ primo æquati æquatio ex menſtrua & variatione compoſita una excerpitur.*

*DEFINITIO* 46.

775. *Latitudo Lunæ ſimplex* dicitur, quæ ex argumento latitudinis & angulo, ſub quo orbita Lunæ ad planum eclipticæ inclinatur in copulis, ut ſupra inclinatio planetarum primariorum, ſupputatur.

*SCHOLION.*

776. *Coincidit in Luna latitudo cum inclinatione, quia luna circa terram eadem lege movetur, qua primarii circa Solem feruntur.*

*DEFINITIO* 47.

777. *Latitudo vera* eſt diſtantia ☽ ab ecliptica, prout e Tellure ſpectatur.

*SCHOLION.*

778. *Ideo vera a ſimplice differt, quia planum orbitæ ad planum eclipticæ libratile (§. 749), ut adeo inclinatio eorundem planorum ſit variabilis.*

*DEFINITIO* 48.

779. *Latitudo menſtrua* eſt arcus interceptus inter locum lunæ verum & planum aliquod conſtante angu-

angulo 5 graduum ad planum eclipticæ in linea nodorum inclinatum atque ad iſtud planum perpendicularis.

DEFINITIO 49.

780. *Argumentum menſtruum latitudinis* eſt diſtantia loci veri Lunæ a loco vero Solis.

DEFINITIO 50.

781. *Scrupula latitudinis* ſunt ſinus complementorum diſtantiæ ☉ a ☊ ☾ ad unum vel tres quadrantes aut exceſſuum ejus ſuper unum vel tres quadrantes in iſtiusmodi ſcrupulis, qualium Sinus totus eſt 60 primorum.

DEFINITIO 51.

782. *Inclinatio limitis menſtrui* eſt angulus, quo orbita Lunæ inclinatur ad planum in dato quolibet menſe, quod ipſum ad planum eclipticæ conſtanti angulo 5 graduum ſuper loca nodorum inclinatur. Maximus eſt juxta *Keplerum* 18′ ſeu arcus, qui angulum iſtum metitur. *Limites* enim ſunt puncta quadrantis intervallo a Nodis remota.

HYPOTHESIS 3.

783 *Si ad planum eclipticæ conſtanti angulo 5 graduum in linea per nodorum loca tranſeunte aliud inclinatum fuerit, in quo deſignata concipiatur linea copularum HG per interſectionem plani per centra Solis ac terræ tranſeuntis; ſuper hac linea HG ita libratur orbita Lunæ, ut quando limes anomaliæ ſolutæ in linea HG, coincidat cum plano inclinationis conſtantis; quando is hæret in quadris, libratio maxima exſtat, nempe 18′; dum vero ab oppoſitione H ad quadram K tendit, eſtque v. gr. in D, ſinus portionis librationis in boream ſe habeat ad ſinum maximæ ut ſinus anguli HAD ad ſinum totum. Nimirum orbita lunæ ſuper illud planum verſus boream attollitur, donec in K inclinatio ſit maxima; inde rurſus deprimitur, donec in G cum eodem coincidat: a quo tempore ſemicirculus GIH eadem lege verſus boream attollitur, donec in I ſit maxima inclinatio; inde vero rurſus deprimitur, donec in H denuo cum eo coincidat.*

SCHOLION.

784. *Hæc ita a* Keplero *finguntur phænomenis conformiter, ut ea ad calculum revocari poſſint, more Aſtronomiæ veteris.*

PROBLEMA 43.

785. *Data diſtantia Solis a Nodo, invenire inclinationem limitis menſtrui D.*

RESOLUTIO.

Cum HG ſit linea copularum (§. 783), adeoque ☉ e. gr. in H exiſtat, limes vero D a nodo quadrantis intervallo removeatur (§. 782); erit HAD complementum di-

Tab. VIII. Fig. 75. diſtantiæ ☉ a Nodo ad quadrantem. Fiat igitur ut ſinus totus ad coſinum diſtantiæ ☉ a Nodo, ita ſinus 18′ ad ſinum inclinationis limitis menſtrui D.

E. gr. Sit diſtantia ☉ a Nodo 30°, erit HAD 60°, adeoque

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Sin. DAH | 99375306 |
| Sin. 18′ | 77189966 |

Log. Incl. Limit. menſtr. 7 7656 5272, cui in tabulis reſpondent 15′ 35″.

## PROBLEMA 44.

786. *Data diſtantia Solis a Nodo, invenire Scrupula latitudinis.*

### RESOLUTIO.

Fiat: ut ſinus totus ad ſinum complementi ad unum vel tres quadrantes, (aut exceſſus ſuper unum vel tres quadrantes), ita 60 ſcrupula prima ad ſcrupula latitudinis quæſita.

E. gr. Sit diſtantia ☉ a ☊ 30°, erit complementum ad quadrantem 60° adeoque

| | |
|---|---|
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| Log. Sin. 60 | 99375306 |
| Log. 60 | 17781512 |

Log. Scrup. Lat. 7 1.7156818, cui in Canone Logarithmorum numerorum vulgarium reſpondent $51\frac{96}{100}$.

Sunt adeo Scrupula latitudinis 51′ 57″.

(II.)

### SCHOLION.

787. *Inveniuntur eadem, ſi fiat ut 3 ad 10 ita inclinatio limitis menſtrui* e. gr. *in noſtro caſu* 15′ 35″ ſeu 935″ *ad numerum quartum proportionalem*, 3117″, *qua valent* 51′ 57″ *ut ante.*

## PROBLEMA 45.

788. *Data inclinatione limitis menſtrui una cum Scrupulis latitudinis, invenire latitudinem menſtruam.*

### RESOLUTIO.

Multiplicentur Scrupula latitudinis per inclinationem limitis menſtrui, factum eſt portio latitudinis menſtruæ.

E. gr. Sit limitis menſtrui inclinatio 15′ 35″ ſeu 935″, ſint ſcrupula menſtrua 51′ 57″ ſeu 3117″, factum 2914395 eſt latitudinis menſtruæ portio in Scrupulis quartis. Scrupula enim ſecunda in ſecunda ducta gignunt quarta, cum ſcrupulorum indices ſint veluti logarithmi (§. 41 *Geom.*). Eſt adeo portio latitudinis menſtruæ 13′ 29″ 33‴ 15⁗ ſeu 13′ 30″.

### SCHOLION.

789. *Ex circumſtantiis ſingularibus dijudicandum, utrum portio latitudinis menſtrua ſit auſtralis, an borealis* (§. 783).

## PROBLEMA 46.

790. *Ad datum tempus latitudinem Lunæ veram ſupputare.*

### RESOLUTIO.

1. Quæratur latitudo Lunæ ſimplex

plex, ut ſupra inclinatio planetarum primariorum (§.723).

2. Quæratur porro portio latitudinis menſtruæ (§.788).

3. Quodſi utraque fuerit ejusdem nominis v.gr. auſtralis addantur; ſi vero fuerint diverſi nominis, nempe altera auſtralis, altera borealis, minor e majori ſubtrahatur. In caſu primo erit ſumma latitudo vera ejusdem nominis cum ſimplici, in poſteriori differentia eadem latitudo erit ejus nominis, quod fuit majoris.

### *PROBLEMA* 47.

791. *Invenire tempora periodica ſatellitum Jovis atque Saturni.*

### *RESOLUTIO.*

Eodem modo inveniuntur ex eorum conjunctionibus cum Jove atque Saturno, quo ſupra tempora periodica primariorum ex eorum oppoſitionibus cum Sole eruere docuimus.

### *OBSERVATIO* 56.

792. Caſſinus *reperit tempus periodicum Satellitis*

| | |
|---|---|
| ♄ I.d.1 h.21.18′.31″ | ♃ I.d.1 h.18.28′.36″ |
| II d.2 h.17.41.27 | II d.3 h.13.18.52 |
| III.d.4h.13.47.16 | III d.7h. 3.59.40 |
| IVd.15h.22.41.11 | IVd.16h.18. 5. 6 |
| V.d.74h.7.53.57 | |

### *OBSERVATIO* 57.

793. *Idem* Caſſinus *deprehendit diſtantiam Satellitis primi a Saturno vix integræ diametri annuli; ſecundi* $1\frac{1}{4}$; *tertii* $1\frac{2}{3}$; *quarti* 4, *quinti* 5. *Eſt vero diameter* ♄ *ad diametrum annuli juxta eundem ut* 5 *ad* 11, *juxta* Hugenium *ut* 4 *ad* 9. *Primus Satelles* ♃ *juxta* Caſſinum *a centro* ♃ *diſtat* $5\frac{2}{3}$ *ſemidiametris jovialibus, ſecundus* 9, *tertius* 14 & *paulo amplius, quartus* $25\frac{1}{3}$.

### *THEOREMA* 29.

794. *Quadrata temporum periodicorum Satellitum Jovis atque Saturni ſunt in ratione triplicata diſtantiarum a ſuis primariis.*

### *DEMONSTRATIO.*

Non differt a demonſtratione theor. 28 (§. 721), niſi quod numeri ex §. 792 & 793 petendi.

CA-

# CAPUT VI.

# De SOLIS ET PLANETARUM PARALLAXIBUS, DISTANTIIS A TERRA ET MAGNITUDINIBUS.

### *PROBLEMA* 48.

795. *Parallaxin altitudinis Lunæ obſervare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Obſervetur altitudo Lunæ meridiana ſumma cum cura (§. 121) noteturque momentum obſervationis quam accuratiſſime.
2. Tempore obſervationis æquato (§. 642) ſupputetur longitudo & latitudo Lunæ vera (§. 773. 790).
3. Data longitudine & latitudine, quæratur ejus declinatio (§. 250).
4. Ope declinationis & elevationis æquatoris inveniatur altitudo meridiana vera (§. 192). Quodſi altitudo obſervata non fuerit meridiana, ad tempus obſervationis reperietur vera (§. 290).
5. Altitudo obſervata a refractione liberetur (§. 338) tandemque a vera ſubtrahatur, reſiduum eſt parallaxis altitudinis (§. 356).

E. gr. *Tycho* (a) A. 1583 d. 12 Oct. hor. 5. 19′ obſervavit altitudinem meridianam limbi ſuperioris, ☽ 13° 38′. Erat adeo

| | | | |
|---|---|---|---|
| Alt. limbi ☽ ſuper. | 13° 38′ | Long. ☽ | 15° 40′ ♉ |
| Semidiam. ☽ app. | 15 | Lat. S. | 2. 42 |
| Altitudo centri ☽ | 13. 23 | Decl. | 19. 57 |
| Refract. aufer. | 8 | Alt. æqu. | 34. 6 |
| Altitudo ☽ viſa | 13. 15 | Alt. ☽ | 14. 9 |
| Altitud. Vera | 14. 9 | | |
| Parallaxis ☽ | 54 | | |

### *PROBLEMA* 49.

796. *Data altitudine Lunæ SR & ejus parallaxi AST, invenire ejus a terra diſtantiam.* Tab. IV. Fig. 43.

### *RESOLUTIO.*

Ob datam altitudinem ☽ viſam datur ejus diſtantia viſa a Zenith, hoc eſt, angulus ZAS, aut ob veram angulus ATS. Quare cum etiam detur angulus parallacticus S & ſemidiameter terræ AT ſit 1; invenietur diſtantia Lunæ a Terra TS in ſemidiametris terreſtribus (§. 34 *Trigon.*).

Aaaa 2 E. gr

(a) Progymnaſm. lib. 1 c. 6 p. 459.

E. gr. Vi obſervationis præcedentis ZAS 76° 37′, AST 54′. Ergo

| | |
|---|---|
| Log. Sin. AST | 8 1961020 |
| Log. AT | 00000000 |
| Log. Sin. ZAS | 99880419 |

Log. Sin. TS 17919409, cui in tabulis reſpondent $61\frac{24}{100}$, hoc eſt, fere 62.

Fuit ergo vi obſervationis Tychonis tunc temporis diſtantia ☽ a Terra TS 62 ſemid. terreſtrium.

## COROLLARIUM 1.

797. Cum ex theoria Lunæ detur ratio diſtantiarnm a terra in ſingulis anomaliæ gradibus (§. 623); diſtantiæ eædem ope regulæ trium in ſemidiametris terreſtribus inveniuntur & inde porro parallaxis quoque ad ſingulos anomaliæ gradus (§. 377) reperitur.

## COROLLARIUM 2.

798. Cognitis parallaxibus altitudinis, inveniuntur porro parallaxes longitudinis, latitudinis, aſcenſionis rectæ, declinationis (§. 379. 380).

## SCHOLION.

799. *Patet ergo ratio conſtruendi tabulas* parallaxium ☽ horizontalium *ad ſingulos anomaliæ veræ gradus.*

## OBSERVATIO 58.

800. Philippus de la Hire (b) *parallaxin horizontalem maximam ſtatuit* 1° 1′ 25″, *minimam* 54′ 5″.

## COROLLARIUM.

801. Ergo diſtantia ☽ a ♁ in Perigæo eſt $55\frac{27}{100}$, hoc eſt fere 56, in Apogæo $63\frac{57}{100}$, hoc eſt, $63\frac{1}{2}$ ſemidiametrorum terreſtrium.

## PROBLEMA 50.

802. *Invenire diſtantiam Solis a Terra.*

## RESOLUTIO.

1. Sex circiter horis ante primam quadram aut ſex horis poſt ultimam ope teleſcopii exquiſiti micrometro inſtructi obſervetur Luna.
2. Notetur beneficio horologii oſcillatorii (§. 707 *Mech.*) ad motum Solis compoſiti (§. 117) temporis momentum, quo biſecta apparet ſeu facie dimidiata ſplendet.
3. Illo ipſo momento capiatur diſtantia ope ſextantis vel octantis exactiſſime diviſi a duabus ſtellis fixis notæ longitudinis & latitudinis (§. 215).
4. Inde eruatur longitudo Lunæ (§. 665).
5. Ad idem momentum, poſtquam æquatum fuerit (§. 642), ſupputetur locus Solis verus (§. 647).
6. Locus Solis auferatur a longitudine Lunæ ante inventa, reſiduum

(b) in Tab. Aſtron. p. 27.

Tab. VIII. Fig. 77. duum eſt elongatio Lunæ a Sole, ſeu angulus LTS.

7. Ad tempus obſervationis ſupputetur anomalia ☽ vera (§. 773) & inveniatur ejus a terra diſtantia TL (§. 797).

8. Datis adeo in triangulo TLS ad L rectangulo angulo LTS & latere TL invenitur ☉ a ♁ diſtantia TS (§. 36 *Trigon.*).

E. gr. *Wendelinus* (c) per exquiſita teleſcopia dichotomias lunares obſervans tandem deprehendit, angulum LTS eſſe 89° 45′, adeoque TSL 15′. Quodſi diſtantiam Lunæ TL mediocrem aſſumamus 60 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 801); erit

| | |
|---|---|
| Log. Sin. S | 76398160 |
| TL | 17781512 |
| Sin. Tot. | 100000000 |
| Log. TS | 41383352, cui in tabulis reſpondent 13751. |

## COROLLARIUM I.

Tab. IV. Fig. 44. 803. Quodſi in triangulo HRT ad T rectangulo diſtantia ☉TR aſſumatur 13751 ſemidiametrorum terreſtrium; reperietur parallaxis horizontalis diurna (§. 36 *Trigon.*). Eſt nempe

| | |
|---|---|
| Log. Sin. Tot. | 100000000 |
| TR | 41383352 |
| Log. Sin. HRT | 58616648, cui in tabulis reſpondent 15″, quantam hanc parallaxin æſtimat *Wendelinus*. |

## COROLLARIUM 2.

804. Quodſi vero cum Cl. *de la Hire* (d) parallaxis horizontalis in diſtantia media aſſumatur nonniſi 6″; reperietur diſtantia ☉ a terra media 34377 (§. 796).

## PROBLEMA 51.

805. *Parallaxin Martis diurnam obſervare.*

## RESOLUTIO.

1. Sit ♂ in Meridiano atque in æquatore in H & obſervator ſub æquatore in A conſtitutus eum cum fixa aliqua obſervet culminantem. Tab. IX. Fig. 78.

2. Quodſi in centro Terræ D conſtitueretur, Martem conſtanter cum ſtella in eodem cœli puncto videret, adeoque & una in horizonte ſeu plano horæ ſextæ. Sed cum jam ♂ habeat aliquam parallaxin ſenſibilem, fixa nullam (§. 373); ♂ videbitur in horizonte, quando eſt in P plano horizontis ſenſibilis, ſtella vero demum, quando in plano veri in R hæret. Notetur adeo tempus, quod intercedit inter tranſitum Martis & ſtellæ per planum horæ ſextæ.



(c) Vid. Ricciolus in Almag. lib. 3. c. 7. Tom. I f. 109.
(d) in Tab. Aſtron. p. 6.

3. Hoc tempus in ſcrupula æquatoris convertatur (§. 202): cum enim ita prodeat arcus PM, cui angulus PAM, conſequenter AMD (§. 222 *Geom.*), proxime æqualis, erit is parallaxis ♂ horizontalis (§. 356).

4. Quodſi obſervator fuerit non ſub æquatore, ſed in parallelo IQ, differentia illa erit arcus minor QM. Quare cum arcus exigui QM & PM ſint ut eorum ſinus AD & ID (§. 23 *Trigon.*), ſitque ADG diſtantiæ loci ab æquatore, hoc eſt elevationi poli, æqualis, adeoque AD ad ID ut ſinus totus ad coſinum elevationis poli, fiat: ut coſinus elevationis poli ID ad ſinum totum AD ita parallaxis in I obſervata ad parallaxin ſub æquatore obſervandam.

5. Quoniam ♂ & fixa in horizonte non commode obſervantur; obſerventur ergo in circulo horæ tertiæ, cumque ſit parallaxis ibi obſervata TO ad horizontalem PM ut IS ad ID, erit ut ſinus anguli IDS ſeu 45° (quia planum DO medium inter meridianum DH & horizontem verum DM) ad ſinum totum ita parallaxis TO ad horizontalem PM.

6. Si etiam ♂ fuerit extra planum æquatoris, parallaxis inventa erit arcus paralleli, qui adeo ad arcum æquatoris reducendus ut ſupra (§. 511).

7. Denique ſi ♂ non fuerit ſtationarius, ſed vel directus, vel retrogradus, per plurium dierum obſervationes exploretur (§. 665), quantus ſit motus ejus in ſingulas horas, ut ad datum quodlibet tempus ipſi locus verus ex centro telluris aſſignari poſſit.

Hac methodo invenit *Caſſinus*, cui egregium hoc inventum debemus, & poſt eum *Flamſtedius* parallaxin ♂ horizontalem maximam eſſe quaſi 25 ſecundorum aut paulo minorem.

### COROLLARIUM 1.

*806. Quoniam eo tempore, quo *Caſſinus* Martis parallaxin ſcrutatus eſt, diſtantia ☉ a terra fuit plusquam altero tanto major diſtantia Martis, ſinus vero angulorum exiguorum ſint ut anguli ipſi (§. 23 *Trigon.*); ideo ☉ parallaxin concludit 10 fere ſecundorum.

### COROLLARIUM 2.

807. Quando parallaxis ☉ eſt 10″, diſtantia ejus a terra 22062 ſemidiametrorum terreſtrium.

### SCHOLION 1.

808. Caſſinus *eadem methodo parallaxin Veneris obſervavit & inde Martis parallaxin eruit, quam cum ea 25 ſecundorum optime conſentire didicit, ut adeo pro certo haberi poſſit parallaxin ♂ non eſſe 25, Solis non 10 ſcrupulis majorem. Et ad hanc parallaxin Solis* Caſſinianam *prope accedit* Wendeliniana.

*SCHO-*

## SCHOLION 2.

809. *Cæterum obſervatio inſtituenda eſt ope teleſcopii exquiſiti, diametro inſtructi in cujus foco extendenda fila quatuor ſe mutuo ad angulos rectos ſecantia* ABCD, *&* *teleſcopium tamdiu circumagendum, donec ſtella aliqua Marti proxima per filum aliquod decurrere videatur, ut fila AB & CD ſint æquatori parallela atque adeo AC & BD repreſentent circulos declinationum. Nimirum ope filorum perpendicularium ſtellæ fixæ atque Martis ſitus in meridiano & circulo horæ tertiæ determinatur.*

## PROBLEMA 52.

810. *Data diſtantia Solis ad unum anomaliæ gradum invenire eandem in Apogæo & Perigæo & ad quemcunque alium anomaliæ gradum, & diſtantiam quoque planetæ alterius cujuscunque a terra maximam, mediam & minimam.*

## RESOLUTIO.

1. Inveniatur ad datum anomaliæ gradum, ad quem diſtantia Solis in ſemidiametris terræ reperta, eadem diſtantia in partibus, qualium radius eccentrici eſt 100 000 (§. 623).

2. Cum ipſe radius eccentrici 100 000 ſit diſtantia media, maxima vero in Apogæo ob eccentricitatem 1800 (§. 622) 101800, minima 98200; per regulam trium diſtantia Solis maxima, media & minima in ſemidiametris terræ inveniri poteſt.

E. gr. Diſtantia ⊙ a ♁ media ex parallaxi Solis horizontali 6″, quantam ſtatuit *de la Hire*, eſt 34377 ſemidiametrorum terreſtrium. Quoniam itaque diſtantia media eſt ad maximam ut 100000 ad 101800 ſeu ut 1000 ad 1018, reperietur maxima 34995 ſemidiametrorum terreſtrium. Similiter quia media ad minimam ut 1000 ad 982, invenietur minima 33758. Quodſi vero cum *Caſſino* diſtantia ⊙ mediocris aſſumatur 22000 ſemidiametrorum terreſtrium, reperietur ſuppoſita eccentricitate *Kepleriana* diſtantia maxima 22396, minima 21604 ſemid. terreſt. *Caſſinus* 22 maximæ demit, minimæ addit, calculo ex ſua eccentricitate ducto.

3. Cum in tribus planetis ſuperioribus diſtantia omnium maxima a terra ſit, quando planetæ in Aphelio A, Terra itidem in aphelio ſuo *a* conſtituuntur, hoc eſt, quando aphelia planetarum aphelio ♁ ex Sole S opponuntur; diſtantia eorum maxima a Terra componitur ex diſtantia ipſorum maxima a ⊙ SA & diſtantia Telluris maxima ab eodem S*a*. Similiter cum diſtantia Planetæ P a terra *p* minima ſit, ſi Perihelia P & *p* ex ⊙ conjungantur; diſtantia planetæ a terra minima P*p* eſt differentia inter diſtantiam minimam Planetæ a Sole PS & diſtantiam minimam telluris ab eodem *p*S. Quoniam itaque diſtan- Tab. IX. Fig. 80. Tab. IX. Fig. 81.

ſtan-

ſtantiarum maximarum, mediarum & minimarum ♄, ♃ & ♂ ratio ad ſemidiametrum eccentrici Telluris ſeu mediocrem Solis a Terra diſtantiam datur (§. 720); reperientur ut ante diſtantiæ planetarum a Sole & inde porro ex ipſorum a Sole & Solis a Tellure diſtantiis tandem diſtantiæ a terra eruuntur.

E. gr. Diſtantia ☉ mediocris a Terra eſt ad diſtantiam minimam ♂ ut 100000 ad 138235. Quare cum ☉ diſtantia mediocris a terra ſit 34377 ſemid. terreſtr. reperietur diſtantia ♂ minima a ☉ PS 47426: unde ſi ſubducatur diſtantia minima telluris a Sole *p*S, relinquitur diſtantia minima ♂ a terra P*p* 13668. Eodem modo reperitur diſtantia ♂ maxima a Sole 57225 & maxima a terra 92221.

Tab. IX. Fig. 80. 4. Diſtantia ♀ & ☿ a terra nunquam major eſt, quam ſi aphelium terræ A aphelio planetæ *a* opponatur & uterque in ſuo aphelio fuerit. Quare ſi ut ante reperiatur diſtantia planetæ inferioris maxima a Sole S & diſtantiæ telluris maximæ AS addatur, prodibit maxima illius a centro hujus diſtantia A*a*. Similiter ſi uterque fuerit in ſuo perihelio, ♁ nempe in P, ♀ vel ☿ in *p*; relinquitur ♀ vel ☿ diſtantia a ♁ P*p*, ſi illorum diſtantia a Sole minima *p*S ſubtrahatur a minima diſtantia Telluris a Sole PS.

Tab. IX. Fig. 81.

E. gr. Diſtantia mediocris ☉ a terra eſt ad minimam ♀ a ☉ ut 100000 ad 71900 (§. 720), hoc eſt, ut 1000 ad 719 Quare cum diſtantia mediocris Telluris a Sole ſit 34377; reperietur ♀ minima a Sole diſtantia 24717 ſem. terreſtr. adeoque a terra.

5. Denique ſi diſtantia a terra maxima addatur minimæ; ſemiſumma erit mediocris (§. 298 *Arithm.*).

E. gr. Diſtantia maxima ♂ 92220 S.t.

| | |
|---|---|
| minima | 13668 |
| Summa | 105888 |
| media | 52944 |

### *COROLLARIUM* I.

811. Sunt ergo diſtantiæ planetarum a Sole & a terra in ſemidiametris terreſtribus, ſuppoſita parallaxi horizontali maxima 6″ & dimenſionibus orbitarum *Keplerianis* ſequentes:

| Diſt. a ☉ | Maxima | Media | Minima |
|---|---|---|---|
| ♄ | 345560 | 326925 | 308290 |
| ♃ | 187254 | 178640 | 170026 |
| ♂ | 57226 | 52326 | 47426 |
| ♁ | 34995 | 34377 | 33758 |
| ♀ | 25061 | 24889 | 24717 |
| ☿ | 16142 | 13340 | 10537 |

Diſt.

| Diſt. a Terra | Maxima | Media | Minima |
|---|---|---|---|
| ♄ | 380556 | 327544 | 274532 |
| ♃ | 222250 | 179259 | 136268 |
| ♂ | 92221 | 52944 | 13668 |
| ☉ | 34996 | 34377 | 33759 |
| ♀ | 60056 | 34548 | 9041 |
| ☿ | 51138 | 37179 | 23221 |

*SCHOLION.*

812. *Juxta* Caſſinum *diſtantiæ paulo minores prodeunt, ob majorem parallaxin Solis. Ecce tibi eas:*

| Diſt. a ♀ | Maxima | Media | Minima |
|---|---|---|---|
| ♄ | 244000 | 210000 | 176000 |
| ♃ | 143000 | 115000 | 87000 |
| ♂ | 59000 | 33500 | 8000 |
| ☉ | 22374 | 22000 | 21626 |
| ♀ | 38000 | 22000 | 6000 |
| ☿ | 33000 | 22000 | 11000 |
| ☾ | 61 | 57 | 53 |

*COROLLARIUM* 2.

813. Si diſtantia a Sole maxima AS minimæ PS addatur; ſumma eſt ſemidiameter major ellipſis PA. Minima vero diſtantia a Sole eſt diſtantia foci a vertice (§. 583), differentia inter diſtantiam mediam PC & minimam PS eccentricitas ſeu foci S *a* centro C diſtantia. Patet adeo, quomodo dimenſiones orbitarum in ſemidiametris terreſtribus inveniantur.

*PROBLEMA* 53.

814. *Invenire rationes, quas habent diametri veræ planetarum ad diametrum Solis.*

*RESOLUTIO.*

Cum ratio diſtantiæ mediæ planetarum a Sole ad diſtantiam mediam a terra detur (§. 720. 810), una cum ſemidiametris apparentibus eorum ex terra viſorum (§. 521); inveniantur ſemidiametri apparentes ex ea diſtantia viſorum, qua Sol a terra abeſt (§. 205 *Optic.*): erunt enim ſemidiametri veræ ut apparentes modo repertæ (§. 232 *Optic.* & §. 23 *Trigon.*).

E. gr. Diameter apparens annuli ♄ in minima a terra diſtantia eſt 68″ ex obſervatione *Hugenii* (u): quare cum hæc ſit ad diſtantiam mediocrem Solis ut 798593 ad 100000 (§. 720), hoc eſt, quam proxime ut 8 ad 1, diameter annuli ♄ ex ea diſtantia viſi, qua ☉ a terra abeſt, foret 544″ ſeu 9′ 4″, conſequenter quia ☉ diameter apparens juxta *Keplerum* 30′ 30″ ſeu 1830″ (§. 517), diameter annuli ♄ vera eſt ad diametrum ☉ veram ut 544 ad 1830, hoc eſt, (ſi utrinque per 49 dividas) fere ut 11 ad 37.

*COROLLARIUM* 1.

815. Quoniam corpora planetarum ſunt

(II.) Bbbb

(u) in Syſtemate Saturnino p. 77.

ſunt ut cubi diametrorum (§. 517 *Geometr.*), ſuperficies eorundem ut diametrorum quadrata (§. 493. 386 *Geom.*); data ratione diametrorum datur quoque ratio ſuperficierum ac Soliditatum.

*COROLLARIUM 2.*

816. Quodſi ergo ſemidiametri apparentes ex obſervatione *Hugenii* aſſumantur (§. 521), reperietur

| Ratio diametr. ad diametrum ⊙ | Ratio ſuperficierum ad ſuperficiem ⊙ | Ratio ſoliditatum ad ſoliditatem ⊙ |
|---|---|---|
| Annuli 1: 37 | | |
| ♄ 1: 37 | 1: 55 | 1: 405 |
| ♃ 1: 11 | 1: 30 | 1: 166 |
| ♂ 1: 166 | 1: 27556 | 1: 4574296 |
| ♀ 1: 84 | 1: 7056 | 1: 592704 |
| ☿ 1: 290 | 1: 84100 | 1: 24389000 |

*PROBLEMA 54.*

Tab. VIII Fig. 82. 817. *Data ſemidiametro apparente AOC & diſtantia ſideris a terra OC, invenire veram AC.*

*RESOLUTIO.*

Cum in triangulo AOC ad A rectangulo detur angulus O & hypothenuſa OC; reperietur AC (§. 34 *Trigon.*).

E. gr. Diſtantia ☽ perigæa eſt $55\frac{27}{100}$ ſem. terreſtrium (§. 801) & ſemidiameter ejus apparens in perigæo juxta *Keplerum* 16′ 21″ (§. 519). Unde

| | |
|---|---|
| Log Sin. tot. | 100000000 |
| CO | 17480112 |
| Sin. AOC | 76776811 |
| | 94256923 |

Log. AC - 0.5743077, cui quam proxime reſpondent $\frac{1000}{3752}$.

Eſt ergo ſemidiameter ☽ $\frac{1000}{3752}$ ſeu $\frac{266}{1000}$ ſemid. terreſtr.

*Aliter.*

Cum ſemidiameter telluris apparens ex Sole vel ☽ viſa ſit æqualis parallaxi ⊙ & ☽ ex terra viſorum; erunt ſemidiametri veræ ⊙, ☽ & ♁ ut parallaxes ⊙ & ☽ atque ſemidiametri apparentes ⊙ & ☽.

E. gr. parallaxis ☽ in diſtantia minima eſt 1° 1′ 25″, ſemidiameter ejus apparens 16′ 21″. Eſt ergo ſemidiameter ☽ ad ſemidiametrum terræ ut 981″ ad 3685″, hoc eſt, ut 266 ad 1000, ſeu ut 133 ad 500 prorſus ut ante. Similiter parallaxis ⊙ in media diſtantia eſt 6″ (§. 804), ſemidiameter apparens 15′ 15″ (§. 517). Eſt ergo ſemidiameter telluris vera ad ſemidiametrum ⊙ veram ut 6 ad 915, hoc eſt, ut 2 ad 305 ſeu ut 1 ad 152, vel ſi mavis, ut 1 ad $152\frac{1}{2}$.

*COROLLARIUM 1.*

818. Superficies ☽ eſt ad ſuperficiem terræ ut 17689 ad 25000, hoc eſt, ut 1 ad 14 (§. 493. 386 *Geom.*).

*COROLLARIUM 2.*

819. Lumen adeo a terra in ☽ reflexum

xum eſt ad lumen a ☽ in ♁ reflexum ut 14 ad 1. Non adeo mirum, quod lucula illa circa novilunia in parte ☽ a ☉ averſa nobis ſit conſpicua.

COROLLARIUM 3.

820. Luna eſt ad terram quoad ſoliditatem ut 235637 ad 12500000 (§. 517 *Geom.*), hoc eſt, fere ut 1 ad 52.

COROLLARIUM 4.

821. Sol eſt ad terram quoad ſuperficiem ut 23104 ad 1, quoad ſoliditatem ut 3511808 (§. 386. 517 *Geom.*).

PROBLEMA 55.

822. *Data ſemidiametro Lunæ vera AC & diſtantia verticis alicujus montis B a limite illuminationis A, invenire altitudinem montis BD.*

RESOLUTIO.

1. Addantur quadrata rectarum AC & AB, ſumma eſt quadratum BC (§. 394 *Geom.*).
2. Ex ea extrahatur radix quadrata (§. 248 *Arithm.*), quæ erit recta BC.
3. Inde auferatur ſemidiameter Lunæ CD, relinquitur altitudo montis BC.

E. gr. *Hevelius* (x) in montibus altisſimis deprehendit $AB = \frac{1}{26}AE = \frac{1}{13}AC$. Quare cum AB ſit 266 partium, qualium ſemidiameter telluris eſt 1000; erit $AB = \frac{266}{13}$. Eſt adeo $AC : AB = 266 : \frac{266}{13} = 133 : \frac{133}{13} = 1729 : 133$. Ergo

| | |
|---|---|
| $AC^2 =$ | 2989441 |
| $AB^2 =$ | 17689 |
| $BC^2 =$ | 3007130 |
| $BC =$ | 1734 |
| $DO =$ | 1729 |
| $BD =$ | 5 |

Eſt ergo $BD = \frac{5}{1729}AC = \frac{1}{346}AC$.

Quodſi ex Geographia ſemidiameter telluris aſſumatur 860 milliarium Germanicorum; reperietur AC $228\frac{76}{100}$ mill. ſeu $4\frac{57}{2}$ mill. Ergo BD paulo major quam $\frac{1}{2}$ mill. Germ.

SCHOLION.

823. *Cum montium lunarium magnitudinem dimetiri liceat; non mirum, quod ab Aſtronomis ſingulis ſua impoſita ſint nomina.* Hevelius (y) *eadem a montibus telluris mutuatur:* Ricciolus (z) *eosdem nominibus celebrium Aſtronomorum inſignivit, quem nunc plerique ſequuntur. Quoniam nomina montium lunarium in obſervationibus eclipſium lunarium uſurpantur; ideo lunæ faciem cum nominibus præcipuis ex Ephemeridibus Pariſinis hic exhibere libet. Eſt nempe* Tab. X. Fig. 84.

| | |
|---|---|
| 1. Grimaldus | 6. Schickardus |
| 2. Gallilæus | 7. Harpalus |
| 3. Ariſtarchus | 8. Heraclides |
| 4. Keplerus | 9. Lansbergius |
| 5. Gaſſendus | 10. Reinholdus |

 11. Co-

(x) Selenogr. c. 8 f. 266.
(y) Selenogr. c. 8 f. 225.
(z) in Aſtron. Reform. lib. 3 c. 11 f. 168.

11. Copernicus
12. Helicon
13. Capuanus
14. Bullialdus
15. Eratoſthenes
16. Timocharis
17. Plato
18. Archimedes
19. Inſula ſinus medii
20. Pitatus
21. Tycho
22. Eudoxus
23. Ariſtoteles
24. Manilius
25. Menelaus
26. Hermes
27. Poſidonius
28. Dionyſius
29. Plinius
30. Catharina, Cyrillus, Theophilus
31. Fracaſtorius
32. Promontorium acutum.
33. Meſſala
34. Promontorium Somnii
35. Proclus
36. Cleomedes
37. Snellius & Furnerius
38. Petavius
39. Langrenus
40. Taruntius
A Mare Humorum
B. Mare Nubium
C. Mare imbrium
D. Mare Nectaris
E. Mare Tranquillitatis
F. Mare ſerenitatis
G. Mare fœcunditatis
H. Mare Criſium.

*PROBLEMA* 56.

824. *Invenire ſemidiametros planetarum primariorum in ſemidiametris terræ.*

*RESOLUTIO.*

Cum ſemidiameter Solis vera ſit 152 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 817) & ratio diametrorum planetarum primariorum ad diametrum Solis detur (§. 816); reperientur ſemidiametri planetarum primariorum in ſemidiametris terreſtribus per regulam trium.

*COROLLARIUM* 1.

825. Eſt ergo ſemidiameter ♄ $20\frac{20}{37}$, annuli $45\frac{7}{37}$, ♃ $27\frac{8}{11}$, ♂ $1\frac{76}{83}$, ♀ $1\frac{17}{21}$, ☿ $\frac{76}{145}$.

*COROLLARIUM* 2.

826. Hinc patet eſſe rationem

| Diamet. Terræ ad diam. planetarum. | | Superf. terræ ad ſuperf. planet. | Solid. terræ ad ſolid. planet. |
|---|---|---|---|
| Annuli | 1 : 45 | | |
| ♄ | 1 : 20 | 1 : 400 | 1 : 8000 |
| ♃ | 1 : 28 | 1 : 784 | 1 : 21952 |
| ☉ | 1 : 152 | 1 : 23104 | 1 : 3511808 |
| ♂ | 12 : 11 | 6 : 5 ſ. 1 : $\frac{5}{6}$ | 13 : 10 ſ. 1 : $\frac{10}{13}$ |
| ♀ | 4 : 7 | 1 : 3 | 3 : 16 ſ. 1 : $5\frac{1}{3}$ |
| ☿ | 19 : 9 | 9 : 2 ſ. 1 : $\frac{2}{9}$ | |

*PROBLEMA* 57.

827. *Invenire diſtantias ſatellitum* ♃ & ♄ *a ſuis primariis.*

*RESOLUTIO.*

1. Ope tubi micrometro inſtructi obſervetur ratio diſtantiæ ſatellitum ad ſuum primarium (§. 508).
2. Cum diameter ♄ atque ♃ in ſemidiametris telluris detur (§. 825); reperietur quoque in eadem menſura diſtantia ſatellitum a ſuis primariis.

co-

*COROLLARIUM 1.*

828. Cum juxta *Caſſinum* (a) ſatelles ♃ primus ab eo diſtet 6, ſecundus 9, tertius 14, quartus $25\frac{1}{3}$ ſemidiametris ♃; ſemidiameter vero Jovis ſit $27\frac{8}{11}$ ſemidiametrorum terreſtrium (§. 825): erit diſtantia primi a centro ♃ 166, ſecundi $249\frac{1}{2}$, tertii 388, quarti 884 ſemidiametrorum terreſtrium.

*COROLLARIUM 2.*

829. Similiter quoniam juxta eumdem *Caſſinum* diſtantia Satellitis primi a centro Saturni eſt 1, ſecundi $1\frac{1}{4}$, tertii $1\frac{2}{3}$, quarti 4, quinti $10\frac{1}{2}$ diametrorum annuli; diameter vero annuli $90\frac{14}{37}$ ſemidiametrorum terreſtrium (§. 825); erit diſtantia primi 90, ſecundi 112, tertii $150\frac{2}{3}$, quarti 362, quinti 904.

# CAPUT VII.
## De
# ADSPECTIBUS PLANETARUM ET ECLIPSIBUS LUNÆ AC SOLIS.

*DEFINITIO 52.*

830. *Adſpectus* eſt concurſus radiorum luminoſorum a duobus planetis in terram demiſſorum, vel in unam rectam incidentium, vel angulum formantium, qui eſt vel pars, vel partes aliquotæ quatuor rectarum.

*COROLLARIUM.*

831. Eſt adeo conjunctio adſpectuum principium (§. 499), oppoſitio terminus maximus (§. 500).

*DEFINITIO 53.*

832. Præter hos adſpectuum veluti terminos, *Conjunctionem* & *oppoſitionem*, veteres numerant Trigonum, Tetragonum & Sextilem. Tab. X. Fig. 85. *Trigonus* ſeu *Trinus* eſt angulus, quem metitur triens AB. *Tetragonus* ſeu *Quadratus* eſt angulus quem metitur quadrans AD *Sextilis* eſt angulus quem metitur ſextans AG.

*DEFINITIO 54.*

833. Signa ſunt conjunctionis ☌, oppoſitionis ☍, trigoni △, quadrati □, ſextilis ✱.

*SCHOLION.*

834. *Adſpectuum doctrina ab Aſtrologis exco-*



(c) Du Hamel in Phil. Vet. & Nov. Phyſ. part. 2 Tom. 5 p. m. 103.
(d) loc. cit. p. m. 113.

*excogitata in uſum prædictionum omni ratione & experientia certa deſtitutarum atque hinc a recentioribus ex Matheſi profligatarum. Unde* Keplerus (e) *adſpectum definit per angulum a radiis planetarum apud terram formatum, efficacem ad ſtimulandum naturam ſublunarem.*

## DEFINITIO 55.

835. Recentiores addiderunt *Decilem*, qui decimam circuli partem comprehendit. *Tridecilem*, qui tres decimas, & *Biquintilem*, qui 4 decimas ſeu duas quintas intercipit. *Keplerus* ſuperaddit ex obſervationibus, ut ait, meteorologicis *Semiſextum*, quem duodecima pars circuli; & *Quincuncem*, quem quinque duodecimæ metiuntur. Denique Medicis Aſtrologis debetur *Octilis*, qui unam; & *Trioctilis* ſeu *Seſquadrus*, qui tres octavas comprehendit.

## COROLLARIUM.

836. Cedunt adeo conjunctioni gradus 0, ſemiſexto 30, decili 36, octili 45, ſextili 60, quintili 72, quadrato 90, tridecili 108, trino 120, ſeſquadro 135, biquintili 144, quincunci 150, oppoſitioni 180: ſigna vero conjunctioni 0, ſemiſexto 1, ſextili 2, quadrato 3, trino 4, quincunci 5, oppoſitioni 6.

## DEFINITIO 56.

837. *Conjunctio magna* eſt conjunctio ♄ & ♃: *conjunctio* vero *maxima* eſt conjunctio eorundem planetarum ſupremorum in principio arietis.

## SCHOLION.

838. *Diviſio hæc in Aſtronomia parum habet utilitatis, ſed Aſtrologorum commentis debetur, qui conjunctionibus raro redeuntibus (magnæ enim intervallo 20, maximæ intervallo 800 circiter annorum redeunt) magnam efficaciam tribuunt.*

## DEFINITIO 57.

839. *Conjunctio corporalis* eſt, qua ſtella inferior ſuperiorem tegit, eaque *centralis*, ſi centra ſiderum cum centro terræ fuerint in eadem recta: *platica* vero dicitur, quæ cum aliqua latitudine conjuncta.

## PROBLEMA 58.

840. *Datis planetarum duorum longitudine ad meridiem, qui adſpectum præcedit, & motu utriusque diurno, invenire momentum, quo is celebratur.*

## RESOLUTIO.

1. E longitudine remotioris ſubtrahantur tot ſigna vel gradus, quot cuilibet adſpectui cedunt (§.836): nempe in ☍ 6, in △ 4 vel 8, in □ 3 & 9, in ✱ 20 aut 10 ſigna & ita porro; ut ad eundem fere locum reducatur, in quo vicinior hæret.
2. Locus datus vicinioris & reductus

(e) Epit. Aſtron. lib. 6 p. 840.

ctus remotioris a ſe invicem ſubtrahantur: quo facto,

3. Fiat: ut differentia motuum diurnorum, ſi planeta uterque vel directus, vel retrogradus; ſeu ut ſumma eorundem motuum, ſi alter directus, alter retrogradus, ad differentiam modo inventam; ita 24 horæ ad intervallum temporis a meridie dato usque ad momentum adſpectus prælapſum. Supponitur enim, motum diurnum in paucarum horarum intervallo eſſe tempori ad ſenſum proportionalem.

E. gr. Ex ephemeridibus apparet A. 1711 d. 10 Nov. in ipſo meridie juxta Meridianum Pariſinum fuiſſe locum ♄ ♌ 14° 25′, motum ejus diurnum 2′; locum ♂ ♐ 14° 18′ 36″ motum diurnum 44′ 24″. Cum adeo diſtantia ſit 4 fere ſignorum, patet eo die fuiſſe △ ♄ ♂: quæritur momentum hujus adſpectus.

Loc. ♂ 8 S. 14° 18′ 36″ Mot ♂ 44′ 24″
Subtr. 4 Mot. ♄ 2

Loc ♂ red. 4 S. 14. 18. 36 differ. 42. 24
Loc. ♄ 4 S. 14. 25

Different. Long. 6 24

Eſt adeo differentia motuum diurnorum ad differentiam longitudinis ut 42′ 24′ ad 8′ 24″, hoc eſt, ut 53 ad 8. Fiat ergo ut 53 ad 8 ita 24 h. ad momentum trini 3 h. 38′ 18″.

*DEFINITIO* 58.

841. *Eclipſis Lunæ* eſt privatio luminis in Luna ob interpoſitionem diametralem Terræ inter Lunam & Solem. *Totalis* eſt, ſi Luna tota deficit; *partialis* vero, ſi tantum aliqua ejus pars deficit. Eſtque *totalis* vel *cum mora*, ſi defectus totalis aliquandiu durat; vel *ſine mora*, ſi inſtantanea.

*SCHOLION.*

842. *Veritas hujus definitionis patet ex ſuperioribus* (§. 430) & *mox evidentius adhuc patebit.*

*PROBLEMA* 59.

843. *Ad datum quodcunque tempus invenire longitudinem coni umbroſi terræ.*

*RESOLUTIO.*

1. Ad datum tempus inveniatur diſtantia Solis a terra (§. 810).
2. Cum diameter Solis in ſemidiametris terræ detur (§. 817); invenietur axis coni umbroſi (§. 142 *Optic.*).

E. gr. Diſtantia ☉ maxima a terra eſt 34996 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 811), ſemidiameter telluris 1, ☉ 153 (§. 817): reperietur longitudo coni umbroſi 230¼ fere.

*COROLLARIUM.*

844. Cum diſtantia Lunæ minima a terra ſit nondum 64 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 801); ☽ in oppoſitione

tione cum Sole prope nodos vel in iisdem conſtituta in umbram terræ incidit, etiamſi Sol & Luna in Apogæo fuerint. Multo magis itaque in eandem immergitur, ſi ☉ & Luna fuerint perigæo viciniores quam Apogæo, quia tum umbra longior (§. 142 *Optic.*) & Luna baſi coni umbroſi propior.

## PROBLEMA 60.

845. *Invenire ſemidiametrum apparentem umbræ terreſtris in loco tranſitus Lunæ ad datum tempus.*

### RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus inveniantur diſtantiæ Lunæ ac Solis a terra & inde porro parallaxes horizontales (§. 797).
2. Parallaxes horizontales conjiciantur in unam ſummam.
3. Inde auferatur ſemidiameter Solis apparens; quod relinquitur eſt ſemidiameter apparens umbræ.

| | | |
|---|---|---|
| E. gr. Sit Parall. ☾ horizont. | 56' | 48'' |
| Parall. ☉ horizont. | | 6 |
| Aggregat. | 56 | 24 |
| ſemid. ☉ appar. | 16 | 5 |
| erit ſemid. Umbræ | 40 | 19 |

### DEMONSTRATIO.

Tab. X. Fig. 86. Sit AB ſemidiameter Solis, GF telluris, ED umbræ in tranſitu Lunæ: erit ACB ſemidiameter apparens ☉, DCE umbræ; & CBF parallaxis horizontalis ☉, CDF ☽ (§. 356). Eſt vero GCE = ACB (§. 150 *Geom.*) & GCD = CDF + CBF (§. 224 *Geom.*). Ergo GCD - GCE (= ECD) = CDF + CBF - ACB (§. 83 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

846. *Cum parallaxis Lunæ ſit juxta* Phil. de la Hire, *non major 6 ſcrupulis ſecundis, adeoque fere inſenſibilis, ejus additionem omittit. Sed propter umbram atmoſphæræ ſemidiametrum umbræ apparentem integro ſcrupulo primo augeri jubet: unde juxta ipſum ſemidiameter umbræ in noſtro exemplo*, 41. 13.

## PROBLEMA 61.

847. *Terminos eclipſis lunaris cum poſſibiles, tum neceſſarios determinare.*

### RESOLUTIO.

1. Cum nulla poſſibilis ſit eclipſis, niſi aggregatum ex ſemidiametris umbræ ac ☽ ſit major latitudine ☽ (alias enim ☽ non incurrit umbram); addantur ſemidiametri apparentes Lunæ perigææ & umbræ, Sole apogæo, ut habeatur latus MO.
2. Datis in △ ſphærico MNO angulo ad nodum, cujus menſura eſt latitudo ☽ maxima in copulis, recto E & crure MO, inveniatur diſtantia ☽ a nodo NO (§. 118 *Sphæric.*): qui eſt terminus, ultra quem eclipſis contingere nequit.
3. Eodem modo ſi ſemidiametri apparentes ☽ apogææ & umbræ Sole

Sole Perigæo addantur ut habeatur LH, in △ NLH invenietur diſtantia ☽ a ☊ HN (§. 118 *Sphæric.*): qui eſt terminus, intra quem Luna neceſſario eclipſin patitur.

E. gr. Juxta *Keplerum* (f) ſemidiameter umbræ in ☉ apogæo & ☽ perigæa 49′ 40″, ſemidiameter ☽ apparens in perigæo 16′ 22″. Ergo MO 66′ ſeu 1° 6′ atque hinc nulla erit eclipſis ☽, ſi latitudo ejus vera major fuerit 1° 6′. Jam cum angulus N ab eodem *Keplero* (g) ſupponatur 5° 18′; erit

Log. Sin. N 89655337
Sin. MO 82832433
Sin. tot. 100000000

---

Log. Sin. ON 93177096, cui in tabulis reſpondent 11° 59′ 50″, hoc eſt, fere 12°.

Si adeo diſtantia Lunæ a ☊ fuerit major quam 12°, nulla contingere poteſt eclipſis. Similiter juxta *Keplerum* ſemidiameter umbræ in ☉ perigæo & ☽ apogæa eſt, 43′ 50″, ſemidiameter ☽ apogææ 15′, adeoque LH 58′ 50″, atque hinc neceſſario erit eclipſis, ſi latitudo ☽ vera non excedat 58′ 50″. In hoc vero caſu reperitur ut ante argumentum latitudinis 10° 40′.

### DEFINITIO 59.

848. *Arcus inter centra* eſt arcus (II.) AI ex centro umbræ A in orbitam ☽ GK perpendicularis. Tab. IX. Fig. 88.

### PROBLEMA 62.

849. *Data Lunæ latitudine vera AL ad tempus oppoſitionis veræ una cum angulo ad nodum B, invenire arcum inter centra AI & arcum IL.*

### RESOLUTIO.

Cum in triangulo ſphærico AIL ad A rectangulo detur latus AL, & angulus ALI, nempe ipſius LAI ſeu B complementum ad rectum; reperietur arcus inter centra AI (§. 118 *Sphæric.*).

E gr. Sit AL 43° 25″ ALI 84° 37′; erit

Log. Sin. tot. 100000000
Sin. LA 81013702
Sin. ALI 99980802

---

Sin. AI 780994504, cui in tabulis reſpondent 43′ 14″ ſeu 2594″.

Quoniam angulus LAI ipſi B æqualis, cum uterque cum IAB faciat rectum, & præterea detur latitudo ☽ AL; reperietur arcus LI (§. 118 *Sphæric.*).

E. gr. Sit AL 43′ 25″ angulus B ſeu LAI 5° 23′; erit

Log. Sin. tot. 100000000
Sin. AL 81023702
Sin. LAI 89722894

---

Sin. LI 770746596, cui in tabulis reſpondent 4′ 5″ ſeu 245″.

Ccc c SCHO-

(f) Epit. lib. 6. p. 862.
(g) in Rudolph. c. 31 f. 99.

## *SCHOLION.*

850. *Quoniam latera LA, AI & LI exigua ſunt, erunt eadem ut eorum ſinus, adeoque inveniri quoque poteſt AI inferendo:* ut ſinus totus ad ſinum anguli LAI ita AL ad LI & ut ſinus totus ad ſinum anguli ALI ita AL ad AI.

## *COROLLARIUM.*

851. Si aggregatum ex arcu inter centra AI & ſemidiametro Lunæ apparente ſit æqualis ſemidiametro umbræ; eclipſis eſt totalis ſine mora: ſi minor, totalis cum mora: ſi denique major, attamen minor ſumma ex ſemidiametris ☽ & umbræ, partialis (§. 841).

## *DEFINITIO* 60.

Tab. IX. Fig. 88. 852. *Scrupula defectus* ſunt pars ſemidiametri lunaris MK, quæ umbram ingreditur, in iſtiusmodi ſcrupulis, quibus exprimitur diameter ☽ apparens HK.

## *DEFINITIO* 61.

853. *Digiti ecliptici* ſunt partes duodecimæ diametri Lunaris, quæ obſcurantur. Dividuntur ſingulæ in minuta 60.

## *PROBLEMA* 63.

854. *Datis diametro Lunæ apparente KH, ſemidiametro umbræ AM & arcu inter centra AI, invenire ſcrupula defectus KM & quantitatem eclipſis determinare.*

## *RESOLUTIO.*

1. Semidiameter ☽ IK addatur ſemidiametro umbræ AM, erit AM + IK = AI + IM + IK = AI + MK.
2. Ex hac igitur ſumma ſubtrahatur arcus inter centra AI, relinquentur ſcrupula defectus MK.
3. Hinc fiat: ut diameter ☽ KH ad ſcrupula defectus MK, ita 12 ad digitos eclipticos.

E. gr. Sit KH 30′ 44″, adeoque IK 15′ 22″, AM 41′ 13″, AI 43′ 14″: erit

| | | |
|---|---|---|
| Semidiameter ☽ | 15′ | 22 |
| umbræ | 41 | 13 |
| Summa | 56 | 35 |
| Arcus inter centra | 43 | 14 |
| Scrupula defectus | 13 | 21 ſ. 801″ |

Fiat ergo: 1844 : 801 = 12

h. e. 461 3 3

2403 ( $5\frac{98}{461}$ dig. ſ. 5 dig. 13′

2305

98

Calculus facilior, ſi logarithmis utaris.

## *DEFINITIO* 62.

855 *Scrupula durationis dimidiæ* ſunt arcus orbitæ lunaris, quem centrum Lunæ deſcribit ab initio eclipſis usque ad medium, vel a medio usque ad finem NI vel IO. Tab. IX. Fig. 88.

## *DEFINITIO* 63.

856. *Scrupula dimidiæ moræ* ſunt arcus orbitæ lunaris, PI vel IQ: quem centrum Lunæ deſcribit intra Tab. IX. Fig. 89.

tra

tra dimidiam moram obſcurationis totalis.

DEFINITIO 64.

Tab. IX. Fig. 89. 857. *Scrupula incidentiæ* ſeu *caſus* ſunt arcus orbitæ lunaris SN, quem centrum Lunæ deſcribit ab initio eclipſis usque ad momentum, quo in umbram incidit.

DEFINITIO 65.

858. *Scrupula emerſionis* ſunt arcus orbitæ TQ, quem centrum Lunæ percurrit ab eo momento, quo ☾ ex umbra telluris emergit usque ad finem eclipſis.

PROBLEMA 64.

Tab. IX. Fig. 88. 859. *Datis arcu inter centra AI & ſemidiametris umbræ AP atque lunæ PN, invenire ſcrupula dimidiæ durationis IN.*

RESOLUTIO.

1. Semidiametri umbræ AP & Lunæ PN conjiciantur in unam ſummam, ut prodeat AN.
2. A quadrato AN ſubtrahatur quadratum AI, reſiduum eſt quadratum IN (§. 394 *Geom.*).
3. Ex hoc adeo reſiduo extrahatur radix, quæ erit arcus IN quæſitus.

*Aliter.*

Quodſi logarithmis uti volueris,

1. Addantur AN & IA, ut habeatur ſumma AN + IA, iidemque arcus a ſe invicem ſubtrahantur, ut habeatur reſiduum AN - IA.
2. Logarithmi AN + IA atque AN - IA conjiciantur in unam ſummam.
3. Summa hæc dividatur bifariam: ita prodibit logarithmus ſcrupulorum durationis dimidiæ IN.

E. gr. Sit AP 41′ 13″ ſeu 2473″, PN 15′ 22″ ſeu 922″ adeoque AP + PN = AN = 3395″. Sit porro arcus inter centra AI 2594″: erit

| | | | |
|---|---|---|---|
| AN | 3395 | AN | 3395 |
| AI | 2594 | AI | 2594 |
| AN + AI | 5989 | AN - AI | 801 |

| | |
|---|---|
| Log. AN + AI | 37773543 |
| AN - AI | 29036325 |
| Summa | 66809868 |

Log. IN 33404934, cui in tabulis reſpondent 2910″.

DEMONSTRATIO.

Rectangulum ex AN + AI in AN - AI eſt æquale differentiæ quadratorum ex AN & ex AI (§. 73 *Analyſ. finit.*), hoc eſt, quadrato IN (§. 394 *Geom.*). Ergo ſumma logarithmorum AN + AI & AN - AI eſt logarithmus quadrati IN (§. 309 *Arithm.*), conſequenter ejus dimidium eſt logarithmus ipſius IN (§. 307 *Arithm.*). *Q. e. d.*

## *PROBLEMA 65.*

Tab. IX. Fig. 89. 860. *Iiſdem datis, invenire in eclipſi totali cum mora ſcrupula dimidiæ moræ IS.*

### *RESOLVTIO.*

1. Semidiameter ☽ SV ſubducatur ex ſemidiametro umbræ AV, ut relinquatur AS.
2. Datis adeo in triangulo AIS ad I rectangulo, arcu AS modo invento & arcu inter centra AI, invenitur IS ut in probl. præc. (§. 859).

### *COROLLARIUM.*

861. Quodſi ex ſcrupulis durationis dimidiæ IN ſubtrahantur ſcrupula moræ dimidiæ IS, relinquuntur ſcrupula incidentiæ SN, quibus ſcrupula emerſionis TR æqualia.

## *PROBLEMA 66.*

862. *Ad datum quodcunque tempus invenire ætatem ☽ mediam & novilunium atque plenilunium medium pro dato menſe.*

### *RESOLUTIO.*

1. Ad datum tempus ſupputentur locus Solis & locus Lunæ medius (§. 613. 737).
2. Locus Lunæ a loco Solis auferatur (aucto, ſi opus fuerit, integro circulo); reſiduum eſt elongatio ☽ media a Sole.
3. Elongatio ☽ a ☉ media inventa dividatur per elongationem diurnam mediam a ☉ (quæ eſt differentia inter motum medium diurnum ☉ a motu medio diurno ☽); quotus eſt media ☽ ætas, hoc eſt, tempus a novilunio proximo præterlapſum.
4. Quodſi hoc tempus ex tempore dato ſubducas, relinquitur tempus novilunii medii proxime præterlapſi medium.
5. Et ſi ulterius addas ſemiſſem menſis ſynodici, ſumma erit tempus plenilunii medii medium; integrum ſi addas, tempus medium novilunii proxime futuri.

E. gr. Quæritur ætas ☽ media d. 15 Octobr. A. 1708 & tempus medium cum novilunii, tum plenilunii medii ejusdem menſis. Erit per Tabulas Cel. *de la Hire*

| | |
|---|---|
| Loc. ☉ med. | 5 S. 24° 29′ 7″ |
| Æquat. tempor. ſubtr | 23 |
| | 9′ 14″ |
| Loc. ☉ med. temp. med. | 5 S. 24. 28. 44 |
| Loc. ☽ med. | 6 S. 1. 49. 30 |
| Elong. ☽ a ☉ | 0 S. 7. 20. 46 ſeu 26446″ |
| Mot. ☽ diurn. | 13. 10. 35 |
| Mot. ☉ diurn. | 59. 8 |
| Mot. ☽ a ☉ | 12. 11. 27 ſeu 43887″. |

Inferatur: ut 43887″ ad 86400 ſcrupula horaria (hoc eſt, 24 horas) ita 26446 ad

ad ætatem ☽ mediam 51064″ ſeu 14 h. 27′ 44″.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ergo A.1708 d.14.Sept. | 23 h. | 50′ | 46″ |
| Ætas ☽ med. | 14 h. | 27 | 44 |
| Novil. med. d. 14 Sept. | 9 h. | 23 | 2 |
| Semiſſ. menſ. Synod. 14 d. | 18 h. | 22 | 2 |
| Plenilun. med. d. 29 Sept. | 3 h. | 45 | 4 |

poſt meridiem in Meridiano Pariſino, tempore medio.

## COROLLARIUM I.

863. Quodſi eodem modo quæſiveris ætatem ☽ mediam tempore medio diei primæ Januarii A. 1700 ſtyli novi, aut alterius cujuscunque; prodibit epocha noviluniorum mediorum, quales exhibent Tabularum conditores.

## COROLLARIUM 2.

864. Quodſi ab epocha novilunii ſubtrahas ſemiſſem menſis ſynodici, relinquitur epocha pleniluniorum ad idem tempus, ſeu tempus medium a plenilunio medio proxime præcedente elapſum.

E. gr. A. 1700 ſtylo novo fuit

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Epoch. Novilun. | 21 d. | 13 h. | 5′ | 34″ |
| Semiſſ. menſ. | 14 d. | 18 | 22 | 1 |
| Epoch. Plenilun. | 6 d. | 18 h. | 43 | 33 |

## SCHOLION.

865. *Ut novilunia & plenilunia media facilius inveniantur, conditores Tabularum conſtruere ſolent Tabulas epactarum eo, qui ſequitur, modo.*

## DEFINITIO 48.

866. *Epactæ* ſunt exceſſus menſis ſolaris ſupra menſem ſynodicum & anni ſolaris ſuper 12. menſes ſynodicos, vel etiam plurium menſium ſolarium ſuper totidem ſynodicos & plurium annorum ſuper totidem menſes ſynodicos duodecies ſumtos.

## SCHOLION.

867. *In præſenti negotio aſſumimus menſes Julianos, qualibus in Calendariis noſtris utimur, & annos itidem Julianos 365 dierum: quia ad tales annos & menſes conſtructa ſunt tabulæ Aſtronomicæ.*

## PROBLEMA 67.

868. *Invenire epactam cujuslibet menſis per annum integrum & unius, duorum, trium &c. pluriumve annorum, data quantitate menſis ſynodici.*

## RESOLUTIO.

1. Quantitas menſis ſynodici ſibi ipſi addatur, & aggregato eadem denuo adjiciatur, atque ita porro, ut conſtet quantitas, duorum, trium, pluriumve menſium ſynodicorum.
2. A quantitate menſis Januarii ſeu 31 diebus ſubtrahatur menſis ſynodicus unus, relinquetur epacta Januarii (§. 866). Et generaliter a diebus ab initio anni elapſis ſubtrahantur integri menſes ſynodici interea elapſi *vi num.* 1. quod relinquitur eſt epacta ejus menſis.
3. Cum epacta duodecim menſium ſit epacta unius anni, ſi eidem

 addas

addas numerum dierum unius, duorum, trium &c. annorum & inde auferas ut ante integros menſes ſynodicos, qui in aggregato continentur; reſidua fient epactæ duorum, trium, plurium ve annorum.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| E. gr. Januarius | d. 30 | h. 23. | 59′ | 60″ |
| Menſ. Synod. | d. 29 | h. 12. | 44 | 3 |
| Epacta Januarii | d. 1 | h. 11. | 15 | 57 |
| Annus Julian. | d. 364 | h. 23. | 59 | 60 |
| 12 Menſ. Synod | d. 354 | h. 8. | 48 | 36 |
| Epacta Anni 1. | d. 10 | h. 15. | 11 | 22 |

## COROLLARIUM I.

869. Quodſi radici noviluniorum addantur epactæ annorum & menſium datorum una cum diebus ac horis atque ſcrupulis horariis datis & a ſumma ſubducantur menſes ſynodici integri; relinquitur ætas media ☽ ad tempus datum. E. gr. quæratur ætas media ☽ A. 1708 d. 14 Sept. h. 23. 50′ 46″ tempore medio: erit

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Radix 1700 | 21 d. | 13 h. | 5′ | 34″ |
| A. 7 | 16 | 8 | 51 | 31 |
| Aug. complet. | 6 | 18 | 7 | 35 |
| Tempus datum | 14 | 23 | 53 | 46 |
| Summa | 59 | 15 | 58 | 26 |
| 2 Menſ. ſynod. | 59 | 1 | 28 | 6 |
| ætas ☽ media | | 14 h. | 30 | 20 |

## COROLLARIUM 2.

870. Cum ex ætate Lunæ media tempus novilunii medii dato menſe erui poſſit (§. 862); ratio per epactas inveniendi novilunia & plenilunia media manifeſta eſt.

## PROBLEMA 68.

871. *Invenire motum Lunæ & Solis horarium verum ad tempus datum.*

## RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus medium & diem proxime præcedentem ſupputentur loca Solis atque Lunæ (§. 647. 773).
2. Loca Solis, itemque Lunæ, a ſe invicem ſubtrahantur.
3. Reſidua per 24 dividantur: quoti erunt motus horarius Solis atque Lunæ.

*Aliter.*

1. Ad datum tempus quæratur æquatio Solis, una cum æquatione, quæ anomaliæ uno gradu majori reſpondet.
2. Fiat: ut 60 ad motum horarium medium 2′ 28″ ſeu incrementum horarium anomaliæ Solis, hoc eſt, ut 900 ad 37, ita differentia æquationum modo repertarum ad differentiam motus horarii veri & medii Solis.
3. Quodſi ergo hæc differentia a motu horario medio ☉ ſubtrahatur, quamdiu anomalia 93° minor eſt, eidem vero addatur, ſi hæc major 93° fuerit; prodibit motus horarius Solis verus.

E. gr.

E. gr. Si anomalia ☉ fuerit 30°, æquatio 56′ 31″; ſi 31, æquatio 58′ 14″, adeoque differentia 1′ 43″ ſeu 103″. Fiat ut 900 ad 37 ita 103″ ad 4″, quæ ex 2′ 28″ ſubducta relinquunt motum Solis horarium verum 2′ 24″.

Similiter quia anomalia vera a media differt una hora ante vel poſt copulam mediam, per motum horarium medium & æquationem centri, hoc eſt, per 41′ 49″, ſi loco rationis 60′ ad 2′ 28″, aſſumatur ratio 60′ ad 41′ 49″, reperietur ut ante differentia inter motum Lunæ horarium medium & verum, ſubtrahenda e motu medio horario Lunæ 32′ 56″, ſi anomalia minor 95°, addenda, ſi major.

Quodſi differentia æquationum compoſitarum utaris, eodem modo reperitur horarius Lunæ verus extra copulas.

## SCHOLION.

872. *Per hanc regulam a* Regiomontano (h) *traditam conſtrui ſolent ad ſingulos anomalia vera gradus* tabulæ motuum horariorum verorum Solis & Lunæ.

## PROBLEMA 69.

873. *Dato tempore novilunii vel plenilunii medii invenire tempus veri.*

### RESOLUTIO.

1. Ad tempus novilunii medii ſupputetur locus Solis verus & locus ☽ verus in copulis, una cum utriusque anomalia vera (§. 647. 773).
2. Quærantur porro motus horarii veri Solis atque Lunæ ad idem tempus (§. 871).
3. Locus Lunæ a loco Solis vel contra (minor nempe a majore) auferatur, ut relinquatur diſtantia ☽ a copula.
4. Motus horarius verus Solis ab horario Lunæ vero ſubducatur, ut relinquatur horarius verus ☽ a ☉.
5. Fiat: ut horarius ☽ a ☉ verus ad horam unam ſeu 3600″ ita diſtantia ☽ a copula ad differentiam temporis copulæ mediæ a tempore copulæ veræ.
6. Differentia hæc addatur tempori copulæ mediæ, ſi locus ☽ minor loco ☉; dematur, ſi major fuerit: ita prodibit tempus ſyzygiæ veræ, raro tamen exactum.
7. Quærantur adeo denuo ad hoc tempus locus Solis verus & locus Lunæ verus (§. 647. 773) cum motibus horariis veris utriusque luminaris (§. 871) & ſi loca ☽ ac ☉ differunt, differentia temporis antea reperti a tempore exacto ſyzygiæ veræ reperiatur ut ante.
8. Hæc operatio tamdiu repetenda, donec differentia temporis inven-

(h) in Epit. Almag. lib. 6, prop. 4.

inventa non exceſſerit 5″: tum enim locus Solis repertus erit locus utriusque luminaris in copula.

9. Dato loco Solis ad tempus ſyzygiæ veræ inveniatur æquatio temporis (§.642), quæ ei addita vel demta producet tempus verum ſyzygiæ veræ.

E. gr. A. 1708 plenilunium medium contigit d. 29. Sept. 3 h. 45′ 4″ poſt meridiem: quæritur tempus veri.

Per tabulas Cel. *de la Hire* tum erat

| | | | |
|---|---|---|---|
| Loc. ☉ verus | 6 S. 6° | 30′ | 38″ |
| Loc ☽ ad eclipt. reductus | 0 S. 3 | 50 | 9 |
| Diſt. ☽ ab ☍ ☉ | 2 | 40 | 29 ſ. 9629″ |
| Hor. ☽ | | 32 | 17 |
| Hor. ☉ | | 2 | 28 |
| Differ. | | 29 | 49 |
| Reduct. ſubtr. | | | 8 |
| Hor. ☽ a ☉ | | 29 | 41 ſ. 1781″ |

Fiat: ut 1781″ ad 3600″ ita 9629″ ad 19463″ ſeu 5 h. 24′ 23″

| | | | |
|---|---|---|---|
| Plen. med. | 3 h. | 45 | 4 |
| Plen. ver. | 9 h. | 9 | 27 |

Erat tum per easdem tabulas

| | | | |
|---|---|---|---|
| Loc. ☉ verus | 6 S. 6° | 43′ | 57″ |
| Loc. ☽ in Eclipt. | 0 S. 6 | 43 | 52 |
| Diſt. ☽ ab ☍ ☉ | | | 5 |
| Hor ☽ a ☉ | | 29′ | 30″ ſ. 1770″. |

Fiat: ut 1770″ ad 3600 ita 5′ ad 10″.

Ergo tempus plenilunii veri 9 h. 9′ 37″. Ad hoc tempus reperitur

| | | | |
|---|---|---|---|
| Loc. ☉ verus | 6 S. 6° | 43′ | 57″ |
| Loc. ☽ in eclipt. | 0 S. 6 | 43 | 55 |
| Diſt. ☽ ab ☍ ☉ | | | 2, |

unde ut ante elicitur tempus a copula deficiens 4″. Eſt itaque

| | | | |
|---|---|---|---|
| Temp. plenilunii veri med. | 9 h | 9′ | 39″ |
| Æquat. temp. add. | | 14 | 10 |
| Tempus apparens plen. veri | 9 h. | 23′ | 49″ |

Celebrata igitur eſt copula vera ☉ & ☽ A. 1708 d. 29 Sept 9 h. 23′ 49″ poſt meridiem in meridiano Pariſino tempore apparente.

## *PROBLEMA 70.*

874. *Datis ſcrupulis dimidiæ durationis IN, una cum tempore apparente plenilunii veri & horario ☽ a ☉ arcuque LI; invenire medium, initium ac finem eclipſis lunaris & durationem ejus definire.* Tab. IX. Fig. 88.

### *RESOLUTIO.*

1. Fiat: ut Horarius ☽ a ☉ verus ad 3600 ſcrupula ſecunda horaria ita ſcrupula arcus LI ad ſcrupula horaria eidem æquivalentia.
2. Hæc ſcrupula in primo & tertio quadrante anomaliæ a tempore plenilunii veri ſubtrahantur, in ſecundo & quarto addantur, ut prodeat tempus eclipſis mediæ.
3. Fiat: ut motus horarius ☽ a ☉ verus ad ſcrupula horaria ſecunda

da 3600 ita ſcrupula dimidiæ durationis IN ad tempus durationis dimidiæ: cujus adeo duplum integram durationem definit.

4. Tempus dimidiæ durationis a tempore eclipſis mediæ ſubtrahatur, reſiduum erit eclipſis initium: idem eidem addatur, aggregatum erit finis ejus.

E. gr. LI = 4′ 5″ = 245″, IN 2530″, tempus plenilunii veri h. 9. 23′ 49″, horarius ☽ a ☉ verus 30′ 12″ ſeu 1812″; erit

| | |
|---|---|
| Log. Hor. ☽ a ☉ | 32581581 |
| Log. 3600 | 35563025 |
| Log. LI | 23891660 |
| | 59454685 |

Log. temp. quæſ. 26873104, cui in tabulis respondent 486″ ſeu 8′ 6″

| | | | |
|---|---|---|---|
| Temp. plenil. veri | h. 9 | 23 | 49 |
| Temp. eclipſ. mediæ | h. 9 | 15 | 43 |

| | |
|---|---|
| Log. Hor. ☽ a ☉ | 32581581 |
| Log. 3600 | 35563025 |
| Log. IN | 33404934 |
| | 68967959 |

Log. dur. dimid. 36386378, cui in tabulis reſpondent 4351″

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ſ. 1 h. | 12′ | 31″ |
| | | | 2 |
| Duratio eclipſis | 2 h. | 25 | 2 |

(II.)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Tempus eclipſ. med. | h. 9 | 15′ | 43″ |
| Duratio dimid. ſubtr. | h. 1 | 12 | 31 |
| Initium eclipſ. | h. 8 | 3 | 12 |
| Tempus eclipſ. med. | h. 9 | 15 | 43 |
| Durat. dimid. add. | h. 1 | 12 | 31 |
| Finis eclipſis | h. 10 | 28 | 14 |

*PROBLEMA* 71.

875. *Datis ſemidiametris* ☽ *atque* ☉ *apparentibus in apogæo, invenire eaſdem in quocunque alio anomaliæ gradu.*

*RESOLUTIO.*

1. Inveniatur ratio diſtantiæ in dato anomaliæ gradu ad diſtantiam apogæam (§. 517).
2. Cum ſemidiametri apparentes ſint ut diſtantiæ reciproce (§. 205 *Optic.*); reperientur eædem ope regulæ trium (§. 272 *Arithm.*).

*SCHOLION.*

876. *Hoc modo conduntur* Tabulæ ſemidiametrorum apparentium ☉ & ☽ *ad quinos anomaliæ gradus.*

*PROBLEMA* 72.

877. *Eclipſin Lunæ ſupputare.*

*RESOLUTIO.*

1. Ad tempus plenilunii medii (§. 862) datum ſupputetur diſtantia a Nodo, ut conſtet, utrum illud ſit eclipticum, nec ne (§ 847).
2. Supputetur ulterius tempus plenilu-

nilunii veri cum loco Solis vero & Lunæ ad eclipticam reducto (§. 873).

3. Ad momentum plenilunii veri ſupputetur latitudo ☽ vera (§. 790) & utriusque luminaris a terra diſtantia cum parallaxibus horizontalibus (§. 797) & ſemidiametris apparentibus (§. 875).

4. Ad idem momentum inveniatur horarius ☽ verus & horarius ☉ verus (§. 871).

Tab. IX. Fig. 80. 5. Hinc porro inveſtigetur ſemidiameter umbræ apparens AP (§. 845) &

6. Arcus inter centra AI cum arcu LI (§. 849).

7. Supputentur ſcrupula dimidiæ durationis IN (§. 859) & inde

8. Duratio, initium, medium ac finis eclipſis definiatur (§. 874).

9. Quærantur tandem ſcrupula defectus & inde quantitas eclipſis determinetur (§. 854).

E. gr. A. 1708 plenilunium medium contigit d. 29 Sept. 3 h. 45′ 4″ poſt meridiem. Erat tum diſtantia ☽ a ☊ 0 S. 5° 22′ 36″ juxta Tabulas Cel. *de la Hire*. Eſt ergo plenilunium eclipticum (§. 847). Ad illud vero tempus reperimus

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Plenilunium verum | h. | 9 | 23′ | 49″ |
| Locum ☉ verum | 6 S. | 6° | 43′ | 47″ |
| Loc. ☽ in ecliptica | 6 S. | 6° | 43 | 47 |
| Latit. ☽ veram bor. | | | 43 | 25 |
| Parallaxin horizont. ☉ | | | | 6 |
| ☽ | | | 56 | 18 |
| Semid. apparent. ☉ | | | 16 | 5 |
| ☽ | | | 15 | 22 |
| Horar. verum ☽ a ☉ | | | 30 | 12 |
| Semid. umbræ | | | 41 | 13 |
| Arcum inter centra | | | 43 | 14 |
| LI | | | 4 | 5 |
| Scrupula dimidiæ durationis | | | 36 | 30 |
| Scrupula defectus | | | 13 | 21 |
| Durationem eclipſis | | 2 h. | 25 | 2 |
| Initium | | 8 | 3 | 12 |
| Medium | | 9 | 15 | 43 |
| Finem | | 10 | 28 | 14 |
| Quantitatem | | 5 dig. | 13′ | |

### SCHOLION.

878. *Ad calculum eclipſium abſolvendum utendum eſt tabulis, quarum conſtructio ex antecedentibus manifeſta: ubi autem tabulæ deficiunt, ſupputatio fit per problemata a nobis expoſita. Moleſtiſſima in toto calculo eſt plenilunii veri inventio, unde tamen reliqua omnia pendent. Illo dato reliqua nihil tadii habent.*

### PROBLEMA 73.

879. *Datis ſemidiametris Lunæ & umbræ terræ, una cum latitudine ad initium & finem eclipſis, typum eclipſis lunaris in plano deſcribere.* Tab. IX. Fig. 90.

### RESOLUTIO.

1. Deſignet CD eclipticam, ſitque in A centrum umbræ: per quod agatur recta GQ ad DC perpendicularis. Supponatur in D oriens, in C occidens, in Q meridies, in G ſeptentrio.

2. Ex A intervallo aggregati AN ex ſemidiametro umbræ AP & ſemidia-

midiametro Lunæ PN deſcribatur circulus DGCQ & intervallo ſemidiametri umbræ ſolius AP alius concentricus EMFR, qui ſectionem umbræ in tranſitu Lunæ exhibebit.

3. Fiat AL æqualis latitudini Lunæ ad initium eclipſis & in L erigatur perpendicularis LN occurrens peripheriæ majori in N verſus occidentem: erit ergo in N centrum Lunæ initio eclipſis

4. Similiter fiat AS æqualis latitudini Lunæ ad finem eclipſis & in S erigatur perpendicularis OS, quæ cum ipſi DC parallela (§. 241 *Geom.*) diſtantiam ab ea non mutet (§. 78 *Geom.*), erit in O centrum Lunæ in fine eclipſis.

5. Connectantur puncta O & N recta: erit ON arcus orbitæ, quem centrum Lunæ durante obſcuratione percurrit.

6. Ex O & N intervallo ſemidiametri Lunaris deſcribantur circuli PV & TX, quæ ☽ in initio ac fine eclipſis exhibebunt.

7. Denique ex A demittatur ad ON perpendicularis AI; erit in I centrum ☽ in media obſcuratione. Quare ſi

8. Ex I intervallo ſemidiametri Lunaris circulus HK deſcribatur, repræſentabit is ☽nam in obſcuratione maxima & quantitatem eclipſis definiet.

*PROBLEMA* 74.

880. *Eclipſin Lunæ obſervare.*

*RESOLUTIO.*

1. Horologium oſcillatorium ad motum Solis componatur (§. 117) aut ejus motus ex obſervatis ſtellarum altitudinibus aut altitudine Solis diurna rectificetur (§. 289).

2. Tubus micrometro exquiſito inſtructus convertatur in Lunam & notetur ope horologii oſcillatorii tempus, quo peripheria lunaris rotunditatem amittere incipit, umbra inſtar ungulæ limbum ☽ orientalem delibante: ut conſtet initium obſcurationis.

3. Notentur ſimiliter tempora, quibus ſectio umbræ tranſit per maculas lunares ex ſelenographia cognitas (§. 823).

4. Eodem modo notetur tempus, quo umbra lunam deſerit, ut conſtet finis eclipſis: a quo ſi ſubtrahatur initium, relinquetur duratio integra, ejusque dimidium exhibebit tempus mediæ obſcurationis.

5. Ope micrometri definiatur quantitas diametri obſcurata (§. 508).

*SCHOLION.*

881. *Placet hic exhibere ex litteris admodum* R. P. Heinrich *in Academia Leopoldina Theologiæ moralis & Mathematum Profeſſoris litteris d.* 15 *Febr. A.* 1712 *ad me datis pe-*

*culiare micrometri genus, quod ad obſervandos digitos lunæ obſcuratæ feliciſſime invenit & ad uſum tranſtulit. Ita autem ille:* Pro di„ſcernenda obſcurationis magnitudine „adhibui, *inquit*, micrometrum extem„poraneum & facillime parabile. De„ſcripſi in tenui folio vitri Moſcowitici „acus cuſpide tredecim parallelas ad æ„qualia duodecim intervalla in charta „ſuppoſita accurate prius deſignata, „quæ omnia ſimul ſumta diametrum „Lunæ non adæquabant, quemadmo„dum in teleſcopio exploravi per aliud „ſimile folium eidem, ut mos eſt, inſer„tum. Pro juſta autem diametri luna„ris menſura obtinenda per folium pa„rallelis diſtinctum & teleſcopio reſciſ„ſis ſuperfluis inſertum extendi capil„lum transverſum, utrinque limbo fiſtu„læ teleſcopii affixum ejusque longi„tudinem a parallelis interceptam ſæ„pius cum luna contuli & una cum ob„liquitate eo usque mutavi, donec dia„metrum Lunarem perfecte adæquaret. „Quo caſu ſimul exhibuit deſideratam „in 12 digitos diviſionem, juxta quam „lunæ applicatam de partis inumbratæ „quantitate judicium tuli, quantum in „ejusmodi eclipſibus aliquo usque du„bia, ut ſemper eſſe ſolent, lucis & um„bræ confinia patiuntur. Dicta obli„quitatis & longitudinis interceptæ mu„tatio reddi facilior poteſt, & primo ſta„tim aſpectu continuato juſta quam ci„tiſſime obtineri, ſi duplicata fiſtula ad„hibeatur, unique foliolum parallelo„grammi, alteri capillus affigatur: ſic „enim ſeorſim poterunt moveri, donec „lunæ congruant. Inſuper ut conſtet, „quænam obliquitas ac longitudo in a„liqua obſervatione adhibita fuerit ea„demque alio tempore repeti, vel cum „alia comparari, vel etiam pro exploran„da ſiderum diſtantia adhiberi queat, „poterit exterius in ſuperficie fiſtularum „earundem ſitus notari per certa ſigna, „etiam facta, ſi placuerit, regulari toti„us circuli diviſione. Quæ omnia & „plura alia commoda per experientiam „deinceps deprehendenda, nec fiſtula„rum in teleſcopio perforatione, nec la„minarum artificioſa connexione, nec „difficillime per adamantem practicabi„li circulorum adeo parvulorum deſcri„ptione indigent, ut facile patet conſi„deranti.

## *PROBLEMA* 75.

882. *Initio vel fine eclipſeos lunaris aut iisdem phaſibus quibuscunque in diverſis locis terræ obſervatis invenire differentiam horariam meridianorum.*

### *RESOLUTIO.*

Cum in ſingulis obſervationum locis horæ earumque ſcrupula numerentur ab appulſu centri Solis ad meridianum, Sol vero ad meridianum occidentaliorem tardius appellat prætereaque eædem phaſes eclipſium lunarium eodem articulo temporis phyſico ubique terrarum contingant (§. 830); non alia

alia re opus eſt quam ut tempora, quibus eædem ejusdem eclipſis phaſes diverſis in locis obſervatæ, a ſe invicem ſubtrahantur, reſiduum enim eſt differentia meridianorum quæſita indicatque horarum numerus major locum orientaliorem.

E. gr. A. 1701 d. 22 Febr. initium eclipſis obſervatum eſt Pariſiis h. 10. 15′ 23″, Berolini h. 10. 59′ 36″. Eſt ergo differentia meridianorum 44′ 13″, hoc eſt, Berolini 44′ 13″ citius Sol meridianum attingit quam Pariſiis.

## SCHOLION.

883. *Hoc artificio conſtructæ ſunt* Tabulæ differentiarum horariarum meridianorum: *noſtro tamen tempore utuntur etiam eclipſibus ſatellitum Jovis, ob earum præſertim frequentiam.*

## COROLLARIUM.

884. Quodſi eclipſis initium, medium ac finis ad meridianum tabularum fuerint computata; differentia meridianorum addita, vel ſubducta, eadem momenta definientur in aliis meridianis orientalioribus & occidentalioribus. E. gr. in noſtro caſu in meridiano obſervatorii regii Pariſini initium eclipſis fuit h. 8. 3′ 12″, medium h. 9. 15′ 43″, finis h. 10. 28′ 14″ (§. 877); fuit ergo Berolini initium h. 8. 47′ 25″, medium h. 9. 59′ 56″, finis h. 11. 12′ 38″.

## DEFINITIO 66.

885. *Eclipſis Solis* eſt occultatio Solis facta per interpoſitionem diametralem Lunæ inter Solem ac terram. Diſtinguitur æque ac lunaris (§. 841) in *totalem* & *partialem*.

## SCHOLION.

886. *Veritas definitionis patet ex ſuperioribus* (§. 422) *& mox adhuc evidentius patebit.*

## COROLLARIUM 1.

887. Quia Luna parallaxin altitudinis (§. 796), adeoque & latitudinis (§. 361. 366) ſenſibilem habet; eclipſis ſolaris accidit, quando Latitudo Lunæ ex terris viſa minor eſt aggregato ſemidiametrorum apparentium Solis ac Lunæ.

## COROLLARIUM 2.

888. Eclipſis adeo contingit, Luna Soli vel in nodis, vel prope nodos juncta (§. 690).

## COROLLARIUM 3.

889. Unde eclipſis Solis, quæ Chriſto patiente accidit in ipſo plenilunio, præternaturalis fuit, quippe in oppoſitione facta.

## DEFINITIO 67.

890. *Latitudo Lunæ viſa* eſt, qualis ex terra ob parallaxin ſpectatur; ſeu diſtantia loci viſi ab ecliptica.

## COROLLARIUM.

891. Invenitur adeo, ſi ex latitudine boreali in parte cœli orientali parallaxis latitudinis ſubtrahatur; in occidentali autem eadem eidem, auſtrali vero in parte cœli utraque addatur (§. 361).

*DEFINITIO 68.*

892. *Longitudo Lunæ viſa* eſt, qualis ex terra ob circulum latitudinis per parallaxin ſpectatur, ſeu arcus eclipticæ inter locum opticum viſum & o ♈ interceptus.

*COROLLARIUM.*

893. Invenitur adeo, ſi longitudini veræ parallaxis longitudinis in parte cœli orientali addatur, in occidentali dematur (§. 361).

*DEFINITIO 69.*

894. *Parallaxis Lunæ a Sole* eſt exceſſus parallaxeos Lunæ ſupra parallaxin Solis

*COROLLARIUM.*

895. Cum parallaxis Solis diurna juxta Cl. *de la Hire* ſit fere inſenſibilis (§. 804); parallaxis Lunæ a Sole vix differt a parallaxi Lunæ.

*SCHOLION.*

896. *Juxta aliorum tamen hypotheſes ſenſibilis, qui e. gr. cum* Keplero *parallaxin* Solis *integro ſcrupulo primo æqualem conſtituunt,*

*DEFINITIO 70.*

897. *Horarius Lunæ a Sole viſus* eſt arcus eclipticæ, quo locus Lunæ viſus intervallo unius horæ a loco Solis removetur.

*PROBLEMA 48.*

898. *Terminos eclipſeos ſolaris determinare.*

*RESOLUTIO.*

Si lunæ parallaxis eſſet inſenſibilis, termini eclipſeos Solaris eodem modo determinarentur, quo ſupra lunares conſtituimus (§. 847) ſed quia parallaxis ſenſibilis eſt, paulo aliter procedendum. Nimirum

1. Colligantur in unam ſummam ſemidiametri apparentes luminarium tam apogææ, quam perigææ.
2. Quia parallaxis minuit latitudinem borealem (§ 361); aggregato priori addatur parallaxis latitudinis maxima, quæ eſſe poteſt: quia vero eadem latitudinem auſtralem auget (*§. cit.*) eidem aggregato poſteriori dematur parallaxis latitudinis maxima, ita in utroque caſu prodibit latitudo vera, ultra quam eclipſes contingere nequeunt.
3. Data hac latitudine invenietur diſtantia Lunæ a Nodo, ultra quam eclipſes accidere nequeunt, ut ſupra (§. 847).

*SCHOLION.*

899. *Quoniam diverſi autores diverſas de diametris apparentibus luminarium & parallaxi latitudinis maxima hypotheſes ſequuntur, ideo non eosdem definiunt terminos eclipſium ſolarium. Sane* Ptolemæo *terminus poſſibilis eſt diſtantia a nodo* 19° 25′, Copernico 19° 12′, Tychoni 18° 25′, Keplero 17° 16′, Ricciolo 18° 49′: *ſed neceſſarius alicubi* Ptolomæo *diſtantia a nodo* 16° 42′. Copernico 16° 25′ Tychoni 17° 9′, Keplero 15° 55′, Ricciolo 15° 58′,

PRO-

### PROBLEMA 49.

900. *Data longitudine & latitudine Lunæ vera una cum loco Solis vero, invenire longitudinem & latitudinem viſam ad tempus datum in loco dato.*

### RESOLUTIO.

1. Ex data longitudine & latitudine Lunæ quæratur ejus declinatio & aſcenſio recta (§. 250).
2. Inde porro eruatur ipſius altitudo ſub elevatione loci dati (§ 290).
3. Quæratur ad tempus idem diſtantia ejus a terra (§. 797) & parallaxis horizontalis (§. 377).
4. Hinc invenietur parallaxis altitudinis modo repertæ (§. 370).
5. Ex dato loco Solis vero ſupputetur ſub elevatione poli data ad tempus datum punctum eclipticæ oriens & nonageſimus eclipticæ atque angulus orientis ſeu altitudo nonageſimi (§. 208).
6. His cognitis reperietur parallaxis altitudinis & latitudinis (§. 380), tandemque
7. longitudo ac latitudo Lunæ viſa (§. 361).

*Aliter.*

Quoniam inventio parallaxeos altitudinis perquam moleſtum calculum reddit, ideo *Keplerus* calculum non parum abbreviare docuit, regula tradita, qua ſine parallaxeos altitudinis inventione parallaxes longitudinis & latitudinis eruuntur ex datis parallaxi Lunæ horizontali a Sole, diſtantia Solis a nonageſimo & angulo orientis. Quæratur ergo

1. ut ante angulus orientis, parallaxis horizontalis & nonageſimus; a quo ſi ſubducatur locus Solis datus, prodibit diſtantia ejus a nonageſimo.
2. Addantur in unam ſummam logarithmi ſinuum anguli orientis & diſtantiæ ☉ a nonageſimo atque logarithmus parallaxeos horizontalis ☽ a ☉.
3. A ſumma ſubtrahatur duplum ſinus totius: quod relinquitur, eſt logarithmus parallaxeos longitudinis.
4. Similiter ſi logarithmus ſinus anguli orientis ſeu altitudinis nonageſimi & logarithmus parallaxeos horizontalis ☽ a ☉ colligantur in unam ſummam & ab ea ſubducatur logarithmus ſinus totius: qui relinquitur, eſt logarithmus parallaxeos latitudinis.
5. Datis autem parallaxibus longitudinis & latitudinis, longitudines & latitudines viſæ reperientur ut ante (§. 361).

E. gr.

E. gr. Juxta *Wingium* (i) conjunctio luminarium Londini contigit A. 1661 d. 19 Martii h. 21. 41′ 3″ tempore apparente, fuitque verus locus Solis & Lunæ ♈ 10° 19′ 48″, parallaxis horizontalis ☽ a ☉ 58′ 6″, latitudo vera borealis deſcendens 34′ 49″, altitudo denique æquatoris 38° 28′. Quare

Log. Coſin. Obliq. Eclipt. 199624527
Cotang. Long. ☉ 1074359 73

Tang. Aſc. rect. ☉ 92188554, cui in canone reſpondent 9° 23′ 55″

Tab. X. Fig. 91.

Temp. app. ☌ h. 21 41 3 ſubtr.
h. 24 ſ. 23 59 60

Temp. ad merid. reſid. 2 18 57
h. 2 30°
18′ 4 30′
57″ 14 15″

AD 34 44 15
AO 89 59 60

DO 55 15 45
Aſcenſ. recta ☉ GD 9 23 55

Aſc. obl. Orient GO 64 39 40
Log Coſin. GO 96314147
Cotang. O 100999134

Cotang. NGO 95315013, cui in canone reſpondent 18° 46′ 44″

Ergo NGO 71 13 16
MGO 23 29 (§ 156)

MGN 94 42 16
Log. Coſin. MGN 89138975
Cot. GO 96753461

Summa 185892436
Coſin. NGO 95077436

Cotang. GM 90815000, cui in Canone reſpondent 6° 52′ 42″
Eſt ergo GM 96 52 44 (§. 133 *Sphær.*)
Subtr. 90

Nonag. Eclipt. 6 52 44
Loc. ver. ☉ 10 13 48

Diſt. ☉ a Non. 3 21 4 verſus ortum
Log. Coſin. GM 90783518
Cotang. NGM 89153631

Cotang. NMG 101629887, cui in Canone reſpondent 55° 30′ 37″
Ergo angulus orientis NMG ſeu altitudo nonageſimi 34° 29′ 23″

Log Sin. diſt. ☉ a Nonag. 87668186
Sin. ang. Orient. 97530146
Parall. horiz. ☽ a ☉ 35423273

Log. Parall. Longit. 2206 21605, cui in tabulis reſpondent 115″ ſeu 1′ 55″

Log.

(i) Aſtron. Brittan. lib. 5. præc. 36 ſ. 237.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Log.Coſin ang.Orient. | 99160472 | | |
| Parall.hor.☽ a ☉ | 35423273 | | |
| Log.Parall.Latit. | 734583745,cui | | |
| in tabulis reſpondent 2873″ ſeu 47′53″. | | | |
| Loc.Lunæ verus ♈ | 10° | 13′ | 48″ |
| Parall.Long.add. | | 1 | 55 |
| Log ☽ viſus ♈ | 10 | 15 | 43 |
| Lat.Lunæ vera bor. | | 34 | 49 |
| Parall. Latit. | | 47 | 53 |
| Lat. ☽ viſa merid. | | 13 | 4 |

*PROBLEMA 50.*

901. *Invenire motum ☽ a ☉ viſum in tempore propoſito.*

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur ad initium & finem temporis propoſiti parallaxis longitudinis ☽ ut in problemate præcedente.
2. Si toto illo tempore ☽ fuerit in quadrante orientali & parallaxis longitudinis major fuerit in fine, quam in principio temporis, differentia parallaxium addatur motui ☽ a ☉ vero ad illud tempus; in caſu contrario (ſi nempe parallaxis decreſcit) ſubtrahatur, ut prodeat motus ☽ a ☉ viſus (§. 360).
3. Si ☽ fuerit toto tempore in quadrante occidentali, contraria ratione operandum, in caſu nempe priori differentia parallaxium (II.) ſubtrahenda, in poſteriori addenda (§. *cit.*).
4. Denique ſi ☽ initio fuerit in quadrante orientali, in fine vero in occidentali; differentia parallaxium ſubtrahenda (§. *cit.*).

E. gr. Quæratur motus ☽ a ☉ viſus ad quadrantem horæ in ☌☽☉, quæ An. 1661 d. 19 Mart. hor. 21. 41′ 3″ accidit. Inveſtigetur ut in probl. præc. parallaxis longitudinis ad quadrantem horæ antecedentem, hoc eſt, ad h. 21. 26′ 3″

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Fuit tum Locus ☉ verus ♈ | 10° | 13′ | 11″ | |
| Aſcenſio recta ☉ | 9 | 23 | 20 | Tab. |
| AD | 38 | 29 | 15 | X. |
| GO | 60 | 54 | 5 | Fig. 91. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Nonag.eclipt. ♈ | 3° | 38′ | 10″ |
| Loc.☉ ver. ♈ | 10 | 13 | 11 |
| Diſt.☉ a Nonag. | 6 | 35 | 1 verſ. ortum |
| Parallaxis Longit. | | 3 | 38 |
| Sed eadem in ☌ erat | | 1 | 55 |
| Ergo differentia | | 1 | 43 |
| Mot.☽ a ☉ in quadr.h. | | 8 | 46 |
| Mot.☽ a ☉ viſ.in qu.h. | | 7 | 3 |

*PROBLEMA 51.*

902. *Dato momento conjunctionis veræ luminarium invenire momentum viſæ.*

*RESOLUTIO.*

1. Inveniatur ad momentum conjunctionis veræ parallaxis longitudinis ☽ a ☉ (§. 900).



2. Quæ-

2. Quæratur quoque ad illud tempus motus ☽ a ☉ viſus in quadrante horæ (§. 901).
3. Inferatur: ut motus ☽ a ☉ viſus in quadrante unius horæ ad 900 ſcrupula ſecunda, ſeu horæ quadrantem, ita parallaxis longitudinis ad intervallum ſynodi veræ atque viſæ.
4. In quadrante orientali intervallum a momento veræ ſynodi ſubtrahatur, ut relinquatur momentum viſæ: in occidentali vero eundem in finem addatur (§. 361).

E. gr. in noſtro caſu tempus ſynodi veræ eſt hor. 21. 41′ 3″, & illo tempore parallaxis longitudinis 1′ 55″, ſeu 115″, motus ☽ a ☉ viſus in quadrante horæ 7′ 3″ ſeu 423″.

| | |
|---|---|
| Log. Quadr. hor. | 29542425 |
| Parall. Long. | 20606978 |
| Summa | 50149403 |
| Log. Mot. ☽ a ☉ viſ. | 26263403 |

Interval. ☌ ver. & viſ. 23886000, cui in tabulis reſpondent 244″ ſeu 4′ 4″

| | | | |
|---|---|---|---|
| Tempus ſynodi veræ h. | 21. | 41. | 3 |
| Tempus ſynodi viſæ h. | 21. | 36. | 59 |

## PROBLEMA 52.

903. *Ad datum tempus ſynodi viſæ invenire latitudinem viſam.*

### RESOLUTIO.

1. Inferatur: ut intervallum unius horæ ſeu ſcrupula ſecunda 3600 ad motum horarium ☽ a ☉ verum, ita intervallum ſynodi veræ ac viſæ ad motum ☽ intervallo congruentem.
2. Quodſi ſynodus vera præcedat viſam, motus ☽ repertus loco ejus in ☌ vera addatur; ſi illa ſequatur, dematur: ita obtinetur locus ☽ verus tempore ſynodi viſæ.
3. Dato loco ☽ vero invenitur more vulgari latitudo Lunæ vera eidem reſpondens; ſeu ut declinatio Solis (§. 188).
4. Et hinc tandem latitudo viſa (§. 900).

E. gr. in noſtro caſu intervallum ſynodi veræ & viſæ eſt 4′ 4″ ſeu 244″ & horarius ☽ a ☉ verus 35′ 3″ ſeu 2103″. Quare

| | |
|---|---|
| Log. Hor. veri ☽ a ☉ | 33228392 |
| Intervalli ☌ ver. & viſ. | 23886000 |
| Summa | 57114392 |
| Log 3600 | 35563025 |

Tab. X. Fig. 91.

Log. mot. ☽ interv. reſp. 21551367, cui in tabulis reſpondent 143″ ſeu 2′ 23″

| | | | |
|---|---|---|---|
| Loc. ☽ verus in ☌ vera ♈ | 10° | 13′ | 48″ |
| Scrupul. ſubtr. | | 2 | 23 |
| Loc. ☽ verus in ☌ viſa ♈ | 10 | 11 | 25 |
| cui reſp. Lat. vera ſeptr. deſc. | | 34 | 49 |
| Sed tum Aſc. recta ☉ | 9 | 29 | 17 |
| AD | 35 | 45 | 15 |
| DO | 54 | 14 | 45 |

repe-

| | | | |
|---|---|---|---|
| reperitur adeoque GO | 63 | 44 | 2 |
| NGO | 70 | 37 | 44 |
| & ob MGO | 23 | 29 | |
| NGM | 94 | 6 | 44 |
| hinc Nonag. eclipt. ♈ | 6 | 5 | 24 |
| Angul. Orientis GMN | 34 | 8 | 34 |
| Unde Parallaxis Latitudinis | | 48 | 9 |
| Latit. ☽ vera ſeptr. deſc. | | 34 | 49 |
| Latit. viſa merid. | | 13 | 20 |

*PROBLEMA* 53.

904. *Data latitudine Lunæ viſa ad tempus ſynodi viſæ una cum ſemidiametris apparentibus Luminarium, invenire ſcrupula defectus & digitos eclipticos.*

*RESOLUTIO.*

1. Semidiametri apparentes luminarium conjiciantur in unam ſummam.
2. Ab ea auferatur latitudo Lunæ viſa: relinquuntur ſcrupula defectus.
3. Fiat ut ſemidiameter ☉ ad ſcrupula defectus, ita 6 digiti in ſcrupula redacti ſeu 360 ad digitos eclipticos in ſimilibus ſcrupulis.

E. gr. in noſtro caſu

| | | | |
|---|---|---|---|
| Semidiameter ☉ | 16′ | 19″ ſ. 979″ | |
| ☽ | 16 | 40 | |
| Aggregatum | 32 | 59 | |
| Lat. ☽ viſa | 13 | 20 | |
| Scrupula defectus | 19 | 39 ſ. 1179″ | |

| | |
|---|---|
| Log. ſcrup. 6 dig. | 25563025 |
| ſcrup. defect. | 30715138 |
| Summa | 56278163 |
| Log. ſemid. ☉ | 29907826 |
| Log. dig. eclipt. | 26370337 |

, cui in tabulis reſpondent 434′.

Eſt ergo quantitas eclipſeos 7 dig. 14′.

*SCHOLION.*

905. *Qui ſcrupuloſius quantitatem eclipſeos definire intendunt, non latitudinem viſam, ſed arcum inter centra ſubtrahunt, quo ſuperius in eclipſi lunari uſi ſumus* (§. 849).

*PROBLEMA* 54.

906. *Datis ſemidiametris apparentibus luminarium AP & PN una cum latitudine viſa AI (aut, ſi mavis arcu inter centra) invenire ſcrupula dimidiæ durationis ſeu lineam incidentiæ IN.*

*RESOLUTIO.*

Eadem eſt, quæ problematis 4 (§. 859).

E. gr. in noſtro caſu AP 16′ 19″ ſ. 979″, PN 16′ 40″ ſeu 1000″, AI 13′ 20″ ſeu 800″: erit

| | | | |
|---|---|---|---|
| AN | 1979 | AN | 979 |
| AI | 800 | AI | 800 |
| AN + AI | 2779 | AN - AI | 1179 |

 Log.

| | |
|---|---|
| Log. AN + AI | 3443885 |
| AN - AI | 3071 5138 |
| Summa | 6515 4023. |

Log. IN 3257 7011, cui in tabulis reſpondent 1811″.

Sunt adeo ſcrupula dimidiæ durationis 30′ 11″.

*PROBLEMA* 55.

907. *Datis ſcrupulis dimidiæ durationis, tempus incidentiæ ac repletionis definire totamque eclipſeos ſolaris durationem determinare.*

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur horarius ☽ a ☉ viſus pro hora una ante ſynodum viſam & pro hora una poſt eandem (§. 901).
2. Inferatur :, ut motus horarius prior ad ſcrupula ſecunda unius horæ, ita ſcrupula dimidiæ durationis ad tempus incidentiæ & ut motus horarius poſterior ad eadem ſcrupula horaria, ita eadem ſcrupula dimidiæ durationis ad tempus repletionis.
3. Tempus incidentiæ addatur tempori repletionis : aggregatum eſt duratio totalis.

E. gr. in noſtro caſu reperitur motus horarii ☽ a ☉ viſus hora una ante ſynodum viſam 28′ 55″, & hora una poſt eandem 27′ 31″ ; ſcrupula durationis dimidiæ int 30′ 11″. Ergo

| | |
|---|---|
| Logar. ſcrup. hor. 3600 | 3556 3025 |
| Scrup. dur. dim. | 3257 7011 |
| Summa | 6814 0036 |
| Log. horar. viſ. ante ☌ | 3239 2994 |

Log. temp. incid. 3574 7042, cui in tabulis reſpondent 3756″ ſeu 1 h. 2′ 36″.

| | |
|---|---|
| Logar. ſcrup. hor. 3600 | 3556 3025 |
| Scrup. dur. dim. | 3257 7011 |
| Summa | 6814 0036 |
| Log. hor. viſ. poſt ☌ | 3217 7470 |

Log. temp. replet. 3596 2566, cui in tabulis reſpondent 3947″ ſeu 1 h. 5′ 47″.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Tempus incidentiæ | 1 h. | 2′ | 36″ |
| repletionis | 1 | 5 | 47 |
| Duratio tota | 2 h. | 8 | 23 |

*PROBLEMA* 56.

908. *Eclipſeos ſolaris medium, initium ac finem determinare.*

*RESOLUTIO.*

1. Ex latitudine ☽ viſa ad tempus ſynodi viſæ inveſtigetur arcus IL ſeu diſtantia maximæ obſcurationis a ☌ viſa (§. 849).
2. Fiat ; ut horarius ☽ a ☉ viſus ante ſynodum viſam ad 3600 ſcrupula horaria, ita diſtantia maximæ obſcurationis a ☌ viſa ad intervallum temporis inter maximam obſcurationem & ſynodum viſam,

3. Hoc

3. Hoc intervallum in primo & tertio quadrante anomaliæ a tempore ſynodi viſæ ſubtrahatur, in reliquis eidem addatur, ut prodeat tempus maximæ obſcurationis.

4. Denique tempori maximæ obſcurationis dematur tempus incidentiæ, addatur tempus repletionis; erit illic differentia initium, hic ſumma finis eclipſeos.

Enimvero quia intervallum inter ſynodum viſam & maximam obſcurationem valde exiguum & admodum dubium; vix operæ pretium videtur, tanta accuratione uti: unde plerique tempore ſynodi viſæ utuntur tanquam tempore maximæ obſcurationis.

E. gr. In noſtro caſu:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Tempus ſynodi viſæ | h. 21 | 36′ | 59″ |
| Tempus incidentiæ | 1 | 2 | 36 |
| Initium eclipſeos | h. 20 | 34 | 23 |
| ſeu | h. 8 mat. | 34 | 23 |
| Tempus ſynodi viſæ | h. 21 | 36 | 59 |
| Tempus repletionis | 1 | 5 | 47 |
| Finis eclipſeos | h. 22 | 42 | 46 |
| ſeu | h. 10 mat. | 42 | 46 |

Quodſi ſcrupuloſius ea definire volueris, duo circiter minuta ob diſtantiam ſynodi viſæ a maxima obſcuratione deprehendentur ſubtrahenda.

## PROBLEMA 57.

909. *Invenire latitudinem Lunæ viſam initio & fine eclipſeos ſolaris.*

## RESOLUTIO.

1. Argumento latitudinis ad tempus ſynodi viſæ computatæ demantur ſcrupula dimidiæ durationis una cum motu Solis tempori incidentiæ conveniente: quod relinquitur eſt argumentum latitudinis initio eclipſeos.
2. Eidem addantur eadem ſcrupula una cum motu Solis tempori repletionis reſpondente: aggregatum eſt argumentum latitudinis in fine eclipſeos.
3. Dato argumento latitudinis invenitur more vulgari latitudo Lunæ vera (§. 188) & hinc tandem viſa (§. 903).

## PROBLEMA 58.

910. *Data latitudine Lunæ viſa initio & fine eclipſeos ſolaris typum ejus formare.*

## RESOLUTIO.

Non differt a reſolutione problematis 73 (§. 879).

## PROBLEMA 59.

911. *Eclipſin Solis ſupputare.*

## RESOLUTIO.

1. Supputetur novilunium medium (§. 862) & hinc porro verum (§. 873) una cum loco luminarium ad tempus apparens veri.
2. Ad tempus apparens novilunii veri ſupputetur tempus apparens viſi (§. 902).

3. Ad

3. Ad tempus apparens viſi ſupputetur latitudo viſa (§. 903) &
4. inde digiti ecliptici determinentur (§. 904).
5. Quæratur tempus maximæ obſcurationis, incidentiæ ac repletionis (§. 907) &
6. inde initium ac finis eclipſeos eruatur (§. 908).

### SCHOLION.

912. *Ad problemata præcedentia attendentibus ſatis liquet, omnia calculi tædia a parallaxibus longitudinis & latitudinis procreari: quæ ſi abeſſent, calculus eclipſium ſolarium non differret a lunarium calculo.*

### PROBLEMA 60.

913. *Obſervare eclipſin ſolarem.*

### RESOLUTIO.

1. Species Solis in cameram obſcuram intromittatur ut ſupra (§. 410) & diſcus per 6 circulos concentricos in 12 digitos dividatur.
2. Ope horologii oſcillatorii notetur tempus, quo eclipſis incipit ac deſinit, & quo unusquisque digitus integer obſcuratus cernitur ut ſupra (§. 880).

## CAPUT VIII.
## De
# STELLIS FIXIS ET NOVIS
## ATQUE COMETIS.

### THEOREMA 12.

914. *Stellæ fixæ ſunt terra noſtra majores.*

Tab. X. Fig. 92.

### DEMONSTRATIO.

Sint duæ ſtellæ C & D, quarum una videatur in horizonte ortivo, altera in occiduo; C autem ipſi D diametraliter oppoſita. Quam primum ſtella D pervenit in C, ſtella C apparet in D. Sed cum eadem celeritate utraque moveatur, dum ſtella C arcum CHD deſcribit, ſtella D per arcum ipſi CDH æqualem incedens erit in F. Quare ſi ſtellæ C & D ſunt terra minores, nondum videbitur in horizonte ortivo ſtella D, dum altera C ad occiduum pervenit: quod cum experientiæ repugnet, neceſſe eſt ſtellas in L & S conſtitutas & a ſpectatoribus A & B una integras viſas eſſe terra AB majores. *Q. e. d.*

### THEOREMA 13.

915. *Fixæ ultra Saturni ſphæram a Tellure diſtant.*

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Fixæ a Saturno terricolis tegi poſſunt (§. 506): eſt ergo Saturnus terricolis propior fixis, adeoque fixæ ultra Saturni ſphæram a Tellure diſtant. *Q.e.d.*

*OBSERVATIO* 50.

916. *Stellæ fixæ, primæ licet magnitudinis, etiam per teleſcopia exquiſita ſpectatæ, veluti puncta lucentia ſine omni viſibili magnitudine refulgent, ipſo* Hugenio (a) *obſervante.*

*SCHOLION.*

917. *Deficiunt adeo data ad magnitudinem fixarum accurate æſtimandam.*

*OBSERVATIO* 51.

918. *Per teleſcopia ſtellæ longe plures quam nudo oculo conſpiciuntur. Ita* Gallilæus (b) *in plejadibus* 36 *ſtellas nudo oculo inconſpicuas notavit, in enſe & cingulo Orionis* 80, *in nebuloſa capitis Orionis* 21, *in nebuloſa præſepis* 36 *numeravit.* Rheita (c) *in ſidere Orionis* 2000 *detexit, in plejadibus ultra* 188. *Quemadmodum autem ſtellæ nebuloſæ non ſunt niſi ſtellarum minutarum conglomeratio; ita ſimiliter integra via lactea innumerarum ſtellularum congeries deprehenditur. Cum* Hugenius *A.* 1656 *ſtellam mediam in enſe Orionis per tubum inſpiceret; pro una* 12 *ſeſe ipſi obtulerunt. Ex his tres pene inter ſe contiguæ una cum* 4 *aliis velut trans nebulam lucebant, ita ut ſpatium circa ipſas multo illuſtrius appareret reliquo omni cœlo: quod cum apprime ſerenum eſſet ac cerneretur nigerrimum, velut hiatu quodam interruptum videbatur, per quem in plagam magis lucidam eſſet proſpectus. Et mirum ſane hoc phænomenon conſtans in cœlo deprehendit.*

*COROLLARIUM* I.

919. Non adeo credibile eſt, fixas omnes eidem ſuperficiei inhærere.

*COROLLARIUM* 2.

920. Unde porro probabile fit, fixas alias aliis minores apparere, quia longius a terra diſtant, non quod revera minores ſint.

*PROBLEMA* 61.

921. *Invenire diſtantiam fixarum a terra.*

*RESOLUTIO.*

Quodſi parallaxis fixarum *Flamſtediana* omni dubio careret, haud difficulter earum a Terra diſtantia definiretur. Sit enim AD ſemidiameter orbis annui, Sirius in R, tellus Tab. X. Fig. 93.

(a) in Coſmotheoro lib. 2 p. m. 114.
(b) in Nuncio ſidereo p. 31. 32.
(c) in Oculo Enochi atque Eliæ lib. 4. c. 1. membr. 7.
(d) Syſtema Saturn. p. 8.

cellus in A; erit angulus parallacticus ARD juxta *Flamſtedium* (e) 20 circiter ſecundorum, adeoque AD ad AR ut ſinus 20 ſecundorum ad ſinum totum (§. 2 *Trigon.*), hoc eſt, per Canonem *Pitiſci* ut 969627 ad 10000000000 ſeu fere ut 1 ad 1032. Quare cum AD ſit 34377 (§. 811); reperietur AR = 34377 · 1032 = 35477064. Tanta nimirum eſt diſtantia fixarum propiorum, admiſſa parallaxi Solis *Lahireana* & parallaxi fixarum *Flamſtediana*.

*Aliter.*

*Chriſtianus Hugenius*, pro ſumma qua pollebat, ingenii vi, methodum conjecturalem excogitavit (f) rationem diſtantiæ fixarum ad diſtantias Solis inveſtigandi: Nimirum

1. Tubi vacui 12 circiter pedes longi aperturam alteram occluſit lamella tenuiſſima, in cujus medio tam exiguum erat foramen, ut lineæ partem duodecimam non ſuperaret, & oculo alteri aperturæ admoto particula Solis cerneretur, cujus diameter ad totius diametrum erat ut 1 ad 182.
2. Cum ea particula multo clarior adhuc appareret, quam noctu Sirius, foramini globulum vitreum ejusdem cum ipſo diametri objecit & contecto undique capite per tubum in Solem intuens non minorem ejus claritatem quam Sirii deprehendit.
3. Quoniam itaque tum diametrum Solis $\frac{1}{152}$ ejus particulæ centeſimæ octogeſimæ ſecundæ, quam per foramen exiguum prius conſpexerat, deprehendebat (§. 248 *Dioptric.*); ductis in ſe $\frac{1}{152}$ in $\frac{1}{182}$ diametrum Solis reperit $\frac{1}{27664}$ ejus, quam nudo oculo in cœlo contuemur.
4. Quia hinc conſtabat, Solem appariturum inſtar Sirii, ſi eousque contrahatur ejus diameter, ut nonniſi $\frac{1}{27664}$ ejus amplius videatur; evidens erat diſtantiam Solis a terra tum fore ad præſentem ut 27664 ad 1 (§. 205 *Optic.*), & diameter apparens, quam nunc intuemur, diviſa per 27664 prodebat diametrum Solis in tanta diſtantia 4 ſcrupulis tertiis paulo majorem.
5. Cum denique mox oſtenſuri ſimus, probabile eſſe, quod Sirius Sole non minor exiſtat; Sirii quoque diſtantia a terra ad diſtantiam Solis ab eadem concluditur ut 27664 ad 1 & diameter appa-

(e) Wallisius Oper. Tom. 3 f. 705.
(f) in Coſmotheoro lib. 2 f. 114.

apparens 4 circiter ſcrupulorum tertiorum.

6. Quodſi ergo diſtantia Solis a terra fuerit 34377 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 811); erit diſtantia fixarum 951005328 ſemidiametrorum terreſtrium.

*COROLLARIUM.*

922. Cum diſtantia media Saturni a terra ſit 327544 ſemidiametrorum terreſtrium (§ 811); ſi diſtantia priori 3547 7064 utaris, ſpatium inter Saturnum & fixas erit 35149520; ſin poſterior magis arriſerit, idem deprehendetur 950 677784 ſemidiametrorum terreſtrium: quod poſterius ſpatium nimis forſan enorme videri poterat.

*SCHOLION.*

923. *Quamvis autem deſint principia ſatis firma, unde diſtantia fixarum a terra ſatis tuto concludi poſſit; illud tamen dubio caret, quod vaſtum admodum ſpatium inter Saturnum & fixas intercedat: alias enim parallaxis orbis annui foret ſenſibilis admodum, quæ tamen aut nulla, aut certe valde exigua deprehenditur. Facile id experieris, ſi diſtantiam fixarum AR in triangulo ARD non multo majorem diſtantia Saturni aſſumas & inde angulum ARD inveſtiges.*

*THEOREMA 28.*

924. *Fixæ fulgent proprio lumine.*

*DEMONSTRATIO.*

Longius enim a Sole diſtant Saturno (§. 915) ipſoque minores multo apparent (§. 916). Cum tamen hoc non obſtante multo clarius fulgeant Saturno, a Sole lumen mutuari nequeunt. Quoniam itaque præter Solem non aliud in cœlo comparet corpus lucidum, unde lumen ipſorum derivari poſſit; neceſſe eſt ut proprio lumine fulgeant. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM 1.*

925. Sunt adeo fixæ totidem Soles.

*COROLLARIUM 2.*

926. Sole igitur noſtro non minores eſſe probabile exiſtit.

*COROLLARIUM 3.*

927. Unde porro colligitur, circa quamlibet fixam moveri perinde ac circa Solem noſtrum planetas ſive tellures, hoc eſt, corpora opaca, quæ lumine ipſarum illuſtrantur, caleſiunt & fœcundantur.

*SCHOLION.*

928. *En vaſtitatem univerſi, quæ omnes imaginandi vires longe excedit. Utrum vero infinitum ſit, nec ne; ego non definivero.* Keplerus *equidem* (g) *negat, circa quamlibet fixam dari ſyſtema planetarium noſtro ſimile (quod aſſeruerat* Jordanus Brunus,) *quia duplo aut triplo longius diſtantes duplo aut triplo minores apparere deberent, poſitis earum magnitudinibus æqualibus, atque ita ſtella paucisſima & in maxima magnitudinum differentia viderentur. Enimvero non modo* Hugenius *jam notavit* (h) *ignes & flammas ex* ...

(II.) Fff f

(g) in Epit. Aſtron. lib. 1 p. 35 & ſeqq.
(h) in Coſmoth. lib. 2 p. m. 110.

*iis diſtantiis videri, unde alia corpora ſub æque exiguis angulis comprehenſa evaneſcant; verum etiam mihi videtur theorema opticum de diametris objectorum apparentibus earum ab oculo diſtantiis reciproce proportionatis tantum locum habere; quamdiu diameter objecti ad ejus diſtantiam rationem non nimis magnam habet.*

### OBSERVATIO 52.

929. *Inter fixas quædam comparent, quæ certas apparitionis & diſparitionis periodos amant. Pertinet huc ſtella in collo Ceti, quam* Miram *appellat* Hevelius, *a* Bayero *pro ſtella ſemper apparente habita,* ſed a Johanne Phocylide Holvvardo *A.* 1638 *pro nova agnita & A.* 1640 *peculiari libello deſcripta. Evaneſcentem is obſervavit A.* 1689 *circa æſtatem, & ſeptima Decembris eodem præciſe loco ac ſitu, quo ante annum conſpecta fuerat, redeuntem. A.* 1641 *d.* 23 *Sept. poſt alteram diſparitionem reverſam vidit* Fullenius, *annis ſubſequentibus* 1647 *&* 1648 *eandem ſtellam obſervavit* Jungius, *ab anno* 1648 *litteris* Jungii *ad* Eichſtadium *datis excitatus* Hevelius (i). *Aliam ipſi ſimilem in collo Cygni detexit* Kirchius (k) *a* Bayero *littera* χ *notata & inter ſtellas apparitionis conſtantis relata, quæ periodum admodum regularem* $404\frac{1}{2}$ *dierum obſervat. Illud autem notatu dignum eſt, ſtellarum iſtarum magnitudinem ſub initium apparitionis creſcere, ſub finem vero decreſcere, & per tubos adhuc videri, quando nudis oculis non amplius apparent. Alias iſtiusmodi ſtellarum obſervationes reperire licet in Tranſactionibus Anglicanis* (l).

### COROLLARIUM.

930. Has ſtellas eſſe e numero planetarum, qui circa fixas tanquam Soles ſuos periodos ſuas abſolvunt, probabile eſt (§. 927).

### OBSERVATIO 53.

931. *Obſervantur quoque nonnunquam ſtellæ temporaneæ, quæ, ubi diſparuerunt, non amplius redire videntur. Talem circa A.* 125 *ante Chriſtum natum obſervavit* Hipparchus, *anſam inde arripiens loca fixarum determinandi, ut poſteris conſtaret, an ſtellæ obirent naſcerenturve* (m). *Eminet inter illas ſtella nova, quæ ab A.* 1572 *usque ad A.* 1574 *in cathedra Caſſiopeæ effulſit, eidem toto apparitionis tempore loco veluti affixa. Figura erat prorſus rotunda, qualis reliquas ſtellas ornat: magnitudo initio major, poſtea ſucceſſive decreſcebat. Menſe nimirum Novembri A.* 1572, *quo primum conſpecta, Venerem perigæam, per Decembrem*

(i) Vid. Hiſtoriola Stellæ Miræ, quam Mercurio in Sole viſo ſubjunxit Hevelius.
(k) Miſcell. Berolin. p. 208 & ſeqq.
(l) Vide J. Lovvthorp in Epit. Tranſact. Vol. I. p. 247 & ſeqq.
(m) Vid. Plinius lib. 2. c. 26. hiſt. natur.

*rem Jovem acronychium æmulabatur interdiu conſpicua. Menſe Januario anni ſequentis ſtellis fixis primæ magnitudinis paulo major cernebatur, ad quam menſe Februario & Martio accedebat. Aprili & Majo ad fixas ſecundi honoris accedebat, ſucceſſive ita decreſcens per Junium, ut in Julio & Auguſto ſtellis tertiæ magnitudinis par eſſet. Per Septembrem magis magisque extenuata Octobri & Novembri quartas in ordine repræſentabat; in fine vero anni ejusdem & Januario ſequentis quintas; in Februario ſextas: donec tandem menſe Martio ob exilitatem ſuam conſpectui ſe prorſus eriperet. Color non minus variabilis erat, quam magnitudo. Ab initio enim albicanti, claro ſplendentique lumine, gratoque & jucundo vultu Veneri atque Jovi aſſimilabatur: circa initium verni temporis nitens jubar in Martiam quandam rutilantiam degenerabat, ita ut inſtar Aldeboræ (ſeu oculi Tauri) rubeſceret. Menſe Majo albedinem quandam ſublividam induebat, qualis Saturni eſſe ſolet: quem usque ad finem apparitionis retinuit, ſucceſſive tamen obtuſiorem factum. Ad ultimum usque evaneſcentiæ terminum ſcintillabat* (n).

## SCHOLION.

932. *De natura ſtellarum novarum nihil aſſerere audeo; quamvis enim ſuſpicer, eas in Cometarum numerum referendas eſſe, qui in ſyſtematibus planetarum ſuperioribus circa Soles ſuos, hoc eſt fixas, feruntur, nondum tamen adſunt rationes ad idem perſuadendum ſufficientes.*

## OBSERVATIO 54.

933. *Notatu digniores ſunt obſervationes* Montanarii *atque* Caſſini (o): *quorum ille diſparuiſſe notavit fixas conſtantis alias apparitionis; hic novas ſimiles ante in cœlo non viſas detexit.*

## SCHOLION.

934. *Optandum ſane foret, ut, qui obſervationibus rerum cœleſtium incumbunt, ad iſtiusmodi mutationes diligentius attenderent, ut tandem certo conſtaret corporum mundi totalium ortus & interitus.*

## DEFINITIO 65.

935. *Cometæ* ſunt ſtellæ plerumque caudatæ, ſubito in cœlo exortæ & per aliquod tempus apparentes, poſtea rurſus diſparentes, toto autem apparitionis tempore Planetarum inſtar in propriis orbitis dietim certo intervallo promoveri ſolitæ.

## PROBLEMA 63.

936. *Cometæ in cœlo apparentis longitudinem & latitudinem determinare.*

## RESOLUTIO.

1. Obſervetur diſtantia cometæ a

 dua-

(n) Vid. Tycho de Brahe Progymnaſ. lib. 1 c. 3. p. m. 300 & ſeqq.
(o) in Tranſact. Anglic. n. 73. p. 2201. 2202.

duabus ſtellis fixis notæ longitudinis & latitudinis (§. 219).

2. Inde per calculum trigonometricum eruatur Cometæ longitudo & latitudo, prout oſtendimus ſupra probl. 25 (§. 664).

*Aliter.*

Quodſi ſine inſtrumentorum apparatu locum Cometæ admodum accurate determinare voluerimus, utendum eſt methodo ingenioſa per *extenſionem filarem a Longomontano* (p) adhibita. Nimirum

1. Filum extenſum aut regula oculo ita objiciatur, ut Cometa (aut quodcunque aliud phœnomenon cœleſte) K cum duabus ſtellis fixis notæ longitudinis ac latitudinis E & G in eadem recta appareat.

Tab. X. Fig. 94.

2. Situs regulæ vel fili ita mutetur, ut idem cometa K cum duabus fixis aliis H & F in eadem recta appareat, quar[illegible]idem longitudo ac latitud[illegible]fixarum catalogo (§. 234) [illegible] eſt.

3. Sint jam A & C poli eclipticæ, BO ecliptica, erit AE complementum latitudinis BE ſtellæ E (§. 226. 230), AG aggregatum ex quadrante AD & latitudine DG ſtellæ G (§. *cit.*) & BD menſura anguli BAD (§. 25. 31 *Sphæric.*) longitudinum ſtellarum B & G differentia (§. 231). Datis adeo in triangulo EAG duobus lateribus AE & AG cum angulo intercepto A invenitur latus EG (§. 154 *Sphæric.*) & angulus EGA (§. 156 *Sphæric.*).

4. Porro cum angulus ad D ſit rectus (§. 227) & angulus LGD modo repertus, DG vero latitudo ſtellæ G, reperietur in triangulo LGD angulus GLD (§. 121 *Sphæric.*) & latus DL (§. 124 *Sphæric.*).

5. Similiter in triangulo FHC erit FC complementum latitudinis FM ſtellæ F (§. 226. 230), HC aggregatum ex quadrante CI & latitudine HI ſtellæ H (§. *cit.*), FH vero menſura anguli FCH (§. 25. 31 *Sphæric.*) differentia longitudinum ſtellarum F & H (§. 231). Datis adeo in triangulo FCH duobus lateribus FC & CH cum angulo comprehenſo FCH invenitur latus FH (§. 154 *Sphæric.*) & angulus HFC (§. 156 *Sphæric.*): quo dato, datur etiam HFA (§. 43 *Sphæric.*).

6. Porro, cum angulus ad M ſit rectus (§. 227), angulus MFN ſeu HFA modo repertus, FM vero latitudo ſtellæ F (§. 226. 230); reperietur in triangulo FMN angulus MNF (§. 121 *Sphæric.*) & latus MN (§. 124 *Sphæric.*).

7. Addantur latera DL & MN ante

(p) Sphæric. lib. 2 probl. 5 f. 117. Aſtron. Dan.

te inventa & aggregatum ſubtrahatur ex DM differentia longitudinum ſtellarum F & G (§. 231), ut relinquatur NL.

8. Datis jam in triangulo NKL latere NL & angulis adjacentibus N & L, ſuis quippe verticalibus MNF & GLD ante repertis æqualibus (§. 43 *Sphær.*), reperietur latus NK (§. 152 *Sphær.*).

9. Denique datis in triangulo KNP ad P rectangulo latere KN & angulo N, invenitur latus KP (§. 116 *Sphæric.*), quod eſt Cometæ latitudo (§. 226) & latus NP (§. 127 *Sphæric.*), quod ipſi MN ſupra invento additum efficit arcum MP ulterius longitudini ſtellæ F addendum, ut prodeat longitudo Cometæ P.

Exemplum *Longomontanus* exhibet in ♂, quem A. 1610 d. 10 Decembris hor. 9 veſpertina obſervavit in recta cum lucida arietis H & poſteriore in dorſo Ceti F, itemque in alia recta cum extrema alæ Pegaſi E & ea, quæ eſt in cuſpide narium Ceti G. Prima ſtella apud *Bayerum* littera α, ſecunda littera η, tertia littera γ, quarta denique littera λ notatur. Fuit tum

| | Longitudo | | | Latitudo | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Stellæ α | 2° | 14′ | ♉ | 9° | 57′ | B. |
| η | 6 | 20 | ♈ | 16 | 55 | A. |
| γ | 3 | 46 | ♈ | 12 | 35 | B. |
| λ | 9 | 39 | ♉ | 7 | 50 | A. |

Calculo rite inſtituto reperitur longitudo ♂ ad tempus obſervationis 23° 19′ ♈, Latitudo vero ejus borealis 1° 12′.

## SCHOLION.

937. *Non abſimili modo calculus inſtituitur, ſi ſtellæ omnes fuerint boreales, vel auſtrales, niſi quod ſchema paulo aliter ſit deſcribendum. Exemplum dedit* Mœſtiinus *in demonſtratione Aſtronomica loci ſtellæ novæ in Caſſiopæa* (q).

## COROLLARIUM.

938. Cognita longitudine ac latitudine Cometæ reperitur ejus aſcenſio recta & declinatio (§. 250).

## PROBLEMA 63.

939. *Data Cometæ longitudine & latitudine una cum longitudine Solis, invenire ejus a Sole diſtantiam.*

## RESOLUTIO.

Cum in triangulo CIS ad I rectangulo (§. 227) detur latitudo Cometæ CI & differentia longitudinum IS Solis S & Cometæ C; invenietur diſtantia Cometæ a Sole CS (§. 120 *Sphæric.*). Tab. X. Fig. 95.

E. gr. *Hevelius* (r) A. 1652 d. 20 Dec. hor. 7 veſpertina reperit longitudinem Cometæ tunc fulgentis 68° 24′ 24″, Latitudinem 30° 49′ 1″. Sed longitudo Solis ex ejus calculo tunc erat 269° 39′ 12″, quæ ex illa integro circulo aucta ſubducta relinquit IS 158° 45′ 12″. Eſt itaque

Fff f 3 Log.

(q) p. 31. Legitur etiam apud Tychonem Progymnaſm. lib. I. p. 545.
(r) Comet. gr. lib. I. Sect. 8. f. 80.

Log. Coſin. BS 99694293
BC 99338961

Log. Coſin. CS 1990332 54, cui in tabulis reſpondent 53° 10′ 58″.
Eſt ergo CS 143° 10′ 57″.

### PROBLEMA 64.

Tab. X. Fig. 96. 940. *Datis longitudinibus H & I atque latitudinibus CH & KI Cometæ ad duos dies ſe invicem immediate ſequentes, invenire arcum KC, quem Cometa motu diurno proprio deſcripſit.*

### RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo KMC datur angulus cognominis, quem nempe metitur arcus IH longitudinum differentia (§. 31 *Sphæric.*), una cum lateribus KM & CM, quæ latitudinum KI & CH complementa exiſtunt; reperietur arcus KC (§. 154 *Sphæric.*).

E. gr. *Hevelius* obſervavit A. 1653 d. 2 Jan. h. 6 veſp. 27′ 50″ longitudinem H Cometæ tunc temporis fulgentis 20° 28′ ♉, latitudinem borealem CH 27° 9′; ſed d. 3 Jan. h. 6 veſp. 47′ 30″ longitudinem I 20° 10′ 41″ ♉, latitudinem IK 29° 2′ 40″: erit IH 17′ 19″, KM 60° 57′ 20″, CM 62° 50′. Demiſſo itaque perpendiculo KF erit

Log. Coſ. M 199999945
Cot. MK 97445460

Tang. MF 102554485, cui in tabulis reſpondent 60° 57′ 18″
Sed MC 62 49 60

Ergo FC 1 52 42
Quare porro
Log. Coſ. MK 96861784
Coſ. FC 99997665

196859449
Log. Coſ. MF 96861860

Log. Coſ. CK 99997589, cui in tabulis reſpondent 88° 5′ 10″.
Eſt ergo CK 1° 54′ 50″.

Quodſi latitudo altera fuerit auſtralis CH, altera borealis GN, latus GM eſt aggregatum ex latitudine GN & quadrante NM; arcus vero GC reperitur prorſus ut ante.

### SCHOLION.

941. *Præſtat obſervationes pluribus diebus a ſe invicem diſtantes aſſumere, & motum iis competentem indagare, ſiquidem Cometæ motum diſtinctius cognoſcere libuerit.*

### PROBLEMA 65.

942. *Datis duabus Cometæ longitudinibus H & I una cum latitudinibus reſpondentibus KI & CH, invenire nodum orbitæ Cometæ C & angulum ad nodum COH.* Tab. X. Fig. 96.

### RESOLUTIO.

1. Datis in triangulo MCK lateribus MC & MK una cum angulo intercepto M, quem nempe metitur longitudinum datarum differentia HI (§. 31 *Sphæric.*), inveniatur angulus MKC (§. 156 *Sphær.*),

*Sphær.*), qui ex 180° ſubductus relinquit angulum CKI (§. 43 *Sphæric.*).

2. Datis adeo porro in triangulo OKI ad I rectangulo (§. 227) latitudine IK & angulo OKI modo invento, reperitur angulus IOK (§. 121 *Sphær.*) & arcus OI (§. 124 *Sphæric.*) quo longitudini I addito, habetur nodi O diſtantia a o ♈.

### *SCHOLION.*

943. *Non abſimili modo ex datis duabus aſcenſionibus rectis & declinationibus motus Cometæ proprius, inclinatio orbitæ ejus ad æquatorem & punctum, in quo ea æquatorem interſecat, invenitur.*

### *PROBLEMA 66.*

944. *Inveſtigare tempus, quo Cometa per eclipticam trajecit, dato ejus motu ad ſingulos dies apparitionis una cum latitudine IK ad tempus primæ apparitionis, ejus longitudine I ad idem tempus & diſtantia Nodi O a o ♈.*

### *RESOLUTIO.*

1. A loco nodi O ſubtrahatur longitudo Cometæ I, ut relinquatur arcus OI.
2. Datis adeo in triangulo KOI ad I rectangulo (§. 227) lateribus KI & OI invenitur arcus KO, quem a primo apparitionis die usque ad eclipticam emetiri debuit Cometa.
3. Arcus KO inventus conferatur cum arcubus ab initio apparitionis ad datum usque aliquod momentum ſingulorum dierum, deſcriptis, qui per problema 64 jam ſupputata ſupponuntur: ita enim innoteſcit tempus quæſitum, adhibita, ſi quidem opus fuerit, uti in Aſtronomia moris eſt, parte proportionali.

### *SCHOLION.*

945. *Non abſimili modo inveſtigatur tempus, quo Cometa per æquatorem tranſiit.*

### *PROBLEMA 67.*

946. *Datis aſcenſione recta Solis & ejus a meridiano elongatione atque declinatione & aſcenſione recta Cometæ veris, invenire parallaxin altitudinis Cometæ.*

### *RESOLUTIO.*

1. Obſervetur altitudo Cometæ quadrante exactiſſime diviſo ſumma, qua fieri poteſt, cum cura.
2. Ad idem tempus ex datis ſupputetur altitudo vera (§. 290).
3. Altitudo viſa a vera ſubtrahatur: quod relinquitur, eſt parallaxis quæſita (§. 358).

E. gr. D. 24 Decemb. h. 1. 44′ 15″ mat. *Hevelius* Dantiſci obſervavit altitudinem Cometæ A. 1652 30° 53′. Juxta eundem tum erat Aſcenſio recta Solis 273° 16′ 42″, ejus elongatio a meridiano 206° 3′ 45″, aſcenſio recta Cometæ 56° 49′ 44″, declinatio ejus

19°

19° 9′ 4″. Reperitur adeo altitudo vera 31° 15′ 11″, unde ſubducta viſa 30° 53′, relinquitur parallaxis 22′ 11″.

## SCHOLION.

947. *Operoſius multo* Tycho de Brahe *ex diſtantiis eruit parallaxin* (s).

## COROLLARIUM.

948. Data altitudine Cometæ & ejus parallaxi invenitur diſtantia a terra in ſemidiametris terreſtribus (§. 796).

## PROBLEMA 68.

Tab. IV. Fig. 44. 949. *Determinare diſtantiam TR, ultra quam Cometa aut aliud phænomenon in æquatore poſitum a centro Terræ removeri debet, ut datum tempus ſuper horizonte apparente HR conſumat.*

## RESOLUTIO.

1. Tempus dimidiæ moræ ſuper horizonte apparente HR convertatur in gradus & ſcrupula æquatoris (§. 202), ut habeatur arcus VR, conſequenter angulus HTR (§. 55 *Geom.*).
2. Datis jam in triangulo HTR ad H rectangulo latere TH ſeu terræ ſemidiametro, quæ ſit 1, vel per ea, quæ in Geographia oſtendentur, 860 milliarium Germanicorum, & angulo HTR modo invento, reperitur TR (§. 34 *Trigon.*).

E. gr. Sit tempus dimidiæ moræ ſuper horizonte 5 h. 55′, ſeu tempus moræ integræ 11 h. 50′, erit VR ſeu HTR 88° 45′, adeoque

| | | |
|---|---|---|
| Log. Sin. R | | 83387529 |
| | TH | 29344984 |
| Sin. tot. | | 100000000 |
| Log. TR | | 45957455, |

cui in magno Canone Briggii reſpondent 39423.

Eſt igitur TR 39423 milliarium Germanicorum ſeu 46 fere ſemidiametrorum terreſtrium. Quodſi mora ſuper horizonte dimidia ponatur 5 h. 57′ 30″, ſeu integra 11 h. 55′, erit VR 89° 22′ 30″: unde TR reperitur 91 ſemidiametrorum terreſtrium, adeoque Lunæ diſtantia a terra major (§. 796).

## OBSERVATIO 55.

950. Hevelius (t) *obſervavit, Cometam anni 1652 d. 26 Decemb. cum duabus ſtellulis in pede Perſei una ortum eſſe & occidiſſe, adeoque per 17 horas ſupra horizontem extitiſſe. Et ſimilis mora Cometarum aliorum ſuper horizonte ab aliis annotata eſt.*

## COROLLARIUM.

951. Fieri adeo nequit, ut Cometæ in aëre noſtro commorentur, ſed ter aut quater mille milliaribus Germanicis a centro Terræ remoti ſint opus eſt, immo ſi inter moram fixarum & Cometarum ſuper horizonte nulla differentia ſenſi-

(s) Progymnaſm. lib. 2. p. 106 & ſeqq.
(t) Cometogr. lib. 3 f. 151.

ſenſibilis intercedit, ultra Lunam a terrâ diſtare debent (§. 369).

## SCHOLION.

952. *Abſurda igitur eſt Ariſtotelicorum hypotheſis de Cometarum ex exhalationibus e terrâ in atmoſphæram elevatis ortu.*

## OBSERVATIO 56.

953. *Idem* Hevelius (c) *eodem die hor. 6 circiter veſpertina Cometam in eadem fere linea recta cum duabus fixis in pede Perſei notavit, non tamen æquali omnino ſpatio ab invicem remota, diſtantia nimirum inter Cometam & calcaneum Perſei* 1° 45′, *inter calcaneum & ſequentem ſiniſtri pedis* 2° 10′ *exiſtente. Eodem die hor.* 6, 16′ *veſp.* Bullialdus *Pariſiis in eadem recta linea vidit ambas ſiniſtri pedis Perſei & Cometam calcaneo quam alteri propiorem & ipſo borealiorem & occidentaliorem, ſatisque diu Cometam in hoc poſitu perſtitiſſe deprehendit, ita ut circa hor. 9 non multum rectam iſtam lineam ſuperaverit. Immo hoc ipſum plane phœnomenon eodem die etiam Regiomonti, Hafniæ, Monaſterii, Lugduni Batavorum, Bruxellis, Boniæ in Provincia Galliæ alibique obſervatum eſſe,* Hevelius *autor eſt.*

(II.)

## COROLLARIUM.

954. Cum Luna parallaxin admodum ſenſibilem habeat (§. 796), Cometa autem tunc temporis parallaxi ſenſibili fere deſtitutus fuerit (§. 953); dubio ſane caret, quod ultra regionem Lunæ a terra diſtiterit.

## SCHOLION.

955. *Idem ſane manifeſtum eſt, ex comparatione parallaxium Lunæ atque Cometæ* (§. 946).

## OBSERVATIO 57.

956. *Cometarum motus proprius omni tempore, quo accuratius in eundem inquiſiverunt Aſtronomi, admodum regularis deprehenſus: prout obſervationes* Tychonis (d), Hevelii (e), Caſſini (f) *aliorumque abunde loquuntur. Quodſi cum* Caſſino *motus Cometarum, qui diverſis temporibus apparuerunt, proprios inter ſe conferre libuerit; mira inter veteres & recentiores obſervabitur convenientia. E. gr. Cometa A. 1680 iisdem prorſus legibus motus, quas Cometa A. 1577* Tychoni *obſervatus reſpexit. Uterque nimirum ſub initium apparitionis motu diurno* 4° 16″ *verſus orientem gaviſus eſt: eadem in utriusque motu notantur decrementa, cumque prior*

Gggg *evane-*

(c) loc. cit. f. 154.
(d) Progymnaſm. lib. 2. p. 86.
(e) Cometogr. lib. 2. f. 105 & ſeqq.
(f) In libello de Cometis.

*evanſceret, minuta nonniſi* 16, *poſterior in eadem ſtatu* 18 *per diem conficere viſus eſt. Uterque eclipticam circa* 21° ♐ *interſecavit, & ſub eodem fere angulo, cum æquatore angulum* 33° *effecit & prope trecenteſimum a* 0 ♈ *gradum per eum trajecit. Uterque ſub iisdem plane ſtellis fixis inceſſit. Eadem fere ſemita fuit Cometarum annorum* 1665. 1672 *&* 1677; *immo omnium Cometarum notatur quaſi aliquis Zodiacus, cujus Conſtellationes* Caſſinus *his verſiculis comprehendit*:

Antinous, Pegaſusque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

*Nec id negligi debet, quod, cum Cometa anni* 1680 *&* 1681 *nudis oculis non amplius appareret, per teleſcopium tamen videri adhuc potuerit & quidem facilius per teleſcopium* 4 *pedum, quam per aliud excellentius* 20 *pedum, ipſoque Jove major apparuerit.*

## SCHOLION 1.

957. *Immo motus Cometarum adeo regularis, ut non modo* Caſſinus *in orbitis rectilineis, verum etiam* Hallejus *in orbitis parabolicis, in quarum foco Sol exiſtit, vi theoriæ illuſtris* Nevvtoni (g), *ex quibusdam locis ſub initium apparitionis obſervatis loca in futuros dies ſupputare docuerint, nec irrito ſucceſſu* (h).

## COROLLARIUM.

958. Cum Cometæ adeo regularem obſervent motum, corpora mundo coæva eſſe videntur, quæ in orbitis valde eccentricis circa Solem feruntur, adeoque non videntur, niſi quando noctu circa perihelium verſantur.

## SCHOLION 2.

959. *Atque hinc apparet, quod vaſtum illud ſpatium inter Saturnum atque fixas interjectum* (§. . ) *non ſit prorſus inane; ſed motibus Cometarum locum concedat.*

## OBSERVATIO 58.

960. *Per teleſcopia ſi ſpectantur Cometarum capita, longe aliam ſui faciem exhibent quam fixæ atque planetæ. Sane* Cel. Sturmius (i) *fatetur, ſe teleſcopium primum in Cometam anni* 1680, *deinde in* ♃ *aut vicinam* ♀ *& in Aquilæ Lyræque lucidas dirigentem, prunæ obſcurius candenti, aut maſſæ interminatæ triſti ac fumido quaſi lumine, in medio paulo magis, ad extrema minus, colluſtratæ potius, quam ſtellæ diſco rotundo ac vivida luce corruſcanti ſimilem vidiſſe.* Hevelius (k) *de* Cometa A. 1661 *ſequentia annotavit. D.* 3 *Febr. caput ſubflavi coloris*

(g) Princip. Phil. Nat. Math. lib. 3 prop. 40 p. 445.
(h) Vid. Halleji Synopſis Comet. Cometicæ in Tranſ. Angl. n. 1882. p. 218. & Actis Erud. A. 1707 p. 297.
(i) in differt. de Nat. Comet. c. 2 phæn. 12 p. 124 Tom. 2 Phil. Eclect.
(k) Cometogr. lib. 7 f. 316.

*is, clarum & conſpicuum, nullo tamen vibranti præditum erat lumine. In meditullio unum denſum & ſubfuſſum referebat nucleum, ipſi Jovi propemodum æqualem: quem autem materia longe dilutior & tenuior cingebat. D. 5 Febr. caput aliquanto majus & clarius aurei coloris; lumen tamen triſtius, quam reliquarum ſtellarum apparebat. At vero nucleus ille unicus in diverſas partes jam diſſectus erat. D. 6 Febr. Cometa eundem fere adhuc referebat colorem, non diſſimilem ei, paulo tamen obtuſiorem, quem ſtella in humero aquilæ alias exhibet. Diſcus ex parte decreverat; nuclei autem plerique etiam minores exiſtebant: quorum alius in parte diſci inferiori ad ſiniſtram præ reliquis omnibus multo denſior clariorque corpore rotundo, inſtar lucidiſſimæ alicujus ſtellulæ extitit: quos nucleos alia materia, ut ſemper, omnino circumdabat. D. 7 Febr. Caput a priore facie paullulum recedebat, ſic ut nucleus iſte clarior non adeo jam eſſet conſpicuus: interea tamen fere adhuc ejusdem erat coloris & magnitudinis. D. 10 Febr. caput jam aliquanto obſcurius atque nuclei confuſiores; in parte tamen inferiori clariores, quam in ſuperiori: cujus alias magnitudo quoad nucleos pene nis erat eadem. D. 13 Febr. caput multum decreverat tam ratione magnitudinis, quam claritatis. D. 17 Febr. Cometa conſpicuæ adhuc erat magnitudinis, etiam Luna ſplendente. Nuclei ſiquidem propemodum diametrum Veneris æquabant: etiam ratione luminis & coloris fere eandem ſpeciem, niſi quod aliquanto turbidum & hebetudine languidum exhiberet. D. 20 Febr. totus Cometa ob Lunæ ſplendorem, una cum nucleis & materia circumſtante pallidior & languidior videbatur. D. 2 Martii ſatis adhuc conſpicuus, magnitudine aliquot minutorum in diametro; non tamen omnino rotundus, adhæc circumcirca laceratus & diſperſus exiſtebat. D. 10 Mart. eundem fere præ ſe ferebat magnitudinem, niſi quod totum corpus cum nucleis obtuſius triſtiusque exiſteret. D. 28 Martii Cometa pallidiſſimus & tenuiſſimus, maxime vero ratione materiæ erat valde diſperſus, ut nulli omnino nuclei diſcrete animadverterentur, quanquam magnitudo ejus parum decreverat.* Erhardus Weigelius, *cui Cometam A. 1664 una cum Luna & nubecula aliqua a Sole illuminata ſimul contueri datum eſt, advertit* (e), *quod Luna per tubum conſpecta continuam exhibeat ſuperficiem luminoſam, Cometa vero non item,*

Gggg 2

(f) Vid. die Fortſetzung des Himmels-Spiegels c. 11. §. 5. p. 96.

*item, nubeculæ in vicinia horizontis a Sole adhuc illuminatæ ſimillimus.*

### COROLLARIUM.

961. Patet adeo, Cometas proprio lumine deſtitui, & hinc a Sole illuſtrari.

### SCHOLION.

962. *Ex iisdem obſervationibus* Hevelius *aliique concludunt, Cometas ad inſtar macularum Solis, quibus nempe ſimillimi* (§.398), *ex ejus exhalationibus ceu fuliginibus concreſcere,* Keplero (g) *calculum adjicientes, qui Cometas in æthere inſtar piſcium in oceano magno numero gigni ſtatuit, etſi non omnes in oculum incurrant, vel quia minores, vel quia interdiu ſuper horizonte exiſtunt. Quamvis autem hæc hypotheſis probabilitate ſua non deſtituatur, præſertim ſi obſervationes* Hevelianæ *fuerint ſatis accuratæ; rationes tamen ſuperius allatæ faciunt, ut in eorum ſententiam magis propendeam, qui Cometas corpora mundo coæva eſſe ſtatuunt, præſertim poſtquam vir ſummus* Nevvtonus (h) *oſtendit, Cometam A.* 1680 *in tranſitu ſuo per viciniam Solis ſtatim diſſipari debuiſſe, ſi ex Solis & Planetarum exhalationibus conſtitiſſet. Si cælum nobis in poſterum aliquot adhuc Cometas ſpectandos exhibuerit; nullus dubito fore, ut tandem certiora de eorum natura tradantur.*

### OBSERVATIO 59.

963. Dominicus Casſini *autor eſt, Cometas annorum 1665 & 1680, cum 22 aut 23 gradibus a Sole tantum diſtarent, pleno orbe fulſiſſe.*

### COROLLARIUM.

964. Cum adeo a Sole illuminentur (§.962); evidens eſt, Cometas annorum 1665 & 1680 ſupra Solem extitiſſe.

### OBSERVATIO 60.

965. *Caudæ Cometarum ſemper projiciuntur in partem a Sole averſam, etſi* Tycho *in Cometa A.* 1577 *&* Hevelius *in Cometa A.* 1652 *aliquam inclinationem, calculo ſcrupuloſius ſubducto, notaverint. Longitudo caudarum in uno Cometa diverſis temporibus varia. Sane Cometæ, qui A. 1680 apparuit, cauda circa 20 Nov. obſervante* Sturmio (h) *gracilis ſatis & ad ſummum 20 gradus longa, mox ſtupenda plusquam 60 graduum longitudine per aliquot noctes conſpicua fuit, deinceps autem indies fere magis magisque decrevit. Stellas fixas per caudas Cometarum tralucentes viderunt* Cyſatus, Crügerus, Tycho, Keplerus, Schickardus, Hevelius (i). *Plerumque tamen caudæ ſtellas occultant.*

### COROLLARIUM I.

966. Patet adeo, caudas Cometarum eſſe congeriem exhalationum e capite aſcendentium.

CO-

(g) in ausführlichen Berichte von den Cometen des 1607 Jahres.
(h) in Princip. Phil. natur. lib. 3 prop. 41 p. 466 edit. poſt.
(i) Philoſ. Eclect. Tom. 2 p. 133.
(k) Vid. Hevelii Cometogr. lib. 8 f. 516. 517.

*COROLLARIUM* 2.

967. Quare cum a Sole illuminentur (§. 962), neceſſe eſt, radiis ſolaribus per caput Cometæ tranſitum concedi.

# F I N I S.

## Errata ſic Corrigenda.

| Pag. | Lin. | Errat. | Corrig. |
|---|---|---|---|
| 410 | 19 | PG | P*d* |
| 411 | 23 | *ſ*G 27′ 43″ | *ſd* 23′ 17″ |
| 415 | 9 | PT | PV |
| 424 | 20 | declinationem SD | aſcenſionem rectam GD |
| 427 | 2 | majorem | minus |
| 430 | 13 | DK | SK |
| 431 | 30 | Sol | ſtella |
| 445 | 4 | OM | CM |
| 450 | 1 | | deleatur HE |
| 452 | 1 | SI | *ſ*I |
| 453 | 13 | T | H |
| 456 | 31 | finem veſpertini | meridiem |
| 507 | 12 | PSA | ISA |
| | 21 | P | I |
| 508 | 3 | K | I |
| 521 | 29 | ultra F | ultra C |
| 527 | 28 | BSD | CSD |
| 528 | 4.12 | A | S |
| 530 | 5 | F | M |
| | 8 | A | O |
| | 19.21 | B | P |
| 563 | 27 | BC | BD |
| 568 | 31 | E | O |
| 569 | 10 | A | I |

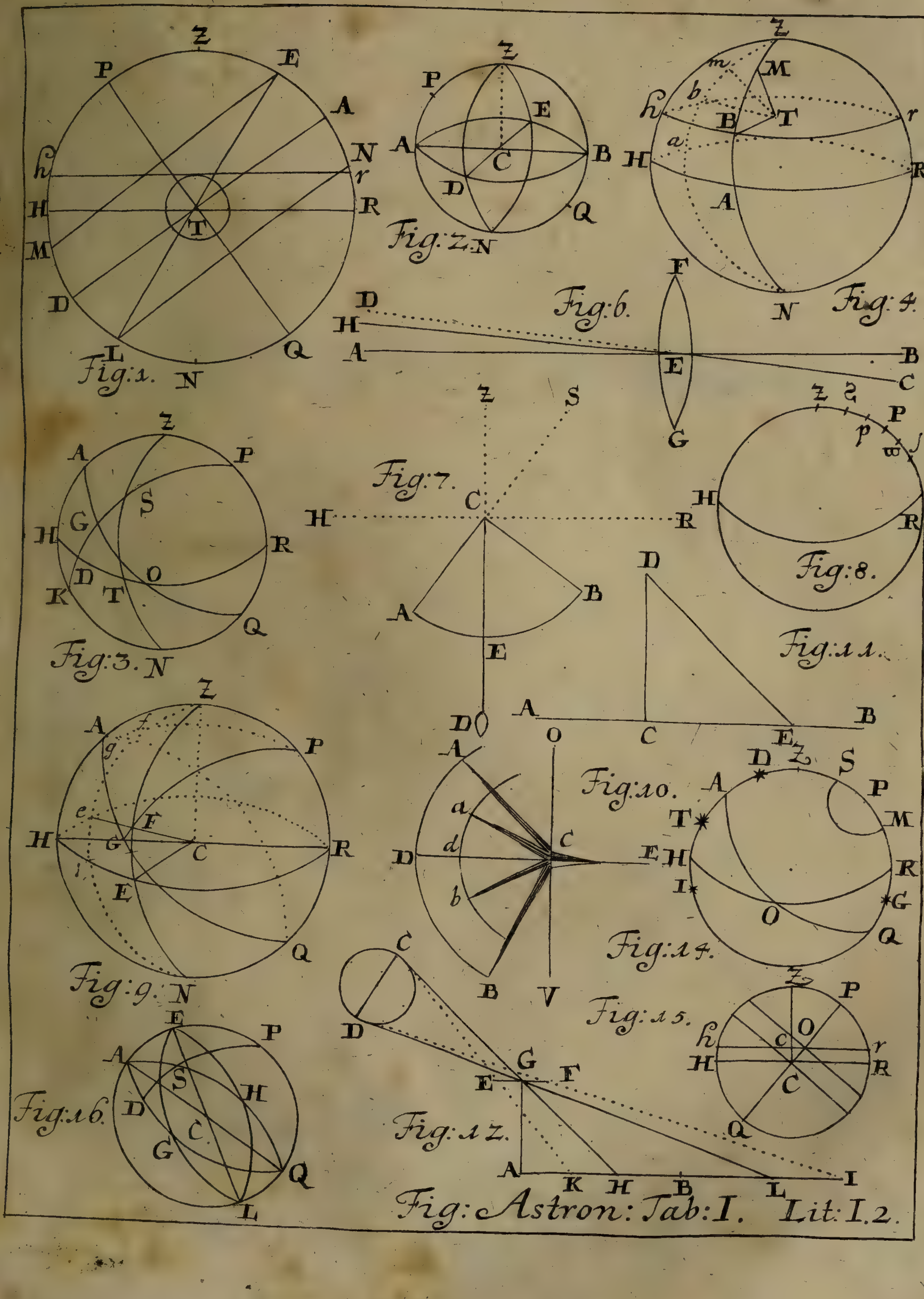



Fig: Astron: Tab: I. Lit: I.2.

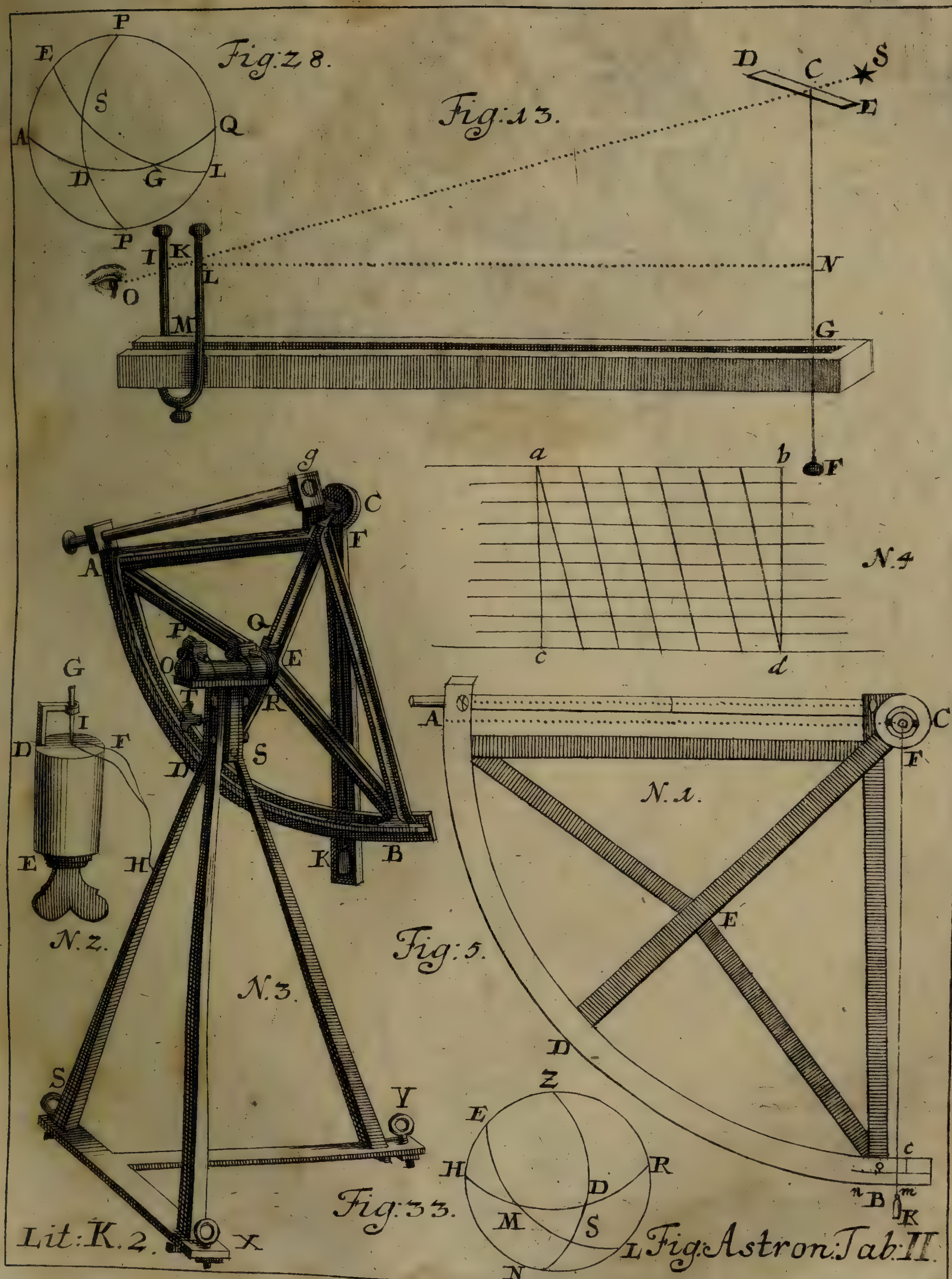


Fig:Astron:Tab:II.

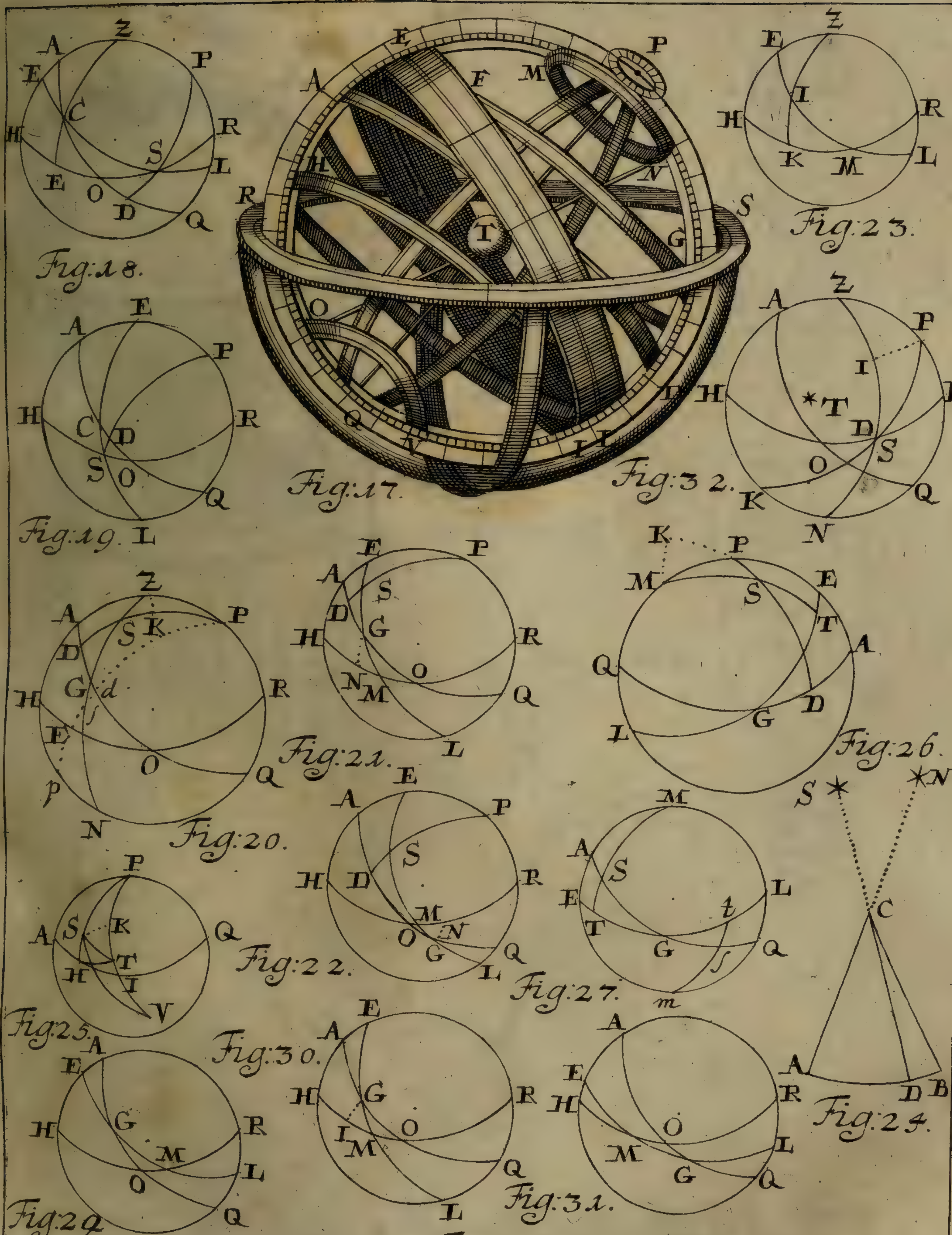



Fig: Astron: Tab: III. Lit: L 2.

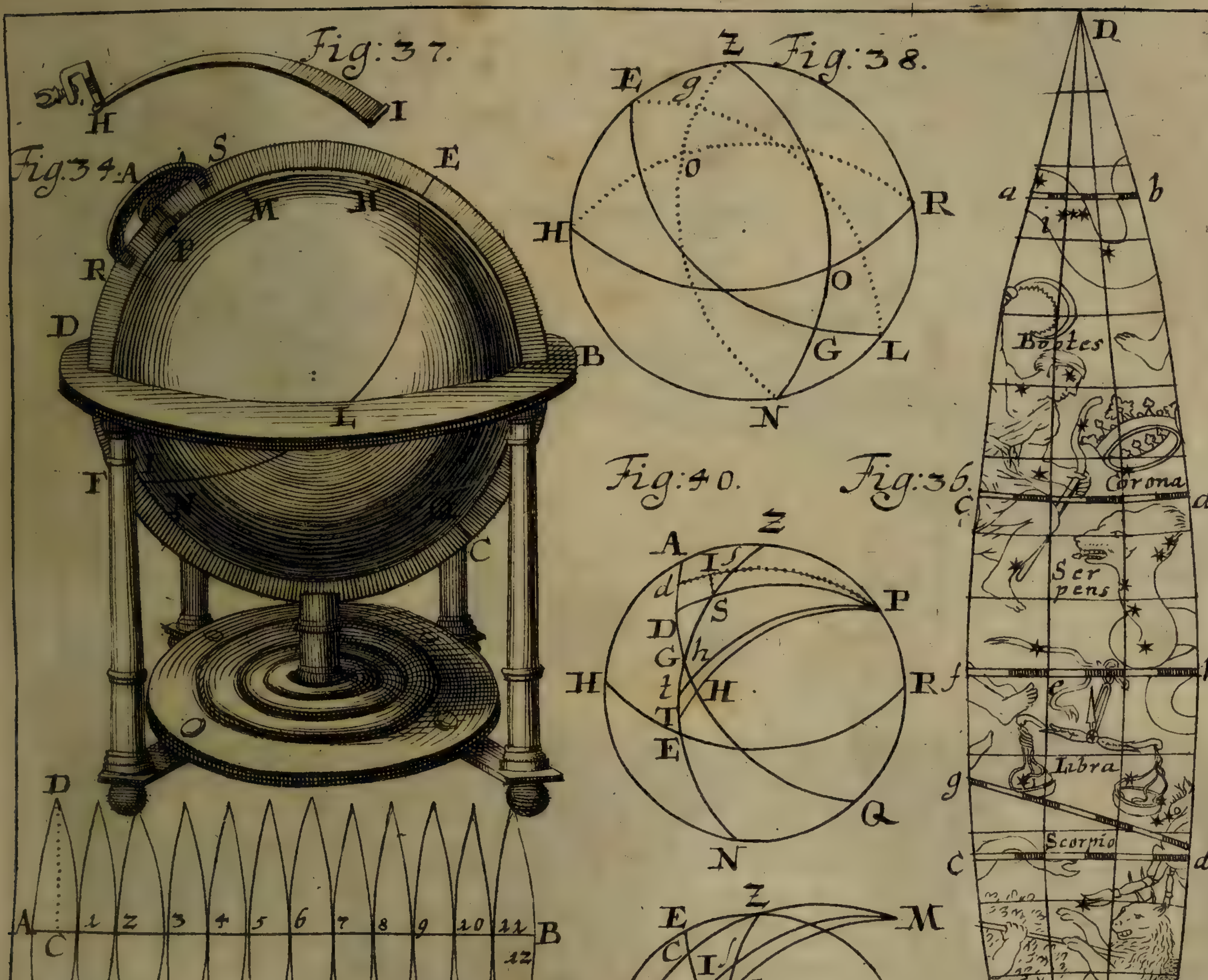
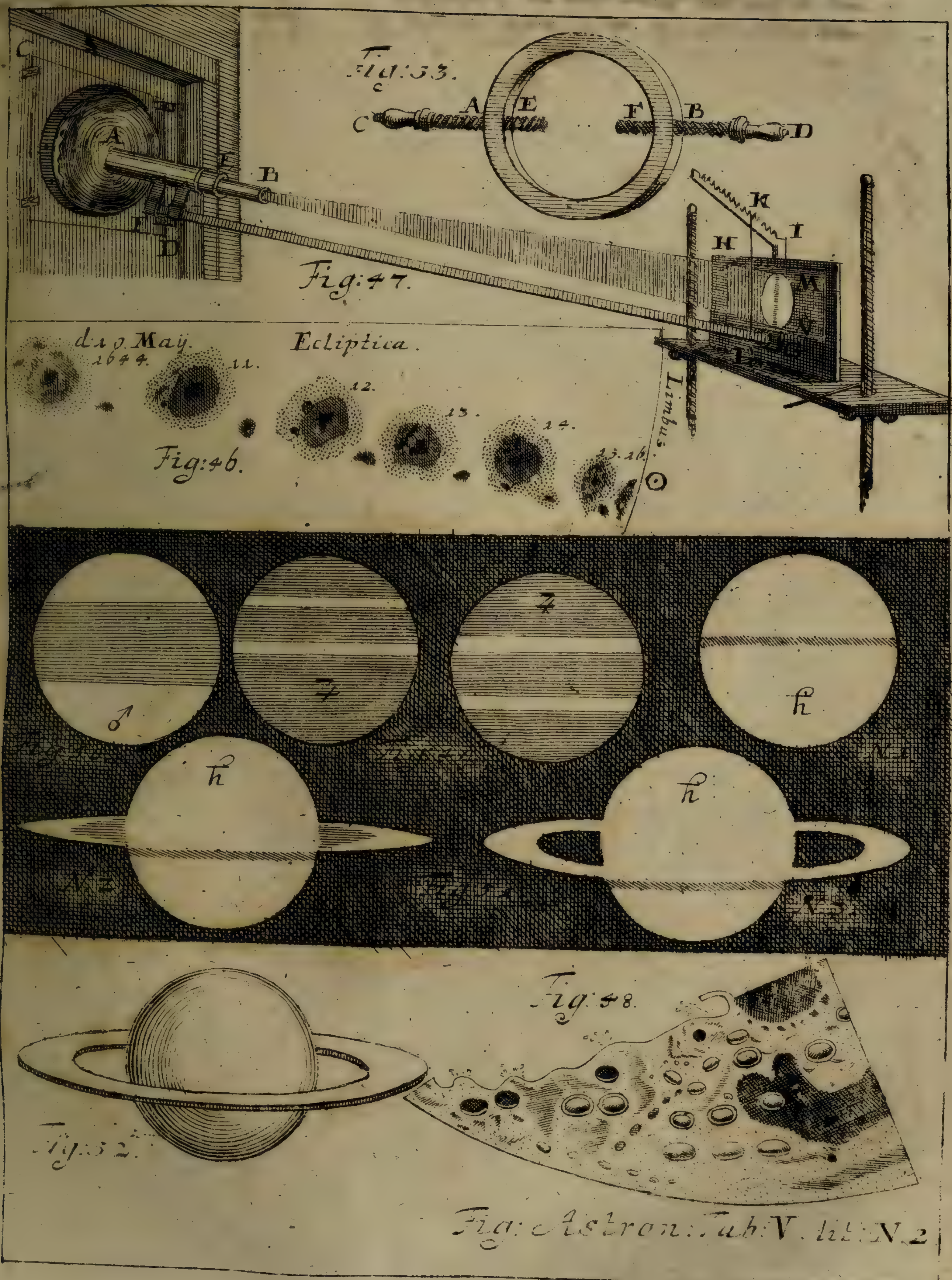



Fig: Astron: Tab: IV. Lit: M. 2.


Fig:53.
Fig:47.
d. 10 May. 1644.
Ecliptica.
Limbus.
Fig:46.
Fig:48.
Fig:52.
Fig: Astron: Tab: V. lit: N.2

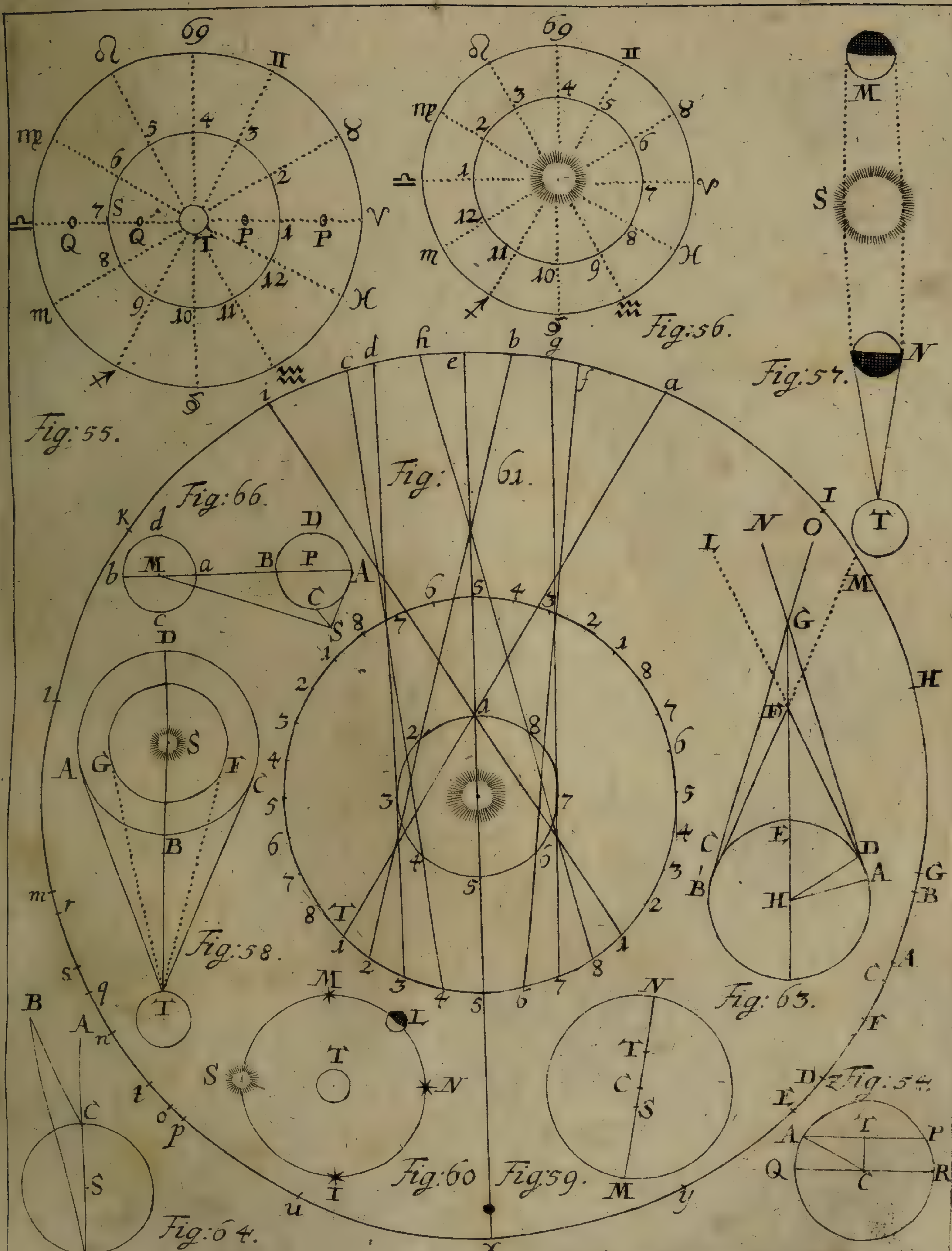



Fig: Aſtron: Tab: VI. Lit. O2

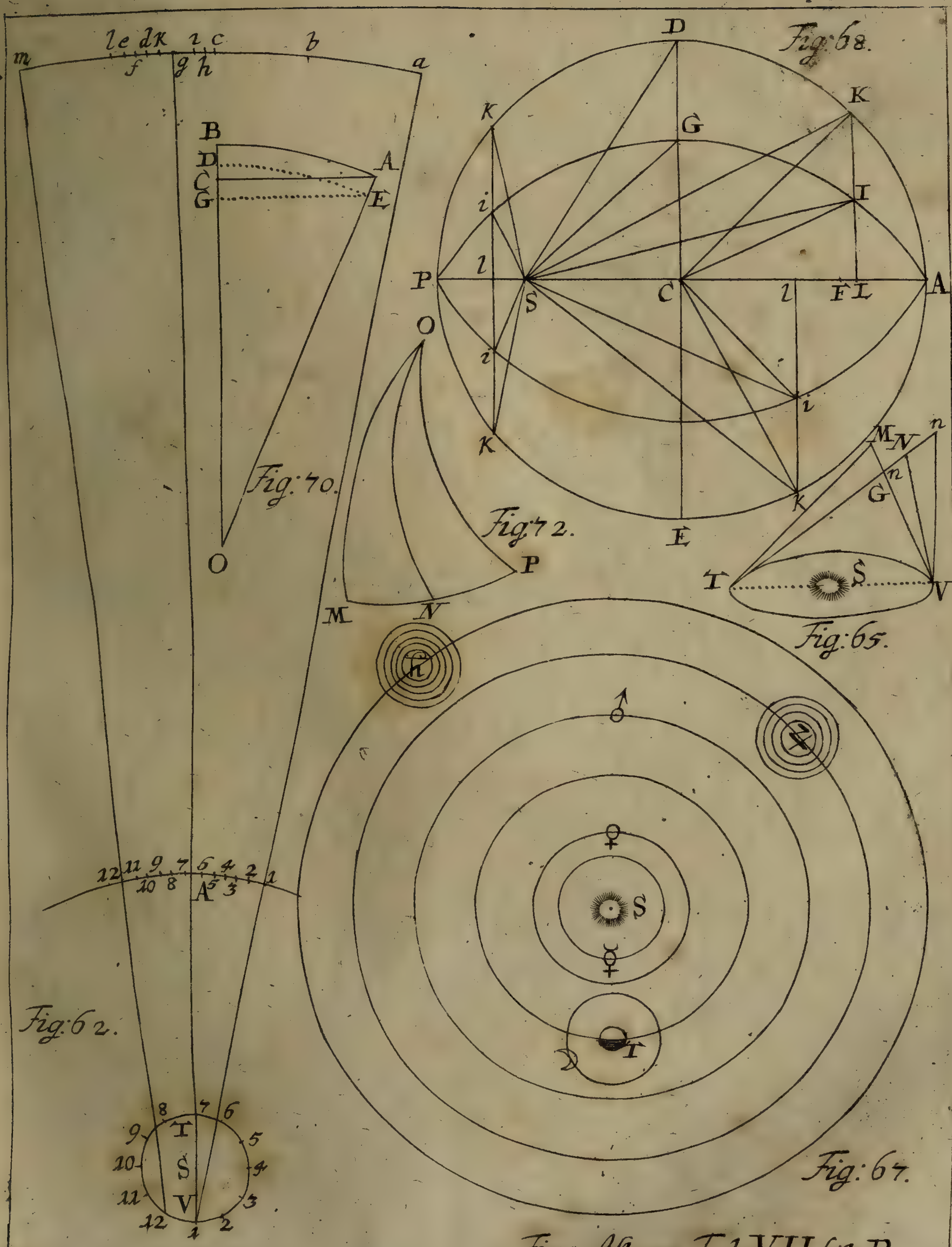



*Fig: Aſtron: Tab: VII Lit: P. 2.*

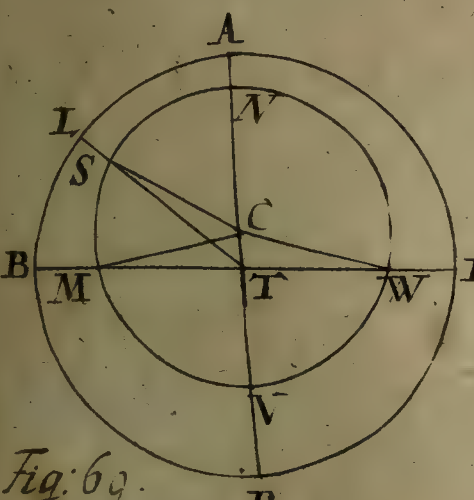



Fig: 69.

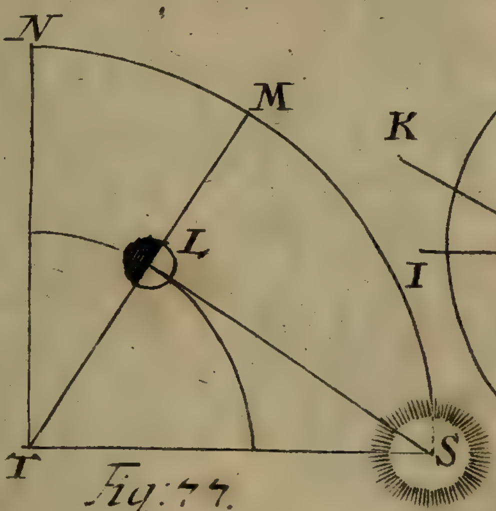



Fig: 77.

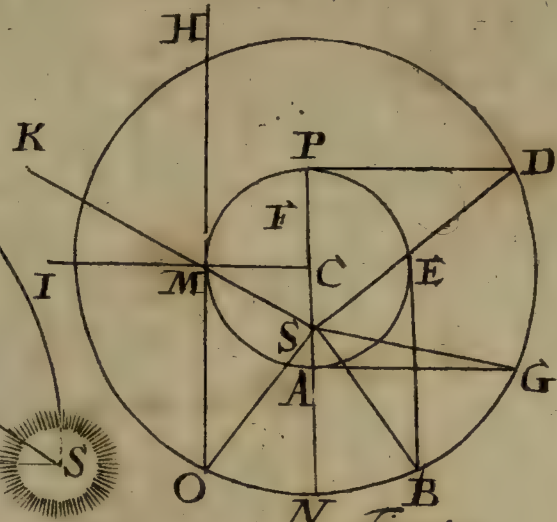



Fig: 73.

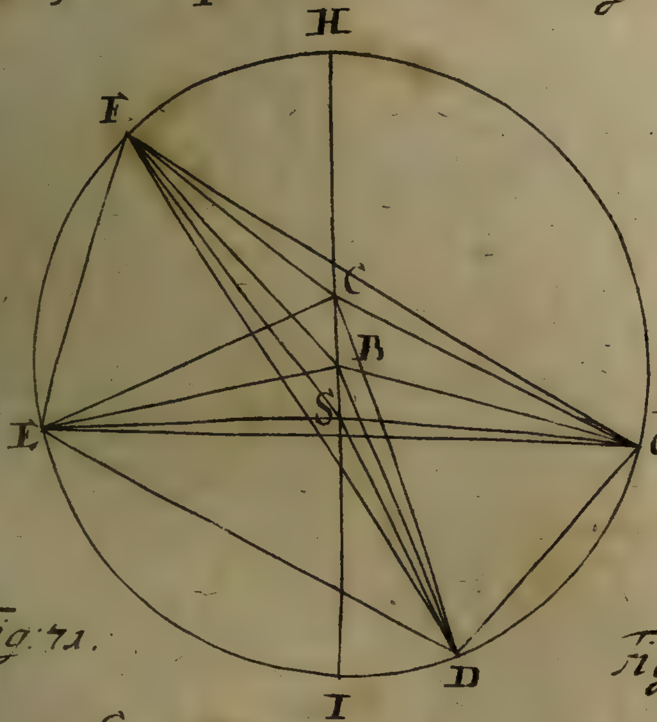



Fig: 71.

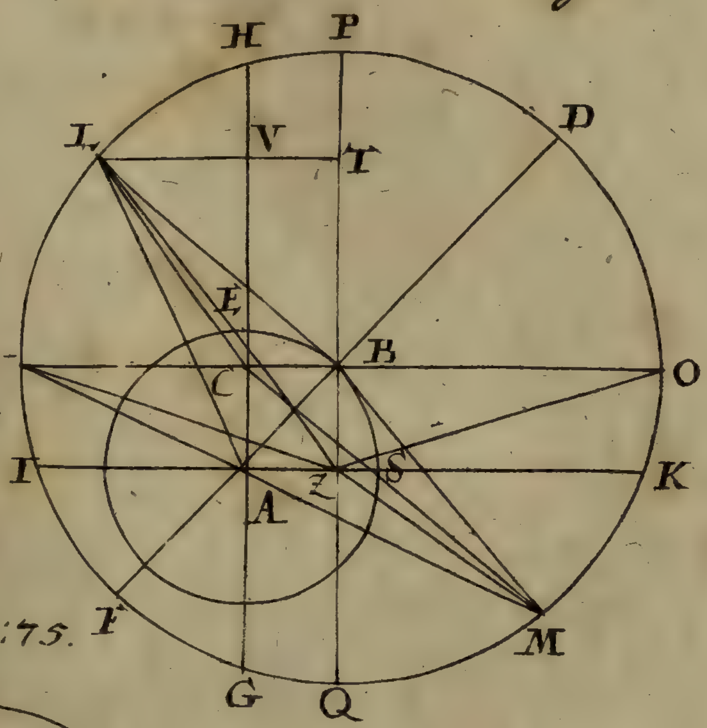



Fig: 75.

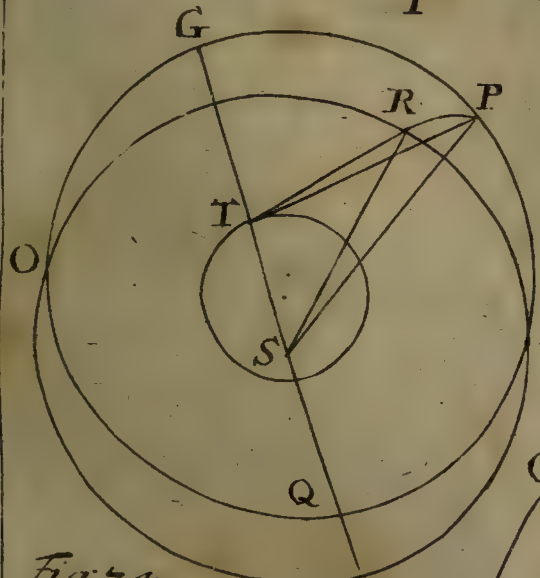
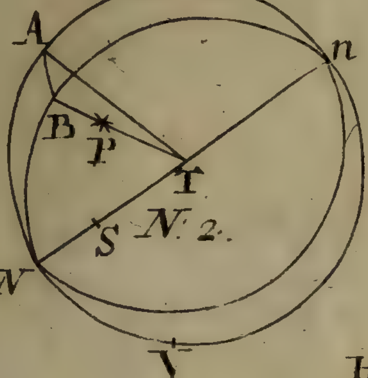



Fig: 74. N: 1.



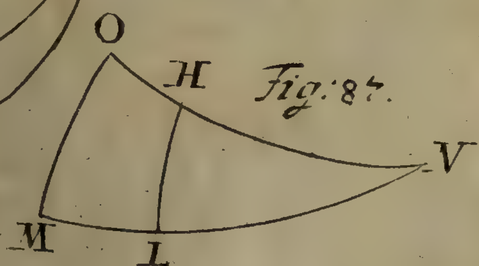




Fig: 87.

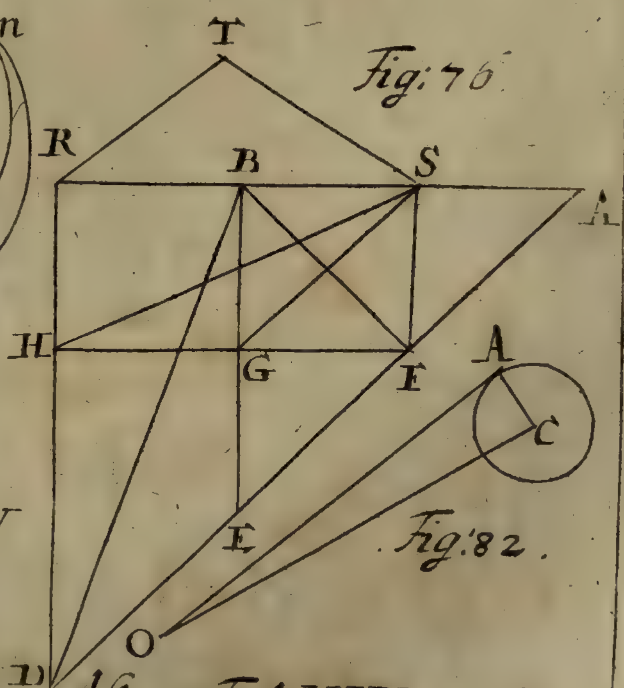
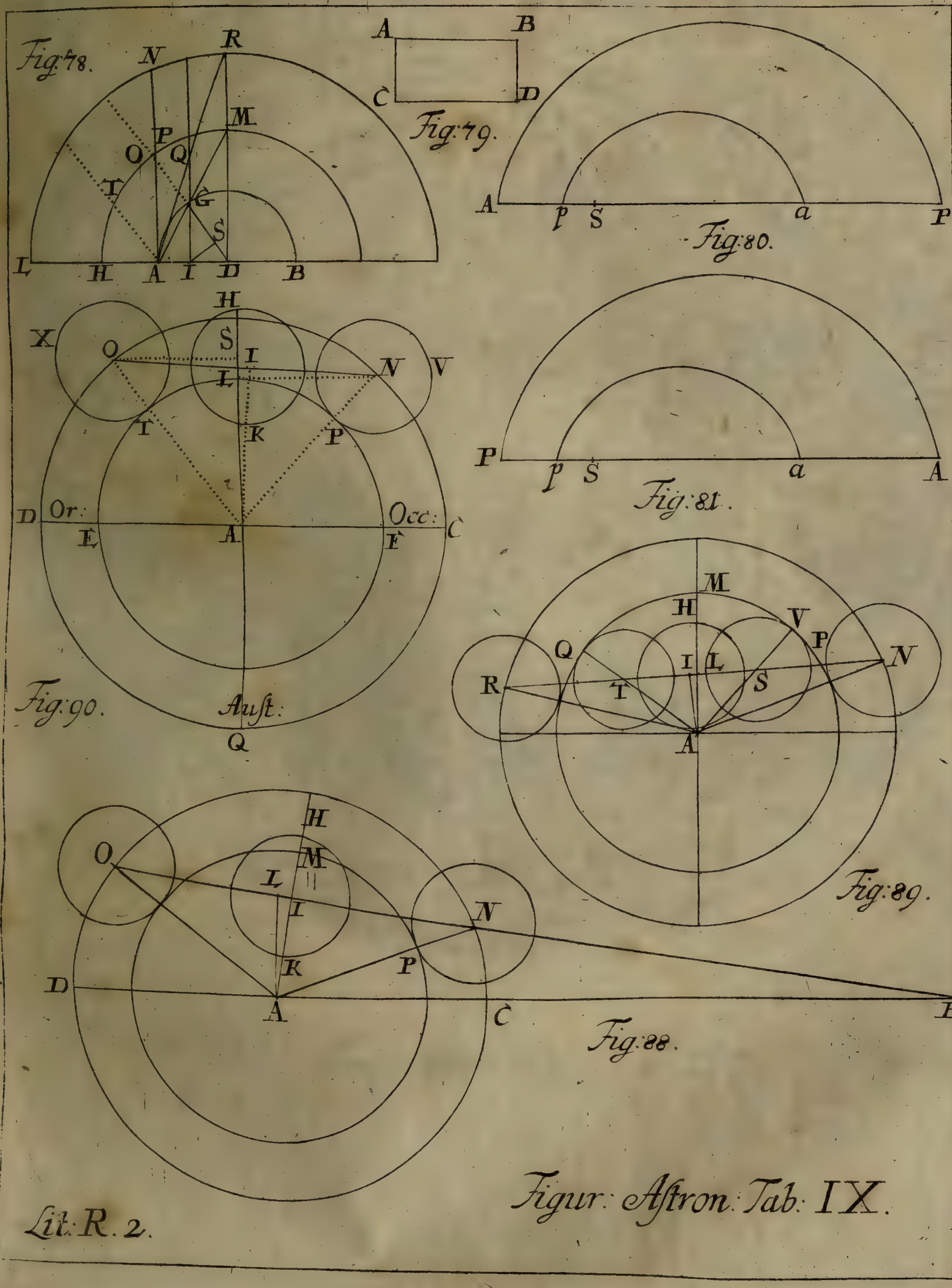



Fig: 76.

Fig: 82.

Fig: Aſtron: Tab: VIII. Lit: Q. 2.




Figur: Aſtron: Tab: IX.

Lit: R. 2.

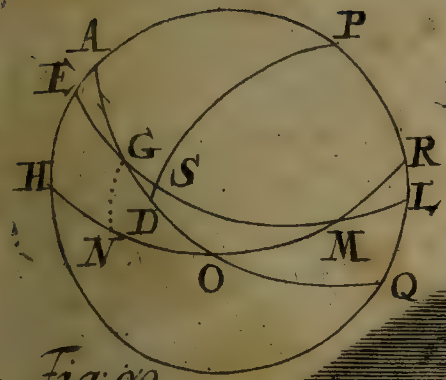



Fig: 90.

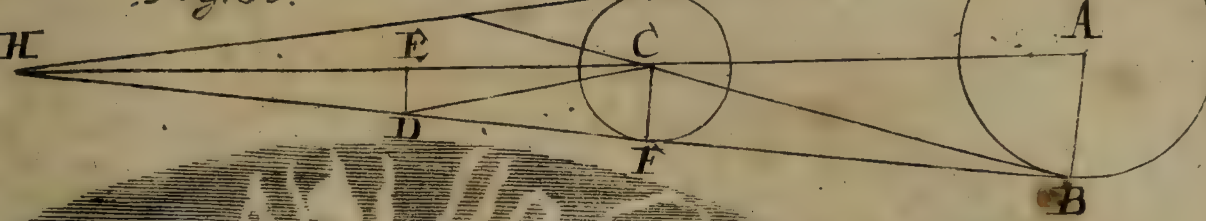



Fig: 86.



Fig: 84.

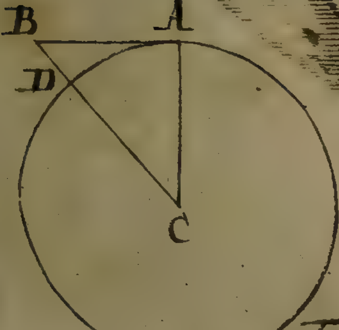



Fig: 83.

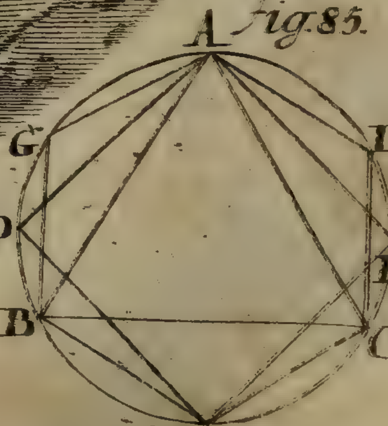



Fig. 85.

Figur: Aſtron: Tab: X. Lit: B. 2.

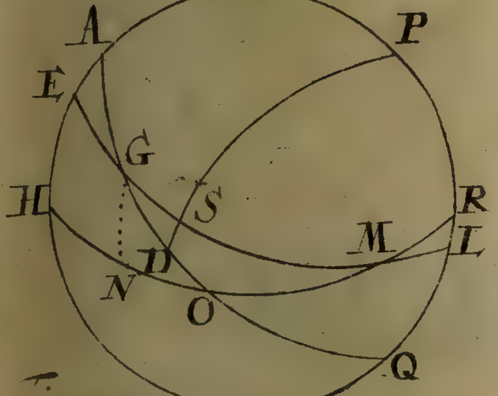



Fig: 91.

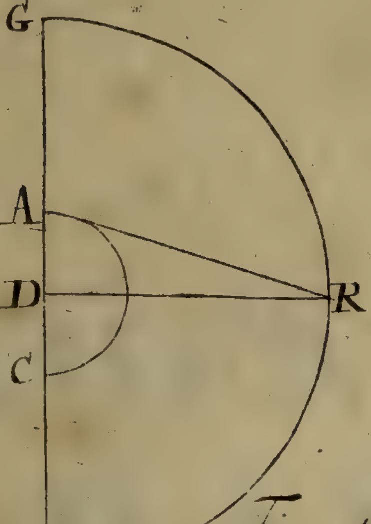



Fig: 93.

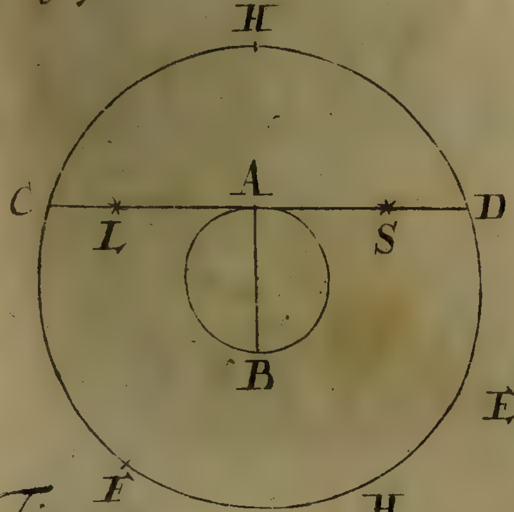



Fig: 92.

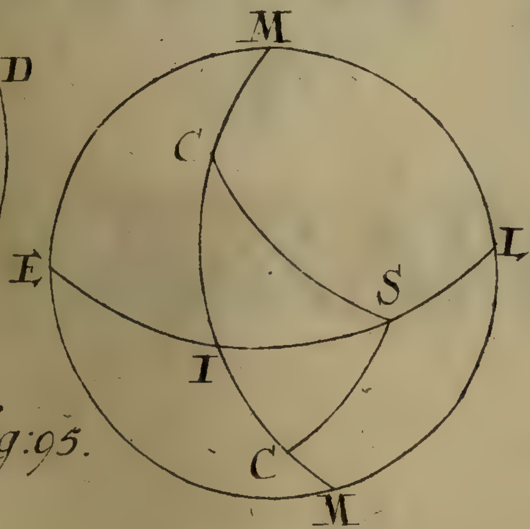



Fig: 95.

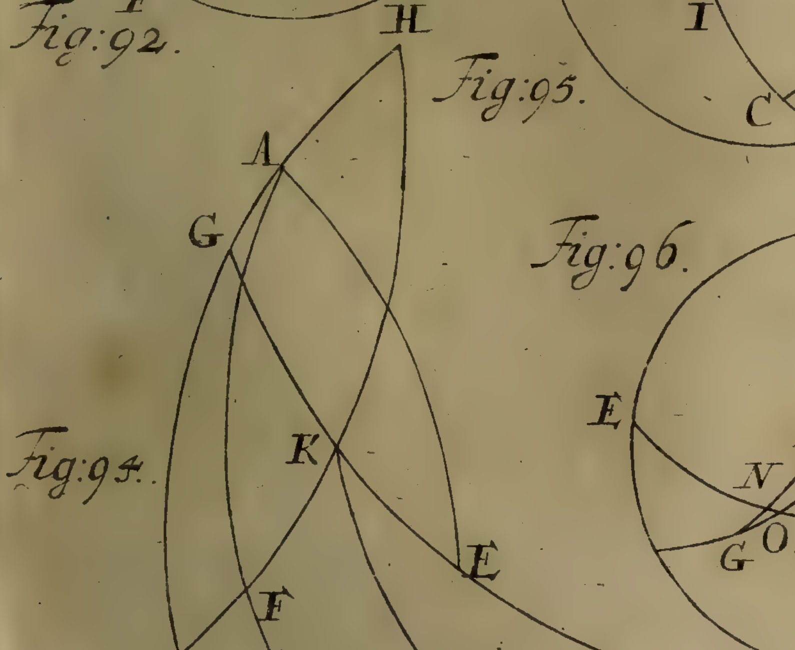



Fig: 94.

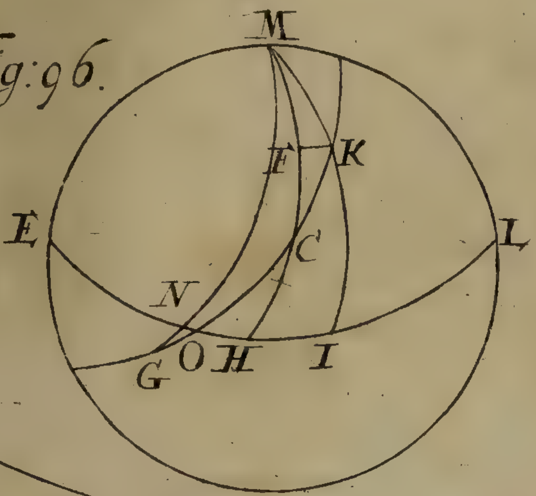
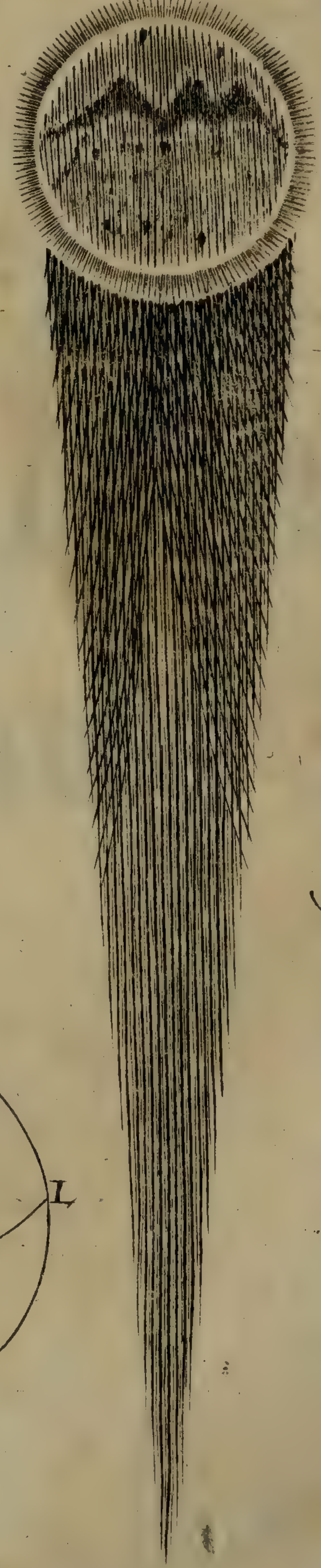



Fig: 96.



Cometa A. 1652 ab Hevelio obſervatus.

Fig: Aſtron: Tab: X. Lit: T. 2.

# ELEMENTA GEOGRAPHIÆ ET HYDROGRAPHIÆ.

# PRÆFATIO.

IN his Geographiæ elementis ea tantum tradimus, quæ mathematicæ conſiderationis exiſtunt, inſuper habitis iis, quæ vel ad Geographiam phyſicam, vel ad politicam referuntur, tanquam a foro noſtro alienis. Tellurem adeo non alia ratione conſideramus, niſi quatenus cum in ſe, tum quoad affectiones ſuas & relationes ad univerſum menſurabilis. In his enim fundatur conſtructio globorum artificialium & mapparum geographicarum; in his continetur ratio variationum ſtatarum tempeſtatis & longitudinis dierum atque noctium: quæ omnia ſcitu non minus jucunda, quam utilia ſunt. Explicata igitur in his elementis invenies, quæ magnitudinem & figuram Telluris, locorum ſitum & diſtantiam, climatum & Zonarum diverſitatem aliaque hujus generis concernunt,

nunt, una cum globorum & mapparum conſtructionibus. Et quia hydrographia, quæ artem potiſſimum navigandi declarat, quatenus principiis mathematicis, præſertim Aſtronomicis, ſuffulcitur, cognata eſt Geographiæ; id circo eandem huic jungere libuit, præſertim cum, Aſtronomia jam prolixe pertractata, utramque ſcientiam, ex hac alias bene multa mutuantem, arctioribus limitibus circumſcribere licuerit. Quotquot ergo ad Geographiæ elementa accedunt, iis autor ſum, ut, antequam hoc faciant, primam minimum Aſtronomiæ partem ſibi familiarem reddant, ita nimirum nihil difficultatis in ipſis deprehendent. Cæterum Geographia mathematica facem præfert ſtudio Geographiæ omni reliquo, ita ut nec mapparum ratio & uſus ſine ea intelligi poſſit.

ELE-

# ELEMENTA GEOGRAPHIÆ ET HYDROGRAPHIÆ.

## CAPUT I.

## De FIGURA ET MAGNITUDINE TELLURIS.

### *DEFINITIO* I.

1. Geographia eſt ſcientia Telluris, quatenus cum in ſe, tum quoad affectiones ſuas menſurabilis.

### *DEFINITIO* 2.

2. *Hydrographia* in ſpecie eſt ſcientia maris, quatenus præſertim navigabile.

### *THEOREMA* I.

3. *Terræ figura propemodum ſphærica eſt.*

### *DEMONSTRATIO.*

Luna ab umbra Telluris eclipſatur (§. 430 *Aſtron.*). Sed umbra Telluris inſtar circuli apparet (§. 429), ſive verſus ortum, ſive verſus auſtrum, ſive verſus occaſum vergat, ejusque diameter pro diverſa Lunæ in eam ingredientis a terra diſtantia major minorve exiſtit, major nempe in minore, minor in majore (§. 845 *Aſtron.*): Umbra igitur telluris in omni ſitu conica eſt (§. 441 *Geom.*), conſequenter figura Telluris propemodum ſphærica (§. 166 *Optic.*). *Q. e. d.*

### *SCHOLION* I.

4. *Dico, Tellurem propemodum ſphæricam eſſe: montes enim perfectæ ſphæricitati obſtant. Præterea* Hugenius (a) & Nevvtonus (b) *demonſtrarunt, tellurem ſub æquatore altiorem eſſe quam ad polos. Ratio a motu vertiginis deſumitur, ut in Sole oſtendimus* (§ 418 Aſtron.). *Rationem diametri majoris ad minorem* Hugenius *definit ut* 578 *ad* 577.

### *COROLLARIUM* I.

5. Rotunditas adeo Telluris permiſit, ut ipſa jam aliquoties circumnavigari potuerit.

### *SCHOLION* 2.

6. A. 1519. *primus omnium* Ferdinandus Megellanes *intervallo* 1124 *dierum*; A. 1577 Franciſcus Draco *Anglus* intervallo



(a) in Diſcurſ. de cauſa gravit. p. 154 & ſeqq.
(b) in Princ. Phil. nat. Mathem. lib. 3 prop. 19. p. 378 edit. ſec.

1056; A. 1586 Thomas Candiſch, *itidem Anglus, intervallo* 777; A. 1590 Simon Cordes *Roterodamenſis*; A. 1598 Olivierius Noort, *Batavus, intervallo* 1077; A. 1615 Wilhelmus Cornelius Schouten, *intervallo* 749 & A. 1623 Jacobus Heremites & Johannes Hugenius intervallo 802 *dierum directo conſtanter ad occidentem itinere ab oriente in Europam redierunt atque omnia phænomena cœleſtia annotarunt, quæ ex rotunditate Telluris conſequuntur.*

## COROLLARIUM 2.

7. Quoniam terra directo ad occidentem conſtanter itinere circumnavigari poteſt, ita ut ab oriente domum redeas; Terram ab occidente verſus orientem mare continuo tractu circumfluit.

## COROLLARIUM 3.

Tab. I. Fig. 1. 8. Cum terræ rotunditas obſtet, quo minus radius AD ex radice montis aut turris, vel objecti cujuscunque alterius ultra terræ planitiem elevati CD, in locum A pertingat, ubi radius CA ex vertice C ductus Tellurem tangit, adeoque vertex C ex F in A adventantibus primum videri incipit; hinc iter in terra facientibus & ad objectum altum accedentibus primum vertex, deinde partes inferiores, tandem radix ſe conſpicienda offerre debent.

## COROLLARIUM 4.

9. Eodem modo patet, quod iter facientibus & ab objecto aliquo alto recedentibus primum radix, deinde partes inferiores, tandem vertex ſe conſpectui eripere debeant.

## COROLLARIUM 5.

10. Quoniam differentia inter diametrum majorem & minorem Telluris valde exigua eſt (§. 4); in Geographia citra errorem ſenſibilem inde metuendum aſſumi poteſt, Tellurem eſſe ſphæram.

## SCHOLION 3.

11. *Eosdem in ſuperficie Telluris circulos nobis imaginamur, quos ſupra in ſuperficie ſphæræ mundanæ deſcriptos finximus. Nimirum*

## DEFINITIO 3.

12. *Axis Telluris* eſt recta PQ, circa quam Tellus ſpatio diurno motu vertiginis rotatur (§. 572 *Aſtron.*), pars nempe axeos mundani. *Poli* ſunt puncta axis extrema P & Q, quorum alter P, polo mundi nobis conſpicuo oppoſitus, dicitur *Arcticus* ſeu *borealis*; alter vero, qui ſubjacet polo mundi nobis latenti Q, *antarcticus* ſeu *auſtralis*. Tab. I. Fig. 2.

## DEFINITIO 4.

13. *Æquator* DA eſt circulus eosdem cum Tellure polos P & Q habens. Dicitur etiam *Circulus æquinoctialis*, a nautis *Linea*.

## COROLLARIUM.

14. Singula igitur æquatoris puncta a polis Telluris quadrantis intervallo removentur (§. 25 *Sphæric.*) & æquator Tellurem in hemiſphærium boreale APD atque auſtrale AQD dividit.

DE-

### DEFINITIO 5.

Tab. I. Fig. 2. 15. *Ecliptica* EL eſt circulus maximus, qui æquatorem DA ſub angulo 23° 29′ ſecat.

### COROLLARIUM.

16. Exiſtit adeo in plano eclipticæ cœleſtis (§. 159 *Aſtron.*).

### DEFINITIO 6.

17. *Tropicus Cancri* EM eſt circulus minor æquatori parallelus per principium Cancri tranſiens. *Tropicus* vero *Capricorni* eſt circulus minor, æquatori parallelus, per principium Capricorni tranſiens.

### COROLLARIUM.

18. Tropici adeo terreſtres ſunt in planis Tropicorum cœleſtium (§. 171 *Aſtron.*) & ab ecliptica 23° 29′ intervallo diſtant (§. 15).

### DEFINITIO 7.

19. *Circulus polaris arcticus* FG eſt circulus minor circa polum arcticum P intervallo 23° 29′ deſcriptus. *Antarcticus* vero RS eſt circulus minor circa polum antarcticum Q deſcriptus.

### DEFINITIO 8.

20. *Meridianus* eſt circulus PAQD per polos Telluris P & Q & locum quemlibet datum Z tranſiens.

### COROLLARIUM 1.

21. Eſt adeo in plano meridiani cœleſtis (§. 50, 64 *Aſtron.*).

### COROLLARIUM 2.

22. Et quoniam meridianus integram tellurem ambit (§. 20); multa ſimul loca ſub eodem meridiano ſita ſunt.

### COROLLARIUM 3.

23. Cum meridies ſit, quando centrum Solis in meridiano cœleſti hæret (§. 116 *Aſtron.*); in omnibus Telluris locis ſub eodem Meridiano ſitis una meridies eſt, conſequenter cum horas a meridie numerare ſoleamus, horologia noſtra in iis eodem momento easdem horas indicare debent.

### COROLLARIUM 4.

24. Tot ſunt meridiani, quot diverſa in æquatore puncta concipi poſſunt.

### COROLLARIUM 5.

25. Quoniam Sol citius appellit ad meridianum orientaliorem, quam occidentaliorem, in locis orientalioribus citius quoque meridies eſt, quam in occidentalioribus, conſequenter ſi horæ utrobique a meridie numerentur, eodem momento phyſico index horologii promotior eſſe debet in locis orientalioribus, quam in occidentalioribus.

### DEFINITIO 9.

26. *Meridianus primus* eſt, a quo reliqui meridiani ab occaſu verſus ortum numerantur.

### SCHOLION.

27. *Non omnes Geographi primum Meridianum eundem aſſumunt: quod non parum turbat*

*turbat tyrones.* Ptolemæus *pro primo aſſumit vicinum inſulis fortunatis, quia ultra eas nihil terrarum in plaga occidentali cognitum erat iſto tempore. Succeſſu temporis, aliis regionibus detectis, Geographi alii eundem verſus occidentem promoverunt. Quidam eundem duxerunt per inſulam* S. Nicolai, *promontorio viridi Africæ adjacentem ;* Hondius *per inſulam* S. Jacobi *; alii per inſulam* del Corvo, *quæ eſt* Azorum *una ; recentiores, inprimis Belgæ, per inſulam* Teneriffam, *quæ eſt* Canariarum *una, monte altiſſimo* Pico *notabilis ; alii per inſulam* Palmam, *quæ eſt itidem* Canariarum *una ; alii per inſulam* Florum, *quæ eſt Flandricarum una ; Galli denique juſſu Regis Chriſtianiſſimi* Ludovici XIII *per inſulam* de Ferro, *quæ eſt Canariarum una.*

### *DEFINITIO* 10.

28. *Horizon* ſeu *Finitor* eſt circulus in dato loco ſuperficiem Telluris tangens & partem cœli patentem a latente dirimens. Vocatur *ſenſibilis*, ut diſtinguatur a *rationali*, per centrum Telluris tranſeunte: de quo dictum eſt in Aſtronomia (§. 53). Per *horizontem ſenſibilem* ſubinde quoque deſignatur circulus, qui in telluris ſuperficie ſegmentum determinat, quo viſus extenditur. Solet is etiam *phyſicus* appellari.

### *PROBLEMA* I.

29. *Invenire diſtantiam duorum locorum A & B magno intervallo a ſe invicem diſſitorum.*

### *RESOLUTIO.*

1. Aſſumantur duæ ſtationes C & D, ex quibus uterque locus A & B conſpici poteſt, & inſtrumento accurate diviſo inveſtigentur anguli ADC, CDB, ACD, DCB, ope vero decempedæ accurate exploretur intervallum CD.
2. Datis in triangulo ACD duobus angulis ACD & ADC una cum latere CD, inveniatur AD (§. 34 *Trigon.*).
3. Similiter datis in triangulo CBD baſi DC & angulis ad eandem, inveniatur DB (§. *cit.*).
4. Denique datis in triangulo ADB lateribus AD & DB una cum angulo intercepto ADB, reperietur diſtantia deſiderata AB (§. 38. 34 *Trigon.*).

E. gr. *Willebrordus Snellius in Eratoſthene Batavo* diſtantiam inter turres Lugduni Batavorum A & Soeterwoudæ B inveſtigaturus diſtantiam ſtationum CD aſſumſit pedum $3264\frac{3}{10}$, reperitque angulos ACD 83° 20′, DCB 81° 29′, ADC 67° 44′ CDB 61° 38′. Ergo CAD 28° 56′ & CBD 36° 53′, ſed ADB 129° 22′, conſequenter

| | |
|---|---|
| Log. Sin. CAD | 96846583 |
| CD | 35137901 |
| Sin. ACD | 99970535 |
| | 135108436 |
| Log. AD | 38261853, cui in |

Canone reſpondent $6701\frac{7}{10}$.

Log

| | |
|---|---|
| Log Sin. CBD | 97782870 |
| CD | 35137901 |
| Sin. DCB | 99951844 |
| | 135089745 |

Log. DB 37306875, cui in Canone reſpondent 5379.

| | | | |
|---|---|---|---|
| AD | 6701.7 | AD | 6701.7 |
| DB | 5379.0 | DB | 5379.0 |
| Summa | 120807 | Differ. | 1322.7 |
| | | 179 | 60 |
| ADB | | 129 | 22 |

| | | |
|---|---|---|
| Summa ang. quæſ. | 50 | 38 |
| Semi ſumma | 25 | 19 |

| | |
|---|---|
| Log. Summæ Lat. | 40821028 |
| Differ. | 31214613 |
| Tang. Semiſ. Aug. quæſ. | 96749105 |
| | 127963718 |

Log. Tang. ſemid. Aug. quæſ. 87142690, cui in Canone reſpondent 2° 57′ 56″
Semiſ. 25 19

| | | | |
|---|---|---|---|
| ABD | 28 | 16 | 56 |

| | |
|---|---|
| Log. Sin. ABD | 96756088 |
| AD | 38261853 |
| Sin. ADB | 98882371 |
| | 137144224 |

Log. AB 40388136, cui in Canone reſpondent 10935.

## *PROBLEMA 2.*

30. *Data diſtantia duorum montium LM, invenire Semidiametrum Telluris FM.* Tab. I. Fig. 4.

### *RESOLUTIO.*

1. Cum perpendicula montium FL & GM in centro telluris F concurrant (§. 37 *Analyſ. infinit.*); ope inſtrumenti exactiſſime diviſi obſervetur in E angulus FEG & in G angulus EGF.
2. Summa horum angulorum ſubtrahatur a 180 gradibus, ut relinquatur angulus F.
3. Quoniam cum mons EL ex GM conſpicuus ſit, arcus LM a ſubtenſa ſenſibiliter non differt; inferatur: ut angulus F ad 360, ſeu peripheriam circuli integram, ita arcus LM in milliaribus ſeu pedibus datus ad eandem peripheriam in eadem menſura.
4. Data vero circuli maximi Telluris peripheria, inveniatur ſemidiameter (§. 406 *Geom.*).

E. gr. *Keplerus* (c), aſſumto arcu LM 5 milliarium Germanicorum, ponit FEG 89° 65′, EGF 89° 46′.

Eſt ergo F ſeu LM 19′ conſequenter

Log.

(c) in Epit. Aſtron. p. 28. 29.

| | |
|---|---|
| Log. 21600 | 43344538 |
| Log. 5 | 06989700 |
| Summa | 50334238 |
| Log. 19 | 12787536 |
| Log. Per. | 37546702, cui re- |

ſpondent 5684.

| | |
|---|---|
| Log. 100 | 20000000 |
| Summa | 57546702 |
| Log. 314 | 24969296 |
| Log. Diam. | 32577406, cui re- |

ſpondent $1810\frac{1}{5}$ fere.

Eſt ergo ſemidiameter Telluris 905 milliar. Germ.

### SCHOLION.

31. *Hæc quidem ſequuntur ex datis* Kepleri*; quæ non ſatis accurata ſunt per ea, quæ mox evidentius oſtendentur. Prodit enim diameter Telluris juſto major. Immo exemplum* Kepleri *ſaltem docendi gratia confictum eſſe videtur.*

### PROBLEMA 3.

Tab. I. Fig. 5. 32. *Datis duobus locis A & B ſub eodem meridiano HIDFG ſitis, invenire quantitatem ſemidiametri terreſtris AC.*

### RESOLUTIO.

1. Obſervetur elevatio poli DF in loco A, itemque DG in altero B (§. 138 *Aſtron*): cum enim arcus *fg* & FG ſint ſimiles, erit arcus *fg* differentiæ elevationum poli in locis A & B æqualis.
2. Quoniam A*f* = B*g* = 90°, erit AB = *fg* (§. 83 *Arithm.*), conſequenter etiam AB differentiæ elevationum poli DF & DG æqualis. Inveſtigetur ergo diſtantia locorum A & B (§. 29).
3. Hinc inferatur: ut ſcrupula graduum arcus dati AB ad 360° ſeu peripheriam integram; ita idem arcus in milliaribus aut pedibus inventus ad ambitum Telluris in eadem menſura.
4. Data peripheria A*fgh* inveniatur diameter *hf* (§. 406 *Geom.*).

### SCHOLION.

33. *Hac methodo uſi ſunt Arabes & cum ipſis olim alii: ſed difficulter determinatur, utrum duo loca propoſita ſub eodem meridiano ſita ſint nec ne.*

### COROLLARIUM 1.

34. Quodſi altitudo ejusdem ſtellæ in duobus locis ſub eodem meridiano ſitis obſervetur; eodem modo quantitatem ſemidiametri terreſtris inde determinari poſſe patet.

### COROLLARIUM 2.

35. Immo eandem eodem modo reperiri poſſe ex diſtantia Solis a vertice eodem die in duobus locis ſub eodem meridiano ſitis obſervata, evidens eſt.

### SCHOLION.

36. *Altitudinibus ſtellæ uſus olim eſt* Poſſidonius*; diſtantiis Solis a vertice* Eratoſthenes.

### PROBLEMA 4.

37. *Datis duobus locis A & B ſu*

*Æqua*

*æquatore ſitis, invenire ambitum Telluris.*

*RESOLUTIO.*

1. Obſervetur ope eclipſium lunarium in locis A & B differentia horaria meridianorum (§. 882 *Aſtron.*).
2. Ea convertatur in gradus æquatoris (§. 202 *Aſtron.*): ita nimirum innoteſcet arcus AB in graduum ſcrupulis.
3. Reliqua fiant ut in problemate præcedente (§. 32).

*PROBLEMA* 5.

38. *Data altitudine alicujus montis ad littus præſertim maris AB, invenire quantitatem ſemidiametri terreſtris BC.*

*RESOLUTIO.*

1. In vertice montis obſervetur angulus DAB, quem radius viſualis AD terram in D contingens cum perpendiculo montis AC efficit, dioptra in ſtellam in D orientem directa.
2. Cum angulus in D ſit rectus (§. 293 *Geom.*) notus etiam erit angulus DCA: cujus adeo ſecans AC ſinu toto BC mulctetur, ut altitudo montis AB in iſtiusmodi particulis relinquatur, qualium radius BC eſt 100000.
3. Quoniam jam ratio altitudinis montis AB ad ſemidiametrum Telluris BC datur, & præterea altitudo montis AB in pedibus e. gr. Rhinlandicis nota ſupponitur; per regulam trium invenietur ſemidiameter Telluris BC, in eadem menſura.

*SCHOLION.*

39. *Hanc methodum proponit* Clavius (d).

*PROBLEMA* 6.

40. *Invenire diſtantiam parallelorum æquinoctiali circulorum, in quibus ſita ſunt duo quæcunque loca N & E quantovis intervallo a ſe invicem remota & inde ambitum Telluris eruere.*

*RESOLUTIO.*

Methodus hæc *Snelliana*, ſatis quidem operoſa, omnium tamen exactisſima, exemplo melius quam præceptis docetur. Placet itaque eandem illuſtrare exemplo vero, quod debetur induſtriæ *Picardi* aliorumque Academiæ Regiæ Scientiarum ſociorum, qui juſſu *Ludovici Magni* accuratius, quam antea factum fuerat, ambitum Telluris dimenſi.

1. In A itaque & B ope quadrantis, ſemidiametro $3\frac{1}{6}$ pedum obſervati ſunt anguli A 54° 4′ 35″ & B 95° 6′ 55″, unde etiam innotuit tertius (§ 230 *Geom.*) 30° 48′ 30″. Tab. I. Fig. 7.



(d) Geometr. pract. lib. 8. prop. 34 f. m. 214.

30″. Quare cum etiam diſtantia AB per ſariſſas prælongas applicatas inventa eſſet hexapedarum 5663; reperta fuit AC 11012 hex. 5 ped.

| Obſervati ſunt | reperta |
|---|---|
| *a*) in triangulo ADC | |
| DAC 77° 25′ 50″ | |
| ADC 55 0 10 | DC 13121 h. 3 p. |
| *b*) in triangulo DEC | |
| DEC 74° 9′ 30″ | |
| DCE 40 54 | DE 8870 h. 3 p. |
| *c*) in triangulo DCF | |
| DCF 113° 47′ 40″ | DF 21658 h. |
| DFC 33 40 | |
| *d*) in triangulo DFG | |
| DFG 92° 5′ 20″ | FG 12963 h. 3 p. |
| DGF 57. 34. 0 | |
| *e*) in triangulo GDE | GE 31897 |
| GDE 128° 9′ 30 | vel ex datis aliis 31895 |
| *f*) in triangulo HFG | |
| HFG 36° 50′ 0″ | HG 12523 |
| HGF 104.48.30 | |
| *g*) in triangulo HGI | |
| HGI 31° 50′ 30″ | GI 17562 |
| HIG 43 39 30 | HI 9570 |
| *h*) in triangulo HIK | |
| HIK 49° 20′ 30″ | |
| HKI 53 6 40 | IK 11683 |
| *i*) in triangulo IKL | |
| LIK 58° 31′ 30″ | KL 1188 h. 2 ped. |
| IKL 58 31 | IL 11186 |
| *k*) in triangulo KLM | |
| LKM 28° 52′ 30″ | |
| KML 63 31 | LM 6036 h. 2 p. |
| *l*) in triangulo LMN | |
| LMN 60 38 0 | |
| MNL 29 28 20 | LN 10691 |
| *m*) in triangulo ILN | |
| ILN 119° 32′ 40″ | IN 18905 |
| *n*) in triangulo LMO | |
| LMO 58° 21′ 50″ | |
| MOL 68 52 30 | LO 5510 h. (3 p. |
| *o*) in triangulo NOL | |
| NOL 115° 1′ 30″ | |
| ONL 27 50 30 | NO 7122 h. (2 p. |
| *p*) in triangulo NOP | |
| NPO 72° 25′ 40″ | |
| PNO 67 21 40 | NP 4822 h. (4 p. |
| *q*) in triangulo NPQ | |
| NPQ 83° 58′ 40″ | |
| PNQ 70 34 30 | NQ 11161 h. 4 p. |

2. In locis N, I, G & E obſervatæ ſunt declinationes rectarum QN, NI, IG, GE a meridiano, nempe QNB 18° 55′, *g*NI 2°, 9′ 10″, G*It* 1° 9′, EG*e* 26′; & hinc reperta N*b* 10559 h. 3 p. N*g* 18893 h. 3 p. I*t* ſive *dg* 17560 h. 3 p. *da* 31894 h.

3. Quodſi N*b*, N*g*, *gd* & *da* in unam ſummam colligantur, erit ſumma 78907 h. 3 p. diſtantia parallelorum quæſita *ba*.

4. Obſervatis poli altitudinibus in Q, N & E, reperta eſt (§. 32) diſtantia NA parallelorum, in quibus ſita ſunt loca N & E, 1° 11′ 57″; diſtantia vero *ba* 1° 22′ 57″.

5. Quare cum per regulam trium in ca-

in caſu primo inveniretur quantitas unius gradus 57064 hexapedarum, 3 pedum; in altero autem 57057 hexapedarum: placuit *Picardo* & ſociis aſſumere numerum medium & uni gradui tribuere 57060 hexapedas, ſeu 342 360 pedes.

*SCHOLION 1.*

41. *Vir Celeberrimus*, Dominicus Caſſini, . 1700 *juſſu Regis eundem laborem iterait & ſpatium ſeptem ac dimidii graduum in llure dimenſus, ut tanto facilius error præveretur. Reperit autem quantitatem uni gradus* 57292 (e): *cum quo maxime cong ntit* Norvvoodus *Anglus, qui, referente* Nevvtono (f), *circa annum* 1635 *diſtantim inter* Londinum & *Eboracum pedum ondinenſium* 905751 *menſurando & diffeentiam elevationum poli* 2° 28′ *obſervando enſuram gradus unius collegit* 367196 *peum Londinenſium ſeu hexapedarum Pariſiſium* 57300. *Nos quantitate* Caſſiniana *poſterum utemur.*

*COROLLARIUM 1.*

42. Quoniam quantitas unius graus eſt 57292 hexapedarum ſeu pedum 343752; erit ambitus totius Telluris 123750720 pedum Pariſienſium, conſequenter ſi terra ſphærica ponatur (§. ), diameter ejus 39391077, utendo empe diametri ad peripheriam ratione *etiana* (§.404 *Geom.*). Et hinc ſemidiameter 19695530.

*SCHOLION 2.*

43. *Vulgo ſemidiametro Telluris tribuuntur* 860 *milliaria Germanica & hinc peripheria* 5400: *qui numeri cum ad ſupputandum ſint valde idonei, eos retinemus, ſed ea lege, ut milliare Germanicum definiatur numero pedum Pariſienſium* $22916\frac{4}{5}$, *qui nempe prodit, quantitate unius gradus* Caſſiniana 343752 *pedum per* 15 *diviſa, quot gradui uni milliaria Germanica reſpondent.*

*COROLLARIUM 2.*

44. Eſt itaque ſuperficies telluris 9288000 milliarium Germanicorum quadratorum; ſoliditas vero 7987680000 milliarium cubicorum (§.495 *Geom.*).

*PROBLEMA 7.*

45. *Data diſtantia LQ paralleli PL ab æquatore AQ & quantitate unius gradus in æquatore, invenire quantitatem gradus unius in parallelo.* Tab. I. Fig. 8.

*RESOLUTIO.*

Fiat: ut ſinus totus ad Coſinum diſtantiæ LQ, ita quantitas gradus unius in æquatore ad quantitatem unius in parallelo.

E. gr. Sit LQ = 51°, Quoniam gradus æquatoris 15 mill. Germ. (§. 43); erit

Log. Sin. tot. 100000000
Coſin. LQ 97988718
Log. 15 11760913

Log. quæſ. 109749631, cui in tabulis reſpondent $9\frac{26}{100}$.

Quodſi jam hunc numerum per



(e) Memoires de l' Acad. Roy. des Scienc. A. 1701 p. m. 237.
(f) in Princ. Phil. Nat. Math. prop. 19. p. 378.

$229164\frac{4}{7}$ multiplices ; prodibit quantitas unius gradus pro eodem parallelo in pedibus Pariſinis.

## DEMONSTRATIO.

Non differt a demonſtratione problematis 65 partis ſecundæ Aſtronomiæ (§. 511).

## SCHOLION.

46. *Hac ratione conſtructa eſt Tabula ſequens, in qua quantitas unicuiq; gradui reſpondens in parallelis ad diſtantias ſingulorum graduum in milliaribus Germanicis exhibetur. Nec difficilius, ſi magis placeret, ſimilis conſtrui poterat in pedibus Pariſinis vel etiam Rhenanis.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 15. 0 | 23 | 13.48 | 46 | 10.25 | 69 | 5.23 |
| 1 | 14.59 | 24 | 42 | 47 | 14 | 70 | 8 |
| 2 | 59 | 25 | 36 | 48 | 2 | 71 | 4.53 |
| 3 | 58 | 26 | 29 | 49 | 9. 50 | 72 | 38 |
| 4 | 57 | 27 | 22 | 50 | 38 | 73 | 23 |
| 5 | 56 | 28 | 15 | 51 | 26 | 74 | 8 |
| 6 | 14 55 | 29 | 13. 7 | 52 | 9. 14 | 75 | 3.53 |
| 7 | 53 | 30 | 12.59 | 53 | 2 | 76 | 38 |
| 8 | 51 | 31 | 51 | 54 | 8. 49 | 77 | 23 |
| 9 | 48 | 32 | 43 | 55 | 36 | 78 | 8 |
| 10 | 46 | 33 | 35 | 56 | 23 | 79 | 2.52 |
| 11 | 14.43 | 34 | 12.26 | 57 | 8. 10 | 80 | 2.36 |
| 12 | 40 | 35 | 17 | 58 | 7. 57 | 81 | 20 |
| 13 | 37 | 36 | 8 | 59 | 44 | 82 | 5 |
| 14 | 33 | 37 | 11.59 | 60 | 30 | 83 | 1.50 |
| 15 | 29 | 38 | 49 | 61 | 16 | 84 | 1.34 |
| 16 | 14.25 | 39 | 11.39 | 62 | 7. 2 | 85 | 1.18 |
| 17 | 21 | 40 | 29 | 63 | 6. 48 | 86 | 3 |
| 18 | 16 | 41 | 19 | 64 | 34 | 87 | 0. 47 |
| 19 | 11 | 42 | 9 | 65 | 20 | 88 | 31 |
| 20 | 6 | 43 | 10.58 | 66 | 6 | 89 | 16 |
| 21 | 0 | 44 | 47 | 67 | 5. 52 | 90 | 0. 0 |
| 22 | 13.54 | 45 | 36 | 68 | 5. 38 | | |

## PROBLEMA 8.

47. *Data altitudine oculi AB & ſemidiametro Telluris BC, invenire diſtantiam DB, ad quam viſus in ſuperficie maris vel terræ pertingit.* Ta I. Fi 6

## RESOLUTIO.

1. Altitudo oculi AB addatur ſemidiametro Telluris BC, ut habeatur AC.
2. Cum jam in triangulo ADC ad D rectangulo latera AC & DC dentur, invenietur angulus DCA (§. 36 *Trig.*): quem metitur arcus DB.
3. Arcus DB convertatur in pedes Pariſinos (§. 41) : ita factum eſt, quod petebatur.

E. gr. Sit altitudo oculi AB pedum 5, quam parum excedit altitudo oculi pro ſtatura hominis ordinaria. Quoniam BC 19695539 ; erit AC 19695544 & angulus DAB reperitur 89° 57′ 43″. Eſt itaque DCB ſive arcus DB 2′ 17″ ſeu 137″, conſequenter cum 1° ſeu 3600″ efficiant 343752 pedes Pariſinos, DB $13081\frac{2}{3}$ pedum.

## COROLLARIUM.

48. Eodem modo determinari poteſt diſtantia AB, ad quam objectum datæ altitudinis DB videri poteſt, & conſequenter cognoſcitur, quanto intervallo adhuc diſtemus ab objecto notæ altitudinis, dum ejus faſtigium primum videmus.

## SCHOLION.

49. *Nulla hic habetur ratio refractionis qua*

*qua ſpatii amplitudinem in hoc & ſimilibus caſibus auget.*

*PROBLEMA* 9.

50. *Data diſtantia DB, ad quam objectum videri debet, invenire altitudinem ejus AB.*

*RESOLUTIO.*

1. Diſtantia DB convertatur in gradus (§. 41), ita enim innoteſcet angulus C (§. 55 *Geom.*).
2. A ſecante hujus anguli AC ſubtrahatur ſinus totus BC, ut relinquatur AB in iſtiusmodi particulis, qualium BC eſt 10000 000.
3. Inferatur: ut 10000000 ad valorem ipſius AB in particulis iſtiusmodi, ita ſemidiameter Telluris BC 19695539 (§. 4) ad valorem altitudinis AB in menſura pedum Pariſinorum.

E gr. Quæritur altitudo turris AB, cujus faſtigium ad diſtantiam 5 milliarium conſpici poſſit. Erit ergo DCB 20′, a cujus ſecante 10000168 ſi ſubducatur ſinus totus 10000000, relinquitur AB 168: quod adeo reperitur 331 pedum Pariſinorum.

## CAPUT II.

### De

# LOCORUM LONGITUDINE LATITUDINE ATQUE DISTANTIIS.

*DEFINITIO* 11.

51. *Diſtantia* locorum eſt arcus circuli maximi inter duo loca interjecti (§. 54 *Sphæric.*).

*DEFINITIO* 12.

52. *Longitudo loci* eſt arcus æquatoris inter meridianum loci dati atque meridianum primum interceptus.

*DEFINITIO* 13.

53. *Latitudo loci* eſt diſtantia ejus ab æquatore, ſeu arcus meridiani inter locum datum & æquatorem interceptus.

*THEOREMA* 2.

54. *Latitudo ZA loci Z æquatur elevationi poli PM.* Tab. I. Fig. 2.

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim ZM = 90° (§. 54 *Aſtron.*) & PA = 90° (§. 14), adeoque ZM = PA (§. 79 *Arithm.*). Quare ſi utrinque

que auferatur PZ; erit PM = ZA (§. 83 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

55. Latitudo igitur loci innoteſcit, ſi altitudo poli obſervetur (§.138 *Aſtron.*).

*PROBLEMA* 10.

56. *Invenire longitudinem loci.*

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur differentia horaria meridianorum vel per eclipſes lunares, vel per eclipſes Satellitum Jovis eodem tempore in diverſis locis obſervatas (§.882 *Aſtron.*).
2. Hæc differentia convertatur in gradus æquatoris (§.222 *Aſtron.*): ita enim prodit longitudinum differentia (§. 52).
3. Quam primum ergo longitudo unius loci habetur ex obſervatione in eo & ſub primo meridiano una inſtituta; facile deinde reperitur longitudo aliorum quotcunque, differentiam nempe longitudinum ab orientalioris longitudine ſubtrahendo, vel longitudini occidentalioris addendo.

E. gr. A. 1703 d. 3 Jan. *Manfredus* Romæ obſervavit initium eclipſeos lunaris h. 18. 15′ 30″; *Caſſinus* junior Pariſiis h. 17. 35′. Eſt ergo differentia meridianorum 40′ 30″, adeoque diſtantia 10° 7′ 30″. Quare ſi longitudo Pariſiorum aſſumatur 24′ 50″; prodibit longitudo Romæ, utpote orientalioris 34° 58′.

*COROLLARIUM* 1.

57. Cum differentia horaria meridianorum itidem innoteſcat, ſi horologium oſcillatorium, juxta meridianum unius loci indice directo in alium locum transferatur (§. 117 *Aſtron.*); evidens eſt, ope horologii oſcillatorii ſimiliter determinari poſſe longitudinum differentiam, conſequenter data longitudine loci unius longitudines reliquorum.

*COROLLARIUM* 2.

58. Quoniam differentia horaria meridianorum quoque innoteſcit, ſi a diverſis obſervatoribus eadem nocte culminatio alicujus ſtellæ obſervetur (§. 126) & tempus, quo contingit, ſupputetur (§. 288 *Aſtron.*); differentiæ quoque longitudinum hac ratione inveſtigari poſſunt.

*PROBLEMA* 11.

59. *Data diſtantia duorum locorum una cum eorum latitudinibus, invenire differentiam longitudinum.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam latitudines locorum in ſphæra terreſtri declinationibus ſtellarum in cœleſti & longitudines in terreſtri aſcenſionibus rectis in cœleſti reſpondent (§.67.180 *Aſtron.* & §. 52.53 *Geogr.*); differentiæ longitudinum ex datis diſtantia & latitudinibus in Geographia eodem pror-

prorſus modo inveniuutur, quo in Aſtronomia differentiæ aſcenſionum rectarum ex datis diſtantia & declinationibus (§. 216 *Aſtron.*).

## *SCHOLION.*

60. *Patent jam artificia, quibus Tabulas Longitudinum & Latitudinum locorum conſtruere licuit. Prolixam iſtiusmodi Tabulam exhibet* Ricciolus (g), *ſuppoſito primo Meridiano in inſula* Palma, *quæ eſt fortunatarum una. Nos inde extrahemus breviorem, quæ locorum Europæ celebrium, exteris paucis admiſſis, longitudines & latitudines, ſed ex recentioribus obſervationibus, ſi fieri potuit, correctas, exhibeat. Ecce tibi eam!*

| Nomina locorum | Latitudo | | Longitudo | |
|---|---|---|---|---|
| A. | | | | |
| Abbavilla Galliæ | 50° | 4′ | 24° | 7′ |
| Alcmaria Hollandiæ | 52 | 5 | 27 | 51 |
| Alexandria Ægypti | 31 | 7 | 57 | 40 |
| Altorffium German. | 49 | 22 | 34 | 22 |
| Amſtelodamum | 52 | 21 | 27 | 10 |
| Adrianopolis Thrac. | 43 | 12 | 51 | 44 |
| Antwerpia | 51 | 10 | 26 | 50 |
| Archangeli Opp. Moſcov. | 64 | 30 | 63 | 50 |
| Arelatum Galliæ | 43 | 34 | 27 | 11 |
| Argentoratum | 48 | 32 | 30 | 20 |
| Aquisgranum Germ. | 50 | 46 | 29 | 12 |
| Athenæ | 38 | 5 | 47 | 52 |
| Auguſta Vindelicorum | 48 | 24 | 33 | 53 |
| Avenio Galliæ | 43 | 51 | 27 | 10 |
| B. | | | | |
| Babylon | 34° | 30′ | 71° | 5′ |
| Bamberga German. | 49 | 56 | 33 | 49 |
| Barcino Hiſpaniæ | 41 | 26 | 25 | 5 |
| Baſilea Helvetiæ | 47 | 40 | 30 | 5 |
| Belgardum Hungar. | 46 | 28 | 45 | 0 |
| Berolinum | 52 | 25 | 35 | 48 |
| Bononia Italiæ | 47 | 2 | 30 | 8 |
| Brema German. | 53 | 8 | 31 | 44 |
| Brunſwiga Germ. | 52 | 15 | 32 | 15 |
| Bruxellæ Brabantiæ | 50 | 48 | 26 | 45 |
| Buda Hungariæ | 47 | 46 | 42 | 30 |
| C. | | | | |
| Cameracum Belgii | 50 | 11 | 25 | 40 |
| Cantabrigia Angliæ | 52 | 12 | 22 | 32 |
| Clivia Germaniæ | 51 | 48 | 29 | 4 |
| Confluentiæ Germ. | 50 | 22 | 29 | 35 |
| Colonia Germ. | 50 | 50 | 29 | 37 |
| Conſtantia | 47 | 42 | 31 | 57 |
| Conſtantinopolis | 41 | 7 | 54 | 20 |
| Corinthus | 37 | 32 | 47 | 13 |
| Cracovia Poloniæ | 50 | 10 | 42 | 5 |
| Croſna Sileſiæ | 52 | 6 | 38 | 10 |
| D. | | | | |
| Dantiſcum | 54 | 22 | 41 | 35 |
| Dillinga German. | 48 | 30 | 31 | 10 |
| Dordracum Holland. | 51 | 52 | 27 | 50 |
| Dresda | 51 | 5 | 37 | 14 |
| Dublinum Hibern. | 53 | 12 | 15 | 35 |
| Dunquerca. | 51 | 1 | 24 | 50 |
| E. | | | | |
| Eislebia German. | 51 | 37 | 35 | 14 |

Eden-

(g) in Geogr. Reform. lib. 9. c. 4 f. 388 & ſeqq.

| Nomina locorum | Latitudo | | Longitudo | |
|---|---|---|---|---|
| Edenburgum Scotiæ | 55° | 57′ | 19° | 35′ |
| Elbingium Boruſſiæ | 54 | 12 | 43 | 18 |
| Erfordia Germ. | 51 | 6 | 34 | 37 |
| F. | | | | |
| Ferrara Italiæ | 44 | 9 | 34 | 45 |
| Ferro, Inſula Canar. | 28 | 5 | 0 | 0 |
| Florentia Italiæ | 43 | 41 | 34 | 31 |
| Flensburgum Jutlan. | 54 | 58 | 33 | 13 |
| Florum inſula | 39 | 39 | 348 | 39 |
| Francofurtum ad Mœnum | 50 | 4 | 31 | 20 |
| Francofurtum ad Oderam | 52 | 20 | 38 | 0 |
| Franequera Friſiæ | 53 | 12 | 28 | 46 |
| Fruemburgum Boruſſiæ | 54 | 29 | 43 | 35 |
| G. | | | | |
| Gades Hiſpaniæ | 36 | 6 | 15 | 5 |
| Gandavum Flandriæ | 51 | 1 | 26 | 20 |
| Geneva | 46 | 22 | 29 | 5 |
| Geldria | 51 | 30 | 29 | 10 |
| Glacium Sileſiæ | 50 | 28 | 39 | 32 |
| Goëſa Selandiæ | 51 | 30 | 26 | 44 |
| Gorlicium Luſatiæ | 51 | 12 | | |
| Gouda Holland. | 52 | 1 | 27 | 40 |
| H. | | | | |
| Hafnia Daniæ | 55 | 40 | 35 | 5 |
| Haga Comitum | 52 | 4 | 26 | 0 |
| Hala Saxonum | 51 | 32 | 35 | 42 |
| Halberſtadium | 51 | 56 | 34 | 41 |
| Hamburgum | 53 | 41 | 32 | 26 |
| Hannovera | 52 | 8 | 31 | 11 |
| Heidelberga | 49 | 20 | 31 | 35 |
| Hildeshemium | 52° | 8′ | 33° | 27′ |
| I. | | | | |
| Ingolſtadium Germ. | 48 | 40 | 34 | 12 |
| Juliacum Germ. | 50 | 54 | 29 | 26 |
| K. | | | | |
| Kola Lapponiæ | 69 | 22 | 55 | 40 |
| Kyovia Poloniæ | 50 | 30 | 54 | 50 |
| L. | | | | |
| Laudunum in Pic. | 49 | 30 | 26 | 8 |
| Lauſanna Helvet. | 46 | 40 | 29 | 20 |
| Leodium Germ. | 50 | 40 | 28 | 15 |
| Liburnus Italiæ | 43 | 18 | 33 | 30 |
| Lindavum Germ. | 47 | 28 | 32 | 35 |
| Lintium Auſtriæ | 48 | 16 | 37 | 35 |
| Lipſia | 51 | 19 | 34 | 35 |
| Lovanium Flandr. | 50 | 50 | 27 | 40 |
| Londinum | 51 | 32 | 22 | 30 |
| Lubeca Holſatiæ | 54 | 1 | 34 | [illegible] |
| Lublinum Lituan. | 51 | 8 | 45 | [illegible] |
| Luca Italiæ | 43 | 40 | 33 | 4[illegible] |
| Lugdunum Batav. | 52 | 12 | 27 | 3[illegible] |
| Lugdunum Gallor. | 45 | 45 | 27 | 1[illegible] |
| Lutetia | 48 | 50 | 24 | 5[illegible] |
| M. | | | | |
| Madritum | 40 | 10 | 19 | 1[illegible] |
| Magdeburgum Ger. | 52 | 14 | 35 | 2[illegible] |
| Mansfeldia Germ. | 51 | 40 | 35 | 6 |
| Mantua Italiæ | 45 | 11 | 33 | 4[illegible] |
| Marpurgum Germ. | 50 | 41 | 31 | 2[illegible] |
| Maſſilia | 43 | 18 | 27 | 4[illegible] |
| Mediolanum | 45 | 20 | 31 | 5[illegible] |
| Memminga Germ. | 47 | 53 | 33 | 1[illegible] |
| Meſſina Siciliæ | 38 | 21 | 39 | |

Medi-

| Nomina locorum | Latitudo | | Longitudo | |
|---|---|---|---|---|
| Mediomatricum | 49° | 10 | 29 | 9 |
| Middelburgum Seland. | 51 | 30 | 26 | 44 |
| Moguntia Germ. | 50 | 2 | 30 | 27 |
| Monachium Germ. | 48 | 58 | 34 | 20 |
| Monaſterium Germ. | 52 | 0 | 30 | 54 |
| Mons peſſulanus Galliæ | 43 | 36 | 26 | 22 |
| Moſcua | 55 | 34 | 61 | 20 |
| N. | | | | |
| Namurcum Belgii | 50 | 25 | 27 | 35 |
| Nannetum Galliæ | 47 | 13 | 20 | 48 |
| Narva Livoniæ | 59 | 6 | 52 | 0 |
| Neapolis | 41 | 5 | 38 | 22 |
| Neoburgum Bavariæ | 48 | 39 | 34 | 7 |
| Neomagus Geldriæ | 51 | 51 | 28 | 54 |
| Norimberga | 49 | 29 | 33 | 26 |
| O. | | | | |
| Oliſippo Portugalliæ | 38 | 45 | 12 | 22 |
| Olomutium Morav. | 49 | 35 | 39 | 38 |
| Oſnabruga Weſtph. | 52 | 25 | 31 | 19 |
| Oxonium | 51 | 5 | 21 | 20 |
| P. | | | | |
| Paderborna Weſtph. | 51 | 40 | 32 | 9 |
| Palma | 28 | 50 | 0 | 0 |
| Panormus Siciliæ | 38 | 10 | 36 | 18 |
| Pariſii | 48 | 50 | 24 | 50 |
| Parma in Lombard. | 44 | 44 | 33 | 26 |
| Paſſavia Bavariæ | 48 | 30 | 36 | 40 |
| Patavium | 45 | 31 | 34 | 51 |
| Placentia in Lomb. | 44 | 52 | 32 | 45 |
| Piſæ Ital. | 43 | 9 | 33 | 35 |
| Praga Bohemiæ | 50 | 40 | 37 | 23 |

| Nomina locorum | Longitudo | | Latitudo | |
|---|---|---|---|---|
| R. | | | | |
| Ratisbona Germ. | 48 | 59 | 34 | 50 |
| Ravensbergium Germaniæ | 51 | 56 | 34 | 35 |
| Regiomontum Boruſſiæ | 54 | 43 | 43 | 5 |
| Rhemi Galliæ | 49 | 12 | 26 | 44 |
| Riga Livoniæ | 56 | 52 | 47 | 18 |
| Roſtochium Germ. | 54 | 10 | 35 | 20 |
| Roterodamum | 51 | 55 | 26 | 50 |
| Rothomagus Galliæ | 49 | 27 | 23 | 27 |
| Rupella Galliæ | 46 | 10 | 21 | 14 |
| S. | | | | |
| Salisburgum Germ. | 47 | 44 | 36 | 26 |
| Salmantica Hiſpan. | 41 | 12 | 17 | 30 |
| Saragoſa ſeu Cæſaraugusta Hiſp. | 41 | 38 | 21 | 33 |
| Sedanum Galliæ | 49 | 38 | 28 | 0 |
| Sendomira Poloniæ | 50 | 42 | 44 | 53 |
| Stettinum Pomer. | 53 | 34 | 38 | 0 |
| Stockolmium ſeu Holmia Sueciæ | 59 | 50 | 40 | 5 |
| Strigonium Hungar. | 47 | 57 | 42 | 22 |
| Stutgardia Germ. | 48 | 42 | 31 | 59 |
| Syracuſa | 37 | 4 | 37 | 50 |
| T. | | | | |
| Taurinum ſ. Auguſta Taurinorum | 44 | 50 | 30 | 32 |
| Tenerifa, inſula Fortunata | 28 | 42 | 2 | 0 |
| juxta alios | | | 2 | 7 |
| Thorunia Bruſſiæ | 53 | 10 | 42 | 26 |
| Tirolium | 46 | 38 | 35 | 40 |

| Nomina locorum | Longitudo | | Latitudo | |
|---|---|---|---|---|
| Toletum Hiſpan. | 39° | 46′ | 18° | 50′ |
| Toloſa Galliæ | 43 | 30 | 23 | 49 |
| Tornacum Belgii | 50 | 32 | 25 | 40 |
| Trajectum ad Rhen. | 52 | 5 | 27 | 35 |
| Treviri ſ. Auguſta Treviorum Germ. | 49 | 50 | 29 | 7 |
| Tridentum | 46 | 10 | 34 | 0 |
| Tubinga Germaniæ | 48 | 34 | 31 | 50 |
| U. | | | | |
| Valentia Hiſpan. | 39 | 30 | 22 | 0 |
| Venetiæ | 45 | 18 | 35 | 5 |
| Verona | 45 | 33 | 33 | 57 |
| Vienna Auſtriæ | 48 | 22 | 39 | 50 |
| Vicentia | 45 | 39 | 34 | 12 |
| Ultrajectum | 52 | 5 | 27 | 35 |
| Upſalium Sueciæ | 59 | 0 | 40 | 42 |
| Uraniburgum Daniæ | 55 | 54 | 35 | 20 |
| W. | | | | |
| Warſowia Polon. | 52 | 14 | 43 | 52 |
| Witteberga | 51 | 49 | 36 | 31 |
| Wormatia Germ. | 49 | 40 | 31 | 11 |
| Wartislavia Sileſ. | 51 | 7 | 40 | 0 |

## *SCHOLION* 2.

61. *Pleraque mappæ Geographicæ ſupponunt primum meridianum per inſulam* Teneriffam *ductum; ad eundem itaque reduces longitudines locorum in Tabulis occurrentes, ſi 2 gradus inde ſubtrahas, aut, ſi mavis, 2 gradus cum 7 minutis* (§. 60).

## *PROBLEMA* 12.

62. *Datis duorum locorum ſub eodem meridiano ſitorum latitudinibus, invenire diſtantiam eorundem.*

## *RESOLUTIO.*

I. Si latitudines AZ & AL fuerint diverſi nominis, nempe altera AZ auſtralis, altera AL borealis; addantur eædem in unam ſummam, quæ erit diſtantia quæſita LZ (§. 51), in milliaria Germanica per regulam trium facile convertenda (§. 41).

II. Si latitudines AZ & AM fuerint ejusdem nominis, e. gr. utraque borealis, minor AM e majore AZ auferatur, ut diſtantia MZ relinquatur (§. 51), in milliaria Germanica per regulam trium convertenda (§. 41).

E. gr. *Venetiarum* longitudo cum ſit 35° 5′, *Mansfeldiæ* 35° 6′; utraque urbs ſub eodem fere meridiano ſita eſt. Ergo

| | | |
|---|---|---|
| a Latitudine Mansfeldiæ | 51° | 40′ |
| Subtrahatur Latit. Venetiar. | 45 | 18 |
| relinquitur diſtantia MZ | 6 | 22 |

Jam cum milliare Germanicum ſit $\frac{1}{15}$ unius gradus (§. 43); reperietur ZM 95 milliarium cum dimidio.

## *PROBLEMA* 13.

63. *Datis duorum locorum H & I ſub æquatore ſitorum longitudinibus AH & AI, invenire diſtantiam eorundem.*

## *RESOLUTIO.*

Longitudo minor AH ſubducatur e majore AI, quod relinquitur IH,

IH, eſt diſtantia locorum (§. 51), in milliaria Germanica ope regulæ trium facile convertenda (§. 41).

E. gr. Sub æquatore ſitæ ſunt inſulæ *Sumatra* & *S. Thomæ*, quarum illa habet longitudinem AI 121°, hæc vero longitudinem AH 27° 10′. Eſt igitur HI 93° 50′, adeoque $1407\frac{1}{2}$ milliarium Germanicorum.

## *PROBLEMA* 14.

b. 64. *Datis duorum locorum I & K in eodem parallelo INK ſitorum longitudinibus AH & AL, una cum latitudine communi IH; invenire diſtantiam eorundem IMK.*

## *RESOLUTIO.*

Quoniam in triangulo PIK dantur lateris PI & PK latitudinis communis IH vel KL complementa ad quadrantem & angulus interceptus P, quem metitur longitudinum datarum differentia HL (§. 33 *Sphær.*); reperietur diſtantia IMK (§. 116 *Sphæric.*), in milliaria Germanica per regulam trium convertenda (§. 41).

E. gr. Cum *Abbavillæ* longitudo ſit 50° 5′, *Francofurti* ad *Mœnum* 50° 4′; utraque urbs in eodem fere parallelo ſita eſt. Aſſumamus ergo PI & PK 39° 55′ 30″. Porro quia AH 24° 7′ AL 31° 20′; erit HL ſeu angulus IPK 7° 13′, conſequenter demiſſo perpendiculo KM

Log. Sin. PK 9.8073890
Sin. MPK 8.7988969

Log. Sin. IMK 8.6062859, cui in tabulis reſpondent 2° 18′ 53″.

Eſt ergo diſtantia IMK 4° 37′ 56″ ſeu $69\frac{22}{60}$ milliarium Germanicorum.

Si latitudo non excedat 20° & differentia longitudinum fuerit exigua, arcus paralleli INK ab arcu circuli maximi IMK ſenſibiliter non differt, adeoque pro diſtantia aſſumi poteſt, facile in milliaria Germanica (§. 41) convertendus.

## *PROBLEMA* 15.

65. *Datis latitudinibus IK & KL duorum locorum I & K atque longitudinibus eorundem AH & AL, invenire diſtantiam IK.* Tab. I. Fig. II.

## *RESOLUTIO.*

Quoniam in triangulo IPK dantur IP complementum latitudinis IH & PK complementum latitudinis KL (vel, ſi latitudines diverſi nominis, aggregatum ex quadrante PL & latitudine KL) atque angulus P, quem metitur arcus HL (§. 33 *Sphæric.*), longitudinum datarum differentia (§. 52); diſtantia IK reperitur (§. 154 *Sphæric.*).

E. gr. Latitudo *Londini* IH eſt 51° 32′, longitudo AH 22° 30′, latitudo *Mediolani* KL 45° 20′, longitudo AL 31° 56′. Ergo PI 38° 28′, PK 44° 40′, HL ſeu angulus IPK 9° 26′.

Demittatur ex I perpendiculum IN; erit

| | |
|---|---|
| Log. Coſin. P | 199940869 |
| Cotang. PI | 100999134 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Log. Tang. PN | 98941735, cui in tabulis reſpondent | | |
| | 38° | 5′ | 14″ |
| Sed PK | 44 | 40 | |
| Ergo NK | 6° | 34′ | 46″ |

| | |
|---|---|
| Porro Log. Coſin. NK | 99971301 |
| Log. Coſin. PI | 98937452 |
| Summa | 198908753 |
| Log. Coſin. PN | 98960147 |
| Log. Coſin. IK | 99948606, |

cui in Canone reſpondent 81° 11′ 40″.

Eſt ergo IK 8° 48′ 20″, conſequenter (cum 8° = 120 mill. Germ. 48′ = 12 mill & 40″ = $\frac{1}{12}$ mill.) eadem diſtantia IK 132 $\frac{1}{12}$ milliarium Germanicorum.

## CAPUT III.

## De ZONIS ET TEMPESTATIBUS STATIS.

### DEFINITIO 14.

66. *Zona torrida* eſt faſcia globum terraqueum ambiens, duobus tropicis terminata.

### COROLLARIUM 1.

67. Latitudo igitur Zonæ torridæ eſt 46° 58′ (§. 18), hoc eſt, 704$\frac{1}{2}$ milliarium Germanicorum (§. 43).

### COROLLARIUM 2.

68. Æquator Zonam torridam in duas partes æquales dividit latitudinis 23° 29′ ſeu 352$\frac{1}{4}$ milliarium Germanicorum (§. 17. 18. 67).

### COROLLARIUM 3.

69. Loca adeo in Zona torrida ſita ſunt, quorum latitudo non major 23° 29′.

### DEFINITIO 15.

70. *Zona temperata auſtralis* eſt faſcia globum terraqueum ambiens, tropico capricorni & circulo polari antarctico terminata. *Zona* vero *temperata borealis* eſt faſcia inter Tropicum Cancri & circulum polarem arcticum comprehenſa.

### COROLLARIUM 1.

71. Cum diſtantia poli ab æquatore PA ſit 90° (§. 114), diſtantia tropici ab eodem 23° 29′ (§. 18) & diſtantia circuli polaris a polo PG huic æqualis (§. 19)

(§.19); erit latitudo Zonæ temperatæ cum auſtralis tum, borealis 43° 2', hoc eſt, 645½ milliarium Germanicorum.

## COROLLARIUM 2.

72. Quoniam diſtantia circulorum polarium ab æquatore 66° 31' (§. 14.19), loca vero, quorum latitudo non excedit 23° 29' in Zona torrida ſita ſunt (§. 69); evidens eſt, in Zona temperata ſita eſſe loca omnia, quorum latitudo non excedit 23° 29' ſed minor 66° 31'.

## DEFINITIO 16.

73. *Zona frigida auſtralis* eſt ſegmentum ſuperficiei telluris circulo polari auſtrali terminatum. *Zona* vero *frigida borealis* eſt ſegmentum ſuperficiei telluris circulo polari antarctico terminatum.

## COROLLARIUM 1.

74. Cum diſtantia circuli polaris a polo ſit 23° 29' (§.19); latitudo Zonarum frigidarum eſt 46° 58' ſeu 704½ milliarium Germanicorum, adeoque latitudini Zonæ torridæ æqualis (§. 67).

## COROLLARIUM 2.

75. Et quia circuli polares ab æquatore intervallo 66° 31' diſtant (§. 14. 19); loca, quorum latitudo major 66° 31', in Zona frigida ſita ſunt.

## DEFINITIO 17.

76. *Æſtatis initium* eſt dies, quo Sol meridianus minimam a Zenith diſtantiam habet. Ejusdem *finis* eſt dies, quo idem mediam inter maximam & minimam a Zenith diſtantiam acquirit.

## DEFINITIO 18.

77. *Hiemis initium* eſt dies, quo Solis meridiani diſtantia a Zenith minima. *Finis* ejusdem eſt dies, quo diſtantia ejusdem inter maximam & minimam media.

## DEFINITIO 19.

78. *Veris initium* eſt dies, quo Solis meridiani a vertice diſtantia quotidie creſcens media eſt inter maximam & minimam. *Finis* ejusdem coincidit cum initio æſtatis.

## DEFINITIO 4.

79. *Autumni initium* eſt dies, quo Solis meridiani a vertice diſtantia quotidie decreſcens media fit inter maximam & minimam. *Finis* ejusdem coincidit cum initio hiemis.

## THEOREMA 3.

80. *Superficies telluris eſt ad Zonam torridam in ratione ſinus totius ad ſinum LM, latitudinis dimidiæ LQ.* Tab. I. Fig. 8.

## DEMONSTRATIO.

Eſt enim ſuperficies ſphæræ integra ad ſegmentum arcu EL, ſeu complemento dimidiæ latitudinis Zonæ LQ deſcriptum, ut EF ad ED (§. 170 *Analyſ. infin.*), adeoque hemiſphærii ſuperficies ad ſuperficiem ſegmenti, ut ſemidiameter EC ad ED (§ 174 *Arithm.*). Ergo etiam ſuper-

ſuperficies hemiſphærii eſt ad differentiam ſegmenti ab eadem, hoc eſt, ad dimidiam Zonam arcu LQ deſcriptam, ſeu dimidiam Zonam torridam ut EC ad DC ſeu LM (§. 183 *Arithm.*), hoc eſt, ut ſinus totus ad ſinum latitudinis dimidiæ Zonæ torridæ (§. 2 *Trigon.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

81. Cum LQ ſit 23° 29′ (§. 68) & hinc LM 39848, vi Canonis ſinuum; ſuperficies dimidiæ telluris eſt ad Zonam torridam ut 100000 ad 39848.

### COROLLARIUM 2.

82. Quoniam itaque ſuperficies Telluris dimidia eſt 4640957 milliarium Germanicorum quadratorum (ſuppoſita nempe peripheria 5400 milliarium & ratione diametri ad eandem ut 113 ad 355); erit Zona torrida dimidia 1849328½ milliarium quadratorum (§. 81).

### SCHOLION.

83. *Qui declinationem maximam eclipticæ* 23° 30′ *aſſumunt, iis ratio Zonæ torridæ ad ſuperficiem telluris dimidiam eſt ut* 100000 *ad* 39875; *adeoque paulo majorem quam nos Zonam torridam faciunt.*

### THEOREMA 4.

84. *Superficies Terræ dimidia eſt ad Zonam temperatam in ratione ſinus totius EC ad differentiam ſinuum latitudinis dimidiæ Zonæ torridæ LQ & arcus QK compoſiti ex latitudine Zonæ torridæ dimidia LQ & latitudine integra temperatæ KL.*

### DEMONSTRATIO.

Eſt enim ut EC ad LM ita ſuperficies telluris dimidia ad Zonam torridam (§ 80) & eodem modo, quo in §. *cit.* demonſtratur, eſſe ut EC ad KN ita ſuperficiem telluris dimidiam ad compoſitam ex Zona torrida dimidia & ex temperata. Ergo etiam eſt ut EC ad differentiam ſinuum LM & KN ita ſuperficies ſphæræ dimidiæ ad differentiam Zonæ arcu LQ deſcriptæ a Zona arcu KQ deſcripta (§. 183 *Arithm.*), ſeu ad Zonam arcu KL deſcriptam, hoc eſt, ad Zonam temperatam. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

85. Quoniam LQ 23° 29′, KQ 66° 31′ (§. 68. 71); erit LM 39848, KN 91717 vi Canonis ſinuum, adeoque KN - LM 51869 & hinc ſuperficies terræ dimidia ad Zonam temperatam ut 100000 ad 51869.

### COROLLARIUM 2.

86. Quia dimidia ſuperficies Telluris eſt 4640957 milliarium quadratorum (§. 82); erit Zona temperata 2407218 milliarium (§. 84).

### THEOREMA 5.

87. *Superficies Terræ dimidia eſt ad Zonam frigidam in ratione ſinus totius ad ſinum verſum dimidiæ latitudinis Zonæ EK.*

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim ſuperficies terræ toti-
ùs ad ſuperficiem ſegmenti arcu EK
deſcripti ſeu ad Zonam frigidam
ut diameter EF ad ſinum verſum
EI arcus EK (§. 170 *Analyſ. infinit.*).
Ergo etiam dimidia ſuperficies ter-
ræ ad Zonam frigidam ut ſemidia-
meter EC ſeu ſinus totus ad ſinum
verſum EI (§. 174 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM 1.*

88. Quoniam arcus EK 23° 29′ (§.
74), & (*vi Canon. Sinuum atque* §.
*Trigon.*) EI 8283; erit dimidia ſu-
perficies terræ ad Zonam frigidam ut
00000 ad 8283.

*COROLLARIUM 2.*

89. Quare cum dimidia ſuperficies
terræ ſit 4640957 milliarium quadrato-
rum (§. 82); erit Zona frigida 3844
0½ milliarium Germanicorum quadra-
torum.

*THEOREMA 6.*

90. *In tropicis Sol per annum ſe-
mel, in locis Zonæ torridæ bis, in Zo-
nis frigidis & temperatis nunquam fit
verticalis.*

*DEMONSTRATIO.*

Tropici cœleſtes per principi-
um Cancri & Capricorni tranſeunt
& æquatori paralleli ſunt (§. 171
*Aſtron.*). Quare cum declinatio
Solis ad tropicos promoti intra 24
horas ultra 15 ſecunda non mutetur
(§. 188 *Aſtron.*), ſemidiameter au-
tem apparens Solis ſit in tropico
Cancri 15, in tropico Capricorni 16
ſcrupulis primis major (§. 517 *Aſtr.*);
Sol intra 24 horas tropicos cœleſtes
non relinquit. Quoniam itaque ter-
reſtres in planis cœleſtium conti-
nentur (§. 18); Sol eo die, quo
tropicum attingit, omnibus locis
in eo ſitis fit verticalis. Sed per
annum ad tropicum unum nonni-
ſi ſemel defertur (§. 146. 171 *Aſtron.*)
ergo in Tropicis per annum non-
niſi ſemel fit verticalis. *Quod erat
unum.*

Quia Sol bis quotannis in æqua-
torem ingreditur (§. 147 *Aſtron.*)
& duo puncta eclipticæ a Solſtitia-
libus æqualiter remota eandem de-
clinationem habent (§. 189 *Aſtron.*);
eodem prorſus, quo ante, modo pa-
tet, Solem cum ſub æquatore, tum
in omnibus parallelis intra tropi-
cos ſitis, adeoque in omni Zona
torrida, bis per annum fieri verti-
calem. *Quod erat alterum.*

Denique cum Sol extra tropicos
nunquam excurrat (§. 150. 171 *A-
ſtron.*), Zonæ autem temperatæ &
frigidæ extra tropicos ſitæ ſint (§.
70. 73); in Zonis temperatis & fri-
gidis Sol verticalis fieri nequit.
*Quod erat tertium.*

*PROBLEMA 16.*

91. *Determinare loca Solis in ecli-
ptica*

*ptica & anni dies, quibus Sol loco in Zona torrida dato ſit verticalis.*

*RESOLUTIO.*

1. Quoniam latitudo loci eſt declinationi Solis æqualis, quando eidem in meridie fit verticalis (§. *Aſtron.* & §. *Geogr.*), & ex hypotheſi conſtet, utrum in parte boreali, an in auſtrali ſitus ſit locus datus; loca Solis eam declinationem habentia reperiuntur (§. 193 *Aſtron.*).

2. In ephemeridibus evolvatur dies, quo Sol in iisdem locis exiſtit: iidem enim erunt dies, quo Sol in loco dato fit verticalis.

*Aliter.*

Quærantur in tabulis declinationum eclipticæ loca eclipticæ, quæ datæ declinationi reſpondeant, & reliqua fiant ut ante.

E. gr. Promontorium S. *Auguſtini* prope Braſiliam habet juxta *Ricciolum* declinationem auſtralem 8° 15′: cui reſpondent 21° 6′ 24″ ♎ & 8° 53′ 36″ ♓. Fuit adeo Sol A. 1713 die 27 Februarii & die 14 Octobris in illo promontorio verticalis.

*PROBLEMA* 18.

92. *Determinare loca Solis in ecliptica & anni dies, quibus Sol in loco Zonæ torridæ dato mediam a vertice diſtantiam habet.*

*RESOLUTIO.*

I. Si locus fuerit in tropico alter-utro ſitus, diſtantia Solis a verti-ce maxima eſt æqualis tropico-rum diſtantiæ, conſequente-cum minima ſit 0, media eſt So-le in æquatore exiſtente.

II. Si locus fuerit in æquatore ſitu- diſtantia a vertice maxima e- 23° 29′, quanta nimirum eſt d- clinatio maxima eclipticæ. H- jus adeo dimidium 11° 34′ 30 eſt diſtantia Solis a vertice m- dia; quæ cum in hoc caſu, declinationi Solis æqualis, rep- rientur loca Solis & dies ann- quibus Sol in iisdem hæret, in problemate præcedente ( 91).

III. Si Sol fuerit extra æquatore- declinatio Solis verticalis, h- eſt, latitudo loci addatur dec- nationi maximæ eclipticæ 2- 29′, ut habeatur diſtantia So- a vertice maxima. Cum en- minima ſit 0, erit ſummæ dim- dium diſtantia media. Quo- inde latitudo loci ſubtrahatu- relinquitur declinatio Solis dem reſpondens in ſemicircu- oppoſito; ſi vero eidem add- tur, in eodem.

E. gr. Promontorium S. *Auguſt-* cum habeat latitudinem auſtralem 8° erit diſtantia Solis a vertice maxima 0 ♋ 31° 44′ adeoque media 15° 5- a qua ſi ſubtrahatur latitudo loci 8° relinquitur declinatio Solis 7° 3- Huic vero reſpondent 19° 29′ 2″ ♈

10° 2

10° 30′ 58″ ♎ : ergo A. 1713 in promontorio *S. Auguſtini* diſtantia Solis a vertice media fuit d. 9 Aprilis & d. 4. Octobris.

### THEOREMA 7.

93. *In parallelo, cujus latitudo eſt ſubtripla declinationis maximæ eclipticæ, Sol in tropico proximo diſtantiam mediam a vertice habet.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam latitudo paralleli eſt $\frac{1}{3}$ declinationis maximæ eclipticæ *per hypoth.* erit diſtantia maxima a vertice $\frac{4}{3}$ ejusdem, adeoque, cum minima ſit 0, media $\frac{2}{3}$. Ergo latitudo loci $\frac{1}{3}$ & diſtantia media Solis a vertice $\frac{2}{3}$ ſimul ſunt declinationi Solis maximæ æqualis, conſequenter Sol in tropico proximo mediam habet a vertice diſtantiam. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

94. Quia declinatio maxima eclipticæ 23°. 29′; Sol in tropico proximo mediam a vertice diſtantiam habet, ſi latitudo loci fuerit 7° 49′ 40″.

### COROLLARIUM 2.

95. Quare cum ſub eadem latitudine Sol in ſemicirculo altero bis adhuc mediam diſtantiam nanſciſcatur (§. 92); ſub illa latitudine Sol ter per annum habebit diſtantiam mediam.

### COROLLARIUM 3.

96. Sub latitudine adeo minore quam (II.)

7° 49′ 40″, Sol per annum quater; ſub latitudine autem majore nonniſi bis ad mediam a vertice diſtantiam perveniet.

### THEOREMA 8.

97. *Sub æquatore ſingulæ anni tempeſtates bis recurrunt.*

### DEMONSTRATIO.

Sol enim bis ibi fit verticalis (§. 90) dum nempe in æquatore verſatur, adeoque duæ ſunt æſtates (§. 76). *Quod erat unum.*

Sol in utroque tropico eandem eamque maximam a vertice diſtantiam habet (§. 172 *Aſtron.*), adeoque duæ ſunt hiemes (§. 77). *Quod erat ſecundum.*

Diſtantia Solis media eſt, quando declinatio Solis 11° 34′ 30″ (§. 92): quod cum ſemel accidat interea, dum Sol ab æquatore ad tropicum Cancri pergit, & iterum contingat, dum ab æquatore ad tropicum Capricorni movetur, adeoque inter ſingulas æſtates & hiemes; duo ibidem autumni ſunt (§. 79). *Quod erat tertium.*

Denique cum Sol habeat quoque declinationem 11° 34′ 30″, dum a tropicis ad æquatorem regreditur, hoc eſt, inter hiemes & æſtates; duo quoque illic locorum verna tempora ſunt (§. 78). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

98. Sunt ergo ſub æquatore æſtatis initia Sole in o ♈ vel in o ♎ exiſtente.

### COROLLARIUM 2.

99. Sub æquatore hiemis initium eſt Sole in o ♑ vel in o ♋ exiſtente.

### COROLLARIUM 3.

100. Et quia declinatio 11° 34′ 30″ eſt, Sole in 14′ 5″ ♉, 29° 45′ 55″ ♌, 14′ 5″ ♏, 29° 45′ 55″ ♒ exiſtente; erunt autumni ſub æquatore, dum Sol in 14′ 5″ ♉ & ♏ exiſtit; verna tempora, dum in 29° 45′ 55″ ♌ & ♒ verſatur.

### THEOREMA 9.

101. *Loca in Zona torrida inter æquatorem & tropicos ſita duas habent æſtates.*

### DEMONSTRATIO.

Iis enim Sol bis per annum fit verticalis (§. 90), adeoque æſtates duæ ſunt (§. 76). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

102. Quoniam diverſis anni diebus in diverſis parallelis Sol verticalis exiſtit; æſtatum initium in ſingulis parallelis diverſum.

### COROLLARIUM 2.

103. Quia tamen determinari poteſt anni dies, quo Sol fit verticalis (§. 91); in dato quolibet loco æſtatum initium definiri poteſt.

### THEOREMA 10.

104. *Loca omnia extra æquatorem ſita hiemem nonniſi unicam habent, nempe in hemiſphærio boreali ſi Sol in tropico Capricorni verſatur, in auſtrali vero, ſi idem in tropico Cancri extiterit.*

### DEMONSTRATIO.

Dato cuilibet loco extra æquatorem tropicus unus vicinior eſt altero, adeoque Sol in uno a vertice remotior quam in altero. Nempe ſi Sol in tropico Capricorni hæſerit, in hemiſphærio boreali majorem a vertice diſtantiam habet, quam ſi idem ad tropicum Cancri acceſſerit & contra. Quare cum majori intervallo nullibi a vertice diſcedere poſſit quam in tropico remotiore (§. 150. 171 *Aſtron.*); in locis omnibus extra æquatorem ſitis hiems nonniſi unica eſt. Et quia maxima Solis a vertice diſtantia eſt in hemiſphærio boreali, Sole in tropico Capricorni verſante; tunc temporis ibidem hiems incipit (§. 77). Eodemque modo patet, in hemiſphærio oppoſito hiemis initium eſſe, ſi Sol in tropico Cancri fuerit. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

105. In eodem adeo hemiſphærio ubique locorum eodem die hiems incipit.

THEO-

THEOREMA 11.

106. *Loca Zonæ torridæ, quorum latitudo non excedit tertiam declinationis maximæ eclipticæ partem, duo habent verna tempora, ſed autumnum nonniſi unicum.*

DEMONSTRATIO.

In iis locis Sol quater mediam a vertice diſtantiam habet (§ 96). Quare cum duæ ibidem ſint æſtates (§. 101) hiems nonniſi unica (§. 104), nonniſi ſemel contingit, ut ab hieme ad mediam diſtantiam perveniat, in duobus vero caſibus ab æſtate, in uno, dum a media diſtantia ad tropicum vicinum excurrit & inde rurſus ad mediam diſtantiam revertitur. Patet adeo, autumnum eſſe tantum unum (§. 79), verna tempora duo, quorum unum durat, dum Sol a media diſtantia digreſſus per eandem ad minimam revertitur (§. 78). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

107. Quando in loco quolibet datæ latitudinis ſit autumni, quando vernorum temporum initium, invenitur per problema 17 (§. 92).

COROLLARIUM 2.

108. Ex demonſtratione ſimul infertur, ordinem tempeſtatum hunc eſſe: 1. hiems, 2. Ver, 3. æſtas, 4. ver, 5. æſtas, 6. autumnus.

THEOREMA 12.

109. *In Zona temperata & frigida ſeptentrionali æſtatis initium eſt Sole in o ♋ exiſtente; in temperata vero & frigida auſtrali eodem in o ♑ verſante.*

DEMONSTRATIO.

Sol enim non propior ad verticem accedit in Zona temparata & frigida ſeptentrionali, quam ſi in o ♋ exiſtit (§. 167 *Aſtron.*). Ergo tum temporis ibidem æſtas incipit (§. 76). *Quod erat unum.*

Eodem modo patet, initium æſtatis in Zona temperata & frigida auſtrali eſſe, ſi Sol in o ♑ extiterit. *Quod erat alterum.*

SCHOLION.

110. *Quæ hactenus de tempeſtatibus ſtatis ex principiis Aſtronomicis demonſtrata ſunt, non plura inſinuant, quam quod Sol pro diverſo ad verticem acceſſu & diverſo ab eodem receſſu nunc magis calefaciat, nunc minus, remotis nempe obſtaculis inferius commemorandis. Cavendum itaque, ne pro omnibus terræ locis eadem frigoris & caloris incrementa & decrementa imaginemur, dum tempeſtates ſtatas iisdem nominibus inſignimus. Sane in Zona torrida non glacie ac gelu ſævit hiems, quemadmodum in temperatis & frigidis. Sed harum rerum ratio infra demum patebit.*

# CAPUT IV.
## De
# CLIMATIBUS.

*DEFINITIO* 21.

111. *Clima* eſt pars ſuperficiei telluris duobus circulis æquatori parallelis terminata, ita ut dies longiſſimus in parallelo polo viciniore excedat diem longiſſimum in parallelo æquatori propiore definita quadam temporis parte, nempe hora dimidia, quamdiu tardius creſcit, hora integra, immo diebus integris, quando celerius creſcit.

*DEFINITIO* 22.

112. *Initium Climatis* eſt circulus parallelus, in quo dies anni longiſſimus eſt breviſſimus per totum clima.

*DEFINITIO* 23.

113 *Finis Climatis* eſt circulus parallelus, in quo dies longiſſimus anni eſt maximus per totum clima.

*DEFINITIO* 24.

114. *Medium climatis* eſt circulus parallelus, in quo dies longiſſimus anni eſt medius inter maximum & minimum diem longiſſimum in eodem climate.

*DEFINITIO* 25.

115. *Dies* hic denotat temporis ſpatium, quod metitur mora Solis ſupra horizontem: *Nox* vero illud, quod metitur mora ejusdem infra horizontem.

*DEFINITIO* 26.

116. *Sphæra recta* dicitur ibi locorum, ubi æquator horizontem ad angulos rectos ſecat.

*DEFINITIO* 27.

117. *Sphæra parallela* dicitur ibi locorum, ubi æquator ſenſibili horizonti eſt parallelus & in plano rationalis.

*DEFINITIO* 28.

118. *Sphæra obliqua* vocatur ibi locorum, ubi æquator horizontem oblique ſecat.

*THEOREMA* 13.

119. *Loca ſub æquatore ſita habent ſphæram rectam & contra.*

*DEMONSTRATIO.*

Si locus ſub æquatore ſitus, æquator per Zenith ejusdem tranſit (§. 50 *Aſtron.*), adeoque per polum horizontis (§. 53 *Aſtron.*). Quare cum circulus maximus ſit (§. 40 *Aſtron.*); horizontem tam rationalem (§. 53 *Aſtron.* & §. 28 *Sphæric.*), quam ſenſibilem (§. 83 *Aſtron.* & §. 30 *Sphæric.*) ad angulos rectos ſecat.

cat. Sphæra igitur ſub æquatore recta (§. 116). *Quod erat unum.*

Si alicubi locorum ſphæra recta, æquator horizontem ad angulos rectos ſecat (§. 116), adeoque cum ſit circulus maximus (§. 40 *Aſtron.*) per polos horizontis tranſit (§. 28. 29 *Sphæric.*). Sed poli horizontis tam rationalis, quam ſenſibilis ſunt Zenith atque Nadir (§. 33. 82 *Aſtron.*). Cum adeo per Zenith tranſeat æquator, locus ſub æquatore ſitus eſt (§. 50 *Aſtron.*). *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 14.

120. *Sub utroque polo ſphæra eſt parallela & ubi terrarum ſphæra parallela eſt, ibi eſt polus.*

### DEMONSTRATIO.

Sub polo polus mundi in Zenith conſtitutus (§ 50 *Aſtron.*) adeoque cum polo horizontis coincidit cum rationalis, tum ſenſibilis (§. 53. 82 *Aſtron.*). Sed idem Zenith eſt polus æquatoris (§. 40 *Aſtron.*): ergo horizonti rationali & ſenſibili parallelus (§. 42 *Sphær.*), immo quia cum æquator (§. 41 *Aſtron.*), tum horizon rationalis (§. 53 *Aſtron.*) quadrantis intervallo a Zenith diſtat, æquator prorſus in plano horizontis rationalis exiſtit. Eſt igitur ſphæra parallela (§. 117). *Quod erat unum.*

Si alicubi terrarum ſphæra parallela; æquator horizonti parallelus (§. 117). Habent ergo æquator & horizon eosdem polos (§. 42 *Sphæric.*), adeoque poli æquatoris, hoc eſt mundi (§. 40 *Aſtron.*) coincidunt cum Zenith atque Nadir (§. 53 *Aſtron.*). Locus adeo Telluris ſub polo mundi ſitus (§. 50 *Aſtron.*), adeoque polus terræ eſt (§. 12). *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 15.

121. *Loca extra æquatorem & polos ſita habent ſphæram obliquam.*

### DEMONSTRATIO.

Aut enim ſphæram obliquam habent, aut rectam, aut parallelam. Sed nec parallelam, nec rectam habent, alias enim ſita eſſent vel ſub polo (§. 121), vel ſub æquatore (§. 120). Habent ergo ſphæram obliquam. *Q. e. d.*

### THEOREMA 16.

122. *In ſphæra recta nulla eſt poli elevatio, in parallela maxima, in obliqua æqualis eſt complemento ad rectum inclinationis æquatoris ad horizontem.*

### DEMONSTRATIO.

In ſphæra recta æquator horizontem ad angulos rectos ſecat (§. 116), adeoque cum uterque ſit circulus maximus (§. 40. 53 *Aſtron.*), horizon per polos æquatoris (§. 28 *Sphæric.*), hoc eſt, per polos mundi (§. 40 *Aſtron.*) tranſit. Nulla

igitur

igitur eſt poli elevatio (§. 91 *Aſtron.*) *Quod erat primum.*

In ſphæra parallela æquator horizonti parallelus (§. 117): habet ergo uterque circulus eosdem polos (§. 42 *Sphæric.*), conſequenter polus æquatoris eſt in Zenith (§. 50 *Aſtron.*), adeoque ejus altitudo quadrans (§. 41 *Aſtron.*). Sed nulla altitudo quadrante major eſſe poteſt. In ſphæra igitur parallela altitudo poli maxima. *Quod erat ſecundum.*

Tab. II. Fig. 13. In ſphæra obliqua æquator AQ horizontem HR oblique ſecat (§. 118). Eſt vero elevatio Poli PR complementum elevationis æquatoris AH (§. 89 *Aſtron.*) & HA metitur inclinationem æquatoris AQ ad horizontem HR, nempe angulum O, (§. 92 *Aſtron.*). Quare elevatio poli eſt complementum hujus inclinationis ad rectum. *Quod erat tertium.*

### THEOREMA 17.

123. *In ſphæra recta toto anni tempore nox diei æqualis eſt.*

### DEMONSTRATIO.

Tab. II. Fig. 14. In ſphæra recta horizon HR æquatorem AQ ad angulos rectos ſecat (§. 116), adeoque per hujus polos tranſit (§. 28 *Sphæric.*) Sed cum circuli diurni Solis MN & IK ob declinationis intra 24 horas mutationem ſemidiametro apparente Solis minorem (§. 189. 517 *Aſtron.*) æquatori AQ paralleli cenſeri queant (§. 49 *Aſtron.*); horizon etiam per polos circulorum diurnorum IK & MN tranſit (§. 41 *Sphæric.*), & hinc eos bifariam ſecat (§. 30 *Sphæric.*). Quoniam itaque motus primus æquabilis ponitur (§. 201 *Aſtron.*), Sol tanto temporis ſpatio ſupra horizontem commoratur, quanto infra eundem latet (§. 22 *Mechan.*). Nox adeo diei perpetuo æqualis (§. 115). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

124. Quoniam intervallum temporis a meridie præſente usque ad ſubſequentem elapſum in 24 horas dividitur; in ſphæra recta nox atque dies perpetuo 12 horarum exiſtunt.

### THEOREMA 18.

125. *In ſphæra parallela dies & nox non niſi unica eſt annis ſingulis, longitudinis fere ſemeſtris.*

### DEMONSTRATIO.

In ſphæra parallela æquator cum horizonte rationali coincidit (§. 117), conſequenter unus eclipticæ ſemicirculus conſtanter infra horizontem latet, alter ſupra eundem permanet (§. 163 *Aſtron.*). Quamdiu igitur Sol in uno ſemicirculo verſatur, ſub horizonte conſtanter latet: quamdiu alterum percurrit, ſuper horizonte perpetuo commoratur. In ſphæra adeo parallela dies & nox nonniſi unica (§. 115). *Quod erat unum.*

Quo-

Quoniam vero Sol utrumque ſemicirculum eclipticæ æquali propemodum tempore percurrit (differentia enim nondum octo dierum eſt, §. 604 *Aſtron.*) cum nox, tum dies ſemeſtris fere eſt longitudinis. *Quod erat alterum.*

### COROLLARIUM.

126. Quoniam propter radiorum ſolarium in atmoſphæra denſiſſima ſphæræ parallelæ Sol ſuper horizonte elevatus cernitur, antequam in æquatorem ingreditur, nec minus ſuper eodem apparet, quando jam infra æquatorem deſcendit (§. 323 *Aſtron.*); dies ſemeſtri ſpatio longior, nox vero eodem brevior evadit.

### THEOREMA 19.

127. *In ſphæra parallela caligo nocturna vix per duos menſes durat.*

### DEMONSTRATIO.

Quando enim Sol 20 gradibus infra horizontem depreſſus, crepuſculi matutini initium eſt, finis vero veſpertini (§. 387 *Aſtron.*). Quare cum in ſphæra parallela æquator ſit in plano horizontis rationalis (§. 117), initium matutini & finis veſpertini eſt, Solis declinatione 20 graduum exiſtente (§. 67 *Aſtron.*). Sed declinatio 20 graduum requirit diſtantiam Solis a punctis æquinoctialibus 60° (§. 93 *Aſtron.*). Quare cum Sol ſingulis diebus unum propemodum gradum in ecliptica conficiat; initium crepuſculi matutini ortum Solis antecedit, finis vero veſpertini occaſum ſequitur intervallo 60 circiter dierum. Quodſi ergo dies bis 60, hoc eſt, 120 a ſpatio ſemeſtri $182\frac{1}{2}$ dierum ſubtrahas, relinquetur caligini nocturnæ ſpatium $62\frac{1}{2}$ dierum: quod duos menſes vix excedit. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

128. *Duorum iſtorum menſium ſpatio plusquam dimidio Lunæ ſplendor caliginem temperat, ut adeo tenebræ ſub polis ſint rariores, quam in reliquis terræ locis.*

### THEOREMA 20.

129. *Sole in æquatore exiſtente, ubivis terrarum extra polos nox diei æqualis eſt.*

### DEMONSTRATIO.

Sol in æquatore exiſtens deſcribit circulum æquinoctialem (§. 46 *Aſtron.*), qui cum in eodem plano ſit cum æquatore (§. 45 *Aſtron.*), ab horizonte rationali ubivis terrarum extra polos bifariam ſecatur (§. 75 *Aſtron.*). Quare cum motus primus ſit æquabilis; dimidio temporis ſpatio, quo æquinoctialem percurrit, ſupra, dimidio infra eundem exiſtit, conſequenter nox diei æqualis (§. 115). *Q. e. d.*

### SCHOLION.

130. *Hinc* æquinoctialis & æquinoctii *manavit denominatio.*

*THEO-*

### THEOREMA 21.

131. *In locis, quorum latitudo major eſt, dies longiſſimus anni major & breviſſimus minor eſt quam in illis, quorum minor eſt latitudo: idemque valet de die quocunque reliquo.*

### DEMONSTRATIO.

Ubivis terrarum eſt ut ſinus totus ad tangentem latitudinis ita tangens declinationis maximæ eclipticæ ſeu dimidiæ latitudinis Zonæ torridæ ad ſinum differentiæ aſcenſionalis (§. 196 *Aſtron.* & §. 54 *Geogr.*). Sunt ergo in duobus locis diverſæ latitudinis ſinus differentiarum aſcenſionalium ut tangentes latitudinum (§. 167 *Arithm.*), adeoque Sole in tropico exiſtente ſub majore latitudine major eſt aſcenſionalis differentia quam ſub minore (§. 7 *Trigon.* & §. 141 *Arithm.*). Quare cum duplum differentiæ aſcenſionalis metiatur exceſſum diei longisſimi ſuper 12 horas & defectum brevisſimi a 12 horis (§. 203 *Aſtron.*); dies longisſimus ſub majore latitudine major & brevisſimus minor eſt quam ſub minore (§. 82 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Eodem prorſus modo patet, diem quemcunque alium anni eſſe ſub latitudine majore majorem, ſi utrobique dies creſcunt, minorem contra, ſi decreſcunt, quam ſub latitudine minore. *Quod erat alterum.*

### THEOREMA 22.

132. *In eodem circulo parallelo iidem anni dies ſunt inter ſe æquales.*

### DEMONSTRATIO.

Ex demonſtratione theorematis præcedentis patet, ſinus differentiarum aſcenſionalium eſſe ut tangentes latitudinum. Cum adeo in eodem parallelo latitudo ſit eadem differentiæ quoque aſcenſionales eædem erunt. Quare cum hæ metiantur exceſſum diei ſupra 12 horas atque defectum a 12 horis (§. 203 *Aſtron.*); iidem anni dies in eodem parallelo æquales ſunt (§. 82 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### PROBLEMA 18.

133. *Data latitudine loci & declinatione maxima eclipticæ, invenire longitudinem diei longiſſimi, itemque breviſſimi.*

### RESOLUTIO.

1. Cum latitudo æqualis ſit elevationi poli (§. 54): quæratur differentia aſcenſionalis, Sole in tropico verſante (§ 196 *Aſtron.*).
2. Hac reperta invenietur porro longitudo diei tam longiſſimi, quam brevisſimi (§. 203 *Aſtron.*).

### PROBLEMA 19.

134. *Data longitudine diei longisſimi, invenire latitudinem loci.*

PE-

*RESOLUTIO.*

Tab. I. Fig. 13.

1. A longitudine diei longiſſimi dimidia ſubtrahantur 6 horæ, & reſiduum convertatur in gradus æquatoris (§. 202 *Aſtron.*): ita prodibit differentia aſcenſionalis OD.

2. Datis jam in triangulo SOD ad D rectangulo (§. 68 *Aſtron.*) declinatione maxima eclipticæ SD & differentia aſcenſionali OD, invenietur angulus SOD, quem metitur AH (§. 92 *Aſtron.*) elevationis poli PR (§. 89 *Aſtron.*), conſequenter latitudinis AZ (§. 54) complementum ad quadrantem (§. 126 *Sphær.*)

E. gr. Sit dies longiſſimus 16 h. erit OD 30° 4′ 56″. Quare cum DS 23° 29′ (§. 156 *Aſtron.*), erit

Log. Sin. OD 1.97000476
Tang. DS 96379563

Log. Cotang. O 10.0620913, cui in Canone reſpondent 49° 4′ 54″, quæ eſt latitudo quæſita.

*SCHOLION* 1.

135. *Per hoc problema conſtruitur tabula climatum, qualem ex* Varenio (i) *ad declinationem eclipticæ* 23° 30′ *ſupputatam hic exhibere libet: quoniam nobis non ſuppetit ſpatium ex declinatione* 23° 29′ *eam ſupputandi.*

(II.)

Tabula Climatum.

| Climata | Paralleli | Dies longiſ. | | Latit. loci | |
|---|---|---|---|---|---|
| I. | Principium | 12 h. | 0′ | 0° | 0′ |
| | Medium | 12 | 15 | 4 | 15 |
| | Finis | | 30 | 8 | 25 |
| II | Medium | 12 | 45 | 12 | 30 |
| | Finis | 13 | 0 | 16 | 25 |
| III. | Medium | 13 | 15 | 20 | 15 |
| | Finis | 13 | 30 | 23 | 50 |
| IV. | Medium | 13 | 45 | 27 | 40 |
| | Finis | 14 | 0 | 30 | 20 |
| V. | Medium | 14 | 15 | 33 | 40 |
| | Finis | 14 | 30 | 36 | 28 |
| VI. | Medium | 14 | 45 | 39 | 2 |
| | Finis | 15 | 0 | 41 | 22 |
| VII. | Medium | 15 | 15 | 43 | 32 |
| | Finis | 15 | 30 | 45 | 29 |
| VIII. | Medium | 15 | 45 | 47 | 20 |
| | Finis | 16 | 0 | 49 | 1 |
| IX. | Medium | 16 | 15 | 50 | 33 |
| | Finis | 16 | 30 | 51 | 58 |
| X. | Medium | 16 | 45 | 53 | 17 |
| | Finis | 17 | 0 | 54 | 27 |
| XI. | Medium | 17 | 15 | 55 | 34 |
| | Finis | 17 | 30 | 56 | 37 |
| XII. | Medium | 17 | 45 | 57 | 32 |
| | Finis | 18 | 0 | 58 | 29 |



(i) Geogr. gener. ſect. 6 c. 25 prop. 13 p. m. 319.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| XIII. | Medium | 18h. | 15′ | 59° | 14′ |
| | Finis | 18 | 30 | 59 | 58 |
| XIV. | Medium | 18 | 45 | 60 | 40 |
| | Finis | 19 | 0 | 61 | 18 |
| XV. | Medium | 19 | 15 | 61 | 55 |
| | Finis | 19 | 30 | 62 | 25 |
| XVI | Medium | 19 | 45 | 62 | 54 |
| | Finis | 20 | 0 | 63 | 22 |
| XVII. | Medium | 20 | 15 | 63 | 40 |
| | Finis | 20 | 30 | 64 | 6 |
| XVIII. | Medium | 20 | 45 | 64 | 30 |
| | Finis | 21 | 0 | 64 | 49 |
| XIX. | Medium | 21 | 15 | 65 | 6 |
| | Finis | 21 | 30 | 65 | 21 |
| XX. | Medium | 21 | 45 | 65 | 35 |
| | Finis | 22 | 0 | 65 | 47 |
| XXI. | Medium | 22 | 15 | 65 | 57 |
| | Finis | 22 | 30 | 66 | 6 |
| XXII. | Medium | 22 | 45 | 66 | 14 |
| | Finis | 23 | 0 | 66 | 20 |
| XXIII. | Medium | 23 | 15 | 66 | 25 |
| | Finis | 23 | 30 | 66 | 28 |
| XXIV. | Medium | 23 | 45 | 66 | 30 |
| | Finis | 24 | 0 | 66 | 31 |
| XV. | | 1 Menſ. | | 67 | 30 |
| XXVI. | | 2 | | 69 | 30 |
| XXVII. | | 3 | | 73 | 20 |
| XXVIII. | | 4 | | 7 | 20 |
| XXIX. | | 5 | | 84 | 0 |
| XXX. | | 6 | | 90 | 0 |

## SCHOLION 2.

136. *Communiter climata non extenduntur ultra vigeſimum quartum, ubi dies longiſſimus eſt in fine 24 horarum. Alia vero fuit climatum ratio apud veteres, quam prolixe exponit* Ricciolus (h). *Notandum vero in ordinandis climatis nullam haberi rationem refractionis.*

## PROBLEMA 20.

137. *Data quantitate maxima diei & elevatione poli invenire declinationem maximam ecliptica.* Tab. I. Fig. 13.

## RESOLUTIO.

1. A dimidia die longiſſima ſubtrahantur 6 horæ.
2. Reſiduum convertatur in gradus æquatoris, ut habeatur differentia aſcenſionalis OD.
3. Cum adeo in triangulo OSD ad D rectangulo (§. 68) præterea detur angulus O, cujus menſura eſt elevatio æquatoris AH; reperietur declinatio DS; (§. 124 *Sphæric.*).

## SCHOLION.

138. *Altitudo poli* (§. 134) *& declinatio Solis maxima hac ratione inventa non eſt ſatis accurata, quia Solis refractio, ſane non contemnenda, negligitur. Quare ſi & quan-*

(h) Geograph. Reform. lib. 7 c. 9 f. 268 & ſeqq.

*quantitatem diei longisſimæ ſub data loci latitudine accuratius computare, & vice verſa ex illa data hanc & declinationem eclipticæ elicere volueris, utendum eſt methodo ſequente.*

PROBLEMA 21.

Tab. I. Fig. 13. 139. *Data altitudine poli PR, declinatione Solis maxima & quantitate refractionis horizontalis TV, invenire longitudinem diei maximæ anni.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam in triangulo ZPV dantur tria latera, nempe PZ elevationis poli PR atque PV declinationis maximæ VI complementum & ZV aggregatum ex quadrante ZT & refractione TV; invenietur angulus ZPV (§. 159 *Sphæric.*), cujus menſura AI (§. 33 *Sphæric.*) eſt arcus ſemidiurnus.

2. Quodſi ergo is in tempus convertatur (§. 222 *Aſtron.*), prodibit quantitas dimidiæ diei longisſimæ, qualis ob refractionem Solis obſervatur.

PROBLEMA 22.

Tab. I. Fig. 13. 140. *Data quantitate diei longisſimæ, refractione Solis horizontali TV & declinatione tropici IV, invenire elevationem poli ſeu latitudinem loci.*

RESOLUTIO.

1. Dimidia quantitas diei longisſimæ convertatur in gradus æquatoris (§. 202 *Aſtron.*), ita innoteſcet arcus æquatoris AI, conſequenter angulus API (§. 33 *Sphæric.*).

2. Quoniam præter hunc angulum in triangulo ZPV dantur latera PV, declinationis maximæ VI complementum & ZV aggregatum ex quadrante ZT & refractione TV; reperietur latus ZP (§. 153 *Sphæric.*), elevationis poli PR complementum.

PROBLEMA 23.

141. *Data latitudine loci ſeu elevatione poli PR, declinatione tropici IV & quantitate diei longisſimæ per obſervationem, invenire refractionem horizontalem Solis.* Tab. I. Fig. 13.

RESOLUTIO.

1. Convertatur ut in probl. præced. (§. 140) dimidia quantitas diei longisſimæ in gradus æquatoris, ut habeatur angulus ZPV.

2. Quoniam præterea in triangulo ZPV dantur latera ZP & PV, elevationis poli PR & declinationis tropici IV complementa; reperietur latus ZV (§. 154 *Sphæric.*).

3. Inde auferatur quadrans ZT: quod relinquitur, eſt refractio horizontalis Solis TV.

SCHOLION.

142. *Quodſi parallaxis Solis eſſet ſenſibilis qualis tamen non eſt,* (§. 804 Aſtron.); *TV foret refractio apparens, qualis nempe apparet, poſtquam parallaxi fuit mulctata.*

### *PROBLEMA 24.*

Tab. I. Fig 15. 143. *Data elevatione poli PR & declinatione tropici CQ ſupra horizontem extantis, determinare quantitatem temporis, quo Sol non occidit & quo non oritur.*

### *RESOLUTIO.*

1. Si nulla habeatur ratio refractionis, complementum PC declinationis tropici QC ſubtrahatur ab elevatione poli PR; ita relinquetur CR ulterius ſubducenda ex declinatione maxima CQ, ut relinquatur declinatio Solis QR in dato loco orientis vel occidentis. Si vero habeatur refractionis ratio, hæc a declinatione modo inventa ulterius ſubducatur, ut relinquatur declinatio Solis in horizonte per refractionem viſi.
2. Data declinatione Solis inveniantur loca in illo ſemicirculo eclipticæ, quem tropicus tangit, eidem reſpondentia (§. 193 *Aſtron.*).
3. Computetur temporis ſpatium, quo Sol arcum eclipticæ inter loca iſta interceptum percurrit; quod erit æquale quæſito, quo ſupra horizontem commoratur.
4. Quodſi hoc tempus a quantitate anni auferatur, relinquetur temporis ſpatium, quo Sol in loco dato non oritur.

E. gr. Sit altitudo poli 76°. Quoniam CQ 23° 29′, erit PC 66° 31′ adeoque neglecta refractione CR 9° 29′ & hinc QR 14°: cui in Semicirculo boreali reſpondent ♉ 7° 23′ 4″ & ♌ 22° 36′ 56″. Quodſi ex QR ſubtrahatur refractio horizontalis 32′, relinquetur declinatio 13° 28′: cui reſpondent ♉ 5° 45′ 45″ & ♌ 24° 14′ 15″. Ex ephemeridibus adeo innoteſcit in utroque caſu tempus, quo Sol a dato puncto ♉ ad datum punctum ♌ pervenit.

### *COROLLARIUM.*

144. Quodſi ad datum tempus, quo Sol oritur, quæratur locus Solis (§. 647 *Aſtron.*) & inde porro declinatio ejus (§. 188 *Aſtron.*); hæc a QR complemento elevationis poli PR ſubducta relinquit refractionem horizontalem.

### *SCHOLION.*

145. *Per problemata hactenus tradita Tabula climatum accuratior computari poteſt, ratione nimirum habita refractionis, qualem dedit* Ricciolus (l) *in compendio hic exhibitam.*

Clima

(l) Geogr. Reform. lib. 7. c. 12. f. 281.

| Clim. med. | Dies Long. | Latit. | Climat. | Dies Longit. | Latit. |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 12 h.30' | 7° 18' | VIII | 16 h.0' | 48° 15' |
| II | 13 0 | 15 36 | IX | 17 0 | 53 46 |
| III | 13 30 | 23 8 | X | 18 0 | 57 44 |
| IV | 14 0 | 29 49 | XI | 19 0 | 60 39 |
| V | 14 30 | 35 35 | XII | 20 0 | 62 44 |
| VI | 15 0 | 40 32 | XIII | 22 0 | 65 10 |
| VII | 15 30 | 44 42 | XIV. | 24 0 | 65 54 |

| Climat. med. | Latit. | Conſ. Boreal. Lux | Conſ. Boreal. Nox | Cont Auſtr. Lux | Cont Auſtr. Nox |
|---|---|---|---|---|---|
| XV | 66° 53' | 31 d. | 27 d. | 30 d. | 28 d. |
| XVI | 69 30 | 62 | 58 | 60 | 59 |
| XVII | 73 0 | 93 | 87 | 89 | 88 |
| XVIII | 78 6 | 124 | 117 | 120 | 118 |
| XIX | 84 0 | 156 | 148 | 150 | 149 |
| XX | 90 0 | 188 | 180 | 178 | 177 |

## CAPUT V.

# De ILLUMINATIONE TELLURIS ATQUE UMBRIS.

### *DEFINITIO* 29.

146. *Aſcii* ſunt, quorum umbra meridiana certo anni tempore nulla eſt.

### *COROLLARIUM* 1.

147. Sunt adeo aſcii, quibus Sol fit verticalis (§. 124 *Optic.*), conſequenter incolæ Zonæ torridæ (§. 90) & dies, quo umbra meridiana nulla eſt, determinatur per probl. 16 (§. 91).

### *COROLLARIUM* 2.

148. Quoniam in Zonis temperatis & frigidis Sol nunquam fit verticalis (§. 90); incolæ Zonarum temperatarum & frigidarum nunquam ſunt aſcii.

### *DEFINITIO* 30.

149. *Amphiſcii* ſunt, quorum umbra meridiana quodam anni tempore verſus boream, alio autem verſus auſtrum tendit.

### *COROLLARIUM* 1.

150. Incolis Zonæ torridæ Sol bis per annum fit verticalis, reliquo tempore a vertice diſtat vel verſus boream, vel verſus auſtrum (§. 90). Quare cum umbra tendat in plagam Soli oppoſitam (§. 124 *Optic.*), incolæ Zonæ torridæ ſunt amphiſcii.

### *COROLLARIUM* 2.

151. Terricolæ adeo amphiſcii ſunt etiam aſcii (§. 147).

### *DEFINITIO* 31.

152. *Heteroſcii* ſunt, quorum umbra

bra meridiana conſtanter, vel verſus auſtrum, vel verſus boream tendit.

## COROLLARIUM.

153. Quoniam incolis Zonarum temperatarum, quorum latitudo minor 65° 54′ Sol quotidie oritur & occidit (§. 145), adeoque meridianus in auſtrali conſtanter verſus boream, in boreali verſus auſtrum a vertice diſtat (§. 90); erunt illi heteroſcii.

## DEFINITIO 32.

154. *Periſcii* ſunt, quorum umbræ uno eodemque die ſucceſſive in omnes plagas tendunt.

## COROLLARIUM.

155. Quoniam in Zonis frigidis & locis nonnullis temperatarum, ubi latitudo 65° 54′ non minor, Sol integris diebus non occidit (§. 145), adeoque ſucceſſive in omnibus plagis per diem conſpicitur; incolæ illorum locorum periſcii ſunt.

## THEOREMA 23.

Tab. I. Fig. 16. 156. *Diſtantia Solis meridiani a vertice in omni Zona æquatur aggregato ex latitudine loci & declinatione Solis diverſi nominis ac differentia declinationis & latitudinis cognominum.*

## DEMONSTRATIO.

Sit HZQ meridianus, HR horizon, AQ æquator, Z Zenith, Sol primum in S vel etiam in Zona torrida in ſ, deinde in T: erunt AS, Aſ & AT declinationes ejus (§. 67 *Aſtron.*), SZ, ſZ & TZ diſtantiæ a vertice. Eſt vero AZ altitudini poli (§. 90 *Aſtron.*), adeoque etiam latitudini loci (§. 54) æqualis. Ergo diſtantia a vertice in caſu priore SZ vel ſZ eſt differentia declinationis & latitudinis cognominum; in poſteriore AZ aggregatum ex declinatione & latitudine diverſi nominis. *Q. e. d.*

## THEOREMA 24.

157. *In omni Zona umbra recta meridiana eſt ad altitudinem corporis opaci ut tangens differentiæ declinationis Solis & latitudinis cognominum & ut tangens aggregati ex declinatione & latitudine diverſi nominis ad ſinum totum.*

## DEMONSTRATIO.

Eſt enim ut tangens AC anguli ABC ſeu BCD (§. 221 *Geom.*), hoc eſt, diſtantiæ Solis a vertice BD, ad ſinum totum, ita longitudo umbræ rectæ AC ad altitudinem opaci AB (§. 38 *Trigon.*). Sed diſtantia Solis meridiani a vertice æquatur differentiæ declinationis & latitudinis cognominum & aggregato ex declinatione & latitudine diverſi nominis (§. 156). Ergo umbra recta meridiana eſt ad altitudinem opaci ut tangens differentiæ declinationis & latitudinis cognominum Tab. I. Fig. 17.

& ut

& ut tangens aggregati ex declinatione & latitudine diverſi nominis ad ſinum totum (§. 157 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM I.

158. Eſt igitur longitudo opaci ad umbram verſam ut tangens differentiæ declinationis & latitudinis cognominum & ut aggregatum ex declinatione diverſi nominis ad ſinum totum (§. 164 *Optic.*), conſequenter umbra verſa ad opacum ut ſinus totus ad tangentem iſtum.

### COROLLARIUM 2.

Tab. I. Fig. 16. 159. Quia creſcente latitudine AZ, cum aggregatum TZ, tum differentia SZ creſcit, Zſ vero decreſcit, umbræ meridianæ rectæ eodem die ſub eodem meridiano cum latitudine loci in Zonis temperatis & frigidis, & quando in torrida declinatio cognominis latitudinem non ſuperat, continuo creſcunt (§. 188 *Arithm.* & §. 158 *Geogr.*), ſed umbræ verſæ &, quando in Zona torrida declinatio Solis ſuperat latitudinem, etiam rectæ, latitudine creſcente decreſcunt (§. 188 *Arithm.* & §. 159 *Geogr.*).

### SCHOLION I.

160. *In his quidem nulla habetur ratio ſemidiametri apparentis Solis, quam teſte Canone tangentium contemnere licet, quamdiu centeſima pars altitudinis fuerit parvitatis contemnenda, Solis nimirum ſemidiametro apparente 16 minuta non excedente* (§. 517 Aſtron.) *Enimvero ſi gnomones fuerint majores; tum ſubintelligenda eſt declinatio ſemidiametro Solis multata, ubi ſermo fuerit de umbra recta, ſed eadem aucta, ubi de verſa. Ubique autem in omni caſu utendum eſt declinatione refracta, refractionem nempe a declinatione vera ſubtrahendo.*

### COROLLARIUM 3.

161. Cum dimidia latitudo Zonæ torridæ ſit declinationi Solis maximæ æqualis (§. 66); umbra recta meridiana in ſolſtitio æſtivo eſt ad gnomonem ut tangens differentiæ dimidiæ latitudinis Zonæ torridæ & latitudinis loci dati ad ſinum totum, umbra vero meridiana in ſolſtitio brumali eſt ut tangens aggregati ex dimidia latitudine Zonæ torridæ & latitudine loci (§. 157); umbræ verſæ contra in contraria ratione exiſtunt (§. 158).

### SCHOLION 2.

162. *Hinc facile conſtruuntur Tabulæ umbrarum ſolſtitialium pro diverſis parallelis & umbrarum meridianarum in eodem parallelo ad ſingulos eclipticæ gradus.*

### PROBLEMA 25.

163. *Data latitudine loci, invenire anni diem, quo umbra meridiana altitudini corporis æqualis.*

### RESOLUTIO.

1. Quoniam id contingit, quando altitudo limbi Solis 45° exiſtit (§. 147. 163 *Optic.*), & ob datam loci latitudinem altitudo æquatoris datur (§. 89 *Aſtron.* & §. 54 *Geogr.*) altitudo æquatoris cum refractione gradui quadrageſimo quinto conveniente & ſemidiametro apparente Solis ſubtrahatur a 45°, vel, ſi altitudo æqua-

æquatoris major extiterit, ab ea ſubtrahantur 45° cum refractione & ſemidiametro Solis, relinquetur in caſu primo declinatio Solis borealis, in poſteriori auſtralis (§. 67 *Aſtron.*).

2. Quærantur loca Solis declinationibus iſtis reſpondentia (§. 193 *Aſtron.*).

3. In ephemeridibus evolvantur dies, quando Sol loca iſta eclipticæ attingit. Sic factum eſt, quod petebatur.

E. gr. Halæ latitudo 51° 32′ (§. 60) adeoque elevatio æquatoris 38° 28′. Porro refractio 1′ 11″, ſemidiameter Solis apparens 31′ 40″ circiter (§. 117 *Aſtron.*). Ergo declinatio Solis borealis quæſita 12° 31′ 9″, cui fere 3° ♉ & 27° ♌ reſpondent. Ergo hoc anno 1714 umbra fuit corporis altitudini æqualis in ipſo meridie die 22 April & die 19 Auguſti.

### PROBLEMA 26.

164. *Dato quolibet anni die, quo Solis meridiani altitudo ſuperat 45°, determinare momenta diei, quibus umbra altitudini corporis æqualis.*

### RESOLUTIO.

1. Quodſi ex 45° ſubducatur refractio conveniens & ſemidiameter Solis apparens, relinquetur altitudo vera centri Solis ad illud momentum, quo umbra altitudini corporis æqualis (§. 163).

2. Ad datum diem ſupputetur locus Solis (§ 647 *Aſtron.*) & inde

3. Quæratur declinatio Solis (§. 188 *Aſtron.*), qua data

4. reperietur tempus quæſitum (§. 206 *Aſtron.*).

### PROBLEMA 27.

165. *Dato quolibet anni die, determinare parallelum, in quo incolæ aſcii ſunt.*

### RESOLUTIO.

Ad diem datum ſupputetur locus Solis (§. 647 *Aſtron.*) & inde ulterius eruatur ejus declinatio (§. 188 *Aſtron.*). Quoniam enim Sol ibi verticalis eſt, ubi incolæ aſcii ſunt (§. 124 *Optic.*); declinatio inventa eadem erit cum latitudine locorum ſeu diſtantia paralleli ab æquatore quæſita.

### PROBLEMA 28.

166. *Dato quolibet anni die determinare parallelum, in quo incolæ periſcii ſiunt.*

### RESOLUTIO.

Quoniam incolæ alicujus loci periſcii ſiunt, quando Sol primum ipſis non occidit (§. 155); latitudo locorum ſeu elevatio poli determinari debet, ubi circulus diurnus Solis horizontem in puncto infimo R tangit. Quæratur ergo

1. ut in problemate præcedente declinatio Solis AI ſeu QR.

2. Quoniam PQ = ZR = 90° (§. 41. 54 *Aſtron.*) ex 90° ſubtrahatur declinatio inventa QR; erit enim ZR - QR = PR (§. 83 *Arithm.*), quæ eſt elevatio poli ſeu latitudo loci quæſita.

### PROBLEMA 29.

167. *Determinare anni dies, quibus incolæ in dato Zonæ frigidæ loco periſcii ſunt.*

### RESOLUTIO.

Ex reſolutione problematis præcedentis patet, inveniendos eſſe anni dies, quibus Sol ibidem non occidit, & declinationem Solis QR, quando primum non occidit & quando rurſus occidere incipit, haberi, ſi ex 90° ſubducatur elevatio poli PR ſeu latitudo loci dati (§. 54). Quare

1. quærantur loca Solis, in quibus declinationem inventam habet (§. 193 *Aſtron.*).
2. Ex ephemeridibus evolvantur dies, quibus Sol ad illa eclipticæ loca pervenit. Toto enim tempore intermedio ibi non occidet, adeoque incolæ periſcii erunt.

### THEOREMA 25.

Tab. II. Fig. 18. 168. *Dum Sol in Zona torrida declinationem AM majorem habet latitudine loci AZ, ſed eidem cognominem; Sol ante & poſt meridiem fit retrogradus.*

### DEMONSTRATIO.

Ducatur verticalis ZGN, qui circulum diurnum Solis tangat in G, & alius ZON per Solem in O orientem: evidens eſt, omnes verticales intermedios bis ſecare diurnum Solis; prima nimirum vice in arcu GO, altera in arcu GI. Quare cum Sol per arcum GO aſcendit, ad verticales ulteriores continuo appellit: ſed ubi per arcum GI aſcenſum continuat, ad verticales priſtinos regreditur, adeoque ante meridiem aliquo tempore retrogradus ſpectatur: quod idem eodem modo poſt meridiem fieri debere oſtenditur. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

169. Quoniam umbra in oppoſitum Solis tendit (§. 124 *Optic.*); in locis Zonæ torridæ, quamdiu declinatio Solis latitudinem eorum excedit, umbra bis per diem fit retrograda.

### PROBLEMA 30.

170. *Data qualibet hora diei invenire locum telluris, cui Sol eſt verticalis.*

### RESOLUTIO.

1. Ad datam horam ſupputetur locus Solis (§ 647 *Aſtron.*) & inde porro ejus declinatio DS (§. 188 *Aſtron.*): quæ eadem erit latitudo loci quæſiti.
2. Tempus usque ad meridiem reſiduum (vel a meridie præter lapſum) Tab. II. Fig. 19.

lapſum) convertatur in gradus æquatoris (§.202 *Aſtron.*): qui erit arcus AD ſeu meridianorum diſtantia.

3. Quare cum locus S ſit orientalior noſtro Z, longitudini noſtræ addatur diſtantia modo reperta: ita nimirum prodibit longitudo quæſita (§ 56).

Data vero loci S longitudine D & latitudine DS dabitur per globum vel mappas locus ipſe.

*COROLLARIUM.*

171. Quoniam omnia loca ſub ejusdem meridiani ſemicirculo ſita ſimul meridiem habent (§.23); per hoc ipſum problema una determinantur loca, ubi meridies eſt quacunque hora diei alicubi data.

*PROBLEMA 31.*

172. *Data alicubi qualibet hora diei, determinare loca quotcunque, ubi Sol oritur vel occidit.*

*RESOLUTIO.*

1. Inveniatur locus Telluris S, cui tum Sol verticalis exiſtit (§.170).

2. Quoniam Sol occidens a Zenith (§. 54 *Aſtron.*), horizon vero rationalis HR a puncto S undiquaque quadrantis intervallo diſtat (§. *cit.*); tranſibit is per Zenith omnium locorum, ubi Sol oritur, adeoque ſi longitudini A loci dati S addas quadrantem æquatoris AO, prodibit locus ſub æquatore O, ubi Sol occidit (§. 56).

3. Addatur eidem longitudini A arcus quicunque quadrante minor AI; habebitur longitudo loci D ſub meridiano PD, ubi Sol occidit (§. *cit.*). Quare cum triangulum DIO ſit rectangulum ad I (§. 68 *Aſtron.*) & angulus O elevationi æquatoris AH in loco dato S (§. 92 *Aſtron.*), hoc eſt, complemento declinationis Solis AS (§. 170) æqualis, ob datum latus OI, longitudinum locorum D & O differentiam; reperietur latitudo DI ejusdem loci D (§. 124 *Sphæric.*).

4. Si latitudinem loci SA, ubi Sol verticalis, hoc eſt, declinationem Solis ſubtrahas ex quadrante SH, relinquetur latitudo AH vel QR locorum H & R ſub eodem meridiano cum loco S ſitorum, ubi Sol occidit.

Inventa adeo ſunt loca quotcunque telluris O, D, E, R &c. ubi Sol occidit: & eadem ratione reperiuntur loca quotcunque telluris in altero hemiſphærio, ubi Sol oritur, longitudinibus nempe per ſubtractionem determinatis.

CA-

# CAPUT VI.

## De
# ANTOECIS, PERIOECIS ET ANTIPODIBUS.

### DEFINITIO 33.

173. *Antœci* ſunt incolæ, qui eandem longitudinem & latitudinem, ſed diverſi nominis habent.

### COROLLARIUM.

174. Sunt adeo antœci ſub ejusdem Meridiani ſemicirculo (§. 52) & hinc ſimul meridiem habent horasque diei reliquas easdem (§. 23).

### DEFINITIO 34.

175. *Periœci* ſunt incolæ, qui eandem & cognominem latitudinem, ſed longitudines oppoſitas habent.

### COROLLARIUM.

176. Sunt adeo periœci in ejusdem meridiani diverſis ſemicirculis (§. 52) & hinc uno in loco media nox eſt, dum in altero meridies exiſtit.

### DEFINITIO 35.

177. *Antipodes* ſunt incolæ diametraliter ſibi mutuo oppoſiti.

### COROLLARIUM 1.

178. Quia tellus rotunda & quidem figuræ propemodum ſphæricæ (§. 3); antipodes dantur.

### COROLLARIUM 2.

179. Antipodes ſunt in ejusdem meridiani ſemicirculis diverſis & hinc uno in loco media nox eſt, dum in altero meridies exiſtit, horasque contrarias numerant antipodes.

### COROLLARIUM 3.

180. Habent adeo longitudines oppoſitas (§. 52).

### COROLLARIUM 4.

181. Quia horizon a Zenith alicujus loci intervallo 90° diſtat (§. 54 *Aſtron.*); puncta oppoſita Z & N; hoc eſt, antipodes (§. 177), eundem horizontem HR habent. Tab. II. Fig. 19.

### COROLLARIUM 5.

182. Dum ergo uni Sol oritur, alteri occidit (§. 13 *Aſtron.*) atque hinc unius dies alterius nox eſt (§. 115).

### THEOREMA 26.

183. *Antœci & Antipodes Zonarum temperatarum & frigidarum tempeſtates anni contrarias habent, nempe cum uno in loco hiems eſt, in altero æſtas exiſtit; cum in uno ver eſt, in altero autumnus exiſtit & contra.*

*DEMONSTRATIO.*

Cum enim o ♋ ſit in hemiſphærio boreali, o ♑ in auſtrali (§.164. 167 *Aſtron.*); dum in illo æſtas eſt, in hoc hiems exiſtit (§. 104. 109), conſequenter quia declinationes o ♋ & o ♑ æquales (§. *Aſtron.*), adeoque veris & autumni initium cum ingreſſu Solis in æquatorem connectitur (§.78.79), dum in illo ver eſt, in hoc autumnus exiſtit & contra (§. *cit.*) ſed antœci & antipodes in diverſis hemiſphæriis habitant (§. 173. 175); ergo etiam tempeſtates anni contrarias habeat. *Q. e. d.*

*THEOREMA* 27.

184. *Antœci & antipodes polos diverſos æqualiter elevatos habent.*

*DEMONSTRATIO.*

Antœci habent latitudines æquales, ſed diverſi nominis (§.173) ſed latitudo æquatur elevationi poli cognominis (§.54): ergo antœci habent polos diverſos æqualiter elevatos. *Quod erat unum.*

Tab. II. Fig. 19. Quoniam antipodes communi horizonte HR utuntur (§.181), PR eſt elevatio poli in Z & HT in N. Quare cum poli intervallo ſemicirculi PNT diſtent (§. 39) & horizon HR meridianum HZNR bifariam dividat (§. 64 *Aſtr.* & §. 20 *Sphær.*); erit PR + RT = HT + RT, conſequenter PR = TH (§.84 *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM.*

185. Habent adeo antipodes latitudines æquales, ſed diverſi nominis (§.54).

*THEOREMA* 28.

186. *Antœci & antipodes diem longiſſimum & breviſſimum anni, immo dies ac noctes æquales oppoſito tempore habent, nempe quando uno loco dies longiſſimus, in altero breviſſimus eſt & contra.*

*DEMONSTRATIO.*

Antœci & antipodes polos diverſos æqualiter elevatos habent (§. 184) adeoque in locis eclipticæ oppoſitis cum eædem ſint declinationes (§.188 *Aſtron.*), eædem repetuntur differentiæ aſcenſionales (§. 196 *Aſtron*), conſequenter dies ac noctes oppoſitæ æquales ſunt (§.203 *Aſtron.*) & hinc uno in loco dies brevisſimus, quando in altero longiſſimus exiſtit. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* 1.

187. Unius adeo dies ſunt alterius noctibus æquales.

*COROLLARIUM* 2.

188. Cum dies in uno loco creſcunt, in altero decreſcunt.

*THEOREMA* 29.

189. *Antœcis in æquinoctio Sol ſimul oritur & occidit, ſed reliquo tempore uni citius, alteri tardius.*

DE-

*DEMONSTRATIO.*

Antœci ſub eodem meridiano ſiti (§. 174), adeoque æquator AQ per horizontis utriusque HR & *hr* interſectionem O tranſit (§. 79 *Aſtron.*). Sed tempore æquinoctii Sol in æquatore hæret (§. 149 *Aſtron.*). Ergo tum Sol antœcis ſimul oritur & occidit. *Quod erat unum.* (Tab. II. Fig 21.)

Sed dum Sol verſatur in ſignis borealibus, citius ad horizontem HR, quam ad alterum *hr* pervenit, contra vero in auſtralibus citius ad *hr*, quam ad HR: adeoque uni loco citius oritur, quam alteri. *Quod erat alterum.*

*THEOREMA* 30.

190. *Quæ ſtellæ dato loco nunquam occidunt, antœcis & antipodibus ejusdem nunquam oriuntur & contra.*

*DEMONSTRATIO.*

Antipodes eundem horizontem habent (§ 181): ergo quæ uni nunquam occidunt ſtellæ, alteri nunquam oriuntur (§. 13 *Aſtron.*). *Quod erat unum.*

Porro ſint *hr* & HR horizontes antœcorum. Quoniam *zh* & AP quadrantes ſunt (§.41.54 *Aſtr.*); erit *z*A = *h*P (§.83 *Arithm.*). Sed *z*A = AZ (§. 173) = PR (§. 54): ergo *h*P = PR (§.79 *Arithm.*). Quæ igitur intervallo PR circa polum P revolvuntur ſtellæ, adeoque in horizonte HR non occidunt, eædem in horizonte *hr* non oriuntur (§. 13 *Aſtron.*). Eodem prorſus modo oſtenditur, ſtellas, quæ intervallo *pr* circa polum *p* revolvuntur, adeoque in horizonte *hr* non occidunt, in horizonte HR non oriri. *Quod erat alterum.* (Tab. II. Fig. 21.)

*THEOREMA* 31.

191. *Si antœci faciem ſibi mutuo obvertant vel antipodes eandem ad æquatoris idem punctum convertant; ſidera uni oriuntur a dextra, alteri a ſiniſtra.*

*DEMONSTRATIO.*

Sint enim antœci in Z & *z* conſtituti ſub eodem meridiano (§. 174). Quodſi ergo ſibi mutuo faciem obvertant, dextra unius in *z* & ſiniſtra alterius in Z opponentur horizontibus ortivis *hr* & HR (§.60 *Aſtr.*). Quæ igitur uni in Z a ſiniſtra oriuntur ſidera, ea alteri in *z* a dextra oriuntur (§. 13 *Aſtr.*). Nec abſimili modo idem de antipodibus oſtenditur. *Q. e d.* (Tab. II. Fig. 21.)

*THEOREMA* 32.

192. *Incolæ in æquatore non habent antœcos & periœci eorum iidem ſunt qui antipodes.*

*DEMONSTRATIO.*

Antœci habent eandem longitudinem & latitudinem pariter eandem, ſed diverſi nominis (§.173). Quare cum in æquatore nulla ſit latitudo (§. 53); nulli quoque in-

colarum in eodem ſunt antœci. *Quod erat unum.*

Periœci habent latitudinem eandem & ejusdem nominis, ſed longitudinem ſemicirculo differentem (§. 175). Quare cum in æquatore latitudo ſit nulla ſeu infinite exigua (§. 53); periœci incolarum æquatoris erunt in æquatoris puncto ſemicirculi intervallo remoto, hoc eſt in puncto diametraliter oppoſito (§. 131 *Geom.*). Iidem ergo ſunt cum antipodibus (§. 177). *Q. e. d.*

### THEOREMA 33.

193. *Incolæ ejusdem paralleli eundem polum æque elevatum ſingulosque anni dies & noctes æquales habent, & ſingulæ ſtellæ ſupra eorum horizontes æquali temporis intervallo commorantur ac in iisdem horizontis gradibus oriuntur & occidunt.*

### DEMONSTRATIO.

Incolæ ejusdem paralleli eandem latitudinem eamque cognominem habent (§. 53): ergo eandem quoque poli ejusdem elevationem (§. 54). *Quod erat unum.*

Quia elevatio poli eadem, *per demonſtrata*, in iisdem punctis eclipticæ (§. 196 *Aſtron.*) & earundem ſtellarum eædem reperiuntur differentiæ aſcenſionales (§. 255 *Aſtron.*). Ergo longitudo diei atque noctis (§. 263 *Aſtron.*) & mora ſtellarum ſupra horizontem eadem (§. 258 *Aſtron.*). *Quod erat ſecundum ac tertium.*

Similiter quia elevatio poli eadem *per demonſtr.* amplitudo ortiva & occidua eadem (§. 196 *Aſtron.*). Sol adeo & ſtellæ in eodem horizontis gradu oriuntur ac occidunt (§. 185 *Aſtron.*). *Quod erat quartum.*

### COROLLARIUM 1.

194. Stellæ, quæ uno in loco paralleli ſemper latent vel patent, in alio quocunque ejusdem ſimiliter ſemper latent vel patent (§. 267 *Aſtron.*).

### COROLLARIUM 2.

195. Quoniam periœci in eodem parallelo habitant (§. 175), ſingulos anni dies & noctes æquales & polum eundem æqualiter elevatum habent, Sol & ſtellæ eædem in iisdem horizontis gradibus ipſis oriuntur ac æquali tempore ſuper horizonte commorantur (§. 193); eædem denique ſtellæ iisdem ſemper latent, ſemper patent (§. 194).

### THEOREMA 34.

196. *Incolæ ejusdem paralleli horis iisdem ſeu ejusdem nominis Solem & ſtellas easdem æque ſupra horizontem elevatas vel infra eandem depreſſas habent.*

### DEMONSTRATIO.

Incolæ ejusdem paralleli eandem habent poli ejusdem elevationem (§. 193). Ad horas igitur eodem

dem modo a meridie unius cujuslibet loci numeratas altitudo vel profunditas Solis atque ſtellarum eadem (§.290 *Aſtron.*). *Q.e.d.*

### COROLLARIUM.

197. Cum periœci in eodem parallelo habitent (§.175); idem quoque de periœcis valet.

### SCHOLION.

198. *Non habetur hic & in præcedente theoremate ratio exiguæ differentiæ, quæ ex mutata Solis declinatione oritur, in præſente nimirum negotio non attendenda.*

### THEOREMA 35.

199. *Incolæ ejusdem paralleli omnes anni tempeſtates easdem & eodem tempore habent.*

### DEMONSTRATIO.

Solis enim meridiana altitudo ſingulis diebus in locis ſingulis eadem (§.196). Sed a diſtantiis Solis a vertice ſeu altitudinibus ejus meridianis variatio tempeſtatum ſtatarum pendet (§. 76 & ſeqq.). In eodem igitur parallelo tempeſtates eodem tempore eædem ſunt. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

200. Ergo periœci tempeſtates ſtatas eodem tempore easdem habent (§. 175).

### THEOREMA 36.

201. *Periœci horas contrarias numerant.*

### DEMONSTRATIO.

Sunt enim in meridiani ejusdem ſemicirculis oppoſitis (§. 175) atque uni meridies eſt, dum alter mediam noctem habet(§.176). Quare cum æquator per meridianum utrobique æquali celeritate moveatur; horæ a meridie unius loci numeratæ coincident cum horis a media nocte alterius numeratis. *Q e d.*

### THEOREMA 37.

202. *Poli non habent periœcos, ſibique mutuo ſunt antœci & antipodes.*

### DEMONSTRATIO.

Periœci enim latitudinem eandem & cognominem habent (§.175). Sed cum præter polos non dentur puncta, quæ nonaginta gradibus ab æquatore in eodem hemiſphærio diſtent (§. 14); poli periœcos habere nequeunt. *Quod erat unum.*

Antœci ſub eodem meridiano ſiti ſunt (§.174) & latitudinem eandem, ſed diverſi nominis habent (§. 173). Quare cum poli etiam in eodem meridiano ſiti ſint (§. 20) & latitudinem eandem, nempe 90°, ſed diverſi nominis habeant (§. 14); poli ſunt ſibi mutuo antœci. *Quod erat ſecundum.*

Poli denique ſibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 12): ſibi mutuo igitur antipodes ſunt (§. 177). *Quod erat tertium.*

*THEO-*

*THEOREMA* 38.

203. *Periœci unius loci ſunt antœcorum ejusdem antipodes & antipodum antœci.*

*DEMONSTRATIO.*

Tab. II. Fig. 21. Periœci *z* & antœci I ejusdem loci Z ſub eodem meridiano habitant (§. 174. 176). Jam ſi AQ ſit æquator; erit AZ = Az = QI (§. 173. 175). Sed APQ eſt ſemicirculus (§. 14); ergo etiam *z*P*i* ſemicirculus eſt (§. 80 *Arithm.*), conſequenter *i* & *z* ſibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 131 *Geom.*). Sunt adeo periœci *i* loci Z ejusdem loci antœcorum *z* antipodes (§. 177). *Quod erat unum.*

Antipodes L & periœci *i* ejusdem loci Z ſub eodem meridiano ſiti (§. 176 179). Quoniam vero QL = AZ = QI (§. 175. 185); antipodes L & periœci *i* loci Z eandem latitudinem, ſed diverſi nominis habent (§. 53). Sunt adeo periœci *i* antipodum L antœci (§. 173). *Quod erat alterum.*

## CAPUT VII.

## De PLAGIS, VENTIS ET TEMPESTATIBUS VAGIS.

*DEFINITIO* 36.

204. *Plaga* eſt interſectio horizontis & circuli verticalis.

*COROLLARIUM* 1.

205. Tot adeo ſunt plagæ, quot horizontis puncta, hoc eſt, numero infinitæ.

*SCHOLION.*

206. *Interdum quoque plaga ſumitur pro interſectione circuli verticalis & circuli cujuscunque horizonti paralleli; immo a nonnullis pro ſegmento verticalis inter meridianum & horizontem vel circulum eidem parallelum intercepto.*

*COROLLARIUM* 2.

207. Plagæ indicantur per rectas ex puncto in plano horizontali aſſumto undiquaque in infinitum excurrentes.

*DEFINITIO* 37.

208. *Plagæ Cardinales* ſunt interſectiones horizontis & meridian atque circuli verticalis primarii Nempe interſectiones horizonti & meridiani vocantur *Septentri* (Nord) & *Auſter*, (Süd), quarun illa polo ſeptentrionali, hæc meridionali vicina: interſectio horizon

zontis ortivi & verticalis primarii *Oriens*; (Oſt) interſectio horizontis occidui & verticalis primarii *Occidens* (Weſt.)

*COROLLARIUM.*

209. Coincidunt adeo cum cardinibus mundi (§. 71 *Aſtron.*) & intervallo quadrantis ſeu 90 graduum a ſe invicem diſtant (§. 118 *Aſtron.*).

*DEFINITIO* 38.

210. *Plagæ collaterales* vel *intermediæ* ſunt, quæ inter Cardinales interjacent. Sunt vel *primariæ* quæ æquali angulo a duabus Cardinalibus remotæ; vel *ſecundariæ*, eæque aut *primi ordinis*, quæ æquali angulo a cardinali & primaria quadam vicina diſtant; aut *ſecundi ordinis*, quæ æquali angulo a quadam cardinali vel primaria & ſecundaria prima removentur.

*COROLLARIUM.*

211. Collaterales adeo primariæ a cardinalibus diſtant angulo 45 graduum; ſecundariæ primi ordinis a cardinali & primaria collaterali vicina angulo 22° 30′; ſecundariæ ſecundi ordinis a cardinali vel primaria collaterali & ſecundaria primi ordinis 11° 15′.

*DEFINITIO* 39.

212. Ventus eſt motus aëris ſenſibilis. Dividuntur venti in *Cardinales* & *collaterales* vel *primarios*, vel *ſecundarios primi* ac *ſecundi ordinis* pro diverſitate plagarum, ex quibus ſpirant. Nomina Germanica ventorum pariter ac plagarum collateralium primariorum componuntur ex nominibus cardinalium, ita ut ſeptentrio & auſter præponatur; nomina ſecundariorum primi ordinis ex nominibus cardinalis & primariæ adjacentium, ita ut nomen Cardinalis præponatur; nomina denique ſecundariorum ſecundi ordinis ex nominibus Cardinalis vel primariæ adjacentis & Cardinalis proximæ vocula *ad* (gen) adjecta. Latinis nomina peculiaria ſunt: quæ omnia ex tabula adjecta manifeſta ſunt.

| Nomina plagarum & ventorum | | Plagarum Diſtantiæ | |
|---|---|---|---|
| Germanica | Latina | a Septent. | |
| 1. Nord/Mitternacht | *Septentrio* vel *Boreas* | 0° | 0′ |
| 2. Nord gen Oſten | Hyperboreas, Hypaquilo, Gallicus | 11° | 15′ |
| 3. Nord-Nord-Oſt | Aquilo | 22° | 30′ |
| 4. Nord Oſt gen Norden | Meſoboreas, Meſaquilo, Supernas | 33° | 45′ |
| 5. Nord-Oſt | *Arctapeliotes Borapeliotes, Græcus* | 45° | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6. Nord-Oſt gen Oſten | Hypocæcias | 56° | 15′ |
| 7. Oſt-Nord-Oſt | Cæcias, Helleſpontius | 67° | 30 |
| 8. Oſt gen Norden | Meſocæcias, Carbas | 78° | 45′ |
| 9. Oſt | *Solanus, ſubſolanus, Apeliotes.* | ab oriente 0° | 0′ |
| 10. Oſt gen Süden | Hypeurus vel Hypereurus | 1.° | 1[illegible]′ |
| 11. Oſt-Süd-Oſt | Eurus, vel Vulturnus | 22° | 30′ |
| 12. Süd-Oſt gen Oſten | Meſeurus | 33° | 45′ |
| 13. Süd-Oſt | *Notapeliotes, Euroauſter* | 45° | 0′ |
| 14. Süd-Oſt gen Süden | Hypophœnix | 56° | 15′ |
| 15 Süd-Süd-Oſt | Phœnix, Phœnicias, Leuco-notus, Gangeticus | 67° | 30′ |
| 16. Süd gen Oſten | Meſophœnix | 78° | 45′ |
| 17. Süd oder Mittag | *Auſter, Notus, Meridies* | a meridie 0° | 0′ |
| 18. Süd gen Weſten | Hypolibonotus, Alſanus | 11° | 15′ |
| 19. Süd-Süd-Weſt | Libonotus, Notolybicus, Auſtro-Africus | 22° | 50′ |
| 20. Süd-Weſt gen Süden | Meſolibonotus | 33° | 45′ |
| 21. Süd-Weſt | Notozephyrus, Notolybicus, Africus | 45° | 0′ |
| 22. Süd-Weſt gen Weſten | Hypolibs, Hypafricus, ſubveſperus | 56° | 15′ |
| 23 Weſt-Süd-Weſt | Libs | 67° | 30′ |
| 24. Weſt gen Süden | Meſolibs, Meſozephyrus | 78° | 45′ |
| 25. Weſt/Abend | *Zephyrus, Favonius, occidens* | ab occidente 0° | 0′ |
| 26. Weſt gen Norden | Hypargeſtes, Hypocorus | 11° | 15′ |
| 27. Weſt-Nord-Weſt | Argeſtes, Caurus, Corus, Japyx | 22° | 30′ |
| 28. Nord-Weſt gen Weſten | Meſargeſtes, Meſocorus | 33° | 45′ |
| 29. Nord-Weſt | *Zephyroboreas Borolibycus, Olympias* | 45° | 0′ |
| 30. Nord-Weſt gen Norden | Hypocircius, Hypothraſcias Scirem | 56° | 15′ |
| 31. Nord- | Circius, | 67° | 30′ |

Nord-

| | | | |
|---|---|---|---|
| Nord-Weſt 32. Nord gen Weſten | Thraſcias Meſocircius | 78° | 45′ |

## SCHOLION.

213. *Nomina Latina aptavimus Germanicis exemplo* Riccioli (a), *non quod olim eosdem ventos præciſe deſignaverint, ſed quod venti per eos deſignati proxime cum iis conveniant.* Vitruvius (b) *ventos nonniſi* 24 *numerat alioque ordine plagas diſponit, prout ex tabula ſequente apparet.*

| Nomina ventorum | Diſtantia a Septent. | Nomina ventorum | Diſtantia ab Auſtro |
|---|---|---|---|
| 1. *Septentrio* | 0° | 13 *Auſter* | 0° |
| 2. Gallicus | 15 | 14. Alſanus | 15 |
| 3. Supernas | 30 | 15. Libonot. | 30 |
| 4. Aquilo | 45 | 16. Africus | 45 |
| 5. Boreas | 60 | 17. Subveſp. | 60 |
| 6. Carbas | 75 | 18. Argeſtes | 75 |
| | ab orient. | | ab occid. |
| 7. *Solanus* | 0° | 19 *Favonius* | 0° |
| 8. Ornithias | 15 | 20 Eteſiæ | 15 |
| 9. Cæcias | 30 | 21. Circius | 30 |
| 10. Eurus | 45 | 22. Caurus | 45 |
| 11. Vulturn. | 60 | 23. Corus | 60 |
| 12. Euronot. | 75 | 24 Thraſcias | 75 |

## PROBLEMA 32.

214. *In dato quolibet Telluris loco determinare plagas ſingulas.*

## RESOLUTIO.

1. In plano horizontali deſignetur linea meridiana NS (§. 112 *Aſtr.*), quæ altero ſui extremo N *boream*, altero S *auſtrum* indicabit (§. 74 *Aſtron.* & §. 209 *Geogr.*). Tab. II. Fig. 22.
2. Linea meridiana NS dividatur bisfariam per rectam WO ad NS perpendicularem: erit in O *oriens*, in W autem *occidens*.
3. Dividantur anguli WCS & NCO bifariam per rectam (5. 21) & OCS atque NCW per rectam (13. 29); erunt in 5, 13, 21 & 29 plagæ collaterales primariæ.
4. Anguli NC5 & SC21, OC5 & WC 21, OC13 & WC29, SC13 & NC29 dividantur bifariam per rectas (3. 19), (7. 23), (11 27), (15. 31); erunt 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27 & 31 octo plagæ intermediæ primi ordinis.
5. Denique anguli NC3, 3C5, 5C7 &c. denuo ſecentur bifariam per rectas (2. 18), (4. 20), (6. 22), (8. 24), (10. 26), (12. 28), (14. 30), (16. 32); erunt in 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 plagæ intermediæ ſecundi ordinis.
6. In C erigatur ſtylus cum regula circa ipſum mobili atque pinnacidiis inſtructa.

Quodſi enim regulam huc illucve moveas, donec acies ejus plagam deſi-

Oooo 2

(a) Geograph. Reform. lib. 10 f. 452. (b) lib. 1. c. 6.

deſideratam ſtringat, oculo ad pinnacidium oppoſitum applicato plaga deſiderata occurret.

COROLLARIUM.

215. Quodſi ergo regulam ita emoveas, donec per pinnacidia collineanti occurrat punctum horizontis, in quo nubes oriuntur; plaga innoteſcit, unde venti ſuperiores ſpirant.

SCHOLION.

216. *Equidem vulgo dignoſcuntur venti ex flabellorum in tectorum faſtigiis conſtitutorum ſitu: enimvero obſervationes aliquot annorum me docuerunt, ventos ſuperiores, qui nubes vehunt, eſſe diverſos ab inferioribus, a quibus flabella iſta agitantur.*

THEOREMA 39.

217. *Ventus per maria ſpirans humidus eſt, æſtate frigidus, hieme ſi aqua marina in glaciem non abiit calidus.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam ex aqua conſtanter aſcendunt vapores, (quod vel exinde colligitur, quia aquæ in vaſe aperto quantitas aliquot horis elapſis imminuta deprehenditur) præſertim ſi radiis ſolaribus exponatur; aër mari incumbens vaporibus multis imprægnatur. Sed venti per maria ſpirantes aërem iſtum advehunt: advehunt ergo multos vapores, adeoque humidi ſunt. *Quod erat unum.*

Porro aqua eodem temporis intervallo minorem calorem concipit quam corpora terreſtria iisdem radiis ſolaribus expoſita; hieme autem aqua marina, quæ in glaciem non abiit, minus frigida quam terra glacie obducta vel nivibus tecta. Quare cum aër corpori alteri contiguus calorem & frigus ejus participet, experientia teſte; aër aquis marinis non conglaciatis contiguus hieme calidus, æſtate frigidus exiſtit. Ventus adeo eundem advehens æſtate frigidus, hieme calidus. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

218. Quoniam venti humidi aërem obnubilant, adeoque magnam radiorum ſolarium partem reflectunt, ut ad terram pertingere nequeant; quo minus Sol integris viribus corpora terreſtria calefaciat, impediunt.

THEOREMA 40.

219. *Venti per terram continentem ſpirantes ſicci ſunt, æſtate calidi, hieme autem frigidi.*

DEMONSTRATIO.

Ex terra pauciores vapores aſcendunt, quam ex oceano, adeoque aër ſuper terra continente conſiſtens paucioribus quoque vaporibus imprægnatur. Accedit, quod vapores magna caloris vi ex terra eliciti tenuiores ſint, adeoque minus ſenſibiles exiſtant. Sed ventus per terram continentem ſpirans aërem eidem incumbentem adve-

advehit; adeoque paucos vapores eosque tenues ſecum vehit. Eſt ergo ſiccus. *Quod erat primum.*

Porro terra æſtate magis calefit quam aqua iisdem radiis ſolaribus per idem temporis intervallum expoſita. Quare cum aër calorem corporis contigui participet; qui æſtate terræ continenti incumbit, magis calefit quam qui ſuper aquis conſiſtit. Ventus adeo aërem calidum advehens calidus. *Quod erat ſecundum.*

Eodem modo oſtenditur, eosdem ventos hieme frigidos eſſe. *Quod erat tertium.*

## COROLLARIUM.

220. Quoniam venti ſicci aërem ſerenant (§. 219), adeoque radiis ſolaribus liberum per atmoſphæram tranſitum concedunt, quo minus Sol viribus ſuis integris calefaciat, niſi impetuoſi fuerint, non impediunt.

## SCHOLION.

221. *Ventos impetuoſos calori contrarios eſſe, ipſa experientia loquitur. Ratio non una. Aërem enim calefactum abigunt, frigidum advehunt; radiis ſolaribus particulas atmoſphaericas calefaciendas nimis cito ſubducunt; calorem ex corporibus terreſtribus expirantem diſſipant & motum, qui ad naturam caloris requiritur, deſtruunt. Sed ea phyſica conſiderationis cum ſint, a nobis diſtinctius hoc loco exponenda non ſunt.*

## THEOREMA 41.

222. *Venti per regionem ſpirantes, ubi æſtus ingens, calidi ſunt; ſpirantes autem per terras gelu rigidas, frigidi.*

## DEMONSTRATIO.

Parum differt a demonſtrationibus theorematum præcedentium.

## COROLLARIUM.

223. Hinc idem ventus eadem anni tempeſtate ſtata non ſingulis annis æque calidus vel frigidus.

## DEFINITIO 40.

224. *Tempeſtates vagæ* ſunt, quæ non ſingulis annis eædem, ſed caloris ac frigoris & humiditatis ac ſiccitatis gradibus variant.

## SCHOLION.

225. *Huc nempe refer, quod alia æſtas in eodem Telluris loco calidior, alia minus calida; alia hiems gelu ſæviat, alia minus & ita porro.*

## THEOREMA 42.

226. *Tempeſtatum vagarum cauſæ ſunt venti.*

## DEMONSTRATIO.

Tempeſtatum vagarum cauſæ rationes continere debent, cur ſtatæ ſingulis annis non ſint eædem; ſed caloris & frigoris, humiditatis & ſiccitatis gradibus varient (§. 224. 225.). Sed ventorum alii calidi, alii frigidi, alii humidi, alii ſicci (§. 217. 219. 222); alii actionem radiorum ſolarium impediunt (§. 218. 226); alii minus (§. 220). Venti adeo tempeſtatum vagarum cauſæ ſunt. *Q. e. d.*

### SCHOLION.

227. *Ventorum variationes cum hactenus prædici nequeant, nec omni in terra tempeſtates vagæ quænam dato tempore ſint, indagare liceat; tempeſtatum quoque prædictiones certæ nondum in poteſtate ſunt. Conjecturas nullo fundamento nixas vanæ aſtrologorum turbæ relinquimus.*

## CAPUT VIII.

# De GLOBI TERRESTRIS ARTIFICIALIS CONSTRUCTIONE ET USU.

### DEFINITIO 41.

228. *Globus terreſtris* eſt ſphæra ex cupro, orichalco, charta aut materia alia confecta, in cujus ſuperficie loca Telluris præcipua intervallis earundem diſtantiis proportionatis depicta una cum circulis, quos in ſphæra terreſtri concipimus.

### SCHOLION.

229. *Globi terreſtres eum in finem conſtruuntur, ut, quæ de diverſis telluris locis hactenus per calculum trigonometricum eruere docuimus, vel ex principiis Mathematicis demonſtravimus, citra moleſtiam etiam ab iis, qui Mathematum ignari ſunt, ſolo intuitu cognoſci queant.*

### PROBLEMA 33.

230. *Globum terreſtrem ex cupro vel orichalco conſtruere.*

### RESOLUTIO.

Quoniam in globo terreſtri iidem delineantur circuli, qui in cœleſti (§. 11) & locorum longitudines cum aſcenſionibus rectis ſtellarum (§. 180 *Aſtron.* & §. 52 *Geogr.*), illorum latitudines cum harum declinationibus conveniunt (§. 67 *Aſtron.* & §. 53 *Geogr.*); reſolutio non differt a reſolutione problematis 36 *Aſtron. Sphæric.* (§. 265).

### PROBLEMA 34.

231. *Globum terreſtrem ex charta componere.*

### RESOLUTIO.

Per rationes ad problema præcedens allatas reſolutio præſentis eadem eſt, quæ *probl.* 37 *Aſtron. Sphæric.* (§. 299).

### PROBLEMA 35.

232. *Data elevatione poli, una cum loco Solis, invenire ejus aſcenſionem rectam & obliquam, deſcenſionem obliquam, amplitudinem ortivam atque*

*que occiduam, Azimuthum, tempus quo oritur & occidit, longitudinem diei atque noctis, altitudinem vel profunditatem Solis ad horam datam; initium crepuſculi matutini & finem veſpertini.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam ſolutio pendet ab æquatore & ecliptica in ſuperficie globi delineatis atque a meridiano & horizonte circa eum combinatis, qui omnes circuli in globo cœleſti & terreſtri eodem modo ſe habent (§. 230. 231); a reſolutionibus problematum 38. 45. 46. 47. 50 & 66 *Aſtron. Sphæric.* (§. 301. 308. 310. 311. 315. 393) non differt.

*PROBLEMA* 36.

233. *Data Solis altitudine, invenire momentum temporis.*

*RESOLUTIO.*

Ob rationes in problemate præcedente allatas reſolutio præſentis eadem eſt, quæ *probl.* 51 *Aſtron. Sphær.* (§. 316).

*PROBLEMA* 37.

234. *Loci in ſuperficie globi depicti longitudinem & latitudinem, periœcos, antœcos & antipodes invenire.*

*RESOLUTIO.*

1. Locus datus ducatur ſub meridianum: arcus inter eum & æquatorem interceptus erit latitudo ejus (§. 53), arcus vero æquatoris inter meridianum loci dati & primum interceptus longitudo (§. 52).
2. Quot graduum eſt latitudo loci dati, tot in meridiano numerentur ab altera æquatoris parte, nempe verſus auſtrum, ſi latitudo loci dati borealis, & contra; ita ſub meridiano deprehendetur locus antœcorum (§. 173).
3. Notentur gradus meridiani loco dato & loco antœcorum imminentes & globus circumvolvatur, donec gradus æquatoris oppoſitus ſub meridiano conſtituatur, aut (quod perinde eſt) index horarius ad horam duodecimam in primo ſitu applicatus horam duodecimam alteram monſtret; tum enim gradui priori reſpondebit locus periœcorum (§. 175), poſteriori autem locus antipodum (§. 203).

*COROLLARIUM* 1.

235. Quoniam omnia loca, quæ per idem meridiani punctum tranſeunt, globo circa axem ſuum circumvoluto eandem latitudinem habent (§. 14. 53), hoc eſt in eodem parallelo ſita ſunt; loca omnia telluris manifeſta erunt, quibus ea conveniunt, quæ de incolis ejusdem paralleli ſuperius demonſtrata ſunt (§. 194. 195. 197. 201).

*COROLLARIUM* 2.

236. Ipſa etiam globi circumvolutio

multas

multas antœcorum, periœcorum & antipodum proprietates manifeſtat.

COROLLARIUM 3.

237. Omnia loca, quæ cum loco dato ſub eodem meridiani ſemicirculo conſtituuntur, ſimul meridiem habent; loca vero cum antipodibus & antœcis eidem meridiani ſemicirculo ſubjecta tum mediam noctem habent horasque contrarias numerant (§. 176. 179).

COROLLARIUM 4.

238 Omnia loca per gradum meridiani antœcis imminentem transeuntia habent dies omnes anni noctibus loci dati æquales (§. 187).

PROBLEMA 38.

239. *Dato loco in Zona torrida, invenire duos anni dies, quibus Sol eidem fit verticalis.*

RESOLUTIO.

1. Locus datus ducatur ſub meridianum, noteturque gradus meridiani eidem reſpondens.
2. Globo circa axem circumvoluto, notentur duo illa eclipticæ puncta, quæ per gradum iſtum transeunt.
3. Ex ephemeridibus evolvantur dies, quibus Sol in illis eclipticæ punctis hæret: his ipſis enim diebus loco dato fit verticalis.

COROLLARIUM.

240. Quodſi notentur quoque loca telluris per idem meridiani punctum transeuntia; patebunt loca Zonæ torridæ, quibus Sol iisdem anni diebus fit verticalis, ſimulque apparet, quibus anni diebus incolæ in loco dato aſcii ſunt (§. 147).

PROBLEMA 39.

241. *Invenire ea loca Zonæ torridæ, quibus Sol dato die fit verticalis.*

RESOLUTIO.

1. Ad diem datum quæratur locus Solis in ephemeridibus, vel ſupputetur (§. 647 *Aſtron.*).
2. Gradus eclipticæ, in quo Sol hæret, ducatur ſub meridianum.
3. Notentur loca telluris, quæ globo circumvoluto transeunt per illud meridiani punctum, quod loco Solis imminebat: ea enim ſunt loca quæſita.

COROLLARIUM.

242. Hac ratione adeo etiam invenitur, quinam incolæ dato die aſcii ſint (§. 147).

PROBLEMA 40.

243. *Determinare locum telluris, ubi Sol data alicubi quacunque diei hora eſt verticalis.*

RESOLUTIO.

1. Locus Solis ad diem datum ut in problemate præcedente repertus ducatur ſub meridianum & index horarius ad horam duodecimam, noteturque punctum meridiani illi reſpondens.

2. Si

2. Si hora data fuerit antemeridiana, ex 12 horis ſubducatur, & globus verſus occaſum promoveatur, donec horam reſiduam monſtret index horarius: ita nimirum locus quæſitus erit ſub puncto meridiani paulo ante notato conſtitutus.

3. Si hora fuerit pomeridiana, globus ſimiliter verſus occaſum promoveatur, donec index horarius horam datam monſtret: ita denuo locus quæſitus reſpondebit puncto meridiani paulo ante notato.

*COROLLARIUM.*

244. Quodſi ſimul notentur loca, quæ cum loco reperto in eodem meridiani ſemicirculo exiſtunt; hac ratione patet, quænam dato temporis momento meridiem habent, & ſemicirculus oppoſitus meridiani monſtrat loca, in quibus media nox eſt.

*PROBLEMA 41.*

245. *Dato loco in Zona frigida, invenire dies anni, quibus Sol eidem non occidit & quibus eidem non oritur.*

*RESOLUTIO.*

1. Quoniam PQ = 90° (§. 14) & ZR = 90° (§. 54 *Aſtron.*), erit ZP = QR, hoc eſt, diſtantia loci a polo æquatur declinationi Solis, quo primum non amplius occidit ac rurſus occidere incipit, (II.) conſequenter etiam ob rationes easdem declinationi AH Solis primum non amplius orientis & primum rurſus orientis. Numerentur adeo tot gradus in meridiano ab æquatore verſus utrumque polum, quot eſt diſtantia loci dati a polo.

2. Globo circumvoluto, notentur puncta eclipticæ per utrumque punctum in meridiano notatum transeuntia: ita innoteſcent arcus, quos Sol motu proprio emetitur interea dum non occidit atque non oritur, ipſaque puncta loca Solis non orientis vel non occidentis ſub initium & finem notabunt.

3. Quare ſi ex ephemeridibus evolvantur anni dies, quibus Sol in illis locis commoratur; tempus deſideratum conſtabit.

*COROLLARIUM I.*

246. Quodſi declinationem Solis, quam habet ad diem datum, ex polo cognomine in meridianum verſus æquatorem transferas; globo circumvoluto per punctum in eo hac ratione notatum tranſibunt omnia loca, quibus Sol dato die primum non occidit. Si idem fiat circa polum diverſi nominis, eodem modo detegentur loca, quibus Sol primum non amplius oritur.

*COROLLARIUM 4.*

247. Patet ergo, quomodo invenia-

tur tempus, quo incolæ dati loci ſunt periſcii, & quomodo doceri poſſit, quinam incolæ dato quolibet die ſint periſcii (§. 154).

*PROBLEMA* 42.

248. *Invenire elevationem poli ſeu latitudinem locorum, in quibus datus anni dies eſt datarum horarum.*

*RESOLUTIO.*

1. Ad diem anni datum quæratur locus Solis in ephemeridibus, vel ſupputetur (§. 647 *Aſtron.*).
2. Locus Solis ducatur ſub meridianum & index horarius ad horam duodecimam.
3. Globus circa axem volvatur, donec index horarius monſtret horam vel ortus, vel occaſus.
4. Hinc polus attollatur ac deprimatur, donec locus Solis in horizonte vel ortivo, vel occiduo appareat: ita enim polus erit decenter elevatus.

*COROLLARIUM.*

249. Quodſi ergo tot gradus ab æquatore verſus polum elevatum in meridiano numerentur, quot is ſupra horizontem elevatus deprehenditur, & punctum gradui ultimo imminens in meridiano notetur; globo circumvoluto omnia telluris loca per id tranſibunt, in quibus datus anni dies datarum horarum exiſtit.

*SCHOLION.*

250. *Hac ratione ſuperficies globi in climata diſpeſci poteſt.*

*PROBLEMA* 43.

251. *Invenire latitudinem locorum Zonæ frigidæ, in quibus Sol dato dierum numero non occidit.*

*RESOLUTIO.*

1. Numerentur tot gradus a tropico vicino verſus punctum æquinoctiale alterutrum, quot ſunt unitates in dimidio dierum datorum numero, quia Sol motu proprio ſingulis fere diebus gradum unum conficit.
2. Punctum eclipticæ ita repertum I ducatur ſub meridianum: erit ejus a polo diſtantia IP elevationi poli PR ſeu latitudini quæſitæ æqualis, vi eorum, quæ ſuperius (§. 245) demonſtrata ſunt. Tab. I. Fig. 15.

*PROBLEMA* 44.

252. *Data qualibet diei vel noctis hora, beneficio globi oſtendere omnia loca, quibus Sol oritur, & quibus occidit, quæ meridiem vel mediam noctem, quæ diem vel noctem habent.*

*RESOLUTIO.*

1. Inveniatur locus telluris, ubi Sol dato temporis articulo eſt verticalis (§. 243).
2. Locus ille conſtituatur in Zenith ipſius horizontis lignei, ſeu

polus

polus ita elevetur, prout loci illius latitudo poſtulat.

Loca in horizonte ortivo conſtituta ea erunt, quibus Sol occidit; in horizonte occiduo quibus oritur; quæ ſunt in meridiano ſuperiore, meridiem; quæ ſunt in inferiore, mediam noctem habent. Denique in hemiſphærio ſuperiori dies, in inferiori nox eſt.

### COROLLARIUM.

253. Cum tempore mediæ eclipſeos luna ſit in gradu eclipticæ loco Solis oppoſito; per præſens problema definiri poteſt, quænam telluris loca videant eclipſeos medium, & quibus eo tempore occidat, quibus oriatur.

### PROBLEMA 45.

254. *Dato quolibet anni die invenire loca telluris, quibus planeta datus, e. gr. Luna, ſit verticalis.*

### RESOLUTIO.

1. Ex ephemeridibus excerpatur longitudo & latitudo planetæ, vel ſupputetur (§. 723 *Aſtron.*).
2. His datis locus ejus in ſuperficie globi terreſtris deſignetur eodem modo, quo loca ſtellarum cœleſti inſcribuntur (§. 295 *Aſtron.*).
3. Locus ille ducatur ſub meridianum, noteturque punctum meridiani eidem imminens.
4. Globus circumvolvatur notenturque loca per punctum iſtud transeuntia: hæc enim erunt quæſita.

### PROBLEMA 46.

255. *Data declinatione ſtellæ aut phœnomeni alterius, invenire loca Telluris, quibus ſit verticalis.*

### RESOLUTIO.

Numerentur tot gradus in meridiano ab æquatore verſus polum alterutrum, quot graduum eſt declinatio data, nempe verſus borealem, ſi declinatio borealis, verſus auſtralem, ſi hæc auſtralis fuerit, & globo circumvoluto per extremum arcus in meridiano notati punctum tranſibunt loca quæſita.

### PROBLEMA 47.

256. *Determinare locum telluris; ubi ſtella aliqua aut aliud phænomenon cœleſte notæ declinationis, data alicubi diei hora eſt verticalis.*

### RESOLUTIO.

1. Polus elevetur prout poſtulat latitudo loci, a cujus meridie vel media nocte horæ numerantur.
2. Locus Solis ad diem datum repertus ducatur ad meridianum & index horarius ad horam duodecimam.
3. Stellæ locus in ſuperficie globi determinetur (§ 295 *Aſtron.*) & globus volvatur, donec is ſub meridiano compareat: ita index horarius monſtrabit differenti-

am temporis inter appulſum Solis ac ſtellæ ad meridianum loci dati. Notetur vero punctum meridiani loco ſtellæ imminens.

4. Quærantur loca telluris, quæ hora data meridiem habent (§. 241) & index horarius applicetur horæ duodecimæ.

5. Volvatur globus verſus occaſum, donec index horarius emetiatur intervallum tempori inter culminationem Solis ac ſtellæ intercedenti æquale: ita ſub meridiani puncto notato conſtituetur locus telluris, ubi ſtella eſt hora data verticalis.

*COROLLARIUM.*

257. Inde adeo porro reperitur, quibusnam ſtella data hora oriatur vel occidat, & ſuper quorum horizonte conſtituatur (§. 249).

*PROBLEMA* 48.

258. *Globum terreſtrem ita conſtituere in loco datæ latitudinis, ut Sol omnes eas regiones illuſtret, quæ in ipſa tellure illuminantur.*

*RESOLUTIO.*

1. Polus decenter elevetur pro latitudine loci dati, locusque datus ſub meridianum ducatur.

2. Inveniatur in plano horizontali linea meridiana (§. 112 *Aſtron.*) & globus ita conſtituatur, ut meridianu æneus, vel ligneus eidem immineat. Poteſt etiam ope pyxidis magneticæ ad cardines mundi dirigi.

Cum adeo jam globus artificialis eundem ad Solem ſitum habeat, quem habet ipſa tellus; ea quoque ejus pars illuminabitur, quæ in terra illuminatur.

*COROLLARIUM* 1.

259. Globo ita conſtituto, lucente luna, patebit quibusnam terræ locis luceat.

*COROLLARIUM* 2.

260. Patebit etiam, ubi Sol & luna dato quovis momento oriantur, & ubi occidant.

*PROBLEMA* 49.

261. *Invenire diſtantiam duorum locorum in ſuperficie globi terreſtris depictorum.*

*RESOLUTIO.*

1. Pede circini uno in loco uno poſito, pes alter ad locum alterum promoveatur.

2. Circino ad æquatorem applicato, innoteſcet arcus circuli maximi inter loca data interceptus (§. 247 *Geom.*).

3. Quare cum is ſit diſtantia quæſita (§. 51), per 15 multiplicetur: erit factum diſtantia in milliaribus Germanicis (§. 43).

*SCHOLION.*

262. *Beneficio globi multa quoque ad oculum oſtendi poſſunt theoremata, quæ ſuperius demonſtrata ſunt: ſed hæc, ne præter neceſſitatem prolixi ſimus, prætermittimus.*

CA-

## CAPUT IX.

# De MAPPIS GEOGRAPHICIS.

### *DEFINITIO* 42.

263. *Mappa Geographica* eſt figura plana vel hemiſphærium telluris, vel quandam ejus partem repræſentans, aut ſi mavis, eſt hæmiſphærium terreſtre in planum projectum vel pars quædam ſuperficiei globi terreſtris in planum projecta.

### *DEFINITIO* 43.

264. *Mappæ univerſales* ſunt, quæ duo globi terreſtris hemiſphæria in planum projecta exhibent.

### *DEFINITIO* 44.

265. *Mappa particularis* eſt, quæ regionem aliquam exhibet.

### *DEFINITIO* 45.

266. *Projectio Sphæræ* eſt repræſentatio ſingulorum punctorum in ſuperficie ſphæræ aſſumtorum & circulorum in ea deſcriptorum, prout oculo in data diſtantia ſuper tabula vitrea inter eum & ſphæram collocata apparent.

### *SCHOLION* 1.

267. *Confer, quæ ſupra de perſpectiva dicta ſunt* (§. 2 Perſpect.) *: eſt enim projectio ſphæræ caſus particularis perſpectivæ.*

### *SCHOLION* 2.

268. *Solet autem projectio ſphæræ dividi in orthographicam & ſtereographicam. Stereographica dicitur, ſi oculus in ſuperficie ſphæræ conſtitutus ſupponitur;* orthographica *vero, ſi infinita, hoc eſt quantalibet diſtantia ab eadem remotus aſſumitur. Fundamenta hujus artis continentur in Optica & Perſpectiva: nos non trademus niſi ad mappas univerſales applicatam. Notandum vero, quod, quæ de mappis Geographicis docentur, eadem ad aſtronomicas quoque, qualium univerſales vulgo venales proſtant, particulares* Bayerus *in Uranometria &* Hevelius *in Firmamento Sobieſciano dederunt, applicari poſſint.*

### *PROBLEMA* 50.

669. *Hemiſphærium telluris in plano projicere, oculo in polo hemiſphærii oppoſiti conſtituto, hoc eſt, a plano projectionis ſemidiametri terreſtris intervallo in axe Telluris remoto.*

### *RESOLUTIO.*

1. Ex centro C intervallo quocunque CH deſcribatur circulus ADBE ſeu planum projectionis, qui erit æquator, quia hemiſphærium telluris projiciendum, in cujus medio eſt polus (§. 14). Tab. II. Fig. 23.
2. Ex eodem centro C ducatur circulus alius concentricus exiguo intervallo a priori diſtans & in 360 gradus limbus plani dividatur.
3. Quoniam circuli cum oculo in eodem plano exiſtentes inſtar recta-

rectarum apparent (§.258 *Optic.*), omnes autem meridiani per polum tranſeunt (§. 20) adeoque oculus in communi interſectione conſtitutus *per hypotheſ.* in plano omnium meridianorum exiſtit; per centrum C & denos quoscunque (aut ſi planum projectionis majus fuerit, per quinos, immo ſingulos gradus) ducantur rectæ AB, DE &c. qui meridianos repræſentabunt, quorum primus ſit AB.

4. Regula ad punctum E applicata ad denos (aut, ſi planum projectionis majus fuerit, ad quinos, immo ſingulos) gradus quadrantis DA ducantur rectæ occultæ E.10, E.20, E.30 &c. & per puncta interſectionum AC, nempe 10, 20, 30 &c. ex centro C deſcribantur circuli concentrici, qui erunt circuli paralleli ſeu latitudinum per ſingulos denos gradus deſcripti.

5. Loca, quorum longitudo & latitudo datur, ita inſcribantur. In æquatore ADBC numerentur tot gradus, quot longitudo data exiſtit & regula ad gradum iſtum e. gr. 105 & punctum E applicata, plumbagine ducatur recta E. 105, ex centro C alia C 105. Denique ex C intervallo C*a* interſecetur C 105 in *i*; erit *i* locus deſideratus.

6. Quodſi longitudini ſubſtituas aſcenſiones rectas ſingulorum graduum ſemicirculi eclipticæ & latitudini declinationes eorundem; eodem artificio notabuntur puncta quotcunque eclipticæ, per quæ ducta curva ALB eclipticam repræſentabit.

Hac ratione mappa univerſalis unius hemiſphærii erit confecta, & eodem modo conficies mappam hemiſphærii alterius.

*DEMONSTRATIO.*

Non aliud demonſtrandum reſtat, quam quod circuli ipſi AECD concentrici per puncta interſectionum 10, 20, 30 &c. deſcripti repræſentent parallelos per ſingulos denos gradus in ſuperficie telluris ductos. Sit hemiſphærium projiciendum A*gdf*B, planum projectionis ſeu æquatoris AEBD, & oculus *e* in axe *ed* a plano projectionis diſtet ſemidiametri intervallo *e*C. Sit jam parallelus projiciendus *gf*. Quoniam projectura puncti G eſt in 10, ubi radius *eg* per planum projectionis tranſit (§. 263); erit A. 10 projectio arcus meridiani A*g*, ſeu latitudinis paralleli (§. 53). Quare cum circulus plano projectionis parallelus inſtar circuli (§. 268 *Optic.*) & ejus centrum *c* in centro C appareat, circulus ex centro C per punctum 10 deſcriptus erit projectio paralleli *gf*. Quodſi jam cogitemus circulum *e*A*d*B circa axem Tab. II. Fig. 24.

AB revolvi, donec alteri AEBD congruat, punctum $e$ in E, $g$ in G cadet, eritque AG = A$g$ & AE = A$e$: Idem ergo punctum 10 determinatur, ſi diſtantia paralleli AG aſſumitur in æquatore, & ex puncto E ducatur recta projectionem meridiani AB, ſeu diametrum æquatoris ſecans in 10. *Q. e. d.*

## SCHOLION 1.

270. *Hæc mappas univerſales deſcribendi methodus omnium facillima. Sed præferuntur tamen mappæ, quæ oculum in plano æquatoris conſtitutum ſupponunt. Poſteriores ſane ſub majori forma parantur ab artificibus; priores ſub minore forma per modum appendicis adjiciuntur, ut ſpatia inter duo hemiſphæria intermedia ſuperne ac inferne relicta repleant.*

## SCHOLION 2.

271 *Quoniam ſitus eclipticæ ad tellurem ſingulis momentis mutabilis; in ſuperficie telluris, ſi rem ad rigorem exigas, locum non invenit. Ita tamen in ea delineari ſolet, qualis aliquo diei momento ſitus ejus ad tellurem eſſe ſolet, nempe ut principium arietis & libræ ſint in interſectionibus primi meridiani & æquatoris.*

## PROBLEMA 51.

272. *Hemiſphærium Telluris in plano projicere, oculo in plano æquatoris conſtituto & ſemidiametri terreſtris intervallo a plano projectionis remoto.*

## RESOLUTIO.

1. Ex centro C radio quocunque AC deſcribatur circulus ADBE, qui ſit primus meridianus & ſimul planum projectionis, & oculus in polo primi meridiani conſtitutus concipiatur (§.268 *Optic.* & §. 20).
2. Ex eodem centro C ducatur circulus alius concentricus exiguo intervallo a priori diſtans & limbus in 360 gradus dividatur.
3. Ducatur recta AB, quæ æquatorem deſignabit, & alia ad angulos rectos ED, quæ unum ex meridianis, in cujus plano oculus exiſtit, repræſentabit (§.258 *Optic.*), eritque in A initium æquatoris, in E & D erunt poli.
4. A puncto E ad ſingulos denos gradus quadrantum AD & DB (vel ad quinos, immo ſingulos, ſi planum projectionis majus fuerit) ducantur rectæ E. 10, E. 20, E. 30 &c. & per puncta interſectionum rectæ AB atque polos B & D deſcribantur arcus D 10 E, D 20 E, D 30 E &c. (§. 279 *Geom.*): qui erunt meridiani. Quodſi ex D per ſingulos denos gradus ducas rectas D$a$, D$b$, D$c$ &c. habebis facilius arcuum D 10E, D 20E, D 30E &c. centra.
5. Eodem modo ex B ad ſingulos denos aut quinos gradus quadrantum AD & AE ducantur rectæ, ut meridiani projectio DE in gradus competentes dividatur, & per hæc puncta interſectionum atque gradus meridiani reſpondentes ducantur ut

ante

ante arcus (§.279 *Geom.*), qui e-runt paralleli.

6. Cum arcus in meridiano A 10, A 20, A 30 &c. reſpondeant declinationibus parallelorum; evidens eſt, eadem methodo tropicos, & circulos polares delineari poſſe.

7. Quodſi ecliptica ponatur æquatorem ſecare ibi, ubi oculus conſtituitur; oculus in plano eclipticæ exiſtet, adeoque ecliptica repræſentabitur per rectam EL: alias vero puncta quotcunque deſignabuntur ex aſcenſionibus rectis & declinationibus datis, principio arietis in A ſuppoſito, eodem prorſus artificio, quo ex datis longitudinibus & latitudinibus loca in eodem plano exhibentur.

8. Hæc igitur exhibiturus, in meridiani primi ſemicirculo ADB numera longitudinem A 120, ducaturque recta E 120 & per E, *i* & D meridianus D*i*E. Porro in quadrante AD numera latitudinem A 10 & ducta recta B 10 per 10, *m* & 170 deſcribatur parallelus 10 *m* 170. Communis interſectio O erit loci quæſiti repræſentatio.

*DEMONSTRATIO.*

Primo quidem oſtendendum eſt, projectiones meridianorum & parallelorum eſſe arcus circulorum.

Sit AOBL circulus, tranſiens per centrum K plani projectionis, cujus diameter ſit AB. Sit circulus quicunque CD ad planum projectionis quomodocunque inclinatus & oculus in O; erit *cd* diametri & *c*M*d*I circuli projectura. Secetur conus COD plano EMFI baſi *c*D parallelo, quod erit circulus (§. 441 *Geom.*): unde $IH^2 = EH.HF$ (§.312, 359 *Geom.*). Quoniam OKB rectus eſt, quia ejus menſura quadrans OB, (§.137 *Geom.*) & ODL itidem rectus (§. 302 *Geom.*); erit OKB = ODL (§. 139 *Geom.*) & quia KO*d* utrique triangulo O*d*K & ODL communis, O*d*K = OLD (§. 231 *Geom.*) = OCD (§.300 *Geom.*) = OEF (§. 222 *Geom.*). Quare cum etiam *c*HE = FH*d* (§. 150 *Geom.*); erit EH : H*d* = *c*H : HF (§. 252 *Geom.*) & hinc EH. HF = H*d*. *c*H (§.360 *Geom.*), conſequenter H*d*. $cH = IH^2$ *per demonſtr.* Eſt igitur *c*M*d*I circulus (§. 312. 359 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Eodem prorſus modo oſtenditur, circulorum parallelorum projectiones eſſe circulos. Sit enim DMCI circulus parallelus & oculus O in plano æquatoris OL, erit *d*M*c*I projectura paralleli (§. 266). Eſt vero OK*d* rectus (§. 137 *Geom.*) & ODL itidem rectus (§.302 *Geom.*); adeoque OK*d* = ODL (§. 139 *Geom.*). Quare cum ſit DCO = DLO

Ta. II. Fig. 26.

Tab. III. Fig. 27.

DLO (§. 300 *Geom.*) & angulus DOK utrique triangulo *d*OK & DOL communis; erit etiam DLO = O*d*K (§. 231 *Geom.*) = DCO (§. 79 *Arithm.*), conſequenter ob *d*HD = CH*c* (§. 150 *Geom.*) *d*H : HD = HC : H*c* (§. 252 *Geom.*) & hinc *d*H. H*c* = HD. HC (§. 360 *Geom.*). Sed $HI^2$ = HD. HC (§. 312. 359 *Geom.*), ergo $HI^2$ = *d*H. H*c* (§. 79 *Arithm.*). Eſt ergo projectura circuli DMC*c* circulus (§. 341 *Anal. fin.*). *Quod erat ſecundum.*

Tab. I. Fig. 5. Quod verò puncta, in quibus projectiones meridianorum & parallelorum ſecant projecturas æquatoris AB & meridiani DE ea ratione determinentur, quam in reſolutione præſcripſimus; ex demonſtratione problematis præcedentis manifeſtum eſt. *Quod erat tertium.*

Jam cum projectiones meridianorum ſint circuli, *vi demonſtratorum* per polos D & E (§. 20) & interſectionum puncta in æquatoris projectura determinata transeuntes; parallelorum vero projectiones circuli, *vi demonſtratorum* per gradus oppoſitos plani projectionis ADBE & interſectionum puncta in projectura meridiani DE determinata ducti; patet non alia re opus eſſe ad meridianos & parallelos in plano projiciendos, quam ut per tria puncta data circulorum arcus deſcribantur. *Quod erat quartum.*

(II.) Denique cum ex interſectione circuli paralleli & meridiani locus quilibet in ſuperficie ſphæræ deſignetur; evidens eſt eundem in plano projectionis determinari per interſectionem projecturarum paralleli & meridiani. *Quod erat quintum.*

### SCHOLION 1.

273. *Dantur adhuc aliæ ſphæræ projectiones, in quibus meridiani fiunt arcus elliptici, ſed cum minus uſitatæ ſint artificibus, qui mappas univerſales conſtruunt, eas hic ut exponamus operæ pretium non eſſe videtur.*

### SCHOLION 2.

274. *Solent equidem ſubinde artifices conſtruere mappas univerſales rectilineas; ſed cum nullus poſſit fingi oculi ſitus, in quo circuli ad planum projectionis inclinati inſtar linearum rectarum appareant, nullum quoque methodi eas conſtruendi in Geographia locum merentur.*

### PROBLEMA 52.

275. *Mappas particulares majores conſtruere, quæ quatuor Telluris partes, Europam, Aſiam, Africam & Americam referant.*

### RESOLUTIO.

Non alia re opus eſt, quam ut pars aliqua mappæ univerſalis ſub majore forma delineetur. Nimirum Tab. III. Fig. 28.

1. Ducatur linea recta AB, meridianum loci repræſentans, in cujus plano oculus conſtituitur, & in eam ex mappa univerſali transferantur diſtantiæ parallelorum

duplicatæ, triplicatæ, quadruplicatæ &c. pro magnitudine mappæ, quam deſideras.

2. Radiis parallelorum duplis, triplis, quadruplis &c. quibus iidem in mappa univerſali deſcripti ſunt, deſcribuntur paralleli CD, EF, GH, IK &c. ad ſingulos latitudinum gradus, ſi majores fuerint.

3. In parallelos transferantur ex mappa univerſali meridianorum diſtantiæ, ducanturque per puncta in iis determinata meridiani.

4. Loca inſcribantur eodem artificio, quo in mappis univerſalibus uſi ſumus.

*PROBLEMA 53.*

276. *Mappam particularem conſtruere, quæ regionem aliquam exhibeat.*

*RESOLUTIO.*

Tab. III. Fig. 29. 1. Conſtruatur parallelogrammum rectangulum pro magnitudine mappæ deſcribendæ.

2. Latitudines AC & BD dividantur in tot partes æquales, quot graduum eſt latitudo regionis quæſitæ, ducanturque rectæ ipſis AC & BD parallelæ. Cum enim gradus latitudinis ſint gradus meridiani, ſeu circuli maximi telluris, omnes inter ſe æquales ſunt: & latitudo regionis pro linea recta aſſumi poteſt, quia nonniſi aliquot graduum arcus. Eadem ratio valet de circulis parallelis, qui per lineas rectas repræſentantur.

3. Ex C in D, itemque ex A in B transferantur gradus longitudinis regionis, qui cum ſint parallelorum gradus, gradibus latitudinis minores ſunt atque inter ſe inæquales. Facile autem ex gradibus latitudinis BC & ratione eorum ad gradus parallelorum datæ latitudinis (§. 46) eorum magnitudo determinatur.

4. Per gradus longitudinis reſpondentes agantur rectæ priores interſecantes: qui erunt arcus meridianorum.

5. Loca, quorum longitudo & latitudo datur, eodem modo, quo in mappis univerſalibus uſi ſumus, per interſectiones meridianorum & parallelorum determinentur. E. gr. Fiant DE & CF latitudini loci æquales, ducaturque recta occulta FE. Fiant porro AG & CH longitudini loci dati æquales, ducaturque recta occulta GH. Ubi hæc priorem interſecat, nempe in I, ibi eſt locus quæſitus.

6. Porro data verſus plagam datam diſtantia alicujus loci L a duobus aliis K & I in mappa delineatis, locus ipſe in eadem exhibetur, facta ex I & K intervallis datis verſus plagam datam interſectione in L, computatis nempe 15 mil-

milliaribus pro gradu uno (§. 43).

7. In fine adjiciatur ſcala milliarium, intervallo unius gradus latitudinis in partes quindecim æquales diviſo.

*COROLLARIUM* 1.

277. Loci in mappa delineati longitudo habetur, ſi regula ad eum applicata huc illucque vertatur, donec in lateribus AB & CD eundem gradum abſcindat.

*COROLLARIUM* 2.

278. Loci in mappa delineati latitudo habetur, ſi regula ad eum applicata huc illucque vertatur, donec in lateribus AC & BD eundem gradum abſcindat.

*COROLLARIUM* 3.

279. Si circino capiatur intervallum duorum locorum IK & ad ſcalam milliarium applicetur; diſtantia eorum in milliaribus Germanicis innoteſcet.

*SCHOLION.*

280. *Fluvii, montes & ſylvæ ex deſcriptionibus regionum petuntur & ſuis in locis delineantur. Per ſigna compendioſa in fine mappæ explicata indigitantur, quænam notatu digna circa loca notabiliora occurrant.*

*PROBLEMA* 54.

281. *Mappas ſpecialiſſimas conſtruere, quæ exiguam regionis partem exhibent.*

*RESOLUTIO.*

1. In loco edito A collocetur menſula geodætica & ex puncto in eo aſſumto per dioptras collineatio fiat in loca ſingula C, D, E, F &c. quæ in mappa exhiberi debent, ducanturque juxta regulam dioptrarum rectæ. Tab. III. Fig. 22.

2. Menſula ex A in alium locum editum B transferatur, ope pyxidis magneticæ in ſitum priori ſimilem collocetur, & collineatio denuo fiat in loca ſingula C, D, E, F &c. Ducanturque rectæ aliæ juxta regulam dioptrarum priores interſecantes.

Dico, puncta interſectionum exhibere loca deſiderata in mappa.

*DEMONSTRATIO.*

Eadem eſt cum demonſtratione problematis 45 *Geometriæ* (§. 340 *Geom.*), a quo nempe non differt.

*SCHOLION.*

282. *Alias methodos ſuppeditat geodæſia quam in elementis Geometriæ una tradidimus.*

## CAPUT X.

# De PYXIDE NAUTICA.

### DEFINITIO 46.

283. *Rhombi* ſunt circuli verticales loci dati aut, ſi mavis, eorum & horizontis interſectiones.

### COROLLARIUM.

284. Coincidunt adeo cum plagis mundi (§. 204).

### SCHOLION.

285. *Hinc a nautis iisdem nominibus deſignantur, quæ ſupra plagarum & ventorum eſſe diximus* (§. 212).

### DEFINITIO 47.

Tab. II. Fig. 22. 286. *Roſa nautica* eſt circulus, ſeu figura NOSW, in qua lineæ 32 rhomborum deſcriptæ.

### SCHOLION.

287. *Nautæ in magnis navigationibus rhombos 64 numerare ſolent.*

### DEFINITIO 48.

288. *Acus magnetica* eſt acus chalybea magneti affricta, altero ſui extremo boream, altero auſtrum, in plerisque tamen locis Telluris non præciſe oſtendens.

### SCHOLION.

289. *Hanc eſſe magnetis & acuum magneticarum proprietatem inſignem, ut conſtanter altero ſui extremo verſus boream, altero verſus auſtrum dirigantur, in vulgus notum eſt. Nec minus noſtro tempore multiplici experientia comprobatum, in paucis admodum Telluris locis declinationem eſſe nullam, in plerisque autem aliquam & eodem tempore in locis diverſis, & diverſis temporibus in loco eodem diverſam. Præterea in nonnullis locis declinatio fit in ortum, alibi in occaſum.*

### DEFINITIO 49.

290. *Declinatio acus magneticæ* eſt angulus, quem ipſa libere ſuſpenſa cum linea meridiana efficit in plano horizontali.

### DEFINITIO 50.

291. *Inclinatio acus magneticæ* eſt angulus, quem ipſa libere ſuſpenſa &, antequam magnetice excitaretur, æquilibrata efficit cum linea rhombi, ad quem declinat, in plano verticali.

### SCHOLION.

292. *Inclinatio hæc in hemiſphærio boreali fit verſus boream; in auſtrali verſus auſtrum; alibi major, alibi minor; alicubi tamen nulla eſt.*

### DEFINITIO 51.

293. *Pyxis nautica* ſeu *magnetica* eſt pyxis, in qua acus magnetica ſuper centro roſæ nauticæ æquilibrata & libere ſuſpenſa. Vocatur etiam

etiam *Verſorium* & *Compaſſus nauticus.*

### *PROBLEMA* 55.

294. *Acum magneticam parare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Ex optimo & puriſſimo chalybe cudi curetur acus, non nimis brevis, quia longior rhombum, in cujus plano exiſtit, accuratius monſtrat, nec tamen ſex digitos excedens, ne gravitas volubilitati obſit; tenuis præterea, cum verticitatem melius concipiat, quam ſi fuerit craſſa; neque ornatus gratia alicubi foraminibus pertuſa, quia virtutis magneticæ diffuſioni obſtat ornatus iſtiusmodi.

2. In medio C acus perforetur, eique capitellum orichalceum (ferreum enim volubilitati obeſt, cum ferrum magnetice excitatum trahat aliud ferrum) afferruminetur, quod intus habeat cavitatem coniformem, ut ſtylo orichalceo & acuminato imponi poſſit, circa cujus apicem exiguo acumine chalybeo inſtructum (quia chalybs in tenuius acumen efformari poteſt quam orichalcum) facile moveti queat.

3. Pars acus ſeptentrionalis in noſtro hemiſphærio paulo levior fieri debet auſtrali, ut, dum magnetice extitata ſubſidit (§. 291), cum auſtrali æquilibretur.

4. Ut vero tandem acui verticitas magnetica, hoc eſt, vis ſe dirigendi verſus ſeptentrionem, communicetur; cum mora aliqua affricanda eſt polo alterutri magnetis, ita tamen ut ductus fiat per polum meridionalem verſus ſeptentrionem, parte acus ſeptentrionali primum applicata, ſi hæc verſus ſeptentrionem dirigi debet. Quodſi ductus iterantur, eodem ſemper modo iterentur neceſſe eſt, quoniam ductus contrarius, v. gr. in noſtro caſu a ſeptentrione verſus auſtrum factus, vim magneticam acui per priorem communicatam rurſus adimit.

5. Quodſi poſt affrictum acus æquilibrium tollatur, a parte graviori ope limæ aliquid auferatur, donec ad æquilibrium redierit & tum denuo magneti ut ante affricetur.

### *SCHOLION.*

295. *Acus iſtiusmodi magnetica intra cavitatem in baſi fulcri globorum cæleſtium & terreſtrium efformatam æquilibrari ſolet, ut globi, quantum ad praxes iſtas ſufficit, verſus cardines mundi dirigi poſſint: quod interdum neceſſarium eſſe, ex ſuperioribus liquet.*

### *PROBLEMA* 56.

296. *Pyxidem nauticam conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

1. Fiat pyxis lignea, quadrata vel rotunda, cujus latitudo ſit 5 aut 6, crasſities 4 aut 5 digitorum.
2. In centro pyxidis perpendiculariter infigatur ſtylus orichalceus in cuſpidem tenuem deſinens.
3. Huic imponatur capitellum acui magneticæ afferruminatum (§. 294), aut ne vacillatio navis ſitum acus turbet, loco acus adhibeatur lamina chalybea in figuram rhombi ACBD efformata, eique roſa nautica chartacea (§. 286) agglutinetur. Si ſimplici acu utamur, roſa nautica in fundo pyxidis deſcribenda.

Tab. II. Fig. 32.

4. Quodſi in uſu contingat, ut alia in loca delati partem alterutram inclinari obſervemus, parti leviori adjiciendum eſt aliquid ceræ Hiſpanicæ, donec æquilibrium redeat.
5. Denique pyxis tegatur vitro ſatis pellucido, quod pice & reſina agglutinetur, ut motus acus vel roſæ nauticæ commode obſervari posſit.

*SCHOLION 1.*

297. *In conſtructione pyxidis magneticæ ſollicite præcavendus eſt omnis ferri uſus, quia acus magnetica a ferro trahitur, adeoque e ſitu ſuo naturali emovetur.*

*SCHOLION 2.*

298. *Pyxis nautica ideo contra omnem aëris externi acceſſum probe munitur, ne acus facile mobilis e ſitu ſuo emoveatur.*

*PROBLEMA* 57.

299. *Obſervare declinationem acus magneticæ.*

*RESOLUTIO.*

1. Inveniatur linea meridiana (§. 112 *Aſtron.*).
2. Stylo e medio ejus erecto imponatur acus magnetica & ducatur linea recta, cui imminet.

Ita declinationis quantitas erit manifeſta.

*Aliter.*

Quoniam modus iſte inveniendi declinationem acus magneticæ nautis parum utilis; ideo excogitati ſunt alii, quorum præcipuos hic commemorare libet.

1. Filum plumbo onuſtum pyxidi magneticæ ita admoveatur, donec umbra per centrum roſæ tranſeat.
2. Obſervetur cum ſumma attentione rhombus, quem umbra fili attingit, dum minima eſt.

Quoniam enim tum umbra in lineam meridianam cadit (§. 116 *Aſtron.*); declinatio acus ab eadem in aprico ponetur.

*Aliter.*

Obſervetur rhombus, in quo Sol & ſtella aliqua oritur & occidit. Quodſi enim arcum inter ortum & occaſum interceptum bifariam dividas; lineam meridianam habebis,

bebis, adeoque & declinationem acus ab eadem. Idem reperietur per duas altitudines ſideris æquales eadem nocte vel die obſervatas.

*Aliter.*

1. Obſervetur rhombus, in quo Sol aut ſtella oritur vel occidit.
2. Supputetur ex latitudine loci obſervata amplitudo ortiva vel occidua (§.196 *Aſtron.*).

Differentia enim inter amplitudinem ortivam vel occiduam & diſtantiam rhombi obſervati a rhombo orientali pyxidis eſt declinatio quæſita (§.290).

*Aliter.*

1. Obſervetur altitudo Solis vel ſtellæ SI, cujus declinatio nota ſit, & notetur rhombus in pyxide, cui tunc temporis reſpondet.
2. Quoniam in triangulo ZPS dantur tria latera nempe PZ elevationis poli PR, SP declinationis DS, & ZS altitudinis SI complementum; reperietur angulus PZS (§. *Sphæric.*), cujus contiguum AZS metitur Azimuthum HI.

Differentia adeo inter azimuthum & diſtantiam rhombi obſervati ab auſtro eſt declinatio quæſita.

SCHOLION 1.

300. *Patet adeo tabulas amplitudinum ortivarum & occiduarum Solis, nec non ſtellarum inſigniorum, uſui eſſe naucleris.*

SCHOLION 2.

301. *Quodſi amplitudinem ortivam & occiduam accurate computare volueris, habenda eſt ratio refractionis: quæ ſatis manifeſta ſunt ex iis, quæ ſuperius in ſimili caſu dicta ſunt.*

COROLLARIUM.

302. Data declinatione acus magneticæ, hoc eſt, diſtantia lineæ meridianæ pyxidis a linea meridiana vera (§.290), facile rhombi omnes in pyxide corriguntur.

SCHOLION 3.

303. *Ut commode obſervari poſſit, in quo rhombo pyxidis Sol aut ſtella aliqua conſpiciatur, ſub limbo ejus fiant duæ feneſtellæ ſibi mutuo oppoſitæ & vitro probe terſo munitæ, quarum alteri addatur dioptra, in altera filum tenue extendatur.*

PROBLEMA 58.

304. *Obſervare inclinationem acus magneticæ.*

RESOLUTIO.

1. Ex lamella orichalcea fiat annulus circularis ABCD in 360 gradus exacte diviſus. Tab. II. Fig. 34.
2. Per dimidium annuli utrinque aptetur regula orichalcea & in centro annuli intra has regulas ſuper ſtylo orichalceo acuminato æquilibretur acus magnetica, ut ſeſe facile attollere ac demittere poſſit.
3. Inſtrumentum utrinque tegatur vitro plano & bene terſo, ut ſitus acus optime dignoſci poſſit, ipſa

ipſa vero motu aëris e ſitu ſuo non emoveatur.

4. In annuli Zenith B afferruminetur uncinulus, ut inſtrumentum libere ſuſpendi queat.

Quoniam enim tum regulæ AC erunt in ſitu horizontali, acus in centro eosdem ſecans cuſpide ſua in limbo annuli indicabit gradum inclinationis quæſitum (§. 291).

*SCHOLION.*

305. *Inclinationem acus magneticæ obſervaturus eam non ſupra lineam meridianam mundi, ſed magnetis diſponere debet; notavit enim admodum* R. P. Noël (e), *ſuper vera linea meridiana inveniri inclinationem* 4 & 5 *gradibus a vera differentem, immo conſtanter aliam aliamque reperiri, ſi circumvolvendo inſtrumentum ſupra aliam & aliam lineam colloces. Idem quoque obſervavit, quemadmodum cuſpis acus borea ſuam habet inclinationem a polo boreo, ita ſimiliter cuſpidem auſtralem, inverſo inſtrumento, ſuam habere inclinationem a Zenith ab illa ſane diverſam.*

# CAPUT XI.

# De LOXODROMIA.

*DEFINITIO* 52.

306. *Loxodromia* eſt linea, quam navis in toto curſu eundem rhombum collateralem ſequens deſcribit.

*COROLLARIUM* I.

307. Quoniam rhombus idem omnes meridianos ſub eodem angulo ſecat (§. 284); loxodromia omnes meridianos Telluris ſub eodem angulo ſecare debet.

*COROLLARIUM* 2.

Tab. III. Fig. 35. 308. Quodſi PA, PF, PG &c. fuerint meridiani, AI æquator, & AE circulus alius ſphæræ maximus; erit PDE > PAE (§. 66 *Sphær.*) & eodem modo patet, quod PKL > PBK adeoque etiam major PAB (§. 81 *Arithm.*) ob PBK = PAB (§. 307); loxodromia itaque ABKMO non eſt circulus maximus ſphæræ.

*COROLLARIUM* 3.

309. Quare ſi navis ab initio directa ſit verſus E, & in curſu ſuo eidem rhombo conſtanter inſiſtat, ad locum E nunquam perveniet, ſed ad locum O ab æquatore AI remotiorem.

CO-

(e) in Obſervat, Mathemat, & Phyſ, p. 118.

### COROLLARIUM 4.

310. Cum in ſuperficie ſphæræ via breviſſima ex A in O ſit arcus circuli maximi inter duo loca A & O interceptus (§. 53 *Sphæric.*); loxodromia non eſt via ab uno loco ad alterum breviſſima.

### THEOREMA 43.

Tab. III. Fig. 36. 311. *Si meridiani PA, PB, PC, PD &c. exiguo intervallo a ſe invicem diſtent, loxodromia AIHG per parallelos LE, MF, NG &c. æqualibus intervallis BI, KH, FG &c. a ſe invicem diſtantibus in partes æquales dividitur.*

### DEMONSTRATIO.

Quoniam IB = HK = GF *per hypoth.* anguli B, K, F recti (§. 28. 30 *Sphæric.*) & PAG = PIG, PHG, adeoque etiam eorum complementa ad rectos GAD, GIE, GHF æquales (§. 308), denique ob arcus AB, BC, GD valde exiguos *per hypoth.* triangula AIB, HIK, GHF pro rectilineis haberi poſſunt; erit AI = IH = HG (§. 236 *Geom.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM 1.

312. Partes adeo loxodromiæ AI & AG ſunt ut latitudines AL & AN locorum I & G.

### COROLLARIUM 2.

313. Quoniam vi demonſtrationis arcus AB, IK, HF æquales ſunt magnitudine, adeoque numero graduum (II.) inæquales; ſumma arcuum eorum non eſt differentiæ longitudinis AB locorum A & G æqualis.

### DEFINITIO 53.

314. *Latus mecodynamicum* eſt aggregatum ex arcubus exiguis diverſorum parallelorum æqualibus intervallis a ſe invicem diſtantium AB, IK, HF. Nonnulli idem *Milliaria longitudinis* vocant. Tab. III. Fig. 36.

### DEFINITIO 54.

315. *Angulus loxodromiæ* ſeu *loxodromicus* eſt angulus, quem efficit rhombus cum meridiano, ſeu linea rhombi in roſa nautica cum linea meridiana vera.

### THEOREMA 44.

316. *Longitudo loxodromiæ AG eſt ad mutationem latitudinis GD in eadem menſura, ut ſinus totus ad coſinum anguli loxodromiæ.* Tab. III. Fig. 36.

### DEMONSTRATIO.

Eſt enim in triangulis AIB, IHK & GHF ut ſinus totus ad ſinum angulorum BAI, KIH, FHG, hoc eſt, ad coſinum anguli loxodromici PAG, vel PIG, vel PHG (§. 307) ita partes loxodromiæ AI, IH, GH, ad partes latitudinis mutatæ IB, KH, GF (§. 33 *Trigon.*). Ergo etiam AI + IH + GH, hoc eſt loxodromia AG, eſt ad IB + KH + GF, hoc eſt mutationem latitudinis DG ut ſinus totus ad coſinum anguli loxodromici (§. 182 *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

317. Dato igitur rhombo una cum mutatione latitudinis in milliaria converſa (§. 43) per regulam trium invenitur longitudo loxodromiæ, ſeu itineris a loco A in G in eodem rhombo perficiendi.

COROLLARIUM 2.

318. Dato rhombo, juxta quem facta eſt navigatio, una cum quantitate itineris confecti in eodem rhombo, ſeu longitudine loxodromiæ AG per regulam trium invenitur mutatio latitudinis DG in milliaribus, in gradus circuli maximi (§. 43) convertendis.

COROLLARIUM 3.

319. Data mutatione latitudinis DG in milliaribus, & longitudine loxodromiæ AG, per regulam trium invenitur angulus loxodromicus, conſequenter rhombus, per quem facta eſt navigatio (§. 315).

COROLLARIUM 4.

320. Quoniam coſinus eſt ad ſinum totum ut ſinus totus ad ſecantem (§. 26 *Trigon.*); mutatio latitudinis GD eſt ad longitudinem loxodromiæ AG ut ſinus totus ad ſecantem anguli loxodromici (§. 156 *Arithm.*).

THEOREMA 45.

321. *Longitudo loxodromiæ ſeu itineris in eodem rhombo AG eſt ad latus mecodynamicum AB + IK + HE, ut ſinus totus ad ſinum anguli loxodromici GAP.*

Tab. III. Fig. 36.

DEMONSTRATIO.

Ex demonſtratione theorematis 44 (§. 16) patet, eſſe ut ſinum totum ad ſinum anguli loxodromici ita AI ad AB, IH ad IK, GH ad HF: nempe cum IAB ſit complementum anguli loxodromici GAP ad rectum PAD, & ob rectum B etiam AIB ſit complementum ipſius BAI ad rectum (§. 226 *Geom.*), AIB angulo loxodromico PAG æqualis. Eſt igitur etiam AI + IH + GH, hoc eſt AG, ut AB + IK + HF (§. 182 *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

322. Dato igitur rhombo ſeu angulo loxodromiæ (§. 315) & longitudine itineris in eodem rhombo ſeu loxodromia AG (§. 306), per regulam trium invenitur crus mecodynamicum in milliaribus, hoc eſt in tali menſura, in qua loxodromia datur.

COROLLARIUM 2.

323. Similiter dato latere mecodynamico AB + IK + HF & loxodromia ſeu itinere confecto AG invenitur per regulam trium rhombus, juxta quem facta eſt navigatio.

THEOREMA 46.

324. *Mutatio latitudinis GD eſt ad latus mecodynamicum AB + IK + HF ut ſinus totus ad tangentem anguli loxodromici PAG vel AIB.*

DEMONSTRATIO.

Ex demonſtratione theorematis

tis 44 (§. 316) patet, eſſe ut ſinum totum ad tangentem anguli loxodromici AIB ita IB ad AB, HK ad KI, GF ad FH (§. 33 *Trigon.*). Ergo etiam ut ſinus totus ad tangentem anguli loxodromici, ita IB + HK + GF, hoc eſt, mutatio latitudinis GD, ad AB + IK + HF, hoc eſt, latus mecodynamicum, (§. 182 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

325. Datis itaque rhombo ſeu angulo loxodromico PAG, & mutatione latitudinis GD, per regulam trium invenitur latus mecodynamicum.

### THEOREMA 47.

ab. I. ig. 5.

326. *Latus mecodynamicum AB + IK + HF eſt medium proportionale inter aggregatum ex loxodromia AG & mutatione latitudinis GD atque differentiam earundem.*

### DEMONSTRATIO.

Eſt enim $AI^2 - IB^2 = AB^2$ (§. 394 *Geom.*), adeoque $AI + IB : AB = AB : AI - IB$ (§. 73 *Analyſ. infin.* & § 269 *Arithm.*). Quare cum eodem modo oſtendatur, eſſe $IH + HK : IK = IK : IH - HK$, & $GH + GF : HF = HF : GH - GF$; erit etiam $AI + IH + HG + IB + HK + GF$ ad $AB + IK + HF$, ut $AB + IK + HF$ ad $AI + IH + HG - IB - HK - GF$ (§. 182 *Arithm.*) hoc eſt, $AG + GD : AB + IK + HF = AB + IK + HF : AG - GD$. *Q. e. d.*

### COROLLARIUM.

327. Datis adeo mutatione latitudinis GD & loxodromia AG in milliaribus, reperitur latus mecodynamicum in eadem menſura (§. 271 *Arithm.*).

### DEFINITIO 55.

328. *Tabulæ loxodromicæ* vocantur, in quibus ad dena ſcrupula prima, ſingulorum graduum quadrantis, quæ latitudines locorum metiuntur, exhibetur mutatio longitudinis & quantitas itineris confecti in quolibet rhombo ſeu loxodromia.

### COROLLARIUM.

329. Quoniam rhombi oppoſiti in directum jacent, adeoque loxodromia eadem, ſive ex G in A, ſive ex A in G naviges; præterea rhombi a meridiano æqualiter diſtantes eundem angulum loxodromicum efficiunt (§. 307); tabulas loxodromicas pro uno quadrante conſtrui ſufficit. Tab. III. Fig. 36.

### PROBLEMA 48.

330. *Tabulas loxodromicas conſtruere.*

### RESOLUTIO.

1. Tabula pro quolibet rhombo dividatur in tres columnas & in earum prima ſcribantur dena ſcrupula prima, initio facto a 0 & fine in gradu 70.
2. Ex angulo rhombi & diſtantia parallelorum HK 10 minutorum quæ-

Tab. III. Fig. 36. quæratur iter confectum IH, ſubtrahendo nempe a logarithmo denarii unitate aucto, coſinus anguli rhombici logarithmum, ut relinquatur logarithmus itineris confecti IH in quadrantibus milliaris Germanici (§. 316) aut milliaribus Italicis, quorum 60 conficiunt gradum, ſupputati.

3. Logarithmo huic addatur logarithmus ſinus anguli rhombici & unitas in loco ſiniſtimo deleatur, ut habeatur logarithmus milliarium longitudinis ſeu arcus paralleli IK in quadrantibus milliarium Germanicorum ſupputati (§. 321).

4. Huic logarithmo addatur logarithmus 3600 & a ſumma auferatur logarithmus quadrupli milliarium, vi §. 46, uni gradui paralleli in data latitudine reſpondentis: quod relinquitur, eſt logarithmus differentiæ longitudinis BC in ſcrupulis ſecundis.

5. In altera columna tabulæ ponantur longitudines latitudinibus ſingulis in prima comparentibus reſpondentes & ex differentiis modo inventis aggregatæ.

6. In columna denique tertia ponatur longitudo itineris confecti per continuam additionem arcus AI vel IH ſupra reperti (§. 311).

E. gr. Quæratur in rhombo ſecundo, qui cum meridiano efficit angulum 22° 30′, quantitas itineris IH ad mutationem latitudinis 10 minutorum HK & differentia longitudinis BC in parallelo vigeſimo primo, ubi gradus unus eſt 13 milliarium Germanicorum (§. 46) ſeu 52 quadrantum. Erit

| | |
|---|---|
| Log. 10 auct. 1 | 1100 000 00 |
| Log. Coſin. 22° 30′ | 99656153 |

Log. IH = 10343847, cui reſpondent $10\frac{824}{1000}$.

| | |
|---|---|
| Log. ſin. 22° 30′ | 95828396 |
| Log. IK = | 706172243 |
| Log. 3600 = | 35563025 |
| Summa | 41735268 |
| Log. 52 = | 17160033 |

Log. BC = 24575235, cui in canone reſpondent 257.

Eſt ergo BC 4′ 47″ ſeu 5′ quam proxime. Etſi 10.824 per mutationem latitudinis ſeu latitudinem in parallelo vigeſimo primo ad ſcrupula dena reductam, hoc eſt, per 126, multiplices; prodit loxodromia ab æquatore usque ad parallelum vigeſimum primum 1364 quadrantum milliarium Germanicorum.

SCHO-

### SCHOLION.

331. *Tabulas loxodromicas exhibent* Ricciolus (d), Herigonius (e) *atque* Dechales (f). *Nobis ſufficit fundamentum earundem clare atque diſtincte expoſuiſſe.*

### PROBLEMA 60.

332. *Dato latere mecodynamico AB + IK + HF, invenire longitudinem AD.*

### RESOLUTIO.

Reſolutio hujus problematis actu jam continetur in reſolutione problematis præcedentis. Nimirum.

1. Mutatio latitudinis GD multiplicetur per 6, ut ad dena ſcrupula prima reducatur.
2. Per factum dividatur latus mecodynamicum, ut prodeant milliaria longitudinis mutationi latitudinis decem ſcrupulorum reſpondentia.
3. Milliaria hæc longitudinis in quolibet parallelo convertantur in differentias longitudinis eo, quem in præcedente problemate, expoſuimus modo, atque in unam ſummam colligantur.

### THEOREMA 48.

333. *Si navis per rhombum auſtralem vel ſeptentrionalem defertur, meridianum deſcribit; ſi vero per rhombum orientalem aut occidentalem, deſcribit vel æquinoctialem, vel parallelum.*

### DEMONSTRATIO.

Rhombus auſtralis & ſeptentrionalis ſunt communis interſectio meridiani & horizontis (§.208). Navis ergo ſecundum eum delata, in plano ejusdem meridiani conſtanter hæret, adeoque meridianum percurrit. *Quod erat primum.*

Eodem modo patet, ſi navis ſolvat ſub æquatore & per rhombum orientalem vel occidentalem feratur, eam percurrere æquinoctialem. *Quod erat ſecundum.*

Si navis in parallelo ſolvat & per rhombum orientalem vel occidentalem feratur, evidens eſt, quod parallelum iſtum deſcribere debeat. Quia enim rhombus omnes meridiana ſecat ad angulos rectos (§. 307); neceſſario linea, quam navis deſcribit, ad angulos rectos itidem eosdem ſecat, adeoq; æquatori parallelus eſt. *Quod erat tertium.*



(d) Geogr. Reform. lib. 10. c. 29. f. 477 & ſeqq.
(e) in Curſ. Mathem. Tom. 4. p. 434 & ſeqq.
(f) in Mundo Mathem. Tom. 3 f. 315 & ſeqq.

# CAPUT XII.

## De ÆSTIMATIONE ITINERIS, LATITUDINE AC LONGITUDINE MARIS.

### *PROBLEMA 61.*

334. *Latitudinem maris obſervare.*

### *RESOLUTIO.*

Cum latitudo maris ſit diſtantia loci in mari dati ab æquatore, adeoque elevationi poli æquivaleat (§. 54); eodem modo inveniri poteſt, quo latitudo locorum in terra datorum (§. 55). Maxime huc facit methodus, qua ex altitudine Solis vel ſtellæ meridiana obſervata elevatio poli eruitur (§. 145 *Aſtron.*). Solent autem nautæ ſtellis aliis in hoc negotio præferre polarem, quoniam eam in meridiano exiſtere conſtat, ſi perpendiculum oculo admotum ſecet una cum polari eam, quæ in eductione caudæ urſæ majoris comparet, & alteram, quæ femur Caſſiopææ occupat. Quodſi enim illa fuerit ſupra, hæc infra polum in hoc ſitu; ſtella polaris erit infra polum & contra. Quare cum detur diſtantia ſtellæ polaris a polo; data altitudine ejus meridiana, datur quoque elevatio poli ſeu latitudo maris.

### *SCHOLION.*

335. *Quoniam nautis non ſemper commodum eſt eandem obſervationem inſtituere ob tempeſtatem nimis variabilem; ideo plures excogitati ſunt modi idem præſtandi, minus quidem exacti, quam reliqui, nautarum tamen inſtituto, in defectu præſertim meliorum ſufficientes: quos, ne quicquam prætermiſiſſe videamur, in ſequentibus exponere libet.*

### *PROBLEMA 62.*

336. *Data altitudine ſtellæ polaris una cum rhombo, in quo comparet, invenire latitudinem maris.*

### *RESOLUTIO.*

Circulus quem ſtella polaris circa polum deſcribit (idem valet de aliis ſtellis polo vicinis, e. gr. de *clara Guardiarum* ſeu *Cuſtodum*, quam nautæ vocant, h. e. de clara poſteriorum in cauda urſæ minoris) concipiatur in 32 rhombos diviſus. Sit itaque AEQF circulus, quem circa polum deſcribit ſtella polaris aut *clara Cuſtodum.* Conſpiciatur ſtella in rhombo CL; erit itaque altior polo ſecundum rectam ML, poſita EF pro rhombis ſeptentrionali & auſtrali. Quare cum in triangu-

ngulo CLM ad M rectangulo angulus LCM ſit complementum inclinationis rhombi ECL ad rectum, ideoque ML ad CL ut coſinus inclinationis rhombi ad ſinum totum (§.33 *Trigon.*), CL vero ſit recta, ſecundum quam ſtella altior polo in meridiano ſeu plaga auſtrai EC; fiat: ut ſinus totus ad coſinum inclinationis rhombi, in quo ſtella comparet, ita diſtantia ſtellæ polo ad exceſſum altitudinis ejus ſupra altitudinem poli.

## SCHOLION.

337. *Per analogiam hanc computari poteſt tabula in uſum nautarum, quæ indicet, quantum altitudini ſtellæ polaris vel etiam claræ Guardiarum, ſeu cuſtodum, in quolibet rhombo ſit addendum vel ſubtrahendum, ut habeatur altitudo poli. Solent etiam conſtruere inſtrumentum, quod ſine calculo exceſſum vel defectum altitudinis claræ cuſtodum ſupra altitudinem vel ab altitudine poli, una cum hora nocturna, monſtrat & Nocturlabium appellatur. Conſtructionem pariter ac uſum tradit* Fournierius (g).

## PROBLEMA 63.

338. *Obſervatis duabus ſtellis, quæ ſimul oriuntur vel occidunt, invenire latitudinem loci.*

### RESOLUTIO.

1. Quoniam in triangulo SPT dantur latera SP & TP declinationum SB & CT complementa una cum angulo SPT, quem metitur arcus æquatoris BC, aſcenſionum rectarum differentia; reperietur angulus PST (§. 54 *Sphæric.*).
2. Quoniam jam in triangulo PSR ad R rectangulo (§. 76 *Aſtron.*) dantur angulus S & hypothenuſa PS; reperietur elevatio poli PR (§. 116 *Sphæric.*), quæ eadem eſt cum latitudine loci (§. 54).

## SCHOLION.

339. *Si refractionis habetur ratio, aſſumendæ ſunt ſtellæ tanto intervallo ſupra horizontem elevatæ, quanta eſt refractio horizontalis.*

## PROBLEMA 64.

340. *Dato tempore inter ortum vel occaſum duarum ſtellarum intercedente, invenire latitudinem loci.*

### RESOLUTIO.

1. Tempus inter ortum ſtellarum V & S intercedens convertatur in gradus æquatoris (§. 202 *Aſtron.*), qui conficiunt arcum MO. Tab. III. Fig. 37.
2. Arcus MO ſubducatur ex aſcenſionum rectarum differentia MB, ut relinquatur OB.
3. Datis adeo in triangulo SOB ad B rectangulo (§. 68 *Aſtron.*) cruribus OB & BS (quod poſterius eſt ſtellæ S declinatio); invenietur angulus SOB (§. 126 *Sphæric.*) quem metitur arcus QR (§. 33 *Sphæric.*)

(g) Hydrogr. lib. 10. c. 21. & ſeqq. f. 515. & ſeqq.

*Sphæric.*) elevationis poli PR complementum ad quadrantem (§. 41).

*PROBLEMA 65.*

Tab. III. Fig. 37. 341. *Datis plagis, in quibus duæ ſtellæ una oriuntur vel occidunt, invenire latitudinem loci.*

*RESOLUTIO.*

Ob plagas S & T datas datur quoque arcus horizontis ST, quæ eſt amplitudinum ortivarum differentia. Quare cum præterea dentur SP & TP declinationum SB & TC complementa; reperietur angulus PSR (§. 159 *Sphæric.*) & hinc porro in triangulo PSR ad R rectangulo (§. 76 *Aſtron.*) elevatio poli PR (§. 116 *Sphæric.*), hoc eſt latitudo loci (§. 54).

*PROBLEMA 66.*

342. *Data plaga, in qua ſtella S oritur, invenire latitudinem loci.*

*RESOLUTIO.*

Ob datam plagam S datur amplitudo ortiva OS. Quare cum præterea in triangulo SOB ad B rectangulo (§. 68 *Aſtron.*) notum ſit latus BS ſtellæ orientis declinatio, reperietur angulus O (§. 126 *Sphær.*), quem arcus QR elevationis poli PR complementum (§. 41) metitur (§. 33 *Sphæric.*).

*PROBLEMA 67.*

343. *Data altitudine Solis FS & ejus declinatione MS ad datum tempus, invenire latitudinem loci AZ.*

*RESOLUTIO.*

1. Tempus ad meridiem reſiduum vel ab eo præterlapſum convertatur in gradus æquatoris, ut habeatur arcus AM: qui metitur angulum ZPS (§. 33 *Sphæric.*). Tab. II. Fig. 3.
2. Quoniam adeo in triangulo ZPS præter angulum cognominem dantur latera ZS & PS altitudinis ES & declinationis MS complementa; reperietur ZP (§. 153 *Sphæric.*), latitudinis AZ complementum.

*SCHOLION.*

344. *Quodſi altitudo ſtellæ detur, inveniri debet punctum æquatoris culminans ad tempus datum A* (§. 288 Aſtron.), *quod ex aſcenſione recta M ſtellæ in parte cæli orientali obſervata ſubductum relinquit arcum AM. Quodſi ſtella fuerit in parte occidentali, aſcenſio recta M ex puncto culminante A ſubducenda, ut idem arcus AM relinquatur. Reliqua ſiunt, ut in reſolutione problematis.*

*PROBLEMA 68.*

345. *Itineris quantitatem in mari rite æſtimare.*

*RESOLUTIO.*

1. Funiculus in 700 circiter orgyas dividatur, eique navicula lignea plumbo onuſta alligetur.
2. Funiculus circa cylindrum in puppi volubilem circumvolvatur & navicula mari committatur.
3. Quamprimum 20 circiter orgyæ fuerint deglomeratæ, clepſydra inver-

invertatur, quæ ſemiminutum horarium, ſeu 30 ſcrupula ſecunda metiatur.

4. Numerentur orgyæ nodis a ſe invicem diſtinctæ, quæ interea temporis deglomerantur.

5. Quodſi longitudinem funis interea, dum fluebat clepſydra, deglomerati multiplices per 120; prodibit quantitas itineris horarii.

6. Quare ſi eandem operationem repetas, quoties mutatio aliqua in celeritate navis obſervatur; quantitatem itineris peracti dato aliquo tempore æſtimare licebit.

## SCHOLION 1.

346. *Hac methodo communiter utuntur nautæ, præſertim Angli: ut tamen calculo opus non ſit, ita diviſionem funiculi inſtituunt, ut ex numero nodorum deglomeratorum quantitas itineris horarii ſtatim innoteſcat. Facile vero apparet, æſtimationem illam admodum lubricam eſſe.*

## SCHOLION 2.

347. Vitruvius (h) *ſuadet, ut per latera parietum navis trajiciatur axis, habens extra navem prominentia capita, in quæ includuntur rotæ, circa frontes affixis pinnis aquam tangentibus, ut circumvolutione ſua indicent quantitatem itineris aliquo tempore dato emenſi. Idem nuperrime ſuaſit* Cl. Mellius. (II.) *Enimvero quotquot fere de arte navigandi aliquid litteris prodidere; inventi illius nullitatem oſtenderunt.*

## PROBLEMA 69.

348. *Invenire longitudinem maris.*

## RESOLUTIO.

Si horologiis pendulo inſtructis eam perfectionem conciliare liceret, ut agitatio navis motui ejus non officeret; longitudo maris eorum ope optime inveniri poterat (§. 57). Equidem *Tycho de Brahe* (i) clepſydram ex argento vivo excogitavit, quam *Dulæus* (k) naucleris commendat; ſed ipſe *Tycho* non ſatis fidam ad aſtronomicas ſubtilitates perſcrutandas deprehendit. Si lunæ theoriam perfectam haberemus, per eam quoque meridianorum diſtantia, conſequenter maris longitudo, reperiri poterat, monſtrantibus *Longomontano* (l) atque *Keplero* (m): enimvero ea tam exacta nondum habetur, ut huic inſtituto inſervire poſſit. Sunt etiam, qui longitudinem maris per declinationem acus magneticæ detegere allaborarunt; ſed irrito hactenus conatu. Nuperrime in Anglia *Dittonus* & *Whiſtonus* novam prorſus viam ingreſſi



(h) Architect. lib. 10. c. 14.
(i) Progymnaſm. Tom. I. c. 2 p. 149.
(k) lib. I de arcanis maris
(l) Aſtron. Dan. lib. Theor. I f. 317.
(m) in Rudolphin. f. 40.

greſſi ſunt. Suadent nimirum, ut paſſim per mare firmentur naves & in ſingulis ipſo momento mediæ noctis ex mortario perpendiculariter ejiciatur granata major ſive bomba, ad altitudinem 6440 pedum Anglicanorum aſcenſura ibidemque diſſilitura. Quodſi enim e navi per mare lata obſervetur granata aſcendens; illico differentia horaria inter meridianum navis & meridianum, in cujus plano ipſa aſcendit, innoteſcit. Quodſi porro in mappis hydrographicis notentur loca, ubi granatæ ejaculantur, & ope pyxidis nauticæ dignoſcatur plaga, unde lumen emicet, ut locus in mappa inveniri poſſit; longitudo maris quæſita latere amplius nequit (§. 56). Addunt methodos alias eandem reperiendi ex obſervato tempore inter lumen viſum & ſonum auditum interjecto, vel ex angulo ſub quo videtur bomba in maxima elevatione. Enimvero cum methodi illæ omnes parum reſpondeant voto nauclerorum; ideo hoc modo problema ſolvere ſolent.

1. Æſtimant iter a loco, unde navis ſolvit, confectum (§. 345).
2. Obſervant latitudinem loci, ad quem navis pervenit (§. 334 & ſeqq.), ut habeatur mutatio latitudinis toto itinere facta.
3. Inveſtigant latus mecodynamicum (§. 327); quod etiam ex angulo loxodromiæ invenire licet citra latitudinem obſervatam (§. 321).
4. Inde tandem differentiam longitudinis eruunt (§. 332).

## SCHOLION.

349. *Modus hic admodum lubricus eſt, ita ut integro gradu & amplius a vero meridiano aberrari poſſit. Neque enim rhombus ſatis accurate determinatur per pyxidem ob acus declinationem; neque iter ſatis exacte æſtimatur. Quodſi vero eadem accuratione longitudo loci obſervari poſſet, qua latitudo haberi poteſt* (§. 334 & ſeqq.)*; ad ſummam perfectionem perducta eſſet ars navigandi, cum locus navis exacte determinari poſſet* (§. 669)*. Unde non mirum, quod Angli, Galli & Belgæ ſinguli* 50000 *florenorum præmium conſtituerint ei, qui veram problematis ſolutionem ſit exhibiturus.*

CA-

(n) Vid. A new Method for diſcovering the longitude boht at Sea and Land, London. 1714. in 8.

# CAPUT XIII.

## De
# MAPPIS HYDROGRAPHICIS
## SEU MARINIS.

*DEFINITIO* 56.

350. *Mappæ hydrographicæ* ſeu *marinæ* ſunt projectio partis alicujus maris in plano, in uſum navigationis.

*SCHOLION.*

351. *Primus mappas hydrographicas invenit* Henricus, *filius* Johannis *Regis Luſitaniæ* (o). *Multum autem differunt a mappis geographicis, de quibus ſupra diximus, & quæ in arte navigandi nullius ſunt uſus: quemadmodum ex ſubſequentibus patebit. Sunt etiam mappæ marinæ non ejusdem generis: ſed aliæ ſunt planæ; aliæ per rhombos & diſtantias compoſitæ; aliæ denique reductæ.*

*DEFINITIO* 57.

352. *Mappæ planæ* ſunt, in quibus meridiani pariter ac paralleli exhibentur per rectas inter ſe parallelas.

*COROLLARIUM* 1.

353. Cum omnes meridiani in polis coëant; in chartis majoribus per rectas parallelas perperam repræſentantur.

*COROLLARIUM* 2.

354. Mappæ planæ exhibent gradus ſingulorum parallelorum gradibus æquatoris æquales, adeoque diſtantias locorum juſto majores.

*COROLLARIUM* 3.

355. Retento eodem rhombo in mappa plana, navis videtur ferri per circulum maximum: quod tamen fallit (§. 308).

*SCHOLION.*

356. *Etſi autem* Ptolemæus *in Geographia ob nævos commemoratos rejecerit iſtiusmodi mappas;* Henricus *tamen inventor* (§. 351) *eas in arte nautica utiles judicavit & uſus ipſe earum utilitatem comprobavit.*

*DEFINITIO* 58.

357. *Mappæ reductæ* ſeu *Chartæ reductionis* ſunt, quæ meridianos exhibent per rectas verſus polum convergentes & parallelos per rectas inter ſe parallelas, ſed inæquales.

*COROLLARIUM* 1.

358. Corrigunt adeo nævos mapparum planarum (§. 353. 354).

*COROLLARIUM* 2.

359. Sed cum paralleli ſecare debeant



(o) Fournier Hydrogr. lib. 14. c. 3 f. 647.

ant meridianos ad angulos rectos; in eo deficiunt, quod exhibeant parallelos ad meridianos inclinatos.

SCHOLION.

360. *Hinc aliud adhuc* mapparum reductarum *genus excogitatum eſt, in quo meridiani ſunt paralleli; ſed gradus habent inæquales, verſus polos continuo creſcentes; quæ* mappæ Mercatoris *appellari ſolent.*

DEFINITIO 59.

361. *Mappæ compoſitæ per rhombos & diſtantias* ſunt illæ, in quibus nulli meridiani ac paralleli, ſed ſolæ lineæ rhomborum cum ſcala milliarium comparent.

PROBLEMA 70.

362. *Mappam hydrographicam planam conſtruere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 39. 1. Ducatur recta AB, in tot partes æquales diviſa, quot graduum latitudo portionis maris in mappa exhibendæ exiſtit.

2. Jungatur ipſi ad angulos rectos recta alia BC in tot partes, & inter ſe, & prioribus æquales diviſa, quot graduum longitudo ejusdem portionis maris exiſtit.

3. Parallelogrammum ABCD compleatur (§. 322 *Geom.*) & area in areolas quadratas reſolvatur: erunt rectæ ipſis AB & CD parallelæ meridiani; quæ vero ipſis AD & BC parallelæ ſunt, circuli paralleli (§. 350).

4. Littora, portus, inſulæ, freta, ſinus, ſyrtes, pulvini, ex data longitudine & latitudine eodem modo in mappis delineentur, quo ſupra in conficiendis mappis Geographicis uſi ſumus.

COROLLARIUM 1.

363. Data latitudine & longitudine navis locus in mappa exhiberi poteſt.

COROLLARIUM 2.

364. Datis in mappa plana locis F & G, a quo & ad quem navigandum, recta FG ab uno ad alterum ducta cum meridiano AB efficit angulum AFG inclinationi rhombi æqualem (§. 316), cumque inter parallelos æquidiſtantes interceptæ partes F1, 1. 2, 2G ſint æquales (§. 242 *Geom.*) & inclinatio rectæ FG ad omnes meridianos ſeu rectas ipſi AB parallelas eadem (§. 222 *Geom.*); recta FG loxodromiam vere repræſentat (§. 307. 316). Immo eodem modo patet, quod latus mecodynamicum vere exhibeant (§. 314. 313).

SCHOLION.

365. *Apparet adeo, mappas planas eſſe ad navem dirigendam utiles, modo præcaveatur error in diſtantiam locorum F & G irrepens.*

PROBLEMA 71.

366. *Scalam conſtruere, quæ errores diſtantiarum in mappis planis corrigat.*

RESOLUTIO.

1. In rectam AB ex mappa transferantur quinque gradus, & in 75 par- Tab. II. Fig. 40.

partes æquales ſeu milliaria Germanica dividatur.

2. Super ea deſcribatur ſemicirculus ACB in 90 partes æquales dividendus.

Quodſi jam ſcire deſideres, quot milliaria conficiant gradus quinque in parallelo 50; circino capiatur intervallum B. 50 & in diametrum AB transferatur, ubi numerus milliarium quæſitus innoteſcet.

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim arcus AC latitudinis duplus & BC complementum duplum latitudinis ad quadrantem *per conſtruct.* adeoque angulus ABC latitudini, CAB ejus complemento ad quadrantem æqualis (§. 299 *Geom.*). Eſt adeo AB ad BC ut ſinus totus ad coſinum latitudinis (§. 2 *Trigon.* & §.172 *Arithm.*), conſequenter ut gradus æquatoris ad totidem gradus paralleli (§. 45). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

367. Quodſi ergo navigetur per rhombum orientalem aut occidentalem extra æquatorem; milliaria gradibus longitudinis reſpondentia reperiuntur ut in reſolutione problematis præcepimus (§.366): ſi vero navigetur per rhombum quemcunque collateralem, navigatio ſupponenda eſt facta per rhombum occidentalem & orientalem in parallelo intermedio inter parallelum loci, unde navis ſolvit, & parallelum loci, ad quem pervenit.

*SCHOLION.*

368. *Equidem reductio per parallelum arithmetice medium accurata non eſt; ſolet tamen in praxi adhiberi, ut vulgi nauclerorum captui ſit accommodata. Senſibiliter autem vix aberrabitur, ſi totus curſus in partes dividatur, quorum ſingulæ gradum unum non excedant; unde conſultum eſt, ut diameter ſemicirculi AB non niſi unius gradus aſſumatur & in 60 quadrantes milliarium Germanicorum dividatur.*

*PROBLEMA 72.*

369. *Mappas reductas conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

1. Ducatur recta AB, quæ arcum paralleli repræſentat, cum quo mappa incipit, aut arcum æquatoris, ſi ibidem terminetur, & in tot partes æquales dividatur, quot graduum longitudo eſſe debet. Tab. III. Fig. 41.

2. E medio F erigatur perpendicularis FE arbitrariæ longitudinis, in tot partes æquales diviſa, quot graduum latitudo mappæ requiritur.

3. Per E ducatur recta CD ipſi AB parallela, ita ut CE ſit ad AF in ratione gradus paralleli minoris in E ad gradum majoris in F, vel gradum æquatoris (§. 365).

4. Ducantur rectæ CA & DB & cum ipſis aliæ per ſingula puncta diviſionis rectæ AB parallelæ: quæ erunt meridiani.

5. Denique per ſingula puncta diviſionum EF agantur rectæ ipſi AB parallelæ, qui erunt circuli paralleli.

*Aliter.*

Quoniam nonniſi paralleli ultimi veram proportionem inter ſe ſervant, neque omnes meridianos ad angulos rectos ſecant; ideo conſultius eſt, ut mappæ reductæ hoc modo conſtruantur.

1. Ducatur recta AB in partes æquales diviſa, qui gradus longitudinis repræſentat, vel in æquatore, vel in parallelo, in quo mappa terminari debet.

2. Ex ſingulis punctis diviſionum erigantur perpendiculares, quæ meridianos deſignent, ut lineæ rhomborum ſecent omnes ſub eodem angulo (§. 241. 222 *Geom.*), adeoque loxodromias repræſentent (§. 307).

3. Jam ut gradus meridianorum veram rationem habeant ad gradus parallelorum; amplificandi ſunt, quia hi æquales permanent, ob paralleliſmum meridianorum. Intervallo itaque unius gradus in æquatore CD deſcribatur quadrans CDE & in D erigatur perpendicularis DG. Fiat arcus DL latitudini paralleli æqualis & per L ducatur CG: erit CG gradus meridiani amplificatus.

Tab. III. Fig. 42.

4. Gradus amplificati transferantur in meridianum HI & per ſingula diviſionum puncta agantur parallelæ ipſi AB, circulos parallelos repræſentantes.

5. Reliqua fiant ut in mappis planis (§. 361).

*DEMONSTRATIO.*

Nil demonſtrandum reſtat, quam quod CG habeat ad CD rationem gradus circuli maximi ad gradum paralleli in latitudine DL. Ducatur ML ad EC perpendicularis, qui erit coſinus latitudinis DL (§. 11 *Trigon.*). Eſt igitur gradus circuli maximi ad gradum paralleli in latitudine DL ut CL ad ML (§. 45). Sed cum ML ipſi CD parallela (§. 241 *Geom.*), adeoque LCD = MLC (§. 222 *Geom.*); erit ML : LC = CD : CG (§. 251 *Geom.*). Quare gradus circuli maximi ad gradum paralleli in latitudine DL eſt ut CD ad CG (§. 156 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM.*

370. Scala adeo milliarium in mappis reductis ſunt gradus meridiani HI, quorum quilibet valet 15 milliaria Germanica ſeu 60 Italica & ſuo parallelo reſpondet.

*SCHOLION* I.

371. *Mappa reducta poſterioris generis ſeu* Mercatoris *omnia ad artem navigandi neceſſaria bene repræſentant, & hinc utiliſſimæ omnium; Spatia tamen verſus polum majora exhibent quam ſimilia verſus æquatorem, quibus minora eſſe debebant. Solet autem hæc reductio vocari* redu-

reductio per latitudines creſcentes. *Et me non monente apparet, eandem quoque adhiberi poſſe, ſi mappis planis utamur. Accuratiores ſunt chartæ reductæ, ſi paralleli non per ſingulos gradus, ſed ſingula dena prima ducantur.*

*SCHOLION 2.*

372. *Mappæ*, quæ per rhombos & diſtantias componuntur, *& a Gallis in mari præſertim mediterraneo uſurpantur, ex nauclerorum obſervationibus ruditer conſtruuntur, ut adeo de iis hic diſſerere ſuperfluum videatur. Uſum non habent niſi in navigationibus minoribus.*

## CAPUT XIV.

### De

# NAVIGATIONE TAM PLANA, QUAM MERCATORIS ET CIRCULARI.

*DEFINITIO 60.*

373. *Navigatio plana* vocatur, quæ fit loxodromice ope mapparum planarum.

*DEFINITIO 61.*

374. *Navigatio Mercatoris* appellatur, quæ fit loxodromice ope mapparum reductarum, quæ *Mercatoris mappæ* vulgo dicuntur.

*DEFINITIO 62.*

375. *Navigatio circularis* eſt, quæ fit per circulum maximum.

*COROLLARIUM.*

376. Navigatio adeo circularis fit per viam brevisſimam (§. 53. *Sphæric.*).

*PROBLEMA 73.*

377. *Data longitudine & latitudine duorum locorum, invenire milliaria longitudinis ſeu latus mecodynamicum.*

*RESOLUTIO.*

1. Si uterque locus fuerit orientalior primo meridiano, longitudo minor a majore auferatur, ut habeatur differentia meridianorum: ſi vero alter orientalior, alter occidentalior, longitudo orientalioris addatur complemento longitudinis occidentalioris ad circulum integrum, ut denuo prodeat meridianorum diſtantia.
2. Meridianorum diſtantia dividatur in tot partes, quot graduum eſt differentia latitudinum; vel in pauciores, ſi differentia latitudinum major fuerit.
3. Minuta longitudinis reſpondentia

tia parti uni reducantur ad milliaria ſingulorum parallelorum in caſu priori, vel ad milliaria paralleli inter duos arithmetice medii in poſteriore.

4. Aggregata illa partium colligantur in unam ſummam, quæ milliaria longitudinis exhibebit quam proxime.

E. gr. Sit longitudo unius loci 35°, alterius 47°; erit diſtantia meridianorum 12°. Sit latitudo primi 4°, poſterioris 8°; erit differentia 4°, adeoque a quarto parallelo usque ad octavum navigatur. Dividantur adeo 12 per 4, & quotus 3° reducatur ad milliaria in parallelis 4, 5, 6 & 7: prodibunt (§. 46)

43. 71
43. 68
43. 65
43. 59

Latus mecodyn. 174. 63 ſeu milliaria Longit.

*Aliter.*

Commodior eſt reductio in mappis reductis, in quibus arcus inter duos meridianos modico intervallo diſtantes interceptus applicatur ad arcum meridiani inter duos parallelos comprehenſus, ut numerus milliarium innoteſcat (§. 369).

*PROBLEMA 74.*

378. *Data longitudine & latitudine terminorum a quo & ad quem, invenire rhombum, in quo navigandum eſt, & diſtantiam ſeu iter conficiendum.*

*RESOLUTIO.*

1. Inveniantur milliaria longitudinis (§. 377).
2. Datis milliaribus longitudinis & differentia latitudinum, reperietur angulus loxodromiæ ſeu rhombus (§. 325) &
3. hinc porro loxodromia ſeu iter conficiendum (§. 321).

*Aliter.*

1. Pyxis nautica applicetur termino a quo *a* in mappa reducta, ita ut centrum roſæ eidem immineat & linea auſtralis & borealis ſit alicui meridianorum parallela.
2. Notetur rhombus pyxidis, *in* quo eſt terminus ad quem *b*: hoc enim erit in navigatione utendum.
3. Idem rhombus invenitur, ſi, ducta recta a termino a quo *a* ad terminum ad quem *b*, ope inſtrumenti transportatorii inveſtigetur inclinatio loxodromiæ *ab* ad meridianum quemcunque, quem ſecat, (§. 283).
4. Quantitas itineris *ab* æſtimatur, applicata parte *a* 1 ad I*k*, 1*a* ad *kl*, 2. *b* ad *lm*.

*Aliter.*

In mappis planis rhombus eodem modo invenitur & quantitas iti-

itineris reducitur modo ſupra expoſito (§. 377).

*Aliter.*

Idem problema ſolvi poteſt ope tabularum loxodromicarum. Nimirum

1. Rhombus ad arbitrium ſeligatur, & ſub eodem in tabulis
2. Quærantur longitudines reſpondentes latitudinibus datis, quarum differentia ſi coincidit cum differentia longitudinum datarum, rhombus bene electus eſt: ſin minus, aſſumatur alius magis aut minus obliquus, donec differentia tabularis conſentiat cum vera.
3. Rhombo vero invento, ex tabulis excerpantur itinera datis latitudinibus reſpondentia, & minus ex majori auferatur, ut relinquatur iter quæſitum.

*PROBLEMA 75.*

379. *Dato rhombo una cum itinere confecto, invenire longitudinem & latitudinem loci, ad quem pervenit navis.*

*RESOLUTIO.*

1. Ex datis inveniatur differentia latitudinis terminorum a quo & ad quem (§. 318), quæ addita latitudini termini a quo, aut ab eadem ſubtracta, aggregat vel relinquit latitudinem termini ad quem.

(II.)

2. Ex iisdem inveſtigetur latus mecodynamicum (§. 322) & inde tandem longitudo termini ad quem eruatur (§. 332).

*Aliter.*

1. Pyxis nautica ita collocetur ſuper mappa reducta, ut centrum roſæ loco *a* immineat & linea meridiana ſeu rhombus auſtralis atque borealis ſit meridianis parallela. Tab. III. Fig. 43.
2. Ducatur ex puncto *a* recta congruens rhombo, juxta quem facta eſt navigatio *ab*.
3. Iter confectum ſumatur per partes in partibus meridiani I*k*, *kl* &c. & in rectam *ab* transferatur, e. gr. ex *a* in *c*; erit *c* locus, ad quem navis pervenit, cujus adeo latitudo & longitudo reperitur in mappa (§. 277. 278).

*Aliter.*

1. In tabulis loxodromicis ſub rhombo dato quæratur quantitas itineris reſpondens latitudini termini a quo, & itineri dato vel addatur, vel dematur, prout latitudo termini ad quem vel major vel minor latitudine a quo.
2. Sub eodem rhombo ulterius deſcende vel aſcende, donec occurrat quantitas itineris correcta.
3. Latitudo eidem in prima columna reſpondens eſt latitudo termini ad quem.

4. Excerpatur ex tabularum columna ſecunda longitudo, reſpondens latitudini termini a quo, tum etiam altera, quæ convenit latitudini termini ad quem: eorum enim differentia eſt differentia longitudinum terminorum a quo & ad quem.

### PROBLEMA 76.

380. *Datis latitudinibus terminorum a quo & ad quem, una cum rhombo, in quo navigatum eſt, invenire iter confectum & differentiam longitudinum.*

### RESOLUTIO.

1. Quoniam mutatio latitudinis a termino a quo usque ad terminum ad quem datur una cum rhombo; reperietur quantitas itineris (§ 370).
2. Ex iisdem datis invenitur latus mecodynamicum (§. 325), quod
3. in gradus circuli maximi converſum (§. 232) exhibet longitudinum differentiam quæſitam.

*Aliter.*

1. Pyxis nautica ſuper mappa collocetur, ut in problemate præcedente.
2. Ducatur ex termino a quo *a* linea rhombi *ab*, juxta quem navigatum eſt, donec ſecet parallelum datæ latitudinis in 2: erit 2 locus, ad quem navis pervenit.

Tab. III. Fig. 43.

3. Unde longitudo ejus reperitur (§. 277) & quantitas itineris confecti *a. 2* (§. 370).

*Aliter.*

1. Ex tabulis loxodromicis excerpantur tum longitudines, tum quantitates itineris, datis terminorum a quo & ad quem latitudinibus reſpondentes.
2. Tum longitudines, tum itinera a ſe invicem ſubtrahantur: prior enim differentia eſt mutatio longitudinis, poſterior quantitas itineris confecti.

### PROBLEMA 77.

381. *Datis latitudinibus terminorum a quo & ad quem una cum itinere confecto, invenire rhombum & mutationem longitudinis.*

### RESOLUTIO.

1. Ex mutatione latitudinis & itinere confecto datis reperitur rhombus (§. 320).
2. Ex iisdem datis porro invenitur latus mecodynamicum (§. 327), vel etiam ex rhombo modo invento & mutatione latitudinis (§. 325), vel denique ex rhombo & itinere confecto (§. 322).
3. Ex latere mecodynamico tandem eruitur longitudinis mutatio (§. 332).

*Aliter.*

*Aliter.*

1. Ducatur in mappa parallelus, ad quem pervenit navis, CD.
2. Reducatur intervallum itineris confecti & in partes reſoluti in gradus mappæ proportionatos (§. 370).
3. Intervallo reducto *a* 2 ex termino a quo *a* deſcribatur arcus ſecans parallelum CD in 2; erit 2 locus in mappa, cujus adeo longitudo reperitur (§. 277).

*Aliter.*

1. Latitudines datæ a ſe invicem ſubtrahantur & in tabulis loxodromicis quæratur rhombus, ſub quo iter confectum reſpondet mutationi latitudinis datæ: is enim eſt quæſitus.
2. Longitudo ſub eo rhombo reſpondens latitudini termini ad quem, & altera, quæ ſub eodem ponitur e regione latitudinis termini a quo, a ſe invicem ſubtrahantur; differentia eſt mutatio longitudinis quæſita.

PROBLEMA 78.

382. *Datis differentia longitudinum terminorum a quo & ad quem, latitudine termini alterutrius & itinere confecto invenire rhombum & latitudinem termini alterius.*

RESOLUTIO.

1. Differentia longitudinum convertatur in milliaria longitudinis ſeu latus mecodynamicum (§. 332).
2. Ex datis latere mecodynamico & itinere confecto quæratur rhombus (§ 323).
3. Ex eodem latere & rhombo modo invento invenietur mutatio latitudinis (§. 324): qua & latitudine termini unius data, latitudo alterius latere amplius nequit.

*Aliter.*

1. Per locum datum *a* ducatur in mappa recta EF meridiano IH parallela, ſiatque FL longitudinum differentiæ æqualis. Tab. III. Fig. 43.
2. Ex L ducatur LM ipſi EF parallela, qui erit meridianus, ad quem pervenit navis.
3. Ex *a* intervallo itineris confecti *ac* interſecetur meridianus ML: erit in *c* locus quæſitus.
4. Quodſi ſuper mappa pyxis nautica rite collocetur (§. 378), linea rhombi ipſi *ac* congruet, adeoque rhombus innoteſcet.
5. Denique ſi per *c* ducatur NO ipſi AB parallela: erit NA latitudo loci quæſita.

*Aliter.*

1. Aſſumatur rhombus ad arbitrium & in tabulis loxodromicis ſub eodem excerpatur longitudo & itineris quantitas datæ latitudini reſpondens.

 2. Iter

2. Iter datum itineri in tabulis invento addatur, ſi ab æquatore navigetur; vel ab eo ſubtrahatur, ſi ad eundem navis tendat.
3. Summa vel differentia in tabulis evolvatur, & quæ juxta eam comparet longitudo a longitudine ſupra inventa ſubtrahatur, vel contra. Quodſi enim reſidua fiat longitudinum differentia data, rhombus bene aſſumtus, ſin minus, mutandus erit in magis vel minus obliquum pro re nata, donec eadem operatione repetita differentia longitudinum relinquatur. Tum latitudo in columna prima itineri reſpondens erit latitudo termini alterutrius.

PROBLEMA 79.

383. *Data differentia longitudinum una cum latitudine termini alterutrius atque rhombo, invenire itineris quantitatem & termini alterius latitudinem.*

RESOLUTIO.

1. Differentia longitudinum reducatur ad milliaria longitudinis ſeu latus mecodynamicum (§. 377).
2. Ex latere mecodynamico atque rhombo inveniatur iter confectum (§. 321).
3. Quæratur ex iisdem datis (§. 324), vel ex rhombo & itinere confecto (§. 320) mutatio latitudinis: qua data, ob datam latitudinem termini alterutrius, datur etiam latitudo alterius.

*Aliter.*

1. Pyxis ſuper mappa hydrographica rite collocetur (§. 378) & juxta rhombum datum ducatur loxodromia *ab*.
2. Ducatur meridianus EF per locum datum *a* & intervallo differentiæ longitudinis FL alter LM ad quem navis pervenit, ut in probl. præcedente; ubi is loxodromiam interſecat, ibi eſt locus *c*, ad quem navis pervenit.
3. Quare ſi per *c* ducatur NO ipſi AB parallela; erit NA latitudo illius loci.
4. Quantitas itineris *ac* reducatur ad milliaria (§. 370).

*Aliter.*

1. Sub rhombo dato quæratur iter & longitudinis mutatio reſpondens in tabulis loxodromicis latitudini datæ.
2. Si navigatio fit verſus polum, longitudinis mutatio addatur longitudinum differentiæ datæ; ſi verſus æquatorem, ſubtrahatur.
3. In eadem tabula deſcende, vel in poſteriori caſu aſcende, donec in priori aggregatum, in poſte-

poſteriori differentia iſta in columna longitudinis occurrat.

4. Latitudo, quæ eidem in columna prima reſpondet, eſt quæſita: iter vero huic latitudini conveniens in priori caſu mulctandum eſt itinere ſupra excerpto; in poſteriore autem ab itinere ſupra excerpto auferendum eſt iter hic repertum. Ita prodibit itineris quantitas.

## SCHOLION.

384. *Ex his problematum nauticorum ſolutionibus manifeſtum eſt, quadam facilius per mappas, quadam per tabulas loxodromicas ſolvi, & mappas reductas præferendas eſſe planis, quoniam in planis diſtantia non in ipſa mappa, ſed per ſcalam peculiarem reduci debet.*

## PROBLEMA 80.

Tab. II. Fig. 4. 385. *Data latitudine ac longitudine terminorum a quo & ad quem, invenire angulum M, quem via navis MO in navigatione circulari cum meridiano termini a quo PM comprehendit.*

## RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo PMN dantur latitudinum datarum HM & TN complementa PM & PN, una cum angulo MPN, quem metitur arcus HT (§. 31 *Sphæric.*), longitudinum datarum H & T differentia (§. 32); reperietur angulus PMN (§. 154 *Sphæric.*).

## PROBLEMA 81.

386. *Data latitudine HM & longitudine H termini a quo M, una cum itineris quantitate & latitudine loci LS, ad quem navis in navigatione circulari pervenit, invenire longitudinem loci L & angulum PLM, quem via navis ML cum meridiano PS comprehendit.*

## RESOLUTIO.

In triangulo PML datur PM latitudinis HM complementum, & PL latitudinis LS complementum. Quare ſi via navis ML (§. 375) convertatur in gradus æquatoris (§. 43); reperietur angulus MPL (§. 159 *Sphæric.*), quem longitudinum differentia HS metitur (§. 31 *Sphær.*), atque inſuper angulus PLM (§. 159 *Sphæric.*).

## SCHOLION.

387. *Eodem modo ſolvi poſſunt alia problemata nautica; ſed cum præſtet loxodromice, quam circulariter navigare, ea ulterius exponere non libet.*

## THEOREMA 45.

388. *Qui Tellurem circumnavigant ab ortu verſus occaſum continuo progredientes, domum reverſi die uno abundant: ſed qui ab occaſu verſus ortum excurrunt, eodem itinere peracto, diei unius jacturam fecerunt.*

### *DEMONSTRATIO.*

Ponamus enim navem ſolvere die prima Januarii hora duodecima ſeu meridiana. Quodſi ergo verſus ortum excurrit, intervallo 15 graduum promota meridiem habet, cum in loco, ex quo ſolvit, hora undecima antemeridiana exiſtit (§. 25). Eodem modo meridiem denuo anticipat hora una, ſi ulterius 15 graduum intervallo proceſſerit. Quare cum peripheria integra telluris contineat gradus 360, hoc eſt, quindecim vigeſies quater; toto itinere peracto, meridiem 24 horis, ſeu die integra, anticipavit. Quare ſi 25 Decembris domum revertitur; in navi 26 numeratur. *Quod erat unum.*

Quodſi vero eadem navis occaſum verſus excurrat, intervallo 15 graduum promota meridiem habet, cum in loco, ex quo ſolvit, hora prima pomeridiana exiſtit (§. 25), adeoque unius horæ jacturam fecit, utique in integrum diem ſeu horas viginti quatuor excreſcentem, toto Telluris ambitu percurſo. *Quod erat alterum.*

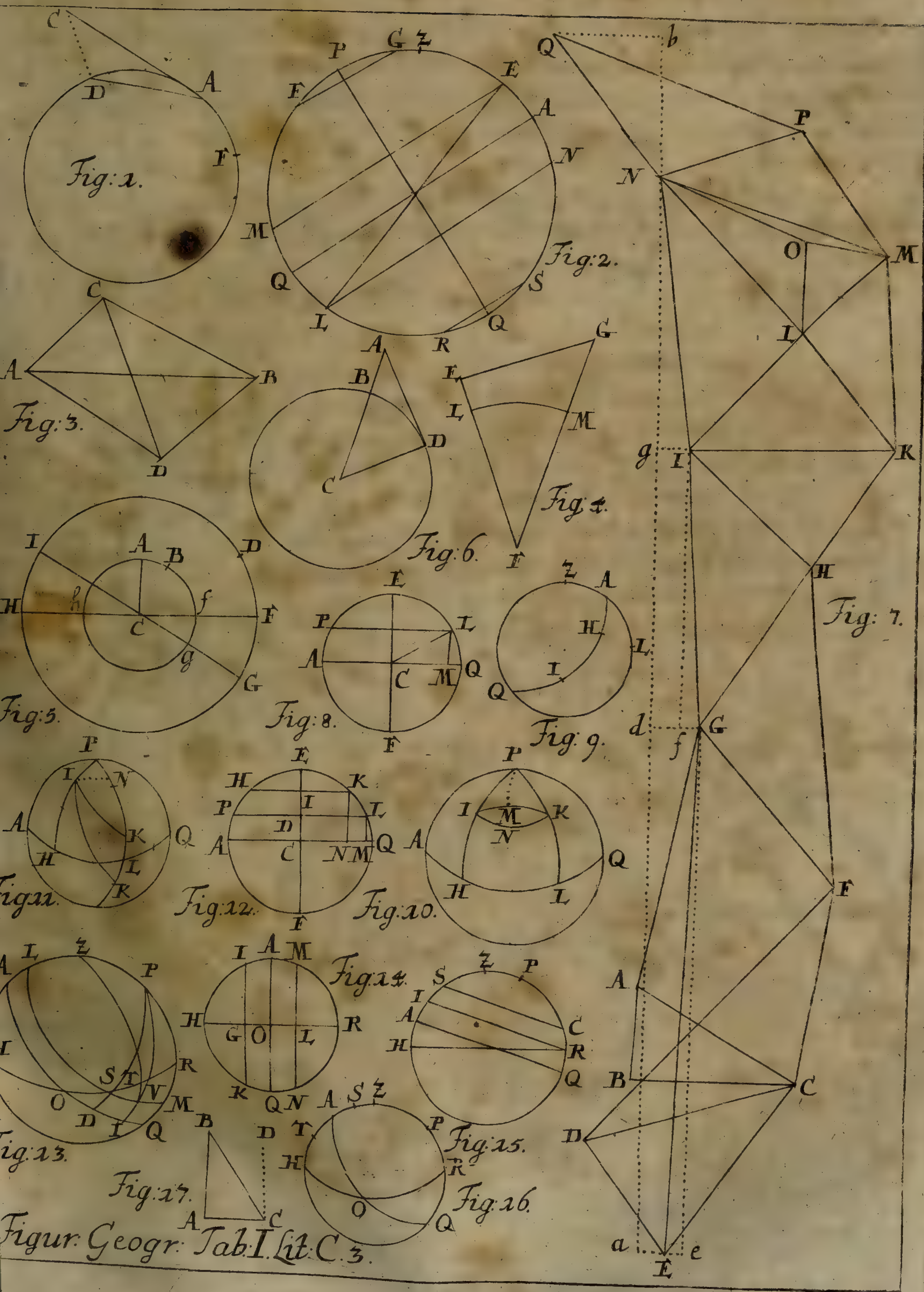
### *COROLLARIUM.*

389. Quare ſi duæ naves in mari ſibi mutuo obviam fiunt, notabili itinere jam peracto; duobus diebus in diariis ſuis a ſe invicem differre debent, e. gr. dum ea, quæ verſus orientem excurrit, numerat 15 Junii; altera, quæ ad occaſum tendit, numerat decimum tertium ejusdem menſis.

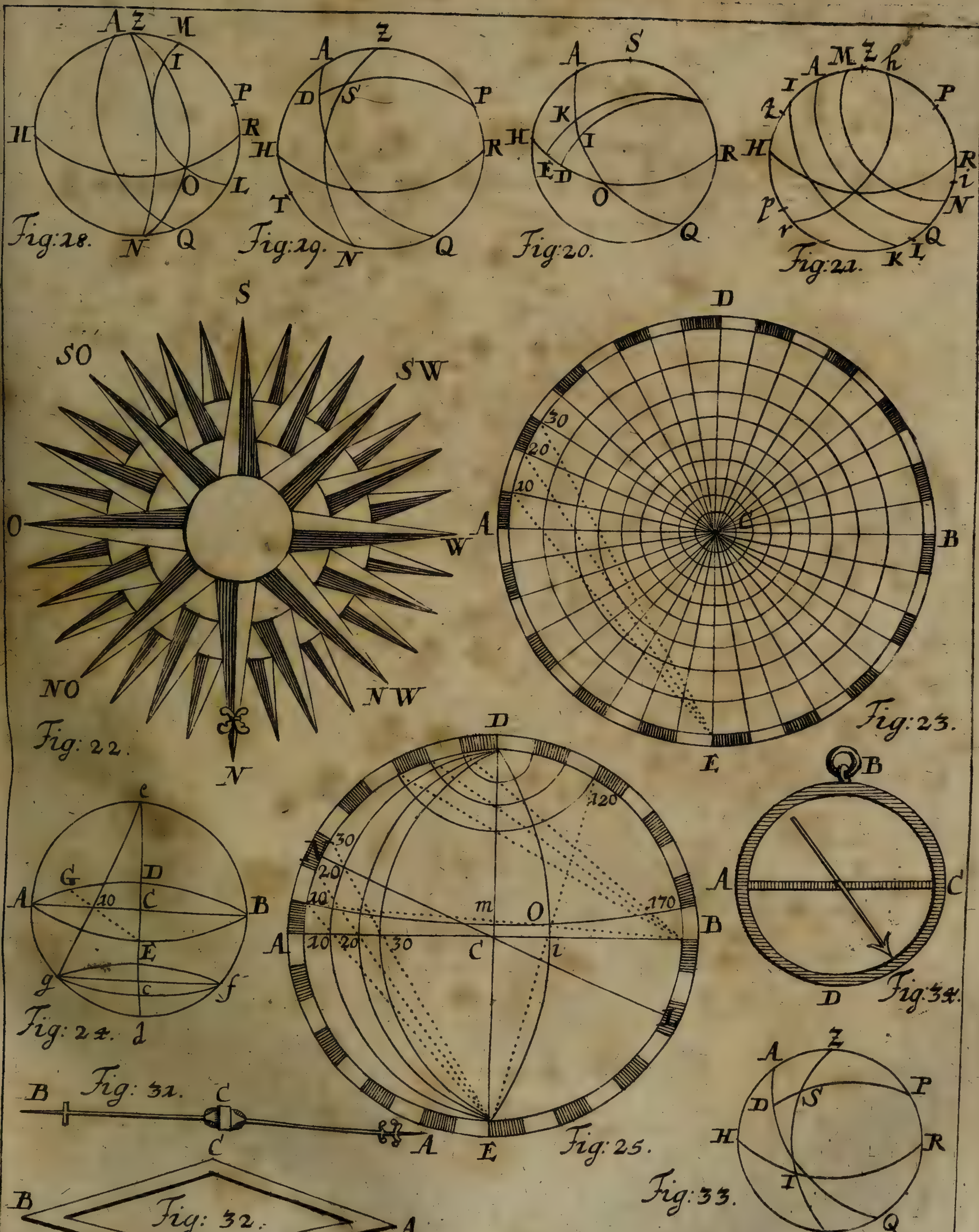
## FINIS
*Elementorum Geographiæ & Hydrographiæ.*

## Errata ſic Corrige.

| Pag. | Lin. | Errat. | Corrig. | Pag. | Lin. | Errat. | Corrig. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 618 | 32 | N A | NE | 646 | 10 | AZ | TZ |
| 619 | 34 | 39 | 39 | 660 | 15 | eſſe diverſos | eſſe ſæpe di- |
| 621 | lin.ult. | 24′ 50″ | 24° 50′ | | | | verſos |
| 623 | 8 | Belgardum | Belgradum | 669 | 25 | CH | CA |
| 627 | 27 | Longitudo | latitudo | 674 | 10 | BC | BD |
| | 3 | IMK | MK | 675 | | Fig. 22. | Fig. 30. |
| | 15 | IK | IH | 682 | 12 | ut AB + IK | ad AB + IK |
| 629 | 22 | ſuperficies | ſuperficies | | | + HF | + HF ut &c. |
| | | | dimidia | 685 | 26 | meridiana | meridianos |
| 632 | 18 | Sol | locus | | | | |




Figur: Geogr: Tab.I. Lit.C.3.




Figur. Geogr: Tab. II. Lit: Z. 2

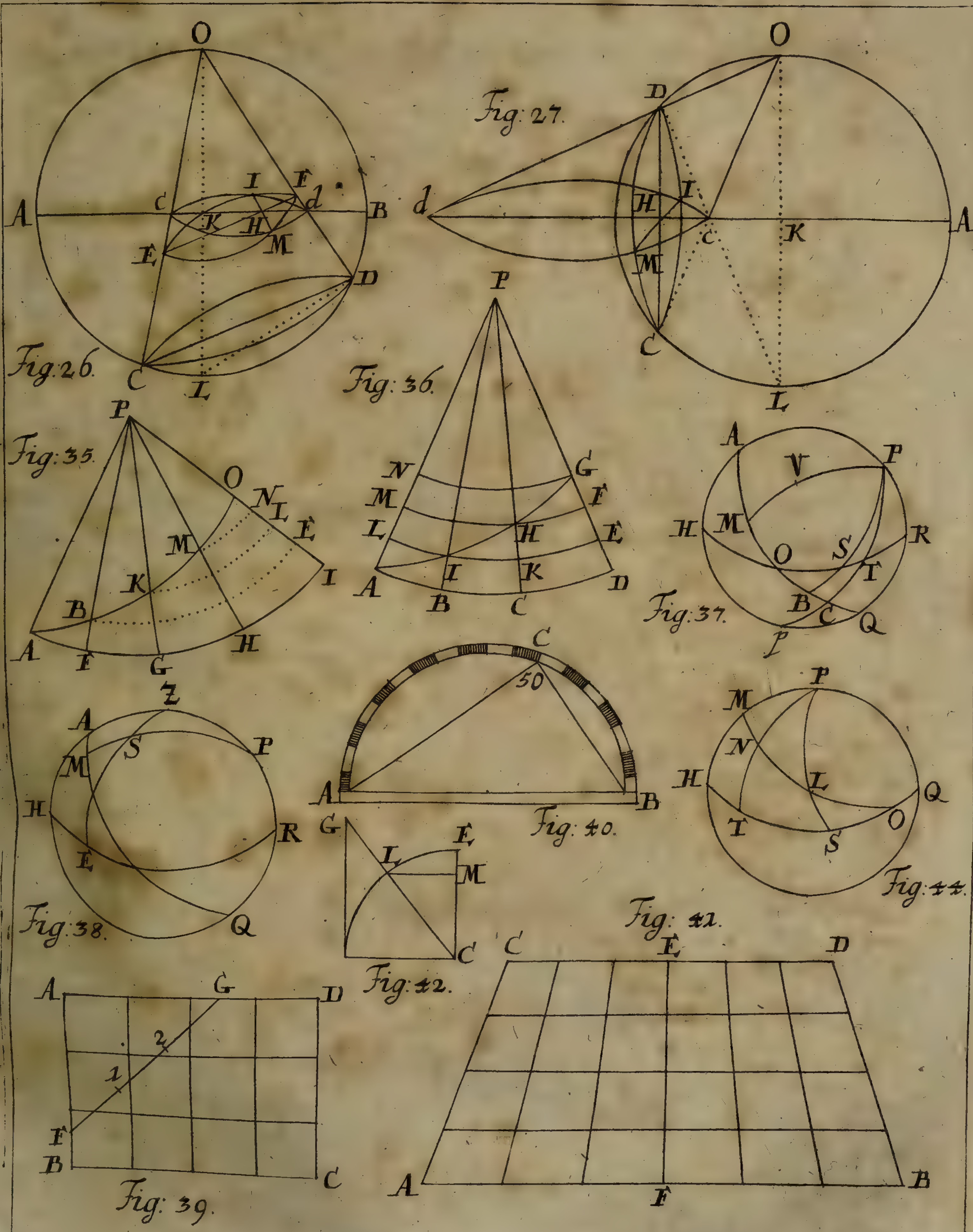



Fig: Geogr: Tab: III. Lit: F. 3.

Fig: 28.

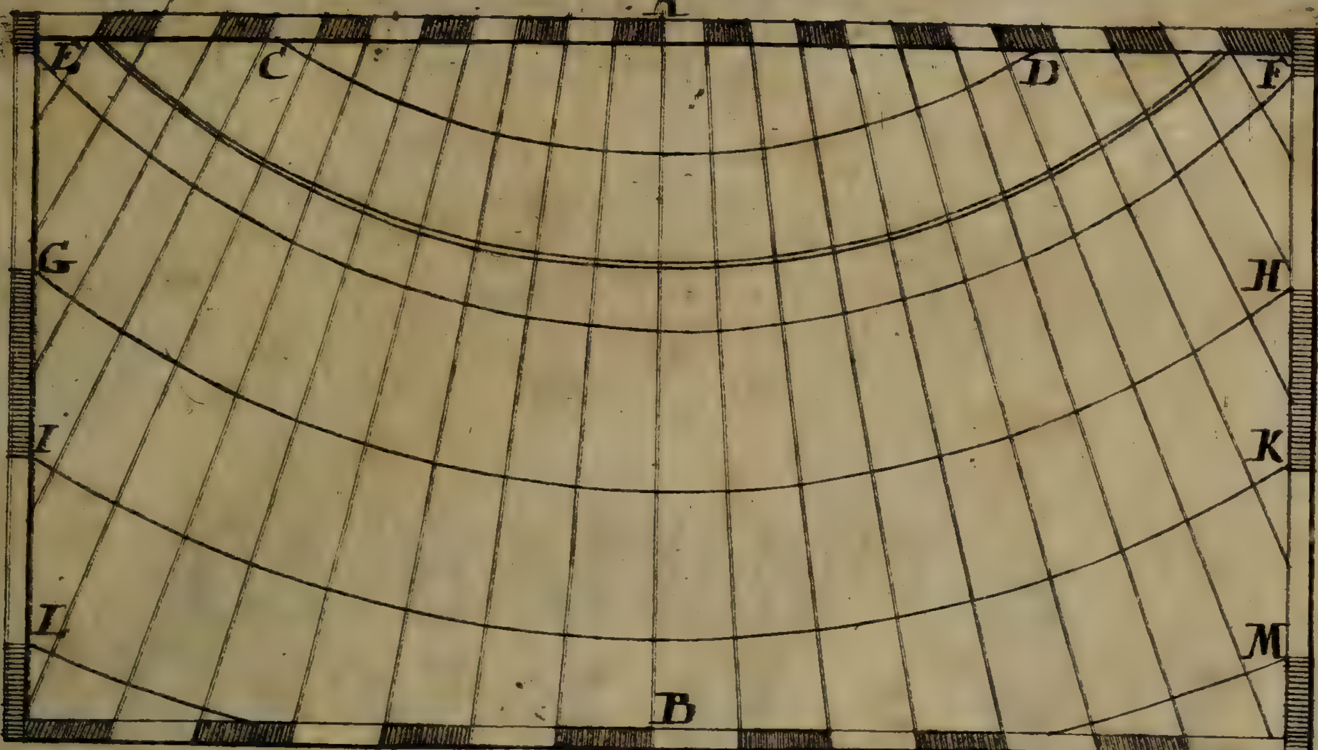






Fig: 29.




Fig: Geogr: Tab: III, n:2. Lit: P 3.

# ELEMENTA
# CHRONOLOGIÆ.

# PRÆFATIO.

NOn parum difficultatis habet ſtudium Chronologicum, ſi nil admittere in animum induxeris, niſi quod demonſtratione & autoritate probata nitatur: requirit enim non modo Aſtronomiæ atque Geographiæ, conſequenter etiam Arithmeticæ, Geometriæ elementaris & Trigonometriæ utriusque cognitionem minime vulgarem; verum etiam multam in monumentis veterum excutiendis aſſiduitatem. Enimvero præſens inſtituti ratio non permittit, ut eas difficultates enodem, quæ in parte Chronologiæ hiſtorica occurrunt. Sufficit mihi ea expoſuiſſe, quæ Mathematicæ ſunt conſiderationis & quorum ope ex monumentis veterum diverſæ anni formæ atque epochæ apud diverſas gentes conſtitui poſſunt, aliorum fide hac quidem vice a nobis commemorandæ. Suadeo

autem, ut quis algorithmum vulgarem ex Arithmetica addiſcat & terminos quosdam Aſtronomicos ex prima præſertim Aſtronomiæ parte una cum globorum uſu ſibi familiares reddat, antequam ad hæc Chronologiæ elementa perlegenda accedat. Alias enim obſcura videbuntur & difficilia, quæ revera perſpicua ac plane obvia exiſtunt. De Chronologiæ utilitate ut dicam, opus non eſt: dudum enim agnovere Viri præclari, chronologiam alterum eſſe Hiſtoriæ oculum, ita ut Hiſtorici conſummati titulum non mereatur, Geographiæ ac Chronologiæ rudis atque ignarus. Uſum etiam præbet Theologis cum in ſcripturæ quibusdam locis interpretandis, tum in Hiſtoriæ Eccleſiaſticæ ſtudio rite pertractando.

ELE

# ELEMENTA CHRONOLOGIÆ.

## CAPUT I.
## De
# DIE ET EJUS PARTIBUS,
## HORIS NEMPE AC SCRUPULIS HORARIIS.

### *DEFINITIO* 1.

1. CHronologia eſt ſcientia tempora metiendi ac diſtinguendi.

### *SCHOLION.*

2. *Tempus eſt ſucceſſio phænomenorum in univerſo & ejus, quam habemus, idea in ordine perceptionum ſucceſſivarum conſiſtit. Sed cum notione temporis in ſubſequentibus non utamur; eam Metaphyſicis conſiderandam relinquimus.*

### *DEFINITIO* 2.

3. *Dies civilis* eſt temporis ſpatium, quo unica revolutio Solis circa tellurem (aut, ſi ſecundum rei veritatem loqui ames, unica Telluris vertigo) abſolvitur. *Ioannes de Sacro Boſco* (a) & qui eum ſequuntur *diem naturalem* apellant. Græci νυχθύμερον vocant.

### *COROLLARIUM.*

4. Dies adeo civiles inæquales ſunt (§ 636 *Aſtron.*), & earum inæqualitas determinatur (§. 642 *Aſtron.*).

### *DEFINITIO* 3.

5. *Dies naturalis* eſt temporis ſpatium ab ortu Solis usque ad ejus occaſum elabens. Alii cum Ioanne de Sacro Boſco *artificialem* dicunt.

### *COROLLARIUM.*

6. Data igitur latitudine loci quantitas diei naturalis ad quemcunque diem civilem determinatur (§. 203 *Aſtron.*).

### *SCHOLION.*

7. *Diſtinctio dierum, quam nos ſequimur, antiquior eſt altera, quam* Joannes de Sacro Boſco *invexit: Utitur enim illa* Cenſorinus (b).

### *DEFINITIO* 4.

8. *Nox* eſt temporis intervallum, quo Sol ſub horizonte commoratur.

### *COROLLARIUM.*

9. Eſt igitur complementum diei naturalis ad civilem (§. 3, 5), adeoque data quantitate diei naturalis (§. 6), nox etiam datur.



(a) in Tractatu de Sphæra c. 3.
(b) de die natali c. 23.

### *DEFINITIO* 5.

10. *Initium* ſeu *epocha diei civilis* eſt terminus, a quo dies unus incipit & in quo proxime præcedens terminatur.

### *COROLLARIUM* 1.

11. Ut igitur diſcerni poſſit, in momento temporis conſtitui debet, quo Sol locum cœli facile diſcernibilem occupat.

### *COROLLARIUM* 2.

12. Commodæ adeo epochæ ſunt momenta, quibus Sol tranſit vel per horizontem, vel per meridianum.

### *COROLLARIUM* 3.

13. Quoniam nullum momentum per obſervationem accuratius determinari poteſt, quam quo Sol meridianum ſuperiorem tranſit (§.116 *Aſtron.*), cum ortus & occaſus Solis per refractionem turbentur & rarius circa horizontem cœlum ſit a nubibus liberum (§.322 323 *Aſtron.*); optima omnino epocha eſt meridies, ſi temporis exacta habenda ratio (§. 11).

### *COROLLARIUM* 4.

14. Et quia dies naturalis cum ortu Solis incipit atque in occaſu ejus finitur (§. 5), prætereaque tranſitus Solis per horizontem vulgo facile obſervabilis, quantum ad uſum civilem ſufficit; epocha diei civilis in uſum civilem optima videtur ortus vel occaſus Solis (§. 11).

### *SCHOLION* 1.

15. *Cum adeo non deſint rationes, cur dies civilis ſive a tranſitu Solis per meridianum, ſive a tranſitu per horizontem vel ortivum, vel occiduum inchoetur; mirum ſane non eſt, cur populi diverſi diverſas epochas conſtituerint.*

### *SCHOLION* 2.

16. *Nimirum diem auſpicati ſunt* 1 *ab ortu Solis olim* Babylonii, Perſæ, Syri, Damaſceni *& plerique populi orientales; hodie incolæ inſularum* Balearium, Græci & Norimbergenſes: 2 *ab occaſu Solis olim* Athenienſes & Judæi, *nec non* Auſtriaci, Bohemi, Marcomanni, Sileſii; *hodie* Itali & Sinenſes: 3. *a meridie olim* Umbri *atque* Arabes; *hodie* Aſtronomi *plerique*: 4 *a media nocte olim* Ægyptii, *atque* Romani; *hodie* Hiſpani, Luſitani, Angli, Galli, Belgæ & Germani, *prout ex* Plinio, Cenſorino, Macrobio *aliisque Autoribus probat* Ricciolus (c).

### *DEFINITIO* 6.

17. *Hora* eſt pars aliquota diei civilis, communiter vigeſima quarta; raro duodecima. In priori caſu dicitur *ſimplex*; in poſteriore *compoſita*.

### *SCHOLION*.

18. *Horis æqualibus compoſitis olim uſi ſunt* Babylonii *atque* Græci, *teſte* Herodoto (d) *& hodie utuntur Aſtronomi* Chatajæ & Iguræ, *referente* Beveregio (e), *qui horam quam-*

(c) In Almag. lib. 1. c. 28. f. 34. Tom. 1.
(d) lib. 2.
(e) in Inſtit. Chronol. l. 1. c. 4. §. 5. p. 14.

*quamlibet* Chag *vocant & ſingulis* Chag *nomen peculiare ab animali quodam imponunt, ita ut prima dicatur* Zeh *mus, ſecunda* Chiu *bos, tertia* Yem *pardus, quarta* Mau *lepus, quinta* Chin *crocodilus, ſexta* Siz *ſerpens, 7.* Vou *equus,* 8. Vi *ovis, 9.* Schin *ſimia,* 10. You *Gallina,* 11. Sou *canis,* 12. Cai *porcus.*

*DEFINITIO 7.*

19. *Horæ Babylonicæ* ſunt horæ æquales, quæ numerantur ab ortu Solis continua ſerie 24.

*DEFINITIO 8.*

20. *Horæ Italicæ* ſunt horæ æquales, quæ numerantur ab occaſu Solis continua ſerie 24.

*DEFINITIO 9.*

21. *Horæ Aſtronomicæ* ſunt horæ æquales, quæ numerantur a meridie continua ſerie viginti quatuor.

*DEFINITIO 10.*

22. *Horæ Europææ* ſunt horæ æquales a media nocte ſupputatæ, quarum duodecim inde usque ad meridiem, duodecim vero a meridie usque ad mediam noctem ſubſequentem numerantur.

*COROLLARIUM.*

23. Horæ adeo Europææ pomeridianæ coincidunt cum Aſtronomicis.

*DEFINITIO 11.*

24. *Horæ Judaicæ* ſeu *planetariæ*, vel *antiquæ* ſunt partes duodecimæ diei naturalis atque noctis.

*COROLLARIUM 1.*

25. Quoniam nonniſi tempore æquinoctii nox diei naturali æqualis eſt (§. 129 *Geogr.*); horæ Judaicæ diurnæ nonniſi in æquinoctio nocturnis æquales ſunt.

*COROLLARIUM 2.*

26. Et quia extra æquatorem dies naturales usque ad certum terminum continuo creſcunt, deinde usque ad alium rurſus decreſcunt (§. 203 *Aſtron.*); horæ Judaicæ unius diei non ſunt æquales horis alterius diei.

*COROLLARIUM 3.*

27. Quodſi data latitudine loci ad datum diem civilem quæratur longitudo diei naturalis atque noctis (§. *cit. Aſtron.*) & utraque per 12 dividatur; prodibit quantitas horæ tam nocturnæ, quam diurnæ (§. 24). E. gr. ſit longitudo diei 15 horarum; erit quantitas horæ diurnæ $1\frac{1}{4}$, nocturnæ $\frac{3}{4}$ unius horæ Europææ.

*DEFINITIO 12.*

28. *Horæ Norimbergenſes* ſunt horæ æquales, quarum nocturnæ ab occaſu, diurnæ ab ortu Solis numerantur, longitudine diei naturalis atque noctis non ſecundum veritatem aſtronomicam, ſed ex decreto Senatus determinata. Nimirum ante reformationem Calendarii, quæ A. 1700 contigit, erat

| | | |
|---|---|---|
| Dies minima | 8 hor. | 16 Nov. |
| D. 7 Jan. | 9 | 26 Oct. |
| 28 Jan. | 10 | 8 Octob. |
| 14 Febr. | 11 | 22 Sept. |
| 3 Mart. | 12 | 5 Sept. |
| 19 Mart. | 13 | 20 Aug. |
| 5 April. | 14 | 2 Auguſt. |
| 23 April. | 15 | D. 11 Jul. |
| 15 Maji | 16 | Dies maxima |

Sed poſt reformationem Calendarii, hoc eſt ab A. 1700, eſt

| | | |
|---|---|---|
| Dies minima | 8 hor. | 25 Nov. |
| d. 17 Jan. | 9 | 4 Nov. |
| 7 Febr. | 10 | 18 Octobr. |
| 24 Febr. | 11 | 1 Octob. |
| 12 Mart. | 12 | 14 Sept. |
| 29 Mart. | 13 | 29 Aug. |
| 14 April | 14 | 11 Aug. |
| 2 Maji | 15 | d. 20 Jul. |
| 24 Maji | 16 | Dies maxima |

*SCHOLION.*

29. *Dies in tabula annotati oſtendunt, quando longitudo diei naturalis æſtimetur datarum horarum.*

*PROBLEMA* I.

30. *Horas aſtronomicas convertere in Europæas & contra.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam horæ Europææ pomeridianæ cum aſtronomicis coincidunt (§. 23), converſio locum non habet, niſi in Europæis antemeridianis, ſeu cum aſtronomicæ plures exiſtunt quam 12. Ab hora itaque aſtronomica data ſubducantur 12, ut relinquatur hora Europæa diei ſequentis

Contra horæ Europææ antemeridianæ addantur 12, ut prodeat aſtronomica diei præcedentis.

E. gr. Si detur hora 20 Aſtronomica diei 17 Decembris; erit ea hora 8 matutina Europæa diei 18 Decembris. Contra ſi detur hora Europæa 7 matutina diei 19 Decembris; erit ea hora Aſtronomica 19 diei 18 Decembris.

*PROBLEMA* 2.

31. *Horas Babylonicas convertere in Aſtronomicas & contra.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam differentia inter horas Babylonicas & Aſtronomicas eſt dimidia quantitas diei naturalis & horæ antemeridianæ ad diem civilem præcedentem referendæ (§. 19. 21): Quantitas dimidia diei naturalis ſubtrahatur ab hora Babylonica data, aucta 24 horis, ſi illa minor extiterit, ut relinquatur hora aſtronomica in caſu priori ejusdem, in poſteriori diei civilis præcedentis.

E. gr. Sit data die 21 Martii, quando longitudo dimidia diei naturalis 6 horarum, hora babylonica 9; erit ea aſtronomica 3 d. 21 Martii. Sed ſi detur babylonica quarta, erit eadem aſtronomica 22 diei 20 Martii.

Contra horæ aſtronomicæ datæ adda-

addatur longitudo dimidia diei naturalis, & a ſumma abjiciantur 24, ſi hoc numero major extiterit; ita habebitur in caſu priori hora babylonica ejusdem diei, in poſteriori vero diei ſequentis.

E. gr. Sit data die 21 Martii hora aſtronomica 3, erit ea hora 9 babylonica ejusdem diei; ſed ſi detur hora aſtronomica 22 diei 20 Martii, erit ea hora 4 babylonica diei 21 Martii.

### COROLLARIUM.

32. Convertentur ergo horæ Babylonicæ in Europæas & contra Europææ in Babylonicas, ſi prius Babylonicæ vel Europææ in aſtronomicas convertantur (§. 30).

### SCHOLION.

33. *Idem quoque facilius præſtatur, horas Babylonicas immediate in aſtronomicas convertendo & contra: id quod problemate ſequente exponimus.*

### PROBLEMA 3.

34. *Horas Babylonicas in Europæas convertere & contra.*

### RESOLUTIO.

1. Quæratur tempus ſeminocturnum ad diem civilem datum ſub elevatione poli data (§. 203 Aſtron).
2. Hoc tempus horis Babylonicis addatur. Quodſi aggregatum fuerit 12 horis minus; horas Europæas antemeridianas exhibebit: ſin vero majus, horæ 12 inde abjiciantur, ut relinquantur horæ Europææ pomeridianæ (§. 19. 22).

E. gr. Sit tempus ſeminocturnum horarum 7, hora Babylonica 4; erit hora Europæa antemeridiana 11. Sed ſi hora Babylonica ſit 9, erit Europæa pomeridiana 4.

Contra ab horis Europæis antemeridianis ſubtrahatur tempus ſeminocturnum, ut relinquantur Babylonicæ: Europæis vero pomeridianis addatur tempus ſemidiurnum, ut prodeant horæ Babylonicæ (§. *cit.*).

Exemplum præcedens facile huc applicatur.

### PROBLEMA 4.

35. *Horas Italicas in Europæas convertere & contra.*

### RESOLUTIO.

1. Quæratur tempus ſemidiurnum & ſeminocturnum ad diem civilem datum ſub elevatione poli data (§. 203 *Aſtron*).
2. Ab horis Italicis ſubtrahatur tempus ſeminocturnum, ut relinquantur horæ Europææ (§. 20. 22) antemeridianæ, ſi fuerint duodecim pauciores; pomeridianæ, ſi plures, abjectis nempe ulterius 12.
3. Quodſi horæ Italicæ datæ fuerint minores tempore ſeminocturno, addatur tempus ſemidiurnum, ut prodeant horæ pomeridia-

ridianæ Europææ diei præcedentis.

E. gr. quæratur d. 21 Martii, cum tempus ſeminocturnum eſt 6 horarum, hora Europæa reſpondens Italicæ 9; reperietur 3 matutina ejusdem diei civilis. Sed horæ Italicæ 4 reſpondebit Europæa pomeridiana 10 diei 20 Martii.

Contra ab horis Europæis pomeridianis, ſi fuerint tempore ſemidiurno majores, ſubtrahatur tempus ſemidiurnum, ut relinquantur Italicæ diei ſequentis.

Ad horas vero Europæas antemeridianas addatur tempus ſeminocturnum & ad pomeridianas tempore ſemidiurno minores præterea 12, ut in utroque caſu prodeant horæ Italicæ ejusdem diei.

Exemplum præcedens facile huc trahitur.

*COROLLARIUM.*

36. Cum horæ Europææ in Aſtronomicas facile convertantur (§. 30); nec difficile eſt, Italicas in Aſtronomicas convertere & contra.

*PROBLEMA* 5.

37. *Horas Judaicas in Europæas & Europæas in Judaicas convertere.*

*RESOLUTIO.*

1. Ad diem civilem datum ſub elevatione poli data quæratur tempus ortus & occaſus Solis & longitudo diei naturalis atque noctis (§. 203 *Aſtron.*).

2. Longitudo diei naturalis dividatur in 12 partes æquales; quotus erit quantitas horæ Judaicæ unius diurnæ (§. 27).

3. Ea igitur ducatur in numerum horarum Judaicarum datum & factum addatur tempori ortus Solis: ita prodibit hora Europæa antemeridiana, ſi aggregatum fuerit 12 horis minus; ſed pomeridiana, abjectis ulterius 12, ſi fuerit majus.

4. Quodſi longitudo noctis in 12 partes æquales dividatur; quotus erit quantitas horæ Judaicæ unius nocturnæ: unde ope temporis occaſus Solis ut ante invenitur hora Europæa vel ejusdem diei, vel diei ſequentis, ſi nempe aggregatum exceſſerit horas 12.

E. gr. Sit longitudo diei naturalis 16 horarum, erit quantitas unius horæ Judaicæ $1\frac{1}{3}$ horæ Europææ & ortus Solis continget h. 4 antemeridiana. Quodſi ergo deſideretur hora Europæa, quæ octavæ Judaicæ reſpondet; reperietur hora pomeridiana $2\frac{2}{3}$. Eodem modo deprehendimus, horæ 5 Judaicæ reſpondere 9 antemeridianam.

Si horæ Europææ in Judaicas convertendæ, ab iis auferatur tempus, quo Sol oritur, & reſiduum dividatur per quantitatem horæ Judaicæ ſupra inventæ; quotus indicabit horam Judaicam quæſitam.

E. gr. in noſtro caſu detur hora nona Europæa; unde ablatum tempus ortus

ortus relinquit 5. Quare ſi 5 dividas per $1\frac{1}{3}$; prodibit hora Judaica $3\frac{3}{4}$.

*COROLLARIUM.*

38. Quoniam horæ Europææ in Aſtronomicas (§. 30), Babylonicas (§. 34) & Italicas (§. 35) converti poſſunt; Judaicæ quoque in Aſtronomicas, Babylonicas & Italicas facile convertuntur & contra.

*DEFINITIO* 13.

39. *Minutum primum* eſt pars horæ æqualis ſexageſima: quod ſi denuo dividatur in partes 60, prodibit *minutum ſecundum*, & ſic in infinitum.

*DEFINITIO* 14.

40. *Scrupulum Chaldaicum* eſt $\frac{1}{1080}$ unius horæ æqualis. Talia ſcrupula dicuntur etiam ab Hebræis *Helakim*.

*SCHOLION.*

41. *Utuntur iſtiusmodi ſcrupulis* Judæi, Arabes, *aliique populi orientales.*

*PROBLEMA* 6.

42. *Scrupula Chaldaica convertere in minuta horaria & contra.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam ſcrupula chaldaica 18 æquipollent uni minuto primo (§. 40); per 18 diviſa abeunt in minuta horaria: horaria vero per 18 multiplicata in ſcrupula Chaldaica degenerant.

E. gr. Quæritur, quot minuta horaria æquivaleant ſcrupulis chaldaicis 500? Reperientur $\frac{500}{18} = 27' \frac{7}{9} = 27' 46'' \frac{2}{3} = 27' 46'' 40'''$. Contra 30′ 15″ reſpondere deprehendes ſcrupula chaldaica $544\frac{1}{2}$.

# CAPUT II.
## De
# HEBDOMADIBUS, MENSIBUS ET ANNO.

*DEFINITIO* 15.

43. *Hebdomas* ſeu *Septimana* eſt intervallum ſeptem dierum.

*SCHOLION.*

44. *Hebdomades antiquiſſimis temporibus Judæi obſervarunt: unde ad alias gentes earum uſus dimanaſſe creditur. Eſto quod* Dio Caſſius (a) *ab Ægyptiis eas deducat & a ſeptenario planetarum numero earum originem derivet. Hodienum tamen Perſæ gentiles referente* Beveregio (b), *& quidam* Indiæ *incola, narran-*



(a) lib. 37 Hiſtor. Rom.
(b) in Inſtit. Chronol. lib. 1. c. 6 p. m. 23.

*narrante* Waſero (c), *hebdomades ignorant. Romani etiam veteres octoadibus uſi ſunt, non hebdomadibus: nec Græcis veteribus nota fuerunt hebdomades* (d).

### DEFINITIO 16.

45. Dies hebdomadum nomina ſortiuntur a Planetis, ita ut prima dicatur *dies* Solis, ſecunda *Lunæ*, tertia *Martis*, quarta *Mercurii*, quinta *Jovis*, ſexta *Veneris*, ſeptima *Saturni*. Stylo eccleſiaſtico dicuntur *Feriæ*, addito ad diſtinguendum pronomine ordinali, ita ut dies Solis e. gr. dicatur *Feria prima*.

### SCHOLION 1.

46. *Planetarum nomina ab Ægyptiis fuiſſe diebus impoſita,* Dio Caſſius *autor eſt* (e). *Ratio denominationis in Aſtrologia deliteſcit. Aſtrologi enim regimen horarum per totam hebdomadem inter 7 planetas ♄, ♃, ♂, ☉, ♀, ☿ & ☽ diſtribuerunt, ita ut regimen horæ primæ diei primi cederet* Saturno, *regimen ſecundæ* Jovi *& ſic porro, atque cuilibet diei nomen impoſuerunt a planeta, qui horæ primæ præſidet, obſervato nimirum Planetarum ordine paulo ante memorato & huic verſiculo incluſo:*

Poſt SIM SVM ſequitur, pallida Luna ſubeſt,

*in quo litteræ majuſculæ* SIM SVM *&* L *ſunt planetarum initiales. Addit* Dio Caſſius *rationem alteram ab harmonia cœleſti deſumtam: obſervata nempe fuit harmonia* diateſſaron, *magni in re Muſica momenti, conſiſtens in ratione* 4 *ad* 3. *Ita e. gr. a Saturno progreſſus fit ad Solem, quia a Saturno usque ad Solem planetæ ſunt tres, a Sole usque ad Lunam quatuor.*

### SCHOLION 2.

47. *Æthiopes, Arabes, Syri atque Perſæ Chriſtiani omnes hebdomadis dies* Sabbat *appellant, addito diſtinctionis gratia pronomine ordinali, ita ut dies Solis dicatur* Sabbat prima &c.

### DEFINITIO 17.

48. *Menſis Solaris* eſt temporis ſpatium, quo Sol ſignum eclipticæ unum percurrit.

### COROLLARIUM 1.

49. Quodſi ergo ad motum Solis verum reſpicimus, menſes ſolares ſunt inter ſe inæquales.

### COROLLARIUM 2.

50. Quoniam eclipticæ ſigna duodecim exiſtunt (§. 151 *Aſtron.*), ſi quantitatem menſis ſecundum motum medium æſtimare volueris; quantitas temporis, quo Sol eclipticam percurrit, dividenda eſt per 12. Quodſi ergo cum *Caſſino* atque *Philippo de la Hire* eandem aſſumas 365 d. 5 h. 49′; prodibit menſis ſolaris quantitas 30 dierum 10 horarum 29′ 5″.

### DEFINITIO 18.

51. *Menſis lunaris periodicus* eſt quantitas temporis, quo Luna ad idem Zodiaci punctum reſtituitur.

CO-

(c) Deſcription of the Iſthmus of America p. 143.
(d) Dio Caſſius loc. cit.
(e) loc. cit.

COROLLARIUM.

52. Eſt ergo 27 d. 7 h. 43′ 8″ (§. 745 *Aſtron.*).

DEFINITIO 19.

53. *Menſis lunaris* κατ᾽ ἐξοχὴν ſic dictus, ſeu *Menſis lunaris ſynodicus* eſt temporis intervallum inter duas conjunctiones lunæ cum Sole ſeu duo novilunia proxima intercedens.

COROLLARIUM.

54. Ejus adeo quantitas eſt 29 d. 12 h. 44′ 3″ 11‴ (§. 745 *Aſtron.*).

DEFINITIO 20.

55. *Menſis illuminationis* eſt temporis intervallum, quod a prima phaſi, qua Luna poſt novilunium conſpicitur, usque ad primam phaſin qua poſt novilunium proxime ſequens denuo apparet, intercedit.

COROLLARIUM.

56. Quoniam Luna poſt novilunium nunc citius, alia vero vice tardius apparet; menſis illuminationis non eſt ejusdem conſtanter quantitatis.

SCHOLION.

57. *A prima phaſi menſem incipiunt, adeoque menſibus lunaribus utuntur* Arabes *atque* Turcæ.

PROBLEMA 21.

58. *Menſis aſtronomicus* ſeu *naturalis* eſt, qui exacto intervallo motui Lunæ vel Solis reſpondente menſuratur.

COROLLARIUM.

59. In vita adeo civili eos obſervare non licet, ubi menſes cum aliquo die civili inchoari & cum aliquo etiam finiri debent.

DEFINITIO 22.

60. *Menſis civilis* eſt aliquod integrorum dierum intervallum ad menſem aliquem aſtronomicum ſive lunarem, ſive ſolarem proxime accedens.

COROLLARIUM 1.

61. Quoniam menſis lunaris ſynodicus eſt 29 d. 12 h. 44′ 3″ 11‴; menſes civiles alii 29, alii 30 diebus conſtare debent, ſiquidem eorum cum motu lunæ concordia conſervanda.

COROLLARIUM 2.

62. Quoniam tamen, ſi menſes civiles alternis 29 & 30 diebus conſtent, ſingulis menſibus negliguntur 44′ 3″ 11‴, qui elapſis 948 menſibus conſtituunt menſem 29 dierum; ad concordiam cum motu Lunæ conſervandam, elapſis 948 menſibus adjiciendus eſt menſis integer 29 dierum.

COROLLARIUM 3.

63. Vel quia exceſſus 44′ 3″ 11‴ intra 33 menſes efficit diem integrum cum appendice 13′ 39″ 33‴; menſis quilibet trigeſimus tertius diebus 30 perinde ac trigeſimus ſecundus conſtare debet.

COROLLARIUM 4.

64. Cum Sol Zodiacum percurrat intervallo 365 dierum 5 h. 49′ (§. 612 *Aſtr.*); quantitas unius menſis civilis ad motum Solis compoſiti, erit 30 dierum (§ 60). Quoniam tamen 5 dies reſidui ſunt; menſes quinque 31 diebus conſtare debent.

COROLLARIUM 5.

65. Et quia porro intra 48 menſium decurſum appendix 5 h. 49′ in 23 horas & 16 minuta prima excreſcit, in quarto fere duodecim menſium ſyſtemate menſes 30 & 31 dierum alternant.

DEFINITIO 23.

66. *Annus* eſt aliquot menſium ſyſtema. Dicitur *fixus*, ſi ejus initium eidem anni tempeſtati affixum: *Vagus* vero, ſi principium per omnes anni tempeſtates vagatur.

DEFINITIO 24.

67. *Annus ſolaris* eſt temporis intervallum, quo Sol integrum Zodiacum percurrit. Dicitur *civilis*, ſi ex integris diebus conſtat.

COROLLARIUM.

68. Quoniam annus ſolaris tropicus eſt 365 dierum 5 h 49′ (§. 612 *Aſtron.*); erit civilis 365 dierum, & ſi concordia cum cœlo conſervari debet, fere quartus quilibet 366.

DEFINITIO 25.

69. *Annus ſolaris* communis dicitur, qui 365 diebus conſtat.

COROLLARIUM.

70. Habet adeo menſes ſeptem dierum 30, quinque vero dierum 31 (§. 64).

DEFINITIO 26.

71. *Annus ſolaris biſſextilis* eſt, qui 366 diebus conſtat, ſeu die uno abundat. Dies ille, quo abundat, dicitur *intercalaris*, item *biſſextilis*.

DEFINITIO 27.

72. *Annus lunaris cœleſtis* eſt ſyſtema duodecim menſium lunarium ſynodicorum.

COROLLARIUM.

73. Conſtat ergo 354 diebus 8 h. 48′ 38″ 12‴ (§. 54).

DEFINITIO 28.

74. *Annus lunaris civilis* isque *communis* eſt, qui 12 menſibus lunaribus civilibus conſtat: *embolimæus* vero eſt, qui ex 13 menſibus lunaribus civilibus conſtat.

COROLLARIUM 1.

75. Eſt igitur communis dierum 354; embolimæus vero dierum 384.

COROLLARIUM 2.

76. Quoniam differentia inter annum lunarem civilem communem 354 dierum & annum ſolarem tropicum eſt 11 dierum 5 horarum & 49′; ſi anni lunares

nares cum ſolari in concordiam redire debent, intra 100 annos Lunares intercalandi ſunt 34 menſes dierum 30 & 4 dierum 31, reſtante adhuc appendice 4 horarum & 21′, quæ intra 6 fere ſecula conficit diem unum.

## SCHOLION.

77. *Hæc quidem menſium & annorum ratio eſt, quatenus a principiis aſtronomicis pendent. Et inde dijudicandæ ſunt diverſæ annorum formæ, quas apud diverſas gentes vel olim obtinuiſſe veterum monumentorum fide conſtat, vel hodienum obtinere comperimus; de quibus nunc quædam nobis dicenda ſunt.*

## DEFINITIO 29.

78. *Principium anni* eſt dies civilis, a quo numerantur dies anni reliqui.

## COROLLARIUM 1.

79. Quoniam principium illud a reliquis anni diebus optime diſcerni debet; ſi ad motum Solis reſpicias, ſtatuendum erit in ingreſſu Solis in punctum aliquod cardinale: in punctis enim Solſtitialibus dies eſt breviſſimus vel longiſſimus (§. 133 *Geogr.*), in punctis æquinoctialibus dies nocti æqualis (§.129 *Geogr.*).

## COROLLARIUM 2.

80. Ex eadem ratione patet, ſi anno lunari utaris, initium ejus optime conſtitui in aliqua phaſi notabili Lunæ.

## DEFINITIO 30.

81. *Epocha* ſive *Æra* eſt terminus, a quo anni numerantur.

## COROLLARIUM.

82. Cum nulla ratio aſtronomica ſuadeat, cur hanc potius, quam aliam epocham conſtituas; epocharum conſtitutio meri arbitrii humani eſt.

## SCHOLION.

83. *Hinc non mirum, quemadmodum in ſubſequentibus docebitur, omnium fere gentium diverſas & olim fuiſſe, & hodienum adhuc eſſe epochas.*

## PROBLEMA 7.

84. *Annos datos datæ epochæ revocare ad annos alterius epochæ ſimiliter datæ.*

## RESOLUTIO.

1. Conſtituatur aliqua annorum periodus, cujus initium epochas omnes antecedit, ut adeo ſit veluti receptaculum epocharum omnium commune.
2. Omnes epochæ reliquæ reducantur ad hanc periodum, ut nempe conſtet, qui hujus periodi annus fuerit epochæ cujuscunque primus.
3. Annus datus addatur ad annum periodi, cum quo epocha ejus connectitur.
4. Inde auferatur annus, cum quo epocha altera data connectitur.

Ita relinquitur annus datus ab epocha altera numeratus.

## SCHOLION.

85. *Quomodo talis periodus optime conſtituatur & quomodo omnes epochæ ad eandem reducantur; in ſubſequentibus docemus.*

*DEFINITIO 31.*

86. *Seculum* eſt ſyſtema centum annorum ab epocha aliqua numeratorum.

*COROLLARIUM.*

87. Quodſi adeo anni currentes numerentur; annus ſecularis non ad ſeculum novum, ſed ad alterum, quod finitur, ſpectat.

## CAPUT III.

### De VARIIS ANNORUM CIVILIUM FORMIS APUD DIVERSAS GENTES.

*DEFINITIO 32.*

88. *Annus veterum Romanorum* fuit annus lunaris, primum ex conſtitutione *Romuli* nonniſi decem menſium, quos ſequens laterculus exhibet

| Nomina menſium | Dier. numer. | Nomina menſium | Dier. numer. |
|---|---|---|---|
| Martius | 31 | Sextilis | 30 |
| Aprilis | 30 | September | 30 |
| Majus | 31 | October | 31 |
| Junius | 30 | November | 30 |
| Quintilis | 31 | December | 30 |

deinde ex reformatione *Numæ Pompilii* menſium duodecim hoc modo ordinatorum.

| Nomina menſium | Dier. numer. | Nomina menſium | Dier. num. |
|---|---|---|---|
| Januarius | 29 | Quintilis | 31 |
| Februarius | 28 | Sextilis | 29 |
| Martius | 31 | September | 29 |
| Aprilis | 29 | October | 31 |
| Majus | 31 | November | 29 |
| Junius | 29 | December | 29 |

*COROLLARIUM.*

89. Quantitas anni *Romulæi* fuit 304 dierum, adeoque a lunari defecit diebus 50 (§.75); a ſolari diebus 61 (§.69).

*SCHOLION 1.*

90. *Hinc cum* Romulus *adverteret, anni principium eſſe vagum, quod tamen fixum deſiderabat, teſte* Macrobio (a) *ſine ullo menſis nomine tot dies adjecit, donec cœli ſtatus menſi primo conveniens rediret: quam intercalandi ratio-*

(a) Lib. I. Saturnal. c. 12.

*rationem vagam mox ſuſtulit ſucceſſor* Numa Pompilius.

## COROLLARIUM 1.

91. Annus Numæus excedit anni lunaris civilis quantitatem die uno (§. 75), naturalis vero magnitudinem 15 h. 11′ 24″ (§. 73); a ſolari communi deficit diebus 10 (§. 69), adeoque initium ejus erat vagum.

## SCHOLION 2.

92. *Cum tamen Numa idem ſolſtitio brumali affixum eſſe mallet, Græcos ſecutus anno ſecundo 22, quarto 23, ſexto 22, octavo 23 &c. dies intercalari juſſit menſe Februario. Enimvero quia annus ejus excedebat annum Græcorum die uno, multo poſt tempore error in ſenſus incurrit atque adeo alia intercalandi ratio introducta, ut nempe anno quovis octavo non amplius 23, ſed ſaltem 15 dies intercalaret, cura hac ſummis Pontificibus relicta* (f).

## COROLLARIUM 2.

93. Menſes Romulæi erant menſes ſolares civiles (§. 64); Numæi neque ſolares, neque lunares (§. 64. 61).

## SCHOLION 3.

94. *Apparet adeo, quam inconſtans fuerit anni Romani veteris magnitudo, immo prorſus incerta, cum intercalatio libidini Pontificum permiſſa fuerit, qui a publicanis corrupti* (g), *vel affectu erga Magiſtratum concitati* (h) *ex mero arbitrio definivere, quod inviolabilis erat neceſſitatis.*

## DEFINITIO 33.

95. Primo menſis cujuslibet diei *Calendarum* erat nomen; ſeptimo Martii, Maji, Julii & Octobris, quinto vero reliquorum *Nonarum*; octavo autem a Nonis *Iduum* appellatio ceſſit. Menſium dies reliqui numerabantur a Calendis menſis proximi; prout ſequentes docent verſiculi.

Prima dies menſis cujusque eſt dicta *Calendæ*:
Sex Majus *Nonas*, October, Julius & Mars,
Quatuor at reliqui: dabit *Idus* quilibet octo.
Inde dies reliquos omnes dic eſſe *Calendas*.

Numerabantur autem dies tam a Nonis quam ab Idibus & Calendis ordine retrogrado, ita ut e. gr. primus poſt Calendas ſeu dies ſecundus Martii diceretur ſextus Nonarum, primus poſt Nonas octavus Iduum & ita porro.

## SCHOLION.

96. *Mirum, abſurdam hanc numerandi menſium dies rationem, cujus rationem ipſimet ſcriptores Romani ignorant, adeo placere hodienum nonnullis, ut neſcio qua vana eruditionis gloria adducti eandem communi & nunc apud nos recepta præferant.*

## DEFINITIO 34.

97. *Annus Julianus* eſt annus ſolaris dierum 365, ſi quidem communis

(f) Vid. Macrobius loc. cit. c. 13.
(g) Macrobius loc. cit.
(h) Cenſorinus de die natali c. 20.

munis exiſtit; ſed 366, ſi bisſextilis, qui quartus quilibet eſſe ſolet, conſtans menſibus duodecim hac ratione ordinatorum:

| Nomina menſium | Num. dier. | Nomina menſium | Num. dier. |
|---|---|---|---|
| Januarius | 31 | Julius | 31 |
| Februarius | 28 | Auguſtus | 31 |
| Martius | 31 | September | 30 |
| Aprilis | 30 | October | 31 |
| Majus | 31 | November | 30 |
| Junius | 30 | December | 31 |

Anno bisſextili adjicitur dies intercalaris poſt vigeſimam tertiam Februarii, ut adeo in anno bisſextili Februarius ſit 29 dierum.

### COROLLARIUM.

98. Quantitas adeo anni Juliani aſtronomica eſt 365 dierum 6 horarum, adeoque excedit veram 11′ (§.612 *Aſtr.*) & hinc intra $130\frac{10}{11}$ hoc eſt fere intra 131 annos die integro, intra ſeculum 18 horis 20 minutis in exceſſu peccat.

### SCHOLION 1.

99. *In reformandis Romanorum faſtis* Julius Cæſar *uſus eſt* Sosſigene, *Mathematico celebri, ex Ægypto Romam evocato & ut ſuppleret defectum* 67 *dierum ex Pontificum nequitia omiſſorum & initium anni in ſolſtitio brumali fixum ſtabiliret, annum reformationis ex* 15 *menſibus ſeu diebus* 445 *compoſuit, qui ideo* Annus Confuſionis *appellari ſolet.*

### SCHOLION 2.

100. *Hac anni forma non ſolum omnes Chriſtiani per totam Europam uſi ſunt usque ad annum* 1700, *verum etiam hodienum ob commoditatem ejus utuntur Aſtronomi & Chronologi: cum enim error notus ſit, qui ex quantitate ejus paulo majori emergit, nihil inde periculi metuendum.*

### DEFINITIO 35.

101. *Annus Gregorianus* eſt annus Julianus correctus, hac quidem ratione, ut tres anni ſeculares, qui juxta *Julium Cæſarem* bisſextiles eſſe debebant, ſint communes, quartus vero ſecularis bisſextilis.

### COROLLARIUM 1.

102. Quoniam intra quatuor ſecula exceſſus anni Juliani eſt 3 dierum 1 h. 20′ (§.98); annus Gregorianus adhuc peccat in exceſſu intra 4 ſecula 1 h. 20′ adeoque intra ſecula 72 die integro.

### COROLLARIUM 2.

103. Elapſis quatuor ſeculis, principium anni Juliani a Gregoriani principio retrocedit 3 diebus.

### SCHOLION.

104. *Cum adeo a* Concilio Nicæno *usque ad A.* 1700 *differentia iſta ad* 11 *dierum intervallum excreviſſet; ſtatus Proteſtantium imperii annum Gregorianum receperunt, ne ſtyli diverſitas commercia amplius turbaret.*

### PROBLEMA 8.

105. *Invenire utrum annus Julianus & Gregorianus datus ſit bisſextilis, nec ne.*

R.

*RESOLUTIO.*

Annus datus dividatur per 4. Quodſi diviſione facta nihil relinquitur, bisſextilis eſt: ſin aliquis numerus ſuperfuerit, idem indicat, quotus a bisſextili ſit annus propoſitus.

E gr. Annus proxime inſtans 1715 per 4 diviſus relinquit 3: eſt ergo a bisſextili tertius.

*DEFINITIO* 36.

106. *Annus Ægyptiacus Nabonaſſareus* eſt annus ſolaris dierum 365 in duodecim menſes 30 dierum & quinque dies epagomenas ſeu intercalares in fine adjectas diſtributus, prout ſequens laterculus docet:

| Nomina Menſium | Num. Dier. | Nomina Menſium | Num. Dier. |
|---|---|---|---|
| Thot | 30 | Phamenoth | 30 |
| Paophi | 30 | Pharmuthi | 30 |
| Athyr | 30 | Pachon | 30 |
| Chojac | 30 | Pauni | 30 |
| Tybi | 30 | Epiphi | 30 |
| Mecheir | 30 | Meſori* | 30 |
| ἡμέραι ἐπαγόμεναι 5. | | | |

*COROLLARIUM.*

107. Cum annus Ægyptiacus a Juliano quatuor quibusque annis integro die recedat (§. 96); principium ejus intra 460 annos per omnes anni Juliani tempeſtates divagatur, nec niſi hoc intervallo elapſo ad eundem anni civilis diem redit.

*SCHOLION* 1.

108. *Hoc anno utitur* Ptolemæus *in Almageſto; unde ejus cognitio in Aſtronomia utilis, ſi nempe veterum obſervationes cum recentioribus conferendæ.*

*SCHOLION* 2.

109. *Ægyptii antiquiſſimis temporibus annos habuere menſtruos, deinde trimeſtres, auctoribus* Plinio (f), Plutarcho (g) *aliisque. Hinc annum duodecumeſtrem 360 dierum fecere; demum* Aſeth *Ægyptiorum Rex trigeſimus ſecundus quinque dies epagomenas in fine adjecit.*

*SCHOLION* 3.

110. *Poſtquam Ægyptii a Romanis ſubjugati fuerant, annum Julianum recepere, aliqua tamen cum differentia. Retinuere nimirum menſes Nabonaſſareos cum quinque diebus epagomenis & quarto quovis anno diem intercalarunt inter* 28 *&* 29 *Auguſti; neque intercalatio eodem anno facta eſt, quo in Juliano; ſed proxime præcedente. Denique initium anni reſpondet* 29 *Auguſti anni Juliani. Cæterum annus Julianus ad formam Nabonaſſarei accommodatus* Actiacus *appellari ſolet, quia haud ita multo poſt victoriam Actiacam eodem uti cœperunt Ægyptii.*

*DEFINITIO* 37.

111. *Annus Æthiopicus* eſt annus ſolaris prorſus conveniens cum Actiaco, niſi quod alia ſint menſium no-

(II) Yyy y

(f) lib. 7. c. 44.
(g) in Numa.

nomina. Incipit cum Actiaco & Nabonaſſareo die 29 Auguſti anni Juliani.

| Menſium nomina | Num. dier. | Menſium nomina | Num. dier. |
|---|---|---|---|
| Maſcaram | 30 | Magabit | 30 |
| Tykymt | 30 | Mijazia | 30 |
| Hydar | 30 | Ginbat | 30 |
| Tyshas | 30 | Syne | 30 |
| Tyr | 30 | Hamle | 30 |
| Jacatit | 30 | Hahaſe | 30 |
| Pagomen ſeu intercalares 5 | | | |

### DEFINITIO 38.

112. *Annus Syriacus* eſt annus ſolaris fixum principium in principio Octobris anni Juliani habens, a quo nonniſi menſium nominibus differt, prout ſequens laterculus monſtrat:

| Menſes Syriaci | Dier. Num. | Menſes Juliani |
|---|---|---|
| Tishrin prior | 31 | October |
| Tishrin poſt. | 30 | November |
| Canun prior | 31 | December |
| Canun poſter. | 31 | Januarius |
| Shabat | 28 | Februarius |
| Adar | 31 | Martius |
| Niſan | 30 | Aprilis |
| Aiyar | 31 | Majus |
| Haziram | 30 | Junius |
| Tamuz | 31 | Julius |
| Ab | 31 | Auguſtus |
| Elul | 30 | September |

### DEFINITIO 39.

113. *Annus Perſicus* eſt annus Solaris 365 dierum ex duodecim menſibus triginta dierum & quinque diebus epagomenis in fine adjectis compoſitus, quemadmodum ex ſequente laterculo apparet.

| Nomina menſium | Num. dier. | Nomina Menſium | Nu[m.] die[r.] |
|---|---|---|---|
| Afrudia meh | 30 | Mehar meh | 30 |
| Ardibaſcht meh | 30 | Aben meh | 30 |
| Cardi meh | 30 | Adar meh | 30 |
| Thir meh | 30 | Di meh | 30 |
| Merded meh | 30 | Behen meh | 30 |
| Schabarir meh | 30 | Afficer meh | 30 |
| Muſteraka 5 | | | |

Vocatur vero hic annus *Yezdegerdicus*, ut diſtinguatur ab anno ſolari fixo, quo Perſæ ab anno 1079 uti cœperunt, intercalatione ſexies vel ſepties quadriennio, deinde ſemel quinto demum anno facta, & qui *Gelaleus* vocatur. Definiunt nempe annum tropicum ſeu aſtronomicum 365 diebus 5 h. 49′ 15″ 0‴ 48$^{v}$.

### COROLLARIUM 1.

114. Annus Yezdegerdicus idem eſ[t] cum Nabonaſſareo (§. 106).

CO

## *COROLLARIUM 2.*

115. Annus Gelaleus ſolſtitia & æquinoctia in eodem die retinet, teſte calculo, & motibus ſolaribus optime reſpondet (§. 68).

## *SCHOLION.*

116. *Omnium annorum civilium formam optimam habet annus* Gelaleus, *præſtantior ſane* Gregoriano, *in quo commoda iſtiusmodi intercalatione non ſunt uſi ejusdem autores.*

## *DEFINITIO 40.*

117. *Annus Græcorum* fuit lunaris ex duodecim menſibus, primum triginta, poſtea alternatim 30 & 29 dierum compoſitus a prima phaſi Lunæ computatis, addito menſe embolimæo 30 dierum in annis 3, 5, 8, 11, 14, 16 & 19 cycli decemnovennalis, ut novilunia & plenilunia ad easdem anni tempeſtates affigerentur. Initium anni ſtatutum in plenilunio, quod ſolſtitium æſtivum, hoc eſt primum d. 8. Julii, poſtea d. 27 Junii excepit. Menſium ratio ex ſequente laterculo patet:

| Nomina menſium | Dier. num. | Nomina menſium | Dier num. |
|---|---|---|---|
| ...ατομβαιών | 29 | Γαμηλιών | 29 |
| ...εταγειτνιὼν | 30 | Ανθεςηριὼν | 30 |
| ...ηδρομιὼν | 29 | ἐλαφηβολιὼν | 29 |
| ...αιμακτηριὼν | 30 | Μȣνυχιὼν | 30 |
| ...υανεψιὼν | 29 | Θαργηλιὼν | 29 |
| ...οσειδεὼν | 30 | ΣκιρροΦοριὼν | 30 |

Annus hic in ſpecie *Atticus* vocari ſolet. Menſis intercalaris poſt *Poſideonem* inſertus dicitur ποσειδεὼν β ſeu Poſideon poſterior.

## *DEFINITIO 41.*

118. *Annus Macedonius antiquus* eſt annus lunaris ab Attico non differens niſi nominibus & ordine menſium: primus enim Macedonicus cum Mæmacterione Attico convenit.

| Nomina menſium | Num. dier. | Nomina menſium | Num. dier. |
|---|---|---|---|
| Δῖος | 30 | Αρτεμίσιος | 30 |
| Απελλαῖος | 29 | Δαίσιος | 29 |
| Αυδυναῖος | 30 | Πάνεμος | 30 |
| Περίτιος | 29 | Λώος | 29 |
| Δύστρος | 30 | Γορπιαῖος | 30 |
| Ξάνθικος | 29 | Ὑπερβερεταῖος | 29 |

## *DEFINITIO 42.*

119. *Annus Macedonicus recentior* eſt annus ſolaris principium fixum in calendis Januarii anni Juliani, cum quo prorſus convenit, ſeu prima die *Audynæi* habens.

## *SCHOLION.*

120. *Alia menſium nomina fuere apud* Syromacedones, Smyrnæos & Tyrios; *alia quoque apud* Cyprios & Paphios; *alia denique apud* Bythynios: *quemadmodum ex ſequente laterculo apparet.*

| Menſes Syro Macedonum. | Menſes Paphiorum. | Menſes Bythiniorum. | Menſium initia in anno Juliano |
|---|---|---|---|
| Ὑπερβερεταῖος | Ἀφροδίσιος | Ἥρειος | Sept. 24 |
| Δῖος | Ἀπογονικὸς | Ἕρμαιος | Oct. 24 |
| Ἀπελλαῖος | Αἰνικὸς | Μητρῷος | Nov. 23 |
| Αὐδυναῖος | Ἰȣ̃λος | Διονύσιος | Dec. 24 |
| Περίτιος | Καισάρειος | Ἡράκλειος | Jan. 23 |
| Δύστρος | Σεβαστὸς | Δῖος | Febr. 22 |
| Ζάνθικος | Αὐτοκρατορικὸς | Βενδιδαῖος | Mart. 25 |
| Ἀρτεμίσιος | Δημαρχεξάσιος | Στρατήγιος | April. 25 |
| Δαίσιος | Πληθύπατος | Ἀρεῖος | Majus 25 |
| Πάνεμος | Ἀρχιερεὺς | Περιέπιος | Jun. 25 |
| Λῶος | Ἕστιος | Ἀφροδίσιος | Jul. 25 |
| Γορπιαῖος | Ῥωμαῖος | Λιμήτριος | Aug. 25 |

*DEFINITIO* 43.

121. *Annus Hebræorum antiquus* eſt annus lunaris, conſtans communiter ex menſibus duodecim alternatim dierum 30 & 29 in gratiam cum ſolari reductus, ſive per dies 11 aut interdum duodecim in fine anni adjectos, ſive per menſem embolimæum: Menſium nomina & quantitatem ſequens laterculus exhibet:

| Nomina Menſium. | Dierum numerus. | Nomina Menſium. | Dierum numerus |
|---|---|---|---|
| Niſan ſeu Abib | 30 | Thiſri ſeu Ethanim | 30 |
| Iiar ſeu Zius | 29 | Marcheſvan ſeu Bul | 29 |
| Siban ſeu Siwan | 30 | Carleu | 30 |
| Thamus ſeu Tamuz | 29 | Tebeth | 29 |
| Ab | 30 | Sabat ſeu Schebat | 30 |
| Elul | 29 | Adar prior in anno embolim. | 30 |
| | | Adar in anno communi ſeu Adar poſterior in embolimæo | 29 |

In

In anno abundante *Marcheſvan* fit 30; in deficiente *Casleu* 29.

### SCHOLION.

122. *Quando annus ſit abundans, quando deficiens; inferius docebimus, ubi de Calendario Judaico agemus.*

### DEFINITIO 44.

123. *Recens Judæorum annus* eſt itidem annus lunaris ex duodecim menſibus compoſitus in annis communibus, ſed ex tredecim in embolimæis, qui in cyclo novemdecim annorum ſunt 3, 6, 8, 11, 14, 17 & 19. Initium connectitur cum novilunio æquinoctio autumnali proximo: nomina & quantitas menſium ex ſequente laterculo patent.

| Nomina Menſium. | Dier. num. | Nomina Menſium | Dier. num. |
|---|---|---|---|
| Tiſhri | 30 | Niſan | 30 |
| Marcheſuan | 29 | Iiar | 29 |
| Casleu | 30 | Sivan | 30 |
| Tebeth | 29 | Tamuz | 29 |
| Shebat | 30 | Ab | 30 |
| Adar | 29 | Elul | 29 |
| Veadar in anno embolimæo | 30 | | |

De menſibus *Marcheſvan* & *Casleu* eadem tenenda, quæ paulo ante de iisdem (§. 121) annotavimus.

### SCHOLION.

124. *Plura de Judæorum anno traduntur infra, ubi de Calendario Judaico agimus.*

### DEFINITIO 45.

125. *Annus Arabum* & *Turcarum* eſt annus lunaris conſtans ex menſibus duodecim alternatim 30 & 29 dierum, interdum vero ex menſibus tredecim; prout ſequens laterculus docet.

| Nomina menſium | Num. dier. | Nomina Menſium | Num. dier. |
|---|---|---|---|
| Muharram | 30 | Rajab | 30 |
| Saphar | 29 | Shaaban | 29 |
| Rabia prior | 30 | Samadan | 30 |
| Rabia poſterior | 29 | Shawall | 29 |
| Jomada prior | 30 | Dulkaadah | 30 |
| Jomada poſterior | 29 | Dulheggia | 29 |
| | | anno embolimæo | 30 |

Dies intercalaris adjicitur anno 2. 5. 7. 10. 13. 15. 18. 21. 24. 26. 29 in cyclo 29 annorum.

### SCHOLION.

126. *Plura tradimus infra, ubi de calendario Muhamedano agitur.*

# CAPUT IV.
## De
# CHARACTERIBUS CHRONOLOGICIS, VARIIS PRÆSERTIM CYCLIS,

### *DEFINITIO* 46.

127. *Characteres chronologici* ſunt notæ, quibus tempora a ſe invicem diſtinguuntur.

### *DEFINITIO* 47.

128. *Characteres naturales* vel *aſtronomici* ſunt, qui a motu ſiderum pendent.

### *COROLLARIUM.*

129. Quoniam eclipſes cum Solares, tum lunares immo etiam æquinoctia & ſolſtitia, novilunia & plenilunia una cum adſpectibus planetarum & phœnomenis cœleſtibus aliis accurate ſupputari poſſunt (§. 647. 840. 873. 877. 908 *Aſtron.*); omnia hæc phœnomena inter characteres naturales referenda ſunt,

### *DEFINITIO* 48.

130. *Characteres inſtituti* ſeu *artificiales* vocantur, qui arbitrio hominum conſtituti ſunt,

### *SCHOLION,*

131. *Tales ſunt cyclus Solis, cyclus Lunæ & cyclus indictionum; de quibus mox plura.*

### *DEFINITIO* 49.

132. *Characteres hiſtorici* ſunt, qui teſtimoniis hiſtoricorum nituntur, certa quædam facta certis epochæ alicujus annis alligantium, vel duo diverſa facta ad idem tempus referentium.

### *DEFINITIO* 50.

133. Quodſi litteræ alphabeticæ A, B, C, D, E, F, G repetito toties ordine, quoties fieri poteſt, juxta dies menſium deſcribantur; litera, quæ per totum annum datum diem Solis oſtendit, *litera dominicalis* dicitur.

### *SCHOLION* 1.

134. *Quod in anno communi eadem litera omnes dominicas indicare debeat, facile apparet. Singulæ enim dominicæ ſeptem dierum intervallo a ſe invicem diſtant; eadem vero litera non redit niſi ſeptimo quovis loco.*

### *SCHOLION* 2.

135. *Aliter vero ſe res habet in anno biſſextili, ubi ob diem intercalarem vel litera per totum annum poſt eundem e ſede ſua dimovenda, ita ut e. gr. diei ſecundæ Martii reſpondeat quæ antea primæ conveniebat; vel dies intercalaris eadem, quæ præcedens litera notanda (quod conſultius judicatur), atque hinc dominicæ intercalarem ſecutæ literam dominicalem aliam habent.*

CC

### *COROLLARIUM* 1.

136. Quoniam annus Julianus & Gregorianus communis eſt 365 dierum (§. 97. 101), adeoque ex 52 hebdomadibus & die uno componitur; principium anni in anno quovis communi retrogreditur die uno, e. gr. ſi hoc anno incidat in diem Solis, ſequente incidet in diem Saturni. Litera ergo dominicalis anni ſequentis eſt G, ſi præſentis fuerit A.

### *COROLLARIUM* 2.

137. Similiter quia annus Julianus & Gregorianus biſſextilis eſt 366 dierum (§. 97. 101), adeoque ex 52 hebdomadibus & diebus duobus componitur; principium anni a biſſextili primi retrogreditur duobus diebus. Unde ſi ſub initium anni biſſextilis litera dominicalis fuerit A, erit eadem in anno a biſſextili proximo F.

### *COROLLARIUM* 3.

138. Quoniam in iisdem annis dies intercalaris eſt 24 Februarii (§. *cit.*) & tum dies vigeſimus tertius & quartus eadem litera notantur; poſt vigeſimam quartam Februarii litera dominicalis uno loco retrogreditur, nempe ſi ab initio fuerit A, erit poſtea G.

### *COROLLARIUM* 4.

139. Cum annus quilibet quartus ſit biſſextilis (§. *cit.*), literæ vero ſint ſeptem (§. 133); idem literarum dominicalium ordo non reſtituitur niſi 28 annorum intervallo.

### *DEFINITIO* 51.

140. *Cyclus Solis* eſt intervallum annorum, quibus elapſis dies dominicæ reſtituuntur ſucceſſive ad easdem menſium dies, ſeu idem redit literarum dominicalium ordo. Dicitur etiam *Cyclus Solis* numerus, qui indicat, quotus in cyclo ſit annus datus.

### *COROLLARIUM.*

141. Eſt igitur annorum viginti octo (§. 139).

Cyclus Solis in annis Julianis

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | G. F | 5 | B. A | 9 | D. C | 13 | F. E | 17 | A. G | 21 | C. B | 25 | E. D |
| 2 | E | 6 | G | 1 | B | 14 | D | 18 | F | 22 | A | 26 | C |
| 3 | D | 7 | F | 11 | A | 15 | C | 19 | E | 23 | G | 27 | B |
| 4 | C | 8 | E | 12 | G | 16 | B | 20 | D | 24 | F | 28 | A |

Cyclus Solis ab anno Gregoriano 1700 usque ad A. 1800

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | D. C | 5 | F. E | 9 | A. G | 13 | C. B | 17 | E. D | 21 | G. F | 25 | B. A |
| 2 | B | 6 | D | 10 | F | 14 | A | 18 | C | 22 | E | 26 | G |
| 3 | A | 7 | C | 11 | E | 15 | G | 19 | B | 23 | D | 27 | F |
| 4 | G | 8 | B | 12 | D | 16 | F | 20 | A | 24 | C | 28 | E |

### SCHOLION.

142. *Cyclus Solis pro annis Gregorianis non eſt perpetuus, quia annus quartus quisque ſecularis eſt communis, cum Julianus contra ſit biſſextilis. Cæterum Epocha Cycli Solis, tam Juliani, quam Gregoriani eſt annus ante Christum nonus.*

### PROBLEMA 9.

143. *Dati cujuslibet anni poſt Chriſtum natum invenire Cyclum Solis & literam dominicalem.*

### RESOLUTIO.

1. Ad annum Chriſti datum adde 9 & ſummam divide per 28: numerus, qui relinquitur eſt cyclus Solis. Quodſi nullus fuerit reſiduus; erit 28 cyclus Solis.
2. Cyclus Solis quæratur in tabula vel Juliana, vel Gregoriana; litera eidem reſpondens erit dominicalis. Quodſi duæ reſpondeant, annus propoſitus eſt biſſextilis & litera prior valet usque ad vigeſimum quartum Februarii, poſterior per reliquum annum.

E. gr. Sit annus datus 1715 erit

```
1715         1724(61
   9     28) 168
-----        ----
1724          44
              28
             ----
              16 Cyclus Solis,
```

cui in anno Juliano reſpondet litera dominicalis B, in Gregoriano F.

### SCHOLION.

144. *Quoniam tabula literarum Dominicalium Gregoriana ſuperius exhibita tantum temporaria eſt; ne quid deeſſe videatur, oſtendendum nobis, quomodo tabula perpetua condi poſſit, unde particulares, quoties opus eſt deſcribantur, vel etiam quo artificio particulares conſtruantur novæ, quoties mutatione opus eſt.*

### PROBLEMA 10.

145. *Dato cyclo Solis Juliano & anno reformationis Gregorianæ 1582, condere cyclos Solis particulares Gregorianos valituros in ſeculis datis a Chriſto nato, atque inde Tabulam perpetuam cyclorum Solis & literarum dominicalium componere.*

### RESOLUTIO.

1. Inveniatur cyclus Solis ad annum Chriſti 1582 (§. 143), qui erit 23 & cui in anno Juliano reſpondet litera dominicalis G.
2. Quoniam ex decreto Pontificis maximi anno dato e menſe Octobri exemti ſunt dies 10, ita ut poſt quartam Octobris numeraretur decima quinta (quo ſcilicet æquinoctium ad diem 21 Martii reduceretur, in quo tempore Concilii Nicæni hæſerat): litera dominicalis G illo ipſo anno tranſiit in C. Septima enim Octobris, cui convenit litera G, erat Dominica, adeoque quarta cum litera D dies Jovis & decima quinta cum A dies Veneris, tandemque decima ſeptima cum C dominica. Subſtituatur ergo in tabula Juliana pro

pro litera G litera C ad cyclum Solis 23 & reliquæ cycli literæ huic convenienter mutentur. Ita prodit Cyclus Solis valens ab anno 1582 usque ad A. 1700.

3. Cum tres anni ſeculares, qui bisſextiles eſſe debebant, ſint communes; (§. 101); eadem litera dominicalis per totos iſtos annos valet, quæ in Juliano duplex eſſe debebat; unde eodem, quo ante, modo fit mutatio Cycli pro ſeculo novo, ſi annus ſecularis communis fuerit. E. gr. A. 1700 cyclus Solis eſt 1, adeoque vi ordinis primi litera dominicalis duplex C & B. Sed ob omiſſum bisſextilem C valet pro toto anno: ergo anno ſecundo litera dominicalis erit B & ita porro.

His obſervatis prodit

Tabula literarum Dominicalium perpetua

| Cylus Solis | Ordo I | Ordo II | Ordo III | Ordo IV | Ordo V | Ordo VI | Ordo VII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | b.c | c.d | d.e | e.f | f.g | g.a | a.b |
| 2 | a | b | c | d | e | f | g |
| 3 | g | a | b | c | d | e | f |
| 4 | f | g | a | b | c | d | e |
| 5 | d.e | e.f | f.g | g.a | a.b | b.c | c.d |
| 6 | c | d | e | f | g | a | b |
| 7 | b | c | d | e | f | g | a |
| 8 | a | b | c | d | e | f | g |
| 9 | f.g | g.a | a.b | b.c | c.d | d.e | e.f |
| 10 | e | f | g | a | b | c | d |
| 11 | d | e | f | g | a | b | c |
| 12 | c | d | e | f | g | a | b |
| 13 | a.b | b.c | c.d | d.e | e.f | f.g | g.a |
| 14 | g | a | b | c | d | e | f |
| 15 | f | g | a | b | c | d | e |
| 16 | e | f | g | a | b | c | d |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17 | c.d | d.e | e.f | f.g | g.a | a.b | b.c |
| 18 | b | c | d | e | f | g | a |
| 19 | a | b | c | d | e | f | g |
| 20 | g | a | b | c | d | e | f |
| 21 | e.f | f.g | g.a | a.b | b.c | c.d | d.e |
| 22 | d | e | f | g | a | b | c |
| 23 | c | d | e | f | g | a | b |
| 24 | b | c | d | e | f | g | a |
| 25 | g.a | a.b | b.c | c.d | d.e | e.f | f.g |
| 26 | f | g | a | b | c | d | e |
| 27 | e | f | g | a | b | c | d |
| 28 | d | e | f | g | a | b | c |
| Anni | 1582 | 1700 | 1800 | 1900 | 2100 | 2200 | 2300 |
| Chriſti | 1600 | | | 2000 | | | 2400 |
| | 2500 | 2600 | 2700 | 2900 | 3000 | 3100 | 3300 |
| | | | 2800 | | | 3200 | |
| Et ſic in infinitum. | | | | | | | |

### *SCHOLION.*

146. *Quod alius ordo præter hos ſeptem occurrere nequeat, ipſa conſtructionis ratio docet. Etenim Anno* 2500 *literæ dominicales vi ordinis VII ſunt C & B, cyclo nempe ſolis* 17 *exiſtente* (§. 142). *Sed C valet per totum annum, quia dies biſſextilis omittitur: ergo cyclo Solis* 18 *reſpondet hoc ſeculo litera dominicalis B. Redit ergo ordo primus.*

### *DEFINITIO* 51.

147. *Cyclus Lunæ* eſt intervallum annorum, quo elapſo novilunia & plenilunia reſtituuntur ad eundem anni Juliani diem.

### *THEOREMA* I.

148. *Cyclus Lunæ eſt novendecim annorum Julianorum: valet tamen nonniſi per annos* 312.

### *DEMONSTRATIO.*

Etenim 19 anni Juliani conficiunt dies 6939 & horas 18 (§. 97). Sed 235 lunationes comprehendunt dies 6939 horas 16. 32′ 28″ 5‴ (§. 54): ergo intra 19 annos Julianos complentur quam proxime 235 lunationes. Unde elapſis 19 annis novilunia & plenilunia media redeunt ad eundem diem. Eſt ergo cyclus Lunæ 19 annorum (§. 147). *Quod erat unum.*

Enimvero quia anni 19 excedunt

dunt 235 lunationes h. 1. 27′ 31″ 55‴; plenilunia & novilunia non reſtituuntur ad eandem diei horam & idem ejusdem horæ momentum: ſed potius tanto intervallo retrogrediuntur, ita ut e. gr. ſi primo cycli anno novilunium incidiſſet in hor. 12 Calendarum Januarii, eodem cycli anno redeunte, incidet in h. 10. 32′ 28″ 5‴ antemeridianam ſeu h. 22. 32′ 28″ 5‴ aſtronomicam. Quodſi per anticipationem in una cycli revolutione factam ſeu 315115‴ dividas ſcrupula tertia unius diei 5184000; quotus $16\frac{1}{2}$ indicat, quoties iterari debeat cyclus 19 annorum, ut anticipatio integræ diei evadat. Sed ſi 19 multiplices per $16\frac{1}{2}$; factum eſt 312. Patet adeo elapſis annis 312 cyclum Lunæ non amplius reſtituere novilunia & plenilunia media ad eundem anni Juliani diem, ſed integro die aberrare, adeoque non valere niſi per annos 312. *Quod erat alterum.*

## DEFINITIO 52.

149. *Numerus aureus* eſt numerus, qui indicat, quotus cycli Lunæ annus ſit annus quilibet datus.

## PROBLEMA 11.

150. *Dati anni poſt Chriſtum natum invenire numerum aureum.*

## RESOLUTIO.

1. Quoniam Cyclus Lunæ incipit cum anno primo ante nativitatem Chriſti; anno poſt Chriſtum natum dato addatur 1.
2. Summa dividatur per 19: qui facta diviſione relinquitur, eſt numerus aureus. Quodſi nihil relinquatur; numerus aureus eſt 19.

E. gr. Quæritur numerus aureus anni 1715; erit

| | |
|---|---|
| 1715 | 1716 (90 |
| 1 | 19) 171 |
| 1716 | 6 Numerus aureus. |

## DEFINITIO 53.

151. *Cyclus indictionum* eſt ſeries quindecim annorum, conſtanter in orbem rediens, cujus initium connectitur cum anno tertio ante Chriſtum natum. Solet etiam ita vocari numerus, qui indicat, quotus cycli annus ſit annus datus.

## SCHOLION.

152. *Quo tempore cyclus indictionum cœperit & quem in finem a Romanis excogitatus fuerit, inter chronologos non convenit: unde nobis conſultius videtur, cum* Petavio *rem admodum dubiam in medio relinquere. Sufficit, ex vulgari computo annum nativitatis Chriſti fuiſſe cycli tertium: eſto quod demum ab anno Chriſti 312 poſt tempora* Conſtantini *in uſum receptus fuerit.*

## PROBLEMA 12.

153. *Dato anno poſt Chriſtum natum, invenire cyclum indictionum.*

### *RESOLUTIO.*

1. Anno poſt Chriſtum natum dato addantur 3.
2. Summa dividatur per 15: qui relinquitur numerus, eſt cyclus indictionum. Quodſi nihil reſiduum fuerit, erit 15 cyclus indictionum.

E. gr. Quæritur cyclus indictionum anni 1715: erit

```
1715      15) 1718 (114
   3          15
-----         ---
1718          21
              15
              ---
               68
               60
              ---
                8 Cyclus indictio-
                  num.
```

### *DEFINITIO 54.*

154. *Periodus Calippica* eſt ſeries 76 annorum perpetuo in orbem rediens, quibus elapſis novilunia & plenilunia media ad eosdem anni ſolaris dies reſtitui putavit *Calippus.*

### *SCHOLION.*

155. *Scilicet centum annis ante* Meton *condidit periodum* 19 *annorum, quam* Metonicam *vocant, aſſumens quantitatem anni ſolaris* 365 d. 6 h. $18' \; 56'' \; 50''' \; 31^{IV} \; 34^{V}$, *& menſem lunarem* d. 29 h. 12. $45' \; 47'' \; 26''' \; 48^{IV} \; 30^{V}$. *Sed cum* Calippus *adverteret, quantitatem anni ſolaris* Metonicam *non eſſe exactam; periodum* Metonis *per* 4 *multiplicavit, atque adeo enata eſt periodus* 76 *annorum, quæ* Calippica *appellatur. Cæterum facile apparet, ex periodo Metonica enatum eſſe cyclum Lunæ.*

### *COROLLARIUM 1.*

156. Eſt adeo periodus Calippica dierum 27759 (§. 97).

### *COROLLARIUM 2.*

157. Quoniam cyclus Lunæ comprehendit lunationes 235 (§. 148) & periodus Calippica eſt ejus quadrupla (§. 155); hæc erit lunationum 940.

### *THEOREMA 2.*

158. *Periodus Calippica plenilunia & novilunia media nonniſi intra annos 553 ad eandem diem reſtituit.*

### *DEMONSTRATIO.*

Cum enim annus ſolaris ſit 365 dierum 5 h. 49′ (§. 610 *Aſtron.*), periodus vero Calippica annorum 76 (§. 154); erit eadem aſtronomice 27758 dierum 10 h. 4′. Porro cum quantitas unius lunationis ſit 29 d. 12 h. $44' \; 3'' \; 11'''$ (§. 54); 940 lunationes ſunt 27758 d. 18 h. $9' \; 52'' \; 20'''$ adeoque excedunt 76 annos ſolares 8 h. $5' \; 52'' \; 20'''$, conſequenter in ſingulis periodi revolutionibus plenilunia & novilunia media tanto intervallo anticipantur. Quare cum exceſſus ille intra 553 fere annos in diem integrum excreſcat (§. 272 *Arithm.*); plenilunia & novilu-

vilunia media intra 553 annos integro die anticipantur. *Q.e.d.*

### COROLLARIUM.

159. Quoniam periodus Metonica ſeu cyclus Lunæ decemnovennalis intra 312 annos jam die integro aberrat (§.148); periodus Calippica Metonica præſtat.

### SCHOLION.

160. *Utitur hac periodo nonnunquam* Ptolemæus. *De ejus epocha dicemus infra ſuo loco.*

### DEFINITIO 55.

161. *Periodus Hipparchi* eſt intervallum annorum ſolarium 304, ſæpius in orbem rediens, & novilunia ac plenilunia media ad eundem diem anni ſolaris reſtituens juxta *Hipparchum.*

### COROLLARIUM 1.

162. Oritur ergo, ſi periodum Calippicam per 4 multiplices.

### SCHOLION.

163. Hipparchus *quantitatem anni ſolaris aſſumſit* 365 d. 5 h. 55′ 12″, *atque adeo ſibi perſuaſit intra* 104 *annos a* Calippo *committi errorem integri diei. Unde eandem periodum per* 4 *multiplicavit & a producto dierum diem integram abjecit.*

### COROLLARIUM 2.

164. Eſt adeo periodus *Hipparchi* dierum 111035 (§.156).

### COROLLARIUM 3.

165. Eadem comprehendit lunationes 3760 (§.157).

### THEOREMA 3.

166. *Periodus Hipparchi novilunia & plenilunia media non reſtituit ad eundem diem per totam ſui revolutionem.*

### DEMONSTRATIO.

Cum enim annus ſolaris tropicus ſit 365 d. 5 h. 49′ (§.610 *Aſtron.*); erit quantitas periodi *Hipparchi* aſtronomica 111033 d. 16 h. 16′. Porro cum menſis lunaris ſit 29 d. 12 h. 44′ 3″ 11‴ (§.54); 3760 lunationes ſunt 111035 d. 0 h. 39′ 29″ 20‴. Anticipantur adeo novilunia & plenilunia intra unam periodum 1 d. 8 h. 23′ 29″ 20‴, & hinc non tota reſtituit eadem ad eundem diem anni ſolaris. *Q.e.d.*

### DEFINITIO 56.

167. *Periodus Victoriana* eſt intervallum 532 annorum Julianorum novilunia & plenilunia media ad eundem anni Juliani diem juxta *Victorinum* conſtanter reſtituens.

### SCHOLION 1.

168. Victorinus *hic ab aliis* Victorius *appellari ſolet & a patria* Aquitani *cognomen accepit. Floruit tempore* Hilarii *Pontificis maximi.*

### SCHOLION 2.

169. *Sunt qui eandem periodum* Dionyſio Exiguo *acceptam referunt & hinc* Periodum Dionyſianam *appellant. Vocatur etiam* Cyclus magnus paſchalis, *quia ad computandum tempus paſchale inſtituta fuit.*

### COROLLARIUM 1.

170. Quia cyclus lunæ eſt annorum 19 (§. 148), cyclus vero Solis annorum 28 (§. 141): periodus Victoriana ſeu Dionyſiana prodit, ſi cyclum lunæ per cyclum Solis multiplicaveris. Eſt nempe 28. 19 = 532.

### COROLLARIUM 2.

171. Periodus adeo Victoriana eosdem cyclos Lunæ atque Solis ad eosdem annos Julianos reſtituit.

### COROLLARIUM 3.

172. Juxta Victorinum quod novilunia & plenilunia conſtanter (§. 167) ad eandem hebdomadis feriam reſtituit.

### COROLLARIUM 4.

173. Periodus Victoriana eſt dierum 194313; lunationum 6580 (§. 148).

### THEOREMA 4.

174. *Periodus Victoriana non omnia plenilunia & novilunia media ad eundem diem anni Juliani per totam ſui durationem reſtituit.*

### DEMONSTRATIO.

Quia quantitas unius lunationis eſt 29 d. 12 h. 44′ 3″ 11‴ (§. 54); 6580 lunationes ſunt 194311 d. 7 h. 9′ 6″ 20‴. Sed periodus Victoriana eſt dierum 194313, (§. 148), adeoque excedit 6580 lunationes 1 d. 16 h. 58′ 59″ 40‴. Fieri ergo nequit, ut ſub finem durationis novilunia & plenilunia ad eundem anni Juliani diem reſtituat, *Q. e. d.*

### DEFINITIO 57.

175. *Periodus Juliana* eſt intervallum annorum Julianorum, ortum ex Cyclis Lunæ, Solis atque Indictionum in ſe invicem ductis, cujus epocha prima dies Januarii anni Juliani.

### COROLLARIUM 1.

176. Quia Cyclus Lunæ 19 (§. 148), Cyclus Solis 28 (§. 141) & Cyclus indictionum 15 annorum (§. 151); erit periodus Juliana annorum 7980.

### COROLLARIUM 2.

177. Periodus Juliana prodit, ſi Victorianam ſeu Dionyſianam per 15 multiplices (§. 170).

### COROLLARIUM 3.

178. Quoniam quilibet annus in periodo Juliana proprios ſibi habet cyclos Lunæ, Solis atque indictionum, e. gr. ſolus primus cyclum Lunæ 1, cyclum Solis 1, cyclum indictionum 1; omnes anni hujus periodi a ſe invicem accurate diſtinguuntur.

### SCHOLION.

179. *Hanc periodum invenit* Scaliger, *ut eſſet commune epocharum receptaculum ad facilitandam reductionem annorum epochæ datæ ad annos epochæ alterius ſimiliter datos. Convenit autem cum eadem* periodus *ſeu* epocha Conſtantinopolitana, *qua utuntur Græci, niſi quod cycli Solis, Lunæ atque indictionum aliter numerentur & primus annus ſit diverſus a primo anno periodi Julianæ.*

PRO-

### PROBLEMA 13.

180. *Dati anni in periodo Juliana invenire cyclos Lunæ, Solis atque indictionum.*

### RESOLUTIO.

Annus datus dividatur per 19, per 28 atque per 15: quod in prima diviſione relinquitur, eſt cyclus Lunæ; quod in altera, cyclus Solis; quod denique in tertia reſiduum fit cyclus indictionum. Si nihil reſiduum fuerit, erit in caſu primo cyclus Lunæ 19, in altero cyclus Solis 28, in tertio cyclus indictionum 15.

E. gr. Datur annus periodi Julianæ 895; reperietur cyclus Lunæ 7, cyclus Solis 11, cyclus indictionum 15.

### PROBLEMA 14.

181. *Datis cyclis Lunæ, Solis atque indictionum, invenire annum periodi Julianæ, cui proprii ſunt.*

### RESOLUTIO.

Cyclus Lunæ ducatur in 4200, cyclus Solis in 4845, cyclus denique indictionum in 6916.

Facta partialia colligantur in unam ſummam.

Hæc dividatur per 7980: qui facta diviſione relinquitur numerus, indicat annum periodi Julianæ quæſitum.

gr. Sit cyclus Lunæ 7, cyclus Solis cyclus indictionum 15; erit

| | | |
|---|---|---|
| 4200 | 4845 | 6916 |
| 7 | 11 | 15 |
| 29400 | 4845 | 34580 |
| | 4845 | 6916 |
| | 53295 | 103740 |

```
        53295
       103740
        29400
7980)  186435  (23
       1596 0
        2683
        2394
        2895 Annus periodi Jul.
```

### DEMONSTRATIO.

Eſt enim $4200 = 28.150 = 15.280 = 19.221 + 1$, $4845 = 19.255 = 15.323 = 28.173 + 1$, $6916 = 19.364 = 28.247 = 15.461 + 1$. Quare ſi 4200 ducas per cyclum lunæ datum 7; factum dividi poterit exacte per 28 & 15, ſed per 19 diviſum relinquet cyclum lunæ datum 7: eſt nempe in noſtro caſu $4200.7 = 28.150.7 = 28.1050 = 15.280.7 = 15.1960 = 19.221.7 + 7 = 19.1547 + 7$. Eodem modo patet, ſi 4845 multiplices per cyclum Solis datum 11, factum exacte dividi poſſe per 19 & 15; ſed per 28 diviſum relinquere cyclum Solis datum 11. Denique eodem modo evidens eſt, ſi 6916 per cyclum indictionum multiplicetur, factum dividi poſſe per 19 & 28;

& 28 ; ſed per 15 diviſum relinquere cyclum indictionum. Quare ſumma horum factorum diviſa per 19 relinquit cyclum Lunæ ; diviſa per 28 reſiduum facit cyclum Solis ; diviſa per 15 vero cyclum indictionum. Habet ergo requiſita numeri quæſiti. Sed cum periodum Julianam 7980 annorum exce dat (§ 176) ; ſi eandem per 798 dividas, numerus, qui relinquitu erit annus periodi quæſitus. Q. e. d.

### *SCHOLION.*

182. *Aliter idem problema ab aliis ſolv tur.*

# CAPUT V
## De
# EPOCHIS VARIARUM GENTIUM.

### *PROBLEMA* 15.

183. *Epocham vulgarem Chriſti nati, qua nunc utimur, reducere ad periodum Julianam ; h. e. invenire annum periodi Juliani, quo Chriſtus fuit natus juxta computum vulgarem.*

### *RESOLUTIO.*

1. Quærantur anni primi a Chriſto nato cycli Solis (§. 143), Lunæ (§. 150) & indictionum (§. 153).
2. Inde eruatur annus periodi Julianæ (§. 181).

Quoniam itaque anno primo a Chriſto nato cyclus Solis fuit 10, cyclus Lunæ 2, cyclus indictionum 4 ; erit annus primus Chriſti 4714 periodi Julianæ.

### *COROLLARIUM* 1.

184. Quia Chriſtus natus ſupponitur die 25 Decembris & annus primu incipit a circumciſione ejus ; Chriſtu natus fuit juxta computum vulgarem d. 25 Dec. anni 4713 periodi Juliana

### *COROLLARIUM* 2.

185. Quodſi ergo anno Chriſti juxt æram vulgarem dato addas 4713 ; pro dibit annus periodi Julianæ ei reſpon dens. E. gr. Si anno præſenti 17 addas 4713 ; ſumma 6428 eſt annu periodi Julianæ cum eo conveniens.

### *COROLLARIUM* 3.

186. Si contra 4713 ſubtrahas ex an no periodi Julianæ dato, relinquitur an nus currens a Chriſto nato. E. g ex anno periodi Julianæ 6396 ſubdu 4713 ; relinquitur annus Chriſti jux æram vulgarem 1683.

CO

## COROLLARIUM 4.

187. Si annum ante Chriſtum natum auferas ex 4714; relinquitur annus periodi Julianæ eidem reſpondens. E. gr. octavus ante Chriſtum natum annus eſt 4706 periodi Julianæ.

## COROLLARIUM 5.

188. Si annum periodi Julianæ auferas ex 4714 (quo numero minor ſupponitur); reſiduus eſt annus ante Chriſtum natum. E. gr. annus periodi Julianæ 870 ſublatus ex 4714 relinquit 3844 ante Chriſtum natum.

## SCHOLION 1.

189. *Computi vulgaris auctor eſt* Dionyſius Exiguus, *natione Scytha, ſed Abbas Romanus,* Panodorum *monachum Græcum ſecutus, qui ſub* Juſtiniano *floruit. Falſo tamen eundem interpretatum eſſe* Bedam (a), *quem ſequimur, ex ipſis* Dionyſii *epiſtolis probat* Petavius (b). *Nimirum* Dionyſius *cyclum ſuum inchoavit ab anno periodi Juliani* 1712; *epocham vero ab anno* 1713, *quo Chriſtum incarnatum & natum ſupponit vulgaris æra. Qui ergo juxta æram vulgarem eſt annus primus Chriſti; juxta* Dionyſianam *eſt ſecundus.*

## SCHOLION 2.

190. *Quamvis vero certa ſit epocha vulgaris annorum Chriſti, quos numeramus; non tamen æque certum eſt, quo anno periodi Julianæ vere natus fuerit Chriſtus. Sed verus annus nativitatis Chriſti in chronologia nullius eſt utilitatis, cumque hactenus epocha vulgaris per 9 ſecula in uſu fuerit, non ſine temeritate abrogaretur, etiamſi verus Chriſti annus tandem in apricum producere ur, nam turbæ præter rationem darentur.*

## SCHOLION 3.

191. *Ad epocham adeo vulgarem, tanquam nobis certam, omnes epochæ reliquæ revocari ſolent: quamvis earum fere nulla ſit, quæ controverſiis careat. Tanta temporum incertitudo. Nos eas ad periodum Julianam ab aliis reductas exhibemus.*

## DEFINITIO 58.

192. *Epocha mundi conditi Græcorum recentiorum & Ruſſorum* eſt annus 795 ante periodum Julianam incipiens a Calendis Septembris anni Juliani.

## SCHOLION.

193. *Ruſſi ab aliquo tempore calendarium Julianum receperunt. Unde hodie annum auſpicantur a Calendis Januarii.*

## COROLLARIUM 1.

194. Quodſi ergo ab anno Græcorum & Ruſſorum dato 795 ſubtrahas, relinquitur annus periodi Julianæ; & ſi contra ad annum periodi Julianæ addas 795, ſumma eſt annus mundi conditi juxta epocham Græcorum & Ruſſorum. E. gr. Ruſſis annus præſens eſt 7223: inde ſi ſubtrahantur 795, relinquitur annus periodi Julianæ 6428.

## COROLLARIUM 2.

195. Juxta æram vulgarem Chriſtus natus fuit anno 4713 periodi Julianæ (§. 183); ergo juxta epocham Ruſſorum & Græ-



(a) lib. de ratione temporum c. 45.
(b) Lib. 12 de doctrina temporum c. 2. p 221.

& Græcorum annis mundi conditi completis 5508.

COROLLARIUM 3.

196. Primus adeo epochæ vulgaris Chriſti annus coincidit cum anno 5509 epochæ Græcorum & Ruſſorum.

COROLLARIUM 4.

197. Quodſi ab anno Græcorum & Ruſſorum ſubtrahas 5508, relinquitur annus æræ vulgaris Chriſti. E. gr. Annus præſens Ruſſis eſt 7223: inde ſi ſubtrahantur 5508, relinquitur annus Chriſti 1715.

COROLLARIUM 5.

198. Contra ſi ad annum Chriſti datum 1715 addas annos 5508; ſumma 7223 eſt annus epochæ Græcorum & Ruſſorum.

SCHOLION 1.

199. *Hac epocha uſi ſunt Imperatores orientales in diplomatibus ſuis vocaturque hinc* Civilis Græcorum æra.

SCHOLION 2.

200. *Eſt vero hæc epocha eadem cum epocha periodi Conſtantinopolitanæ, de qua diximus ſuperius* (§. 179). *Unde & a nonnullis* epocha periodi Conſtantinopolitanæ *appellatur.*

DEFINITIO 59.

201. *Epocha mundi conditi Græcorum Hiſtoricorum* eſt annus ante periodum Julianam 787.

COROLLARIUM 1.

202. Differt adeo ab epocha mundi conditi civili Græcorum & Ruſſorum annis 8 (§. 192).

SCHOLION.

203. *Epocha hujus Autor fuit* Julius Africanus, *qui eam ex Hiſtoricis collegit: ſed cum in uſum civilem reciperetur, octo annis aucta eſt, ut quilibet ejus annus per 15 diviſus indictionem exhiberet, qua Imperatores orientales in diplomatibus ſuis utebantur. Hinc apparet, periodum Conſtantinopolitanam, eſſe mundi epocham fictam* (§. 200).

COROLLARIUM 2.

204. Quodſi ergo ad annum periodi Julianæ addas 787, prodibit annus hujus epochæ; contra ſi ab anno hujus epochæ dato ſubtrahas 787, prodibit annus periodi Julianæ.

COROLLARIUM 3.

205. Quare cum annus nativitatis Chriſti coincidat cum anno 4713 periodi Julianæ (§. 184); annus epochæ hujus 5500 idem eſt cum anno nativitatis Chriſti juxta æram vulgarem.

COROLLARIUM 4.

206. Facile igitur anni hujus epochæ reducuntur ad annos Chriſti & contra.

DEFINITIO 60.

207. *Epocha mundi Alexandrina* eſt annus ante periodum Julianam 780 incipiens cum d. 29 Auguſti.

COROLLARIUM 1.

208. Cum annus primus æræ vulgaris Chriſti ſit 4714 periodi Julianæ (§. 183); annus epochæ Alexandrinæ 5494

5494 eſt idem cum anno primo Chriſti juxta epocham vulgarem.

### COROLLARIUM 2.

209. Quare ſi ad annum Chriſti addas 5493; ſumma eſt annus juxta epocham Alexandrinam. Ita præſens annus Chriſti 1715 eſt annus epochæ Alexandrinæ 7208.

### COROLLARIUM 3.

210. Contra ſi ab anno epochæ Alexandrinæ ſubtrahas annos 5493; qui relinquitur eſt annus Chriſti, a cujus 29 Auguſti incipit annus propoſitus.

### SCHOLION.

211. *Hanc epocham excogitavit* Panodorus, *Ægypti monachus, in uſum computi ſacri ſeu paſchalis: unde a nonnullis* æra Græcorum eccleſiaſtica *appellatur.*

### DEFINITIO 61.

212. *Epocha mundi conditi Judæorum* ſive *æra Judaica* eſt annus periodi Julianæ 953, incipiens a d. 7 Octobris.

### COROLLARIUM 1.

213. Habet ergo cyclum Lunæ 3, cyclum Solis 1, cyclum indictionum 8 (§. 180).

### COROLLARIUM 2.

214. Quodſi ab anno periodi Julianæ ſubtrahas annos 952; reſiduus eſt annus æræ Judaicæ, qui ab autumno incipit. E. gr. annus præſens anni Juliani dati eſt 6428 periodi Julianæ, adeoque juxta æram Judaicam cum autumno incipiet annus 5476.

### COROLLARIUM 3.

215. Cum adeo annus primus æræ vulgaris Chriſti ſit annus 4714 periodi Julianæ (§. 183); erit annus Judaicus 3762 is, qui incepit anno primo æræ vulgaris, ſeu Chriſtus natus eſt anno Judaico 3761.

### COROLLARIUM 4.

216. Hinc ſi anno Chriſti dato addas 3761; ſumma eſt annus Judaicus, qui in eodem incipit. E. gr. ſi anno præſenti 1715 adjicias 3761, prodit annus Judaicus, qui autumno futuro incipiet, 5476. Nunc ergo dum hæc ſcribo, eſt annus Judaicus 5475.

### COROLLARIUM 5.

217. Contra ſi ab anno Judaico dato auferas 3761, qui relinquitur, eſt annus, ſub cujus autumnum incepit Judaicus. E. gr. Si ab anno Judaico præſente 5475 auferas 3761, relinquitur annus ſuperior 1714, cujus autumno Judaicus 5475 cœpit.

### SCHOLION.

218. *Hac epocha hodie utuntur Judæi, unde ejus notitia uſum habet non contemnendum.*

### DEFINITIO 62.

219. *Epocha mundi Euſebiana* eſt annus periodi Julianæ 486 incipiens ab autumno.

### COROLLARIUM 1.

220. Quodſi adeo ab anno periodi Julianæ ſubtrahas 486, relinquetur annus mundi Euſebianus, qui autumno

Juliani incipit: & ſi contra anno Euſebiano addas 486, prodibit annus periodi Julianæ, cujus autumno Euſebianus incipit.

*COROLLARIUM 2.*

221. Quoniam annus primus Chriſti juxta æram vulgarem eſt 4714 (§. 183); ſi eidem addas 486, prodit annus 5200 mundi, anno nativitatis æræ vulgaris reſpondens.

*COROLLARIUM 3.*

222. Quare ſi annos mundi Euſebianos minores quam 5200 ſubtrahas ex 5200, relinquuntur anni ante Chriſtum natum, inchoati ab autumno antecedente: ſi vero ex annis mundi Euſebianis majoribus quam 5200 ſubtrahas 5199, relinquuntur anni Chriſti juxta æram vulgarem. E. gr. anno Euſebiano 5120 reſpondet annus ante Chriſtum 80.

*SCHOLION 1.*

223. *Hujus epochæ notitia opus eſt, ſi Chronicon* Euſebii *&* *Martyrologium Romanum legere libuerit.*

*SCHOLION 2.*

224. *Recenſuimus hactenus varias mundi epochas, quæ vel hodienum in uſu ſunt, vel ignorari nequeunt, ſi quis monumenta Hiſtorica, præſertim Eccleſiaſtica, evolvere voluerit. Quinam vero ſit verus mundi conditi annus, hactenus certo definire potuit nemo. Juxta* Scaligerum *mundus conditus eſt anno periodi Julianæ* 764 d. 26 Octobr. *ut adeo ab æra Chriſti vulgari diſtet ortus mundi annis* 3949. *Fundamentum hujus epochæ deſumitur partim ex hiſtoria ſacra, partim ex profana. Sed magna hic diſcrepantia eſt inter codicem Hebræum & Græcum LXX interpretum; Græcum tamen ſequuntur ſcriptores ſacri Novi fœderis & plerique Patres primitivæ eccleſiæ. Sane* Ricciolus (c), *poſtquam* 70 *opiniones differentes recenſuiſſet, tandem contendit, intervallum inter mundi & Chriſti ortum juxta codicem Hebræum eſſe non majus annis* 4330, *non minus* 3705, *probabilius* 4184; *at juxta LXX ſeniores non majus* 5904, *non minus* 5054, *probabilius* 5634. Suidas *idem ſtatuit* 6000 *annorum;* Alphonſinæ *Tabulæ omnium maximum exhibent apud* Mulerum, *nempe* 6984; *ſed omnium minimum facit* Rabbi Naſſon *apud* Genebrardum, *nimirum* 3740 *annorum.*

*DEFINITIO 63.*

225. *Epocha Diocletiana* eſt annus periodi Julianæ 4997, incipiens a d. 29 Auguſti. Vocatur etiam *Æra Martyrum*: Æthiopes, qui in computis Eccleſiaſticis eadem utuntur, *Annos Gratiæ* appellant; annos tamen ſuos non in continua ſerie ab hac epocha numerant; ſed periodo 534 annorum (quæ eſt Dionyſiana §. 169), ad finem perducta, numerationem ab initio repetunt, ita ut annus 535 dicatur rurſus primus.

*PROBLEMA 16.*

226. *Dato anno Chriſti, invenire annum Gratiæ & contra.*

*RESOLUTIO.*

1. Ab anno Chriſti dato auferantur

(c) Chronolog. Reform. lib. 7. c. 2. & 3 f. 293. & 294.

tur 283; differentia eſt annus epochæ Diocletianæ incipiens a d. 29 Aug. anni Chriſti dati (§. 184.225); & idem annus gratiæ, ſi minor 532.

2. Quodſi vero annus Diocletianus excedat 532; per hunc numerum dividatur: quotus, qui relinquitur, eſt annus Gratiæ quæſitus.

E. gr. Si ab anno præſente 1715 auferas 283; relinquitur annus Diocletianus 1432, qui diviſus per 532 relinquit annum Gratiæ 368, periodi nempe tertiæ, d. 29 Auguſti anni Juliani inchoandum.

Si annus Gratiæ primæ periodi datur, eidem addantur 283, ſumma eſt annus Chriſti.

Quodſi vero annus Gratiæ ſit ſecundæ vel tertiæ periodi; adde ulterius in caſu priore periodum unam Dionyſianam ſeu 532, in poſteriore duas ſeu 1064, ut annus Chriſti prodeat.

### DEFINITIO 64.

227. *Æra Hegiræ* ſeu *Epocha Muhamedica* eſt annus periodi Julianæ 5335, incipiens a 16 Julii, in quam incidit fuga Muhammedis, Mecca Medinam aufugere coacti.

### SCHOLION 1.

228. *Hac epocha utuntur hodie Turcæ atque Arabes, immo omnes, qui ſacra Muhammedis profitentur. Eam primus introduxit* Omar tertius, *Turcarum Imperator. Aſtronomi* Alfraganus, Albategnius, Alphonſus & Ulugh Beigh *fugam* Muhammedis *ad* 15 *Julii referunt, ſed populi univerſi, qui hac epocha utuntur, a d.* 16 *Julii eandem deducunt.*

### COROLLARIUM 1.

229. Habet ergo primus epochæ annus cyclum indictionum 10; cyclos vero Solis & Lunæ 15 (§. 180).

### COROLLARIUM 2.

230. Idem coincidit cum anno Chriſti 622 æræ vulgaris.

### SCHOLION 2.

231. *Quodſi annus Turcarum eſſet fixus; anni Hegiræ eadem facilitate in annos Chriſti converterentur, qua paulo ante aliarum epocharum annos ad eosdem reduximus. Enimvero cum is ſit vagus* (§. 125); *majore difficultate opus eſt, quam infra enodabimus.*

### DEFINITIO 65.

232. *Epocha Olympiadum* eſt annus periodi Julianæ 3938 incipiens a novilunio, quod ſolſtitio æſtivo proximum erat. Eſt autem *Olympias* quatuor annorum intervallum.

### SCHOLION.

333. *Hæc epocha in antiqua Hiſtoria valde celebris: uſi enim eadem ſunt Græci. Deducitur a ludis Olympicis, quinto quovis anno ineunte ex* Iphiti *inſtituto celebratis. Certitudinem habet inſignem ob plures characteres chronologicos aſtronomicos, quibus nobilitata.*

### COROLLARIUM 1.

234. Quia primus annus Chriſti æræ vulgaris eſt 4714 periodi Julianæ (§ 183); epocha olympiadica diſtat ab

æra vulgari annis 776, hoc eſt, A. 776 ante Chriſtum cœpit.

COROLLARIUM 2.

235. Eodem modo liquet, eam diſtare ab epocha mundi conditi Judaica annis 2985.

COROLLARIUM 3.

236. Primo anno Chriſti juxta æram vulgarem reſpondet annus quartus olympiadis 194 (§. 234).

COROLLARIUM 4.

237. Anni adeo olympiadis cujuscunque minoris 194 reſpondent annis ante Chriſtum; anni vero olympiadis majoris 194 cum annis poſt Chriſtum natum conveniunt.

PROBLEMA 17.

238. *Annos Olympiadum datos convertere in annos epochæ annorum Chriſti & contra.*

RESOLUTIO.

1. Ab olympiade data ſubducatur unitas.
2. Reſiduum multiplicetur per 4.
3. Producto addantur anni completi ultra olympiades, ſi qui dantur.
4. Ab aggregato ſubtrahantur anni 775, aut ſi illud minus fuerit, ipſum ex 776 auferatur: relinquetur in caſu priore annus poſt Chriſtum natum, in quo incipit annus olympiadicus, in poſteriore autem annus ante Chriſtum natum.

E. gr. Quæritur annus Chriſti reſpondens anno tertio olympiadis 201. Reperietur Annus a Chriſto nato 27.

Similiter anno olympiadis 50 tertio annus ante Chriſtum 578 reſpondere deprehenditur.

Contra 1. Annus ante Chriſtum datus ſubtrahatur ex 776: anno vero poſt Chriſtum addantur 775.
2. Reſiduum pariter ac aggregatum dividatur per 4.
3. Quotus & qui relinquitur numerus augeatur unitate: erit prior Olympias, poſterior annus ejusdem currens.

E. gr. Anno Chriſti præſenti 1715 reſpondere deprehenditur A. 3 Olympiad. 623.

DEFINITIO 66.

239. *Epocha urbis conditæ* eſt annus periodi Julianæ 3961 juxta Varronem, vel 3962 juxta faſtos Capitolinos. Incipit autem a die 21 Aprilis.

COROLLARIUM 1.

240. Habet itaque juxta Varronem cyclum Lunæ 9, cyclum Solis 13, cyclum indictionum 1; juxta faſtos Capitolinos cyclum Lunæ 10, cyclum Solis 14, cyclum indictionum 2 (§. 80).

COROLLARIUM 2.

241. Quod ſi anno urbis conditæ addantur juxta *Varronem* 3960, juxta faſtos

ſtos *Capitolinos* 3961; ſumma eſt annus periodi Julianæ.

## *COROLLARIUM 3.*

242. Contra ſi ab anno periodi Julianæ ſubtrahas 3960 vel 3961; relinquitur annus urbis conditæ juxta *Varronem* in caſu priore; juxta faſtos *Capitolinos* in poſteriore.

## *COROLLARIUM 4.*

243. Quoniam annus Chriſti primus eſt 4714 periodi Julianæ (§. 183); erit annus urbis conditæ eidem reſpondens juxta *Varronem* 753; juxta faſtos *Capitolinos* 752.

## *COROLLARIUM 5.*

244. Quodſi adeo anni urbis conditæ fuerint pauciores annis 754, ex 754 vel 753 ſubducti relinquunt in caſu primo annum ante Chriſtum juxta *Varronem*, in ſecundo juxta faſtos *Capitolinos*.

## *COROLLARIUM 6.*

245. Contra ſi anni urbis conditæ fuerint plures annis 754; addantur inde 753 vel 752, ut prodeant anni a Chriſto nato in caſu priore juxta *Varronem*, in poſteriore juxta faſtos *Capitolinos*.

## *COROLLARIUM 7.*

246. Si anno poſt Chriſtum natum dato addantur 753 vel 752; ſumma erit annus urbis conditæ in caſu priore juxta *Varronem*; in poſteriore juxta faſtos *Capitolinos*. E gr. Annus præſens 1715 juxta *Varronem* eſt 2488.

## *DEFINITIO 67.*

247. *Epocha Nabonaſſarea* eſt annus periodi Julianæ 3967 incipiens a d. 26 Februarii anni Juliani.

## *COROLLARIUM 1.*

248. Habet ergo cyclum Lunæ 15, cyclum Solis 19, cyclum indictionum 7.

## *SCHOLION.*

249. *Hæc epocha deducitur a* Nabonaſſaro *Babyloniorum Rege & certiſſima exſiſtit, quoniam* Ptolemæus *multas obſervationes aſtronomicas recenſet huic epochæ alligatas.*

## *COROLLARIUM 2.*

250. Cœpit æra *Nabonaſſari* anno 747 ante Chriſtum natum (§. 183).

## *PROBLEMA 18.*

251. *Dato anno Nabonaſſareo, invenire annum periodi Julianæ, quo currente is incepit, & diem anni Juliani, a quo cœpit.*

## *RESOLUTIO.*

Si annus Nabonaſſareus non excedit 227; adde 3966, ut habeatur annus currens, in quo incipit annus periodi Julianæ eidem reſpondens.

Si non excedit 1688; adde 3965, ut annus periodi Julianæ prodeat. Ab Anno 1688 usque ad 3149 adde 3964, ut annus periodi Julianæ obtineatur.

E. gr.

E. gr. Annus Nabonaſſareus 139 cœpit anno periodi Julianæ 4105. Similiter annus Nabonaſſareus 355 cœpit anno periodi Julianæ 4320.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam principium anni Nabonaſſarei quatuor annis Julianis integro die retrogreditur (§. 106); intervallo 228 annorum 57 diebus anticipatur. Sed inter 26 Februarium atque 1 Januarii dies 56 intercipiuntur, & annus primus Nabonaſſareus d. 26 Februarii cœpit; ergo quamdiu annus Nabonaſſareus non excedit 227, principium ejus nondum migravit ex Februario vel Januario in Decembrem. Hoc igitur in caſu addendi ſunt anni 3967, ut prodeat annus periodi Julianæ anno Nabonaſſareo dato reſpondens. *Quod erat unum.*

Jam cum intervallo 1460 annorum per omnes anni Juliani dies migret principium anni Nabonaſſarei (§. 107); ſumma vero ex 1461 & 227 ſit 1688, & ſumma ex 1688 atque 1461 ſit 3149 &c. evidens eſt, ab anno 1461 usque ad 1688 addendos eſſe annos nonniſi 3965, ab anno 1688 usque ad 3149 nonniſi 3964 &c. ut prodeat annus periodi Julianæ. *Quod erat alterum.*

Ut porro dies inveniatur, a quo annus Nabonaſſareus datus incipit; Eum divide per 4 & quotum ſubtrahe ex 57, vel ſi major ſit quam 57, ex 422: numerus reſiduus eſt dies a Calendis Januarii supputatus, unde annus Nabonaſſareus incipit.

E. gr. Annum datum 136 divide per 4 & quotum 34 ſubduc ex 57: qui relinquitur numerus 23 eſt principium anni dati. Cœpit adeo annus Nabonaſſareus d. 23 Januarii.

Similiter annum 355 divide per 4 & quotum 88 ſubduc ex 422: qui reſiduus eſt numerus 334 principium anni exhibet a Calendis Januarii ſupputatum. Quare cum usque ad Novembrem completum dies ſint 334; annus Nabonaſſareus 355 cœpit die ultimo Novembris.

*DEMONSTRATIO.*

Si enim annum datum per 4 dividas; quotus indicat, quot quadriennia a primo anno Nabonaſſareo usque ad datum effluxerint. Quare cum initium anni ſinguli quadrienniis retrocedat in anno Juliano die uno, primi initium autem a principio anni Juliani diſtet diebus 57; ſi quotum, hoc eſt dierum intervallum, quibus interea retrogreſſum eſt principium anni Nabonaſſarei, ex 57 diebus, auctis ſi opus fuerit, intervallo anni integri ſeu 365 dierum, ſubtrahas, diſtant

ſtantia anni Nabonaſſarei dati a principio anni Juliani relinqui debet. *Q. e. d.*

## *PROBLEMA* 19.

252. *Dato die menſis anni Nabonaſſarei, invenire diem menſis in anno Juliano ei reſpondentem.*

### *RESOLUTIO.*

1. Inveniatur dies anni Juliani, a quo annus Nabonaſſareus ſeu primus ejus menſis Thot incipit (§. 251).
2. Quia omnes menſes Nabonaſſarei ſunt 30 dierum (§. 106); numerus menſium completorum multiplicetur per 30 & producto addantur dies, ſi qui fuerint reſidui.
3. Dies anni Juliani usque ad principium anni Nabonaſſarei completi addantur numero modo invento.
4. A ſumma ſubtrahe unitatem, erit reſiduum, ſi minus fuerit 365 in anno communi, vel 366 in bisſextili, dies quæſitus ſed a calendis Januarii computatus. Sin vero 365 vel 366 dies excesſerit, hos inde aufer, ut idem dies relinquatur.

E. gr. Quæritur, cuinam diei anni Juliani reſpondeat 7 Tybi anni Nabonaſſarei 355: erit

(II.)

Dies menſis 30
Numerus menſium 4

120
7

Dies collecti 127 in anno Nabonaſſ.
Dies collecti 334 in anno Juliano

Summa 461
1

Reſiduum 460
365

Dies anni Juliani 95
Mart. 90

Dies 5 April.

### *SCHOLION.*

253. *Quoniam diebus menſium collectis opus habemus in reſolutione problematis præſentis; eos hic cum pro menſibus Julianis, tum pro Nabonaſſareis exhibere libet.*

| Menſes Juliani | Dies collecti | Menſes Juliani | Dies coll. |
|---|---|---|---|
| Januarius | 31 | Julius | 212 |
| Februarius | 59 | Auguſtus | 243 |
| Martius | 90 | September | 273 |
| Aprilis | 120 | October | 304 |
| Majus | 151 | November | 334 |
| Junius | 181 | December | 365 |

*In anno bisſextili poſt Februarium incluſive additur dies unus.*



Men-

| Menſes Ægyptii | Dies collecti | Menſes Ægyptii | Dies collecti |
|---|---|---|---|
| Thot | 30 | Phamenoth | 210 |
| Paophi | 60 | Pharmuthi | 240 |
| Athyr | 90 | Pachon | 270 |
| Chojac | 120 | Pauni | 300 |
| Tybi | 150 | Epiphi | 330 |
| Mecheir | 180 | Meſori | 360 |
| ἐπαγόμεναι. | | | 365 |

*PROBLEMA* 20.

254. *Datum annum Nabonaſſareum in annum Chriſti convertere.*

*RESOLUTIO.*

Si annus Nabonaſſareus fuerit minor 747, duabus unitatibus mulctatus ſubducatur ex anno 747, ita relinquetur annus ante Chriſtum natum.

Si annus Nabonaſſareus fuerit major 747, ſed minor 1688; dematur ab eo unitas & a reſiduo porro auferatur 747: reſiduus erit annus poſt Chriſtum natum.

Si annus Nabonaſſareus fuerit major 1688, ſed minor 3149; ſubtrahantur ab eo anni 2 & a reſiduo porro auferatur 747: qui relinquitur, eſt annus poſt Chriſtum natum.

Ita anno Nabonaſſareo 554 reſpondere deprehenditur 195 Julianus; & Nabonaſſareo 859 Julianus 111.

*DEMONSTRATIO.*

Facile intelligitur ex demonſtratione partis primæ problematis præcedentis.

*DEFINITIO* 68.

255. *Æra Yezdegerdica* eſt annus periodi Julianæ 5345 incipiens a 16 Junii. Vocatur etiam *Æra Perſica.*

*COROLLARIUM* 1.

256. Habet ergo cyclum Solis 25, cyclum Lunæ 6, cyclum indictionum 5.

*COROLLARIUM* 2.

257. Annus primus æræ Perſicæ coincidit cum anno Chriſti 632.

*SCHOLION.*

258. *Deducitur hæc epocha a morte Yezdegerdis ultimi Perſarum Regis a Saracenis in prælio interfecti.*

*PROBLEMA* 21.

259. *Annum Perſicum datum convertere in annum Chriſti.*

*RESOLUTIO.*

Si annus datus fuerit minor 670; eidem addantur anni 631; ſumma eſt annus Chriſti currens, in quo incipit Perſicus.

Si annus datus fuerit major 670; eidem addantur anni 630; ſumma denuo eſt annus Chriſti currens, in quo Yezdegerdicus incipit.

E. gr. Anno Perſico 420 reſpondere deprehenditur annus Chriſti 1051, Perſico 850 annus Chriſti 1480.

*DEMONSTRATIO.*

Quia annus Yezdegerdicus ſeu Perſicus eſt dierum 365 (§. 113) intervallo quatuor annorum principium

pium ejus in anno Juliano retrogreditur die uno. Cum igitur annus primus incipiat a d. 16 Junii (§. 255), adeoque principium ejus a principio anni Juliani diſtet 167 diebus, annus 668 Yezdegerdicus cœpit a Calendis Ianuarii, 670 vero ab ultimo Decembris. Quare ſi annus Perſicus eſt minor 670; anni Chriſti 631, qui ad primum Perſicum usque elapſi, ſunt addendi, ut habeatur annus Chriſti currens, in quo cœpit Perſicus. Si vero idem hic annus 670 major; initium ejus retroceſſit in Decembrem anni Iuliani anterioris, adeoque nonniſi 630 anni eidem addendi, ut annus Chriſti prodeat. *Q. e. d.*

### PROBLEMA 22.

260. *Invenire diem anni Juliani, a quo datus annus Perſicus incipit.*

### RESOLUTIO.

1. Annus datus dividatur per 4 & quotus ſubducatur ex 167, aut ſi major fuerit, ex 532: ita relinquitur dies Julianus a Calendis Januarii ſupputatus.
2. Quare ſi dies menſium collecti inde ſubtrahantur, prodibit tandem dies anni Juliani deſideratus.
3. Si annus Yezdegerdicus excedat 433, & poſt diviſionem nihil vel unitas relinquatur; quotus unitate mulctatus ſubtrahi debet ex 167 vel 532.

E. gr. Annus Yezdegerdicus 420 per 4 diviſus dat 105, qui numerus ex 167 ſubductus relinquit 62. Cœpit igitur annus iſte d. 2 Martii, quia annus eſt bisſextilis. Similiter annus Yezdegerdicus 849 per 4 diviſus dat 212 & relinquit 1. Quotus ergo unitate mulctatus ſi ex 532 ſubtrahatur, reſiduus eſt dies 321 anni Juliani a Calendis Januarii ſupputatus, cui dies 17 Novembris reſpondet.

### DEMONSTRATIO.

Parum differt a demonſtratione problematis 18 (§. 251).

### DEFINITIO 69.

261. *Epocha Juliana* ſeu annorum Julianorum eſt annus periodi Julianæ 4668.

### COROLLARIUM 1.

262. Coincidit ergo cum anno 45 ante Chriſtum natum.

### COROLLARIUM 2.

263. Quare ſi annis poſt Chriſtum natum addas 45; ſumma erit annus Julianus eidem reſpondens: ſi vero ex Julianis demas 45, relinquitur annus poſt Chriſtum natum.

### SCHOLION.

264. *Deducitur hæc æra ab anno reformationis Calendarii Romani a* Julio Cæſare *facta, quem* annum Confuſionis *vocari ſupra jam monuimus.*

*DEFINITIO 70.*

265. *Æra Hiſpanica* eſt annus periodi Julianæ 4676.

*COROLLARIUM 1.*

266. Coincidit adeo cum anno 38 ante Chriſtum natum (§. 183).

*COROLLARIUM 2.*

267. Unde ſi ab annis æræ Hiſpanicæ ſubtrahas 38; relinquitur annus Chriſti.

*DEFINITIO 71.*

268. *Æra Actiaca* eſt annus 4684 Julianæ periodi, incipiens a d. 29 Auguſti.

*SCHOLION.*

269. *Æræ hujus originem jam ſupra indicavimus.*

*COROLLARIUM 1.*

270. Coincidit cum anno 30 ante Chriſtum natum (§. 183).

*COROLLARIUM 2.*

271. Unde ſi ab annis Actiacis abjicias 30; reſidui fiunt anni Chriſti.

## CAPUT VI.
## De
# CALENDARIO CHRISTIANO
## TAM JULIANO, QUAM GREGORIANO ET JULIANO CORRECTO.

*DEFINITIO 72.*

272 *Calendarium Julianum Chriſtianum* dicitur, in quo feriæ hebdomadis determinantur per literas A. B. C. D. E. F. G ope cycli Solis, & novilunia ac plenilunia, præſertim plenilunium paſchale cum feſto Paſchatis & dependentibus cœteris feſtis mobilibus, ope numerorum aureorum per annum Julianum legitime diſpoſitorum.

*SCHOLION.*

273. *Calendaria Chriſtianorum Europæorum eum potiſſimum in finem hic explicamus, ut ratio computi appareat eccleſiaſtici, quo paſcha cum feſtis mobilibus reliquis inquiſivere.*

*DEFINITIO 73.*

274. *Feſta immobilia* ſunt, quæ eidem anni diei conſtanter affixa.

*SCHOLION.*

275. *Præcipua feſta immobilia ſequens* laterculus *exhibet.*

No-

| Nomina Feſtorum | Dies Menſium |
|---|---|
| * Circumciſio Domini | 1 Januar. |
| * Epiphania | 6 |
| Antonius | 17 |
| Fabianus & Sebaſtianus | 20 |
| Converſio Pauli | 25 |
| * Purificatio Mariæ | 2 Februar |
| Dorothea | 6 |
| Valentinus | 14 |
| Cathedra Petri | 22 |
| Matthias Apoſtolus | 24 vel 25 in bisſextili |
| Gregorius | 12 Martii |
| Gertrudis | 17 |
| Joſephus | 19 |
| * Annunciatio Mariæ | 25 |
| Ambroſius | 4 April. |
| Georgius | 23 |
| Marcus Evangel. | 25 |
| Philippus & Jacobus | 1 Maji |
| Crucis inventio | 3 |
| Urbanus | 25 |
| Medardus | 8 Jun. |
| Vitus | 15 |
| * Joannes Baptiſta | 24 |
| Petrus & Paulus | 29 |
| * Viſitatio Mariæ | 2 Julii |
| Margaretha | 13 |
| Diviſio Apoſtolorum | 15 |
| Maria Magdalena | 22 |
| Jacobus | 25 |
| Anna | 26 |
| Vincula Petri | 1 Auguſti |
| Laurentius | 10 |
| Aſcenſio Mariæ | 15 |
| Bernhardus | 20 |
| Bartholomæus | 24 |
| Decollatio Joannis | 29 |
| Ægidius | 1 Septemb. |
| Nativitas Mariæ | 8 |
| Exaltatio Crucis | 14 |
| Matthæus Apoſtolus | 21 |
| Conceptio Ioannis | 24 |
| * Michaël | 29 |
| Franciſcus | 4 Octobr. |
| Gallus | 16 |
| Lucas Evangeliſta | 18 |
| Urſula | 21 |
| Simon Judas Apoſt. | 28 |
| Omnium Sanctorum | 1 Novembr. |
| Omnium Animarum | 2 |
| Martinus Epiſcopus | 11 |
| Eliſabetha | 19 |
| Oblatio Mariæ | 21 |
| Catharina | 25 |
| Andreas Apoſtol. | 30 |
| Barbara | 4 Decembr. |
| Nicolaus | 6 |
| Conceptio Mariæ | 8 |
| Lucia | 13 |
| Thomas Apoſtolus | 21 |
| * Nativitas Chriſti | 25 |
| * Stephanus | 26 |
| * Joannes Evangel. | 27 |
| Innocentes pueri | 28 |

*Ab Eccleſia Lutherana his in oris celebrantur feſta, quæ aſteriſco * notavimus. Dies Apoſtolorum & Mariæ Magdalenæ ſunt feſta Eccleſiæ; ſed non dies feriati.*

DE-

## *DEFINITIO* 74.

276. *Feſta mobilia* ſunt, quæ non eidem anni diei conſtanter affixa.

## *SCHOLION* 1.

277. *Feſta mobilia omnia a paſchate pendent & ſequenti laterculo incluſa. Pleraque ſunt dies dominicæ, paucis exceptis, quæ aſteriſco notantur.*

| Feſta ante Paſcha octidui intervallo ordinanda | Feſta poſt Paſcha octidui intervallo ordinanda |
|---|---|
| Paſcha | Paſcha |
| 1 Dominica Palmarum | 1 Quaſimodogeniti |
| * Dies Viridium ſ. dies ♃ poſt Palmarum | 2 Miſericordias Domini |
| * Dies Paſſionis ſ. dies ♀ poſt Palmarum | 3 Iubilate |
| 2 Iudica | 4 Cantate |
| 3 Lætare | 5 Rogate |
| 4 Oculi | * Aſcenſio Domini ſeu dies ♃ poſt Rog. |
| 5 Reminiſcere | 6 Exaudi |
| 6 Invocavit ſeu Quadrageſima | 7 Pentecoſte. |
| * Feſtum Cinerum ſeu dies ☿ poſt Eſto mihi | 8 Feſtum Trinitat. cum Dominicis poſt ipſum numeratis & 4 Dominicis Adventus ante Nativitatem Chriſti |
| 8 Sexageſima | |
| 9 Septuageſima cum Dominicis ab Epiphania numeratis. | |

| Addantur | Quatember III ſ. dies ☿ poſt Exaltat. Crucis |
|---|---|
| Quatember I ſ. dies ☿ poſt Invocav. | Quatember IV ſeu dies ☿ poſt Luciam. |
| Quatemb. II ſ. dies ☿ poſt Pentecoſt. | |

## *SCHOLION* 2.

278. *Supputatio Paſchatis nititur decreto concilii* Nicæni : *unde ſupponitur tanquam computi Eccleſiaſtici fundamentum.*

## *AXIOMA.*

279. *Paſcha celebrandum eſt die Dominica, quæ ſequitur plenilunium ab æquinoctio vernali primum.*

## *COROLLARIUM.*

280. Quodſi adeo plenilunium paſchale in diem dominicum incidit; octiduo poſt ipſum paſcha celebrandum.

## *SCHOLION* 1.

281. *Ratio hujus decreti eſt, ut chriſtiani in paſchalis celebratione evitent concurſum cum Judæis, idem feſtum in ipſa plenilunii die ex inſtitutione Moſaica celebrantibus.*

## *SCHOLION* 2.

282. *Ut eidem decreto ſatisfieret, a tempore* Dionyſii Exigui *usque ad Reformationem Calendarii Gregorianam in univerſa Eccleſia, & usque ad A.* 1700 *in Eccleſiis Proteſtantibus, immo in Eccleſia Græca & apud Suecos atque Anglos hodienum uſitata ſupputatio plenilunii paſchalis cyclica, quæ fundatur in numeris aureis per Calendarium Julianum rite diſtributis; quod adeo hic exhibemus.*

Ca-

## Calendarium Julianum perpetuum.

| Ianuarius | Februarius | Martius | Aprilis |
|---|---|---|---|
| 1 A III | 1 d | 1 d III | 1 g |
| 2 b | 2 e XI | 2 e | 2 A XI |
| 3 c XI | 3 f XIX | 3 f XI | 3 b |
| 4 d | 4 g VIII | 4 g | 4 c XIX |
| 5 e XIX | 5 A | 5 A XIX | 5 d VIII |
| 6 f VIII | 6 b XVI | 6 b VIII | 6 e XVI |
| 7 g | 7 c V | 7 c | 7 f V |
| 8 A XVI | 8 d | 8 d XVI | 8 g |
| 9 b V | 9 e XIII | 9 e V | 9 A XIX |
| 10 c | 10 f II | 10 f | 10 b II |
| 11 d XIII | 11 g | 11 g XIII | 11 c |
| 12 e II | 12 A X | 12 A II | 12 d X |
| 13 f | 13 b | 13 b | 13 e |
| 14 g X | 14 c XVIII | 14 c X | 14 f XVIII |
| 15 A | 15 d VII | 15 d | 15 g VII |
| 16 b XVIII | 16 e | 16 e XVIII | 16 A |
| 17 c VII | 17 f XV | 17 f VII | 17 b XV |
| 18 d | 18 g IV | 18 g | 18 c IV |
| 19 e XV | 19 A | 19 A XV | 19 d |
| 20 f IV | 20 b XII | 20 b IV | 20 e XII |
| 21 g | 21 c I | 21 c | 21 f I |
| 22 A XII | 22 d | 22 d XII | 22 g |
| 23 b I | 23 e IX | 23 e I | 23 A IX |
| 24 c | 24 f | 24 f | 24 b |
| 25 d XIX | 25 g XVII | 25 g IX | 25 c XVII |
| 26 e | 26 A VI | 26 A | 26 d VI |
| 27 f XVII | 27 b | 27 b XVII | 27 e |
| 28 g VI | 28 c XIV | 28 c VI | 28 f XIV |
| 29 A | | 29 d | 29 g III |
| 30 b XIII | | 30 e XIV | 30 A |
| 31 c III | | 31 f III | |

| Majus | Junius | Julius | Auguſtus |
|---|---|---|---|
| 1 b II | 1 e | 1 g XIX | 1 c VIII |
| 2 c | 2 f XIX | 2 A VIII | 2 d XVI |
| 3 d XIX | 3 g VIII | 3 b | 3 e V |
| 4 e VIII | 4 A XVI | 4 c XVI | 4 f |
| 5 f | 5 b V | 5 d V | 5 g XIII |
| 6 g XVI | 6 c | 6 e | 6 A II |
| 7 A V | 7 d XIII | 7 f XIII | 7 b |
| 8 b | 8 e II | 8 g II | 8 c X |
| 9 c XIII | 9 f | 9 A | 9 d |
| 10 d II | 10 g X | 10 b X | 10 e XVIII |
| 11 e | 11 A | 11 c | 11 f VII |
| 12 f X | 12 b XVIII | 12 d XVIII | 12 g |
| 13 g | 13 c VII | 13 e VII | 13 A XV |
| 14 A XVIII | 14 d | 14 f | 14 b IV |
| 15 b VII | 15 e XV | 15 g XV | 15 c |
| 16 c | 16 f IV | 16 A IV | 16 d XII |
| 17 d XV | 17 g | 17 b | 17 e I |
| 18 e IV | 18 A XII | 18 c XII | 18 f |
| 19 f | 19 b I | 19 d I | 19 g IX |
| 20 g XII | 20 c | 20 e | 20 A |
| 21 A I | 21 d IX | 21 f IX | 21 b XVII |
| 22 b | 22 e | 22 g | 22 c VI |
| 23 c IX | 23 f XIII | 23 A XVII | 23 d |
| 24 d | 24 g VI | 24 b VI | 24 e XIV |
| 25 e XVII | 25 A | 25 c | 25 f III |
| 26 f VI | 26 b XIV | 26 d XIV | 26 g |
| 27 g | 27 c III | 27 e III | 27 A XI |
| 28 A XIV | 28 d | 28 f | 28 b |
| 29 b III | 29 e II | 29 g XI | 29 c XIX |
| 30 c | 30 f | 30 A | 30 d VIII |
| 31 d XI | | 31 b XIX | 31 e |

| September | October | November | December |
|---|---|---|---|
| 1 f XVI | 1 A XVI | 1 d | 1 f XIII |
| 2 g V | 2 b V | 2 e XIII | 2 g II |
| 3 A | 3 c XIII | 3 f | 3 A |
| 4 b XIII | 4 d II | 4 g | 4 b X |
| 5 c II | 5 e | 5 A X | 5 c |
| 6 d | 6 f X | 6 b | 6 d XVIII |
| 7 e X | 7 g | 7 c XVIII | 7 e VII |
| 8 f | 8 A XVIII | 8 d VII | 8 f |
| 9 g XVIII | 9 b VII | 9 e | 9 g XV |
| 10 A VII | 10 c | 10 f XV | 10 A IV |
| 11 b | 11 d XV | 11 g IV | 11 b |
| 12 c XV | 12 e IV | 12 A | 12 c XII |
| 13 d IV | 13 f | 13 b XII | 13 d I |
| 14 e | 14 g XII | 14 c I | 14 e |
| 15 f XII | 15 A I | 15 d | 15 f IX |
| 16 g I | 16 b | 16 e IX | 16 g |
| 17 A | 17 c IX | 17 f | 17 A XVII |
| 18 b IX | 18 d | 18 g XVII | 18 b VI |
| 19 c | 19 e XVII | 19 A VI | 19 c |
| 20 d XVII | 20 f VI | 20 b | 20 d XIV |
| 21 e VI | 21 g | 21 c XIV | 21 e III |
| 22 f | 22 A XIV | 22 d III | 22 f |
| 23 g XIV | 23 b III | 23 e | 23 g XI |
| 24 A III | 24 c | 24 f XI | 24 A |
| 25 b | 25 d XI | 25 g XIX | 25 b XIX |
| 26 c XI | 26 e | 26 A | 26 c VIII |
| 27 d XIX | 27 f XIX | 27 b VIII | 27 d |
| 28 e | 28 g VIII | 28 c | 28 e XVI |
| 29 f VIII | 29 A | 29 d XVI | 29 f V |
| 30 g | 30 b XVI | 30 e V | 30 g |
| | 31 c V | | 31 A XIII |

## SCHOLION 3.

283. *Numeri aurei, quos literis Romanis indigitavimus, monſtrant dies, in quas cadunt perpetuo novilunia juxta* Dionyſium. E. gr. *cum hoc anno numerus aureus ſit VI, juxta Calendarium Julianum novilunia cadent in* 28 *Jan.*

(II.)

*Jan. 26 Februar. 28 Martii, 26 Aprilis &c. quod tamen falſum eſſe patet inde, quia cyclus decemnovennalis intervallo 312 dierum novilunia anticipat die uno (§.148). Quodſi plenilunium deſideres, diei novilunii addendi ſunt 14, ſumma (abjectis menſis diebus completis, ſi opus fuerit) indicabit diem plenilunii. E. gr. hoc anno juxta calendarium Julianum plenilunia cadunt in 10 Februarii, 11 Martii, 10 Aprilis, 9 Maji &c.*

## DEFINITIO 75.

284. *Termini paſchales* ſunt dies, in quos incidunt plenilunia æquinoctio vernali proxima.

## COROLLARIUM 1.

285. Quoniam tempore Concilii Nicæni æquinoctium vernale hæſit in 21 Martii, & juxta mentem *Dionyſii* eidem diei anni Juliani conſtanter affixum manet; ideo in computo Juliano nullum plenilunium habetur pro paſchali, niſi quod proxime ſequitur diem 21 Martii.

## COROLLARIUM 2.

286. Quare ſi quæruntur plenilunia diei 21 Martii proxima pro ſingulis numeris aureis (§. 283); habebimus tabulam terminorum paſchalium, in qua nempe numerus aureus monſtrat diem menſis, in quem plenilunium paſchale cadit.

## SCHOLION.

287. *Quoniam hac tabula opus habemus ad computum paſchatis Juliani facilitandum; eam hic exhibere libet.*

| Num aurei | Termini Paſchales | Num. aurei | Termini Paſchales |
|---|---|---|---|
| I | 5 April. D | XI | 15 April. G |
| II | 25 MartiiG | XII | 4 April. C |
| III | 13 April. E | XIII | 24 Mart. F |
| IV | 2 April. A | XIV | 12 April. D |
| V | 22MartiiD | XV | 1 April. G |
| VI | 10 April. B | XVI | 21 Mart. C |
| VII | 30MartiiE | XVII | 9 April. A |
| VIII | 18 April. C | XVIII | 29Mart. D |
| IX | 7 April. F | XIX | 17 April. B |
| X | 27 Mart. B | | |

## PROBLEMA 10.

288. *Dati anni poſt Chriſtum natum invenire paſcha Julianum.*

## RESOLUTIO.

1. Inveniatur litera dominicalis (§. 143) & numerus aureus (§. 150).
2. Numerus aureus quæratur in tabula terminorum paſchalium (§. 287), cui dies plenilunii paſchalis cum litera feriam indicante reſpondet.
3. Litera hæc conferatur cum litera dominicali, ut appareat, quot dies addendi ſint termino paſchali, quo ipſe dies paſchalis innoteſcat.

E. gr. hoc anno litera dominicalis Juliana eſt B, numerus aureus VI, adeoque terminus paſchalis 10 April. quæ cum habeat literam B, ipſa dominica eſt, adeo-

adeoque paſcha Julianum celebrabitur octiduo poſt, nempe 17 Aprilis.

## SCHOLION I.

289. *Cum in hoc computo ſupponatur, æquinoctium autumnale affixum eſſe diei 21 Martii & cyclum decemnovennalem ſeu numeros aureos conſtanter legitime indicare noviluniorum ac pleniluniorum ſedes, utrumque autem fallat* (§. 98. 148)*; nullum ſane paſcha Julianum legitimum eſt, niſi quando caſu interdum legitime celebratur. Nimirum ut ratio erroris manifeſtior evadat, eam ad paſcha anni præſentis applicare libet. Hoc itaque anno æquinoctium vernale incidit in decimum Martii, adeoque anticipatur diebus* 11. *Plenilunium paſchale incidit in 7 Aprilis & hinc a Cyclo poſtponitur tribus diebus. Paſcha igitur, quod* 10 *Aprilis celebrari debebat, d.* 17 *demum celebratur, errore hac vice in ſola poſtpoſitione Lunæ latente, ob vitium cycli decemnovennalis. Quodſi plenilunium incidiſſet in* 11 *Martii, paſchatis dies fuiſſet* 13 *Martii, adeoque error ab anticipatione æquinoctii profectus alterum poſtpoſitioni Lunæ debitum inſigniter auxiſſet.*

## SCHOLION 2.

290. *Errores hos ſucceſſu temporis adeo multiplicandos, ut nullum amplius Paſcha legitime exhibeant, corrigere conatus eſt* Gregorius XIII *Pontifex Maximus, qui, ſuadente* Aloyſio Lilio, A. 1582 *ex Octobri* 10 *dies eximere juſſit, ut æquinoctium in ſedem priſtinam, diem nempe* 21 *Martii retraheretur, & formam anni Gregorianam* (§. 101) *introduxit, ut æquinoctium in d.* 21 *Martii conſtanter retineretur. Plenilunia vero & novilunia media, eodem* Lilio *autore, indicari voluit, non per numeros aureos, ſed per epactas, quæ adeo eum in finem per Calendarium Gregorianum diſpoſitæ ſunt, quemadmodum per Julianum numeri aurei diſtributi.*

## DEFINITIO 76.

291. *Calendarium Gregorianum* eſt, quod ope epactarum per ſingulos menſes legitime diſpoſitarum novilunia & plenilunia, atque adeo etiam paſcha cum dependentibus inde feſtis mobilibus indicat in anno Gregoriano.

## SCHOLION I.

292. *Differt adeo Calendarium Gregorianum a Juliano tum anni forma* (§. 272)*; tum quod in locum numerorum aureorum ſubſtituti ſint epactæ, de quarum diſpoſitione ac uſu antequam dicamus, ipſum Calendarium hic exhibere libet.*

## Calendarium Gregorianum perpetuum

| Januarius | Februarius | Martius |
|---|---|---|
| 1 A * | 1 d XXIX | 1 d * |
| 2 b XXIX | 2 e XXVIII | 2 e XXIX |
| 3 c XXVIII | 3 f XXVII | 3 f XXVIII |
| 4 d XXVII | 4 g 25. XXVI | 4 g XXVII |
| 5 e XXVI | 5 A XXV.XXIV | 5 A XXVI |
| 6 f 25. XXV | 6 b XXIII | 6 b 25. XXV |
| 7 g XXIV | 7 c XXII | 7 c XXIV |
| 8 A XXIII | 8 d XXI | 8 d XXIII |
| 9 b XXII | 9 e XX | 9 e XXII |
| 10 c XXI | 10 f XIX | 10 f XXI |
| 11 d XX | 11 g XVIII | 11 g XX |
| 12 e XIX | 12 A XVI | 12 A XIX |
| 13 f XVIII | 13 b XVI | 13 b XVIII |
| 14 g XVII | 14 c XV | 14 c XVII |
| 15 A XVI | 15 d XIV | 15 d XVI |
| 16 b XV | 16 e XIII | 16 e XV |
| 17 c XIV | 17 f XII | 17 f XIV |
| 18 d XIII | 18 g XI | 18 g XIII |
| 19 e XII | 19 A X | 19 A XII |
| 20 f XI | 20 b IX | 20 b XI |
| 21 g X | 21 c VIII | 21 c X |
| 22 A IX | 22 d VII | 22 d IX |
| 23 b VIII | 23 e VI | 23 e VIII |
| 24 c VII | 24 f V | 24 f VII |
| 25 d VI | 25 g IV | 25 g VI |
| 26 e V | 26 A III | 26 A V |
| 27 f IV | 27 b II | 27 b IV |
| 28 g III | 28 c I | 28 c III |
| 29 A II | | 29 d II |
| 30 b I | | 30 e I |
| 31 c * | | 31 f * |

| Aprilis | Majus | Junius |
|---|---|---|
| 1 g XXIX | 1 b XXVIII | 1 e XXVII |
| 2 A XXVIII | 2 c XXVII | 2 f 25. XXVI |
| 3 b XXVII | 3 d XXVI | 3 g XXV. XXIV |
| 4 c 25. XXVI | 4 e 25 XXV | 4 A XXIII |
| 5 d XXV. XXIV | 5 f XXIV | 5 b XXII |
| 6 e XXIII | 6 g XXIII | 6 c XXI |
| 7 f XXII | 7 A XXII | 7 d XX |
| 8 g XXI | 8 b XXI | 8 e XIX |
| 9 A XX | 9 c XX | 9 f XVIII |
| 10 b XIX | 10 d XIX | 10 g XVII |
| 11 c XVIII | 11 e XVIII | 11 A XVI |
| 12 d XVII | 12 f XVII | 12 b XV |
| 13 e XVI | 13 g XVI | 13 c XIV |
| 14 f XV | 14 A XV | 14 d XIII |
| 15 g XIX | 15 b XIV | 15 e XII |
| 16 A XIII | 16 c XIII | 16 f XI |
| 17 b XII | 17 d XII | 17 g X |
| 18 c XI | 18 e XI | 18 A IX |
| 19 d X | 19 f X | 19 b VIII |
| 20 e IX | 20 g IX | 20 c VII |
| 21 f VIII | 21 A VIII | 21 d VI |
| 22 g VII | 22 b VII | 22 e V |
| 23 A VI | 23 c VI | 23 f IV |
| 24 b V | 24 d V | 24 g III |
| 25 c IV | 25 e IV | 25 A II |
| 26 d III | 26 f III | 26 b I |
| 27 e II | 27 g II | 27 c * |
| 28 f I | 28 A I | 28 d XXIX |
| 29 g * | 29 b * | 29 e XXVIII |
| 30 A XXIX | 30 c XXIX | 30 f XXVII |
| | 31 d XXVIII | |

| Julius | Auguſtus | September |
|---|---|---|
| 1 g XXVI | 1 c XXIV | 1 f XXIII |
| 2 A 25. XXV | 2 d XXIII | 2 g XXII |
| 3 b XXIV | 3 e XXII | 3 A XXI |
| 4 c XXIII | 4 f XXI | 4 b XX |
| 5 d XXII | 5 g XX | 5 c XIX |
| 6 e XXI | 6 A XIX | 6 d XVIII |
| 7 f XX | 7 b XVIII | 7 e XVII |
| 8 g XIX | 8 c XVII | 8 f XVI |
| 9 A XVIII | 9 d XVI | 9 g XV |
| 10 b XVII | 10 e XV | 10 A XIV |
| 11 c XVI | 11 f XIV | 11 b XIII |
| 12 d XV | 12 g XIII | 12 c XII |
| 13 e XIV | 13 A XII | 13 d XI |
| 14 f XIII | 14 b XI | 14 e X |
| 15 g XII | 15 c X | 15 f IX |
| 16 A XI | 16 d IX | 16 g VIII |
| 17 b X | 17 e VIII | 17 A VII |
| 18 c IX | 18 f VII | 18 b VI |
| 19 d VIII | 19 g VI | 19 c V |
| 20 e VII | 20 A V | 20 d IV |
| 21 f VI | 21 b IV | 21 e III |
| 22 g V | 22 c III | 22 f II |
| 23 A IV | 23 d II | 23 g I |
| 24 b III | 24 e I | 24 A * |
| 25 c II | 25 f * | 25 b XXIX |
| 26 d I | 26 g XXIX | 26 c XXVIII |
| 27 e * | 27 A XXVIII | 27 d XXVII |
| 28 f XXIX | 28 b XXVII | 28 e 25. XXVI |
| 29 g XXVIII | 29 c XXVI | 29 f XXV. XXIV |
| 30 A XXVII | 30 d 25. XXV | 30 g XXIII |
| 31 b 25. XXVI | 31 e XXIV | |

| October. | November | December |
|---|---|---|
| 1 A XXII | 1 d XXI | 1 f XX |
| 2 b XXI | 2 e XX | 2 g XIX |
| 3 c XX | 3 f XIX | 3 A XVIII |
| 4 d XIX | 4 g XVIII | 4 b XVII |
| 5 e XVIII | 5 A XVII | 5 c XVI |
| 6 f XVII | 6 b XVI | 6 d XV |
| 7 g XVI | 7 c XV | 7 e XIV |
| 8 A XV | 8 d XIV | 8 f XIII |
| 9 b XIV | 9 e XIII | 9 g XII |
| 10 c XIII | 10 f XII | 10 A XI |
| 11 d XII | 11 g XI | 11 b X |
| 12 e XI | 12 A X | 12 c IX |
| 13 f X | 13 b IX | 13 d VIII |
| 14 g IX | 14 c VIII | 14 e VII |
| 15 A VIII | 15 d VII | 15 f VI |
| 16 b VII | 16 e VI | 16 g V |
| 17 c VI | 17 f V | 17 A IV |
| 18 d V | 18 g IV | 18 b III |
| 19 e IV | 19 A III | 19 c II |
| 20 f III | 20 b II | 20 d I |
| 21 g II | 21 c I | 21 e * |
| 22 A I | 22 d * | 22 f XXIX |
| 23 b * | 23 e XXIX | 23 g XXVIII |
| 24 c XXIX | 24 f XXVIII | 24 A XXVII |
| 25 d XXVIII | 25 g XXVII | 25 b XXVI |
| 26 e XXVII | 26 A 25. XXVI | 26 c 25. XXV |
| 27 f XXVI | 27 b XXV. XXIV | 27 d XXIV |
| 28 g 25. XXV | 28 c XXIII | 28 e XXIII |
| 29 A XXIV | 29 d XXII | 29 f XXII |
| 30 b XXIII | 30 e XXI | 30 g XXI |
| 31 c XXII | | 31 A 19. XX |

*SCHOLION 2.*

293. *Ut Calendarii Gregoriani ratio & uſus appareat; de epactis quædam nobis ſunt dicenda.*

*DEFINITIO 77.*

294. *Epactæ menſtruæ* ſunt exceſſus menſis civilis ſupra menſem lunarem.

*SCHOLION.*

295. *E. gr. Ponamus novilunium accidiſſe d. 1 Januarii; quoniam menſis lunaris eſt* 29 d. 12 h. 44′ 3″ (§. 54), *Januarius vero* 31 *dierum* (§. 97); *erit epacta menſtrua* 1 d. 11 h. 15′ 57″.

*DEFINITIO 78.*

296. *Epactæ annuæ* ſunt exceſſus anni ſolaris ſupra annum lunarem.

*COROLLARIUM 1.*

297. Quoniam annus Julianus eſt 365 d. 6 horarum (§. 97), annus lunaris vero 354 d 8 h. 48′ 38″ (§. 73); erit epacta annua 10 d. 21 h. 11′ 22″, hoc eſt, dierum 11.

*COROLLARIUM 2.*

298. Ergo epacta annorum duorum 22, annorum trium 33 ſeu potius 3, quia 30 dies conſiciunt menſem embolimæum, & ita porro, prout ſequens laterculus exhibet.

| Ordo annor. | Epactæ | Ordo annor. | Epactæ | Ordo annor. | Epactæ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | XI | 7 | XVII | 13 | XXIII |
| 2 | XXII | 8 | XXVIII | 14 | IV |
| 3 | III | 9 | IX | 15 | XV |
| 4 | XIV | 10 | XX | 16 | XXVI |
| 5 | XXV | 11 | I | 17 | VIII |
| 6 | VI | 12 | XII | 18 | XIX |
| | | | | 19 | XXX |

*COROLLARIUM 3.*

299. Quoniam anno decimo nono epacta eſt XXX ſive o; erit anno vigeſimo epacta XI adeoque cyclus epactarum civilium ſeu 11 dierum cum cyclo decemnovennali exſpirat & cum eodem iterum incipit.

*COROLLARIUM 4.*

300. Quare ſi epactæ ſingulis diebus menſium, in quæ novilunia intra 19 annos cadunt, adſcribantur; eadem epacta per totum annum diem novilunii indicabit.

*COROLLARIUM 5.*

301. Quoniam cyclus decemnovennalis poſt 312 annos novilunia die uno anticipat (§. 148); idem cyclus epactarum non omni ævo ſatisfacit] ſed anticipatio Lunæ epactas ſingulas unitate minuit annis 312 elapſis.

*COROLLARIUM 6.*

302. Ut adeo epactæ perpetuo indicarent novilunia, non unus tantum epactarum cyclus in calendario deſcriptus; ſed epactæ omnes 30 per annum totum expandi debuerunt, ut adeo Calendarium Cyclos epactarum omnes exhiberet.

*COROLLARIUM 7.*

303. Quoniam tres anni ſeculares Gregoriani diem biſſextilem omittunt (§. 101); novilunia in diem ſequentem conjiciunt: unde poſtpoſitio lunæ ſingulis epactis unitatem addit, adeoque

ob

ob alteram rationem cyclus epactarum immutandus.

### COROLLARIUM 8.

304. Quare cum epacta primi Januarii ſit 30 ſive *, cui in Calendario Juliano reſpondet numerus aureus 3; erunt epactæ numeris aureis cæteris reſpondentes 11, 22, 3, 14, 25, 6, 17, 28, 9, 20, 1, 12, 23, 4, 15, 26, 8 & 19 (§. 300).

### COROLLARIUM 9.

305. Quoniam vero hic epactarum cyclus reſpondet anno 500 & ſequentibus; ideo facile eruuntur cycli reliquorum ſeculorum (§. 303).

### SCHOLION.

306. *Patet adeo ratio conſtructionis Tabulæ epactarum expanſæ, quæ omnes epactarum cyclos poſſibiles exhibet, atque Tabulæ æquationis epactarum, quæ indicat ſecula, quibus unusquisque epactarum cyclus valet. En utramque!*

**Tabula epactarum expanſa**

| | Numeri aurei | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1 | 2 |
| | Epactæ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 8 | 19 |
| N | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 7 | 18 |
| M | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 6 | 17 |
| H | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 5 | 16 |
| G | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 4 | 15 |
| F | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 3 | 14 |
| E | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 2 | 13 |
| D | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | 1 | 12 |
| C | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | * | 11 |
| B | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 29 | 10 |
| A | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 28 | 9 |
| u | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 27 | 8 |
| t | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 26 | 7 |
| s | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 25 | 6 |
| r | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 24 | 5 |
| q | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 23 | 4 |
| p | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 22 | 3 |
| n | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 21 | 2 |
| m | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 20 | 1 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| l | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 19 | * |
| k | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 18 | 29 |
| i | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 17 | 28 |
| h | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 16 | 27 |
| g | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 15 | 26 |
| f | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 14 | 25 |
| e | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 13 | 24 |
| d | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 12 | 23 |
| c | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 9 | 20 | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 11 | 22 |
| b | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 8 | 19 | * | 11 | 22 | 3 | 14 | 25 | 6 | 17 | 28 | 10 | 21 |
| a | 1 | 12 | 23 | 4 | 15 | 26 | 7 | 18 | 29 | 10 | 21 | 2 | 13 | 24 | 5 | 16 | 27 | 9 | 20 |

Tabula æquationis epactarum, ex Anno 1582 decem diebus exemtis

| Dies omiſſi præter 10 Correctionis | | Anni Chriſti | | Anni Chriſti | Dies omiſſi |
|---|---|---|---|---|---|
| | N | 1 | s | 2900 | 10 |
| | P | 320 Biſſ. | s | 3000 | 11 |
| | a | 800 Biſſ. | r | 3100 | 12 |
| | b | 1100 Biſſ. | r | 3200 Biſſ. | 12 |
| | c | 1400 Biſſ. | r | 3300 | 13 |
| | | 10 dieb. detr. | q | 3400 | 14 |
| | D | 1582 | p | 3500 | 15 |
| | D | 1600 Biſſ. | q | 3600 Biſſ. | 15 |
| 1 | C | 1700 | p | 3700 | 16 |
| 2 | C | 1800 | n | 3800 | 17 |
| 3 | B | 1900 | n | 3900 | 18 |
| 3 | B | 2000 Biſſ. | n | 4000 Biſſ. | 18 |
| 4 | B | 2100 | m | 4100 | 19 |
| 5 | A | 2200 | l | 4200 | 20 |
| 6 | u | 2300 | l | 4300 | 21 |
| 6 | Â | 2400 Biſſ. | l | 4400 Biſſ. | 21 |
| 7 | u | 2500 | k | 4500 | 22 |
| 8 | t | 2600 | k | 4600 | 23 |
| 9 | t | 2700 | i | 4700 | 24 |
| 9 | t | 2800 Biſſ. | i | 4800 Biſſ. | 24 |

### *COROLLARIUM* 10.

307. Quodſi itaque annum ſecularem datum 1700 in tabula æquationis quæras & ei reſpondentem literam C in tabula epactarum expanſa evolvas ; Cyclum habebis in dato ſeculo valentem 22, 3, 14, 25, 6, 17, 28, 9, 20, 1, 12, 23, 4, 15, 26, 7, 18, *, 11, ubi * numero aureo 1, 12 numero aureo II, 22 numero aureo III &c. reſpondet.

### *COROLLARIUM* 11.

308. Cum in Calendario Gregoriano æque ac in Juliano æquinoctium vernale affixum ſupponatur diei 21 Martii & plenilunii dies diſtet a die novilunii 14 dierum intervallo; data (§. 306) epacta ſi poſt 21 Martii evolvitur & inde numerentur progrediendo dies undecim, erit dies undecimus terminus paſchalis (§. 279).

### *SCHOLION.*

309. *Patet adeo ratio conſtruendi Tabulam Terminorum paſchalium in dato ſeculo Gregoriano valituram. En eam, quæ valet ſeculo præſente.*

Ta

Tabula terminorum paſchalium valens ab A. 1700 usque ad A. 1900

| Epactæ | Termini paſchales | Epactæ | Termini paſchales |
|---|---|---|---|
| * | 3 April. E | IX | 4 April. C |
| XI | 2 April. A | XX | 24 Mart. F |
| XXII | 22 Mart. D | I | 12 April. D |
| III | 10 April. B | XII | 1 April. G |
| XIV | 30 Mart. E | XXIII | 21 Mart. C |
| XXV | 18 April. C | IV | 9 April. A |
| VI | 7 April. F | XV | 29 Mart. D |
| XVII | 27 Mart. B | XXVI | 17 April. B |
| XXVIII | 15 April. G | VII | 6 April. E |
| | | XVIII | 26 Mart. A |

## PROBLEMA 24.

310. *Anni poſt Chriſtum dati epactam Julianam & Gregorianam invenire.*

### RESOLUTIO.

1. Quæratur cyclus Lunæ ſeu numerus aureus (§. 150) & per 11 multiplicetur.

Si productum fuerit minus quam 30; erit ipſum epacta Juliana. Si vero majus fuerit,

2. Per 30 dividatur, & qui relinquitur numerus, erit epacta quæſita.
3. Quamdiu anticipatio Lunæ diem non ſuperat, ab epacta Juliana, (aucta, ſi opus fuerit, 30) ſubducatur diſtantia principii anni Gregoriani a principio Juliani; reſidua ſit epacta Gregoriana

E. gr. Anno præſente 1715

| | |
|---|---|
| Numerus aureus | 6 |
| | 11 |
| Factum | 66 (2 |
| | 30 |
| Epacta Juliana | 6 |
| add. | 30 |
| Summa | 36 |
| diſt. principiorum anni Jul. & Greg. | 11 |
| Epacta Gregoriana | 25 |

### DEMONSTRATIO.

Cum numerus aureus indicet, quotus cycli Lunæ annus ſit annus datus (§. 149); ſi per eum epactam unius anni multiplices & productum, ſi majus fuerit 30, per 30 dividas, erit in caſu primo factum, in poſteriori reſiduum epacta anni cycli dati (§. 298). Sed epacta unius anni eſt 11 (§. 297). Ut ergo epactam plurium annorum, hoc eſt, alterius cycli cujuscunque, obtineas; numerus aureus per 11 multiplicari debet. *Quod erat unum.*

Quoniam vero per exemtionem dierum 10 anno 1582 a *Gregorio* factam novilunia totidem diebus fuere poſtpoſita & ſingulis ſeculis, quibus bisſextilis in anno Gregoriano omittitur, ulterius die uno poſt-

poſtponuntur (§. 101) anticipatio autem Lunæ diem unum nondum conficit *per hypoth.* ut epactam in Calendario Gregoriano obtineas, a Juliana totidem auferri debent dies, quot principium anni Gregoriani a principio Juliani remotum. *Quod erat alterum.*

*Aliter.*

Ut epactam Gregorianam conſtanter invenias

1. Anni dati quære numerum aureum (§. 150) eumque in tabula epactarum expanſa evolve.
2. Annum ſecularem quære in tabula æquationis epactarum & literam eidem adſcriptam evolve in tabula epactarum expanſa.
3. In cyclo epactarum huic literæ reſpondente progredere verſus dextram, donec occurrat epacta ſub numero aureo anni dati collocata. Ea enim eſt, quam quæris.

E. gr. Hoc anno 1715 numerus aureus eſt 6, A. 1700 reſpondet litera C, quæ in tabula epactarum expanſa cum numero aureo 6 exhibet in communi angulo epactam 25.

*SCHOLION.*

311. *Ut ope epactæ inventa dies noviluniorum mediorum in Calendario Gregoriano determinentur, notanda nonnulla ſunt circa epactarum per Calendarium expanſionem. Nimirum quia menſes lunares ſunt alternatim* 30 *&* 29 *dierum* (§. 61); *ideo epactæ XXV & XXIV eidem adſcribuntur diei in menſibus alternis, ſecundo nempe, quarto, ſexto, octavo, decimo & duodecimo menſe lunari. Quare cum ex tabula epactarum expanſa appareat, in eodem cyclo occurrere poſſe epactas* 24 *&* 25, *veluti in cyclo E, in cyclo K &c. fieri tamen nequeat, ut intra* 19 *annos in eundem diem duo novilunia cadant, ideo epacta* 25 *alio charactere etiam adſcribitur diei præcedenti, eaque toties utendum, quoties epactæ* 24 *&* 25 *una in eodem cyclo occurrunt. Talis autem confuſio ex epactarum* 26 *&* 25 *combinatione non metuenda, quia in eodem cyclo epactæ* 24, 25 *&* 26 *una locum habere nequeunt* (§. 306). *Quoties vero epactæ* 26 *&* 25 *una occurrunt, utendum eſt epacta* 25, *quæ cum altera* 24 *eidem diei adſcribitur. Epacta denique* 19 *ultimo Decembris adjungitur epacta* 20, *quia novilunium in ultimum Decembris cadit, quoties epacta* 19 *reſpondet numero aureo* 19: *quod quidem rarius accidit. Deinde ita diſpoſita ſunt epactæ, ut novilunium uno fere die tardius indicent ex uſu Eccleſiæ, ne ſcilicet* [*ut habet* Clavius (c)] accidat aliquando, Lunam XIV paſchalem, quam cyclus offert, tanto ſpatio plenilunium medium præcurrere, ut paſcha ante ipſum contra Patrum ac Conciliorum decreta celebretur.

*PROBLEMA* 25.

312. *Dato anno Chriſti, invenire paſcha Gregorianum.*

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur litera dominicalis (§. 143) & Epacta Gregoriana (§. 309).
2. Epacta evolvatur in tabula terminorum paſchalium & enotetur

(c) Calendar. Greg. c. 11 §. 5. f. m. 107.

tur terminus paſchalis eidem reſpondens cum litera eidem adſcripta.

4. Reliqua fiant ut ſupra (§.288).

E. gr. Litera dominicalis anni præſentis 1715 eſt F, epacta XXV, adeoque terminus paſchalis 18 April. C, unde dies Paſchatis 21 Aprilis.

### SCHOLION.

313. *Quamvis vero calendarium Gregorianum Juliano utique ſit præferendum; omni tamen vitio non caret. Nam cum intercalatione Gregoriana impediri nequeat, quo minus interdum æquinoctium a die 21 Martii in d. 19 recedat & nonnunquam in d. 23 excurrat; plenilunium, quod in 20 Martii incidit, interdum paſchale eſſe poteſt, nec tamen a Gregorianis pro paſchali habetur: contra Gregoriani plenilunium d. 22 Martii contingens pro paſchali habere poſſunt, quod tamen ante æquinoctium accidens paſchale non eſt. Paſcha adeo celebrant in primo caſu in menſe impurorum; in altero vero intra unum annum eccleſiaſticum ferias Paſchatis bis agunt. Similiter cum computus cyclicus fundetur in pleniluniis mediis, quæ vera aliquot horis antevertere, interdum etiam conſequi poſſunt; plenilunium paſchale in diem Saturni incidere poteſt, quod tamen a cyclo in diem Solis refertur & contra: unde in primo caſu paſcha celebratur octiduo tardius, quam par erat, in altero vero ipſa plenilunii die cum Judæis & hæreticis Quartadecimanis contra decretum Concilii Nicani* (§.281). *Alia vitia ex oſcitantia Autorum Calendarii Gregoriani commiſſa demonſtrant* Joſephus Scaliger & Sethus Calviſius *in Elencho Calendarii Gregoriani.*

### DEFINITIO 79.

314. *Calendarium correctum* dicitur, in quo ſublato omni numerorum aureorum, epactarum & literarum dominicalium apparatu, æquinoctium cum plenilunio paſchali ac dependentibus inde feſtis mobilibus per computum Aſtronomicum juxta Tabulas Rudolphinas abſolutum determinatur.

### SCHOLION.

315. *Hoc Calendarium a ſtatibus Proteſtantibus S. R. I anno 1700 introductum, diebus 11 ex Februario expunctis, ita ut A. 1700 diem 18 Februarii prima Martii exciperet & nunc ſtylus correctus cum Gregoriano conſentiat. Receperunt autem hunc in finem ad tempus anni formam Gregorianam, donec vera anni tropici quantitate accuratius per obſervationes cognita in commodiorem intercalationem cum ipſis conſentiant Pontificii.*

### PROBLEMA 26.

316. *Calendarium conſcribere.*

### RESOLUTIO.

1. Supputentur ad ſingulos anni dies loca Solis & Lunæ (§.647. 773 *Aſtron*), vel ex ephemeridibus excerpantur.
2. Quæratur litera dominicalis & ejus ope Calendarium perpetuum in ſeptimanas diſtribuatur.
3. Supputetur paſcha (§.288.312) & a die paſchatis ante & retro feſta mobilia ordinentur (§. 277).
4. Hinc feſta immobilia cum nominibus Martyrum, quæ ſingulis menſium diebus propria ſunt, inſcribantur.

5. Sin-

5. Singulis diebus adſcribantur loca Solis & Lunæ una cum ortu & occaſu utriusque luminaris (§. 193.260.261 *Aſtron.*) & longitudine diei atque noctis (§. 192 *Aſtron.*) item que crepuſculorum (§. 391 *Aſtron.*): nec non planetarum adſpectus (§. 840 *Aſtron.*).

6. Notentur etiam ſuis in locis phaſes Lunæ primariæ (§.873. 902 *Aſtron.*), ingreſſus Solis in puncta cardinalia, hoc eſt, ſolſtitia & æquinoctia, una cum ortu & occaſu planetarum, fixarumque inſignium, præſertim heliaco (§. 283 *Aſtron.*).

7. Appendicis loco ſubjungantur diſcurſus de quatuor anni tempeſtatibus, de eclipſibus aliisque phœnomenis cœleſtibus.

### *SCHOLION* 1.

317. *Apparet adeo, Calendarii conſtructionem nihil difficultatis habere, ſi quidem ad manus fuerint ephemerides motuum cœleſtium ab aliis ſupputatæ.*

### *SCHOLION* 2.

318. *Duratio crepuſculorum, ſeu finis veſpertini & initium matutini, una cum ortu Solis & longitudine dierum atque noctium ex Calendario unius anni in Calendariis reliquorum deſcribitur, quia differentia, quæ annis diverſis deprehenditur, adeo exigua eſt, ut in vita civili prorſus contemni debeat.*

### *SCHOLION* 3.

319. *Prædictiones aſtrologicæ ex calendariis correcto penitus exulare debent: ſolent tamen nonnulli calendariographi, ut ſuperſtitioſæ placeant plebi, eas hodienum retinere, præſertim quæ tempeſtates vagas concernunt.*

## CAPUT VII.

# De CALENDARIIS JUDAICO ET MUHAMEDANO.

### *DEFINITIO* 80.

320. *Molad Tohu* eſt novilunium, quod anno uno ante creationem accidiſſe a Judæis fingitur nempe d. 7 Octobr. A. 953 periodi Julianæ hor. 5 hel. 204.

### *SCHOLION.*

321. *Epocha nimirum mundi conditi Hebræorum ſeu Epocha Judaica ex opinione ipſorum antecedit ortum mundi anno uno.*

### *DEFINITIO* 81.

322. *Enneadecaëteris Judaica* eſt cyclus 19 annorum Judaicorum incipi-

cipiens a Molad Tohu, & ſæpius in orbem rediens, quorum tertius, ſextus, octavus, undecimus, decimus quartus, decimus ſeptimus & decimus nonus ſunt embolimæi, reliqui vero communes.

COROLLARIUM.

323. Annus Judaicus communis eſt 354 d. 8 hor. 876 hel. embolimæus 383 d. 21 hor. 589 hel. adeoque enneadecaëteris Judaica eſt dierum 6939 h. 16 hel. 595, conſequenter a Juliana 6939 d. 18 h. (§. 97) deficit 1 h. 485 hel.

DEFINITIO 82.

324. *Character menſis, anni, enneadecaëteridos* &c. eſt exceſſus quantitatis menſis, anni, enneadecaëteridos &c. aſtronomicæ ex mente Judæorum ſupra integras hebdomades.

COROLLARIVM I.

325. Quia menſis aſtronomicus Judæorum eſt 29 dierum 12 horarum & 793 helakim (quantum nempe ſuppoſuit Ptolemæus); character menſis eſt dies ſeu feria 1 h. 12 hel. 793.

COROLLARIUM 2.

326. Cum annus communis ſit 12 menſium, embolimæus vero menſium 13 (§. 123), adeoque ille 354 d. 8 hor. 876 hel. hic vero 383 d. 21 h. 589 hel. erit character anni communis 4 f. 8 h. 876 hel. embolimæi vero 5 f. 21 h. 589 hel. (§. 324).

COROLLARIUM 3.

327. Unde cum Enneadecaëteris ex 12 annis communibus & ſeptem embolimæis conſtet (§. 322); ſi characterem anni communis per 12 & anni embolimæi per 7 multiplices, atque a productorum integris hebdomadibus mulctatorum, 3 f. 9 h. 792 hel. & 6 f. 6. h. 883 hel. ſumma 9 d. 16 h. 895 hel. abjicias 7 dies, relinquitur character enneadecaëteridos ſeu cycli 2 f. 16 h. 595 hel.

COROLLARIUM 4.

328. Annus periodi Julianæ, quo Molad Tohu contigit (§. 320), habet cyclum Solis 1 (§. 180) & hinc literam dominicalem menſe Octobri F (§. 138). Fuit adeo 7 Octobr. cujus hor. 5 hel. 204 contigit Molad Tohu, feria ſecunda hebdomadis (§. 282), conſequenter character Molad Tohu eſt 2 f. 5 hor. 204 hel. (§. 316).

DEFINITIO 83.

329. *Annus ordinarius* eſt, qui 354 eſt dierum, ſi fuerit communis, ſed 384, ſi embolimæus.

COROLLARIUM.

330. Prioris adeo character eſt 4, poſterioris 6 (§. 324).

DEFINITIO 84.

331. *Annus deficiens* eſt, in quo menſis Cisleu eſt 29 dierum.

COROLLARIUM.

332. Quoniam adeo annus deficiens com-

communis eſt 353, deficiens vero embolimæus 383 dierum (§. 329); erit character deficientis communis 3, deficientis embolimæi 5 (§. 324).

## DEFINITIO 85.

333. *Annus abundans* eſt, in quo menſis *Marcheſvan* eſt 30 dierum.

## COROLLARIUM.

334. Quoniam adeo annus abundans communis eſt 355, abundans embolimæus 385 dierum (§. 329); character abundantis communis eſt 5, abundantis embolimæi 7.

## SCHOLION.

335. *Cur anni quidam ſint abundantes, quidam vero deficientes, ex calculo Judaico mox patebit.*

## DEFINITIO 86.

336. *Dies rejiculæ* vocantur feriæ hebdomadis, a quibus annum auſpicari nolunt Judæi, ne paſcha in easdem incidat. *Kebiæ* vero ſunt feriæ hebdomadis, a quibus annum auſpicari licet Judæis.

## DEFINITIO 87.

337. *Tekuphæ* ſunt tempora, quibus Sol a puncto Cardinali uno usque ad proximum progreditur. Solent etiam ita vocari Momenta, in quibus Sol in punctum aliquod cardinale ingreditur juxta hypotheſes Judaicas.

## SCHOLION.

338. *Fabulantur Judæi referente* Munſtero (d), *quod per ſingulas tekuphas Soli ſpecialis deputetur angelus & director; & in illo momento, quo Sol ipſe priorem complevit tekupham & ſequentem inchoat, priusquam unus director alteri locum ceſſerit, dæmones omnem poſſint in aqua exercere tyrannidem. - - - Unde dicunt, quod, ſiquis in illo momento vel tantillum biberet aquæ, hydropem vel aliam gravem infirmitatem evadere non poſſet. Hinc eſt, quod illarum quatuor tekupharum initium ſuperſtitioſe cuſtodiunt.*

## PROBLEMA 27.

339. *Dato anno Judaico invenire neomeniam Tisri, hoc eſt, diem novilunii, a quo incipit primus anni menſis Tisri.*

## RESOLUTIO.

1. Annus datus dividatur per 19; quotus indicabit cyclos a Molad tohu elapſos & numerus reſiduus annum currentem cycli currentis. Eſt enim Molad tohu epocha calculi Judaici, fixa in hora ſexta pomeridiana meridiani Hieroſolymitani.
2. Character cycli multiplicetur per numerum cyclorum a Molad tohu elapſorum & a facto abjiciantur hebdomades integræ, ut prodeat character cyclorum elapſorum.
3. Anni præter cyclos completi diſtinguantur in communes & embolif-

(d) in Calendario Hebraico.

boliſmicos, & character com munis in numerum communium, character vero embolimæi in numerum emboliſmicorum ducatur.

4. Utrinque abjiciantur integræ hebdomades, ut relinquantur characteres annorum communium & emboliſmicorum elapſorum.

5. Omnes characteres hactenus reperti una cum Molad tohu colligantur in unam ſummam & hebdomades integræ inde abjiciantur: ita relinquetur character neomeniæ Tiſri, ſeu feria, qua incipit annus Judaicus datus.

6. Quodſi hic character ultra dies integros horas 18 & amplius contineat; vel in diem rejiculum, feriam nempe 1, 4 & 6 incidat; vel in anno communi 3 f. 9 h. 204 hel.& amplius,in embolimæo 2 f. 15 h. 589 hel. & amplius fuerit; neomenia Tiſri transfertur in feriam proximam & inde ulterius, ſi ob cauſam recenſitarum aliquam nec in eadem figi poſſit, diciturque in primo caſu translatio fieri propter *Jah*, in ſecundo propter *Adu*, in tertio propter *Gatrad*, in quarto propter *Batu thakpat*.

E. gr. Quæratur neomenia Tiſri anni præſentis 5475. Quodſi is dividatur per 19, quotus indicabit 288 cyclos a Molad tohu elapſos & numerus reſiduus 3 annum cycli 289 currentem.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Character cycli | 2 f. | 16 hor. | 595 hel. |
| | | | 288 |
| Character cyclorum elapſorum | 4 f. | 14 hor. | 72 hel. |
| Character anni communis | 4 f. | 8 hor. | 876 hel. |
| | | | 2 |
| Charact. annorum elapſorum | 1 f. | 17 hor. | 672 hel. |
| Charact. cyclor. | 4 | 14 | 72 |
| Charact. Molad tohu | 2 | 5 | 204 |
| Charact. Neomen. Tiſri | 1 f. | 12 hor. | 948 hel. |

Propter Adu neomenia ex feria prima in ſecundam transfertur. Cœpit adeo annus Judaicus 5475 feria ſecunda hebdomadis.

## COROLLARIUM I.

340. Quodſi poſt diviſionem anni propoſiti per 19 relinquatur unitas; evidens eſt, factum ex charactere anni in numerum annorum elapſorum eſſe nullum, quia annus nullus elapſus eſt ultra cyclos integros.

## COROLLARIUM 2.

341. Si poſt eandem diviſionem nihil remanſerit, character cyclorum multiplicandus eſt per numerum cyclorum unitate minutum, quia cyclus ultimus nondum integer præterlapſus, ſed annus ejus ultimus demum incipit; reſidui

dui vero anni 18 præter cyclos completos elapſi ducendi ſunt in characteres anni communis & embolimæi.

### PROBLEMA 28.

342. *Invenire diem anni Juliani, in quem incidit neomenia Tiſri.*

### RESOLUTIO.

1. Annus propoſitus dividatur per 19, ut in problemate præcedente, quo prodeat numerus cyclorum completorum & numerus annorum cycli currentis completorum.
2. Numerus cyclorum ducatur in exceſſum cycli decemnovennalis Juliani ſupra Judaicum d. 0 h. 1 hel. 485.
3. Anni completi præter cyclos diſtinguantur in communes & emboliſmicos (§. 322), & numerus communium per exceſſum anni Juliani ſupra Judaicum communem d. 10 h. 21 hel. 204, numerus embolimæorum per exceſſum Judaici emboliſmici ſupra Julianum d. 18 h. 15 hel. 589 multiplicetur.
4. Factum poſterius e priori ſubtrahatur, ut relinquatur exceſſus annorum Julianorum præter cyclos completorum ſupra totidem Judaicos.
5. Huic ergo exceſſui addatur exceſſus cyclorum Julianorum ſupra Judaicos ante repertus.
6. Aggregatum ſubtrahatur ex 7 Octobris, addito Septembre integro, imo Auguſto, ſi opus fuerit; ita relinquetur dies, in quem cadit neomenia Tiſri, obſervata translatione in problemate præcedente præſcripta, & correctione per feriam ibi inventam inſtituta.

E. gr. Si annus Judaicus præſens 5475 dividatur per 19, prodibit numerus cyclorum a Molad tohu completorum 288 & annus cycli currentis 3.

| | | | |
|---|---|---|---|
| d. 0 | h. 1 | hel. 485 | Exc. Jul. Cycl. |
| | | 288 | Num. Cycl. |
| 17 d. | 9 h. | 36 hel. | |
| d. 10 | h. 21 | hel. 204 | Exc. Jul. anni |
| | | 2 | Num. ann. |
| 21 d. | 18 h. | 408 hel. | |
| 17 d. | 9 | 36 | |
| 39 d. | 3 h. | 444 hel. | |
| 67 d. | 23 h. | 1080 hel. | Dies a 17 Oct. usque ad 1 Aug. |
| 28 d. | 20 h. | 536 hel. | |

Incidit ergo neomenia Tiſri in 29 Auguſti. Sed hæc cum ſit feria prima hebdomadis, neomenia Tiſri propter *Adu* translata fuit in ſecundam; unde annus 5475 Judaicus cœpit d. 30 Auguſti Calendarii Juliani ſeu 9 Septembr. Calendarii Gregoriani.

PRO-

## PROBLEMA 29.

343. *Data neomenia ſeu Tolad Tiſri, invenire ſpeciem anni.*

### RESOLUTIO.

1. Annus propoſitus dividatur per 19, ut ex numero reſiduo innoteſcat, utrum ſit communis, an emboliſmicus.
2. Si communis fuerit, neomeniæ Tiſri addantur dies 4 h. 8 hel. 876; ſi embolimæus, d. 5 h. 21 hel. 589, ut habeas Molad anni ſequentis.
3. Figantur Kebiæ neomeniarum, facta, ſi opus fuerit, translatione (§. 336. 339).
4. Kebiæ a ſe invicem ſubtrahantur, reſiduum eſt character anni propoſiti (§. 324).

E. gr. Tolad Tiſri A. 5475 eſt 1 f 12 h. 948 hel. quod propter *Adu* transfertur in feriam ſecundam, ut adeo Kebia ſit 2. Quoniam annus 5475 eſt tertius cycli, adeoque emboliſmicus; erit Molad Tiſri ſequentis 7 f. 9 h. 457 hel. & Kebia feria 7. Eſt adeo character anni 5, conſequenter annus præſens eſt embolimæus deficiens 383 dierum. Habet nempe Cisleu dies 29.

## PROBLEMA 30.

344. *Data neomenia Tiſri, invenire neomenias reliquorum menſium, ſeu dies anni Juliani, cum quo incipit quilibet menſis.*

### RESOLUTIO.

1. Determinetur ſpecies anni, utrum nempe ſit ordinarius, vel abundans, vel deficiens, ſive communis, ſive embolimæus (§. 343).
2. Diei anni Juliani, in quem cadit Molad Tiſri, addatur quantitas menſis Marcheſvan, quæ eſt dierum 29.
3. Inde auferatur quantitas menſis Juliani; in quo contigit Molad Tiſri: qui relinquitur eſt dies menſis Juliani ſequentis, in quo incipit Marcheſvan.
4. Eodem modo inveniuntur dies anni Juliani, cum quibus reliquorum menſium Judaicorum initia connectuntur.

E. gr. Annus Judæorum currens 5475 cœpit d. 30 Auguſti A. 1714 juxta ſtylum Julianum, eſtque annus embolimæus deficiens (§. 343), unde Cisleu habet dies 29 & poſt Adar intercalatur Veadar. Supputantur ergo initia menſium reliquorum hunc in modum:

| | | |
|---|---|---|
| Neom. Tiſri | d. 30 Aug. 1714 ſt. v. | |
| Quant. Tiſri | 30 | |
| Summa | 60 | |
| Auguſt. | 31 | ſubtr. |
| Init. Marcheſvan | 29 | Septembr. 1714 |
| Quant. ejus | 29 | |
| Summa | 58 | |

 Sep-

| | | |
|---|---|---|
| Septembr. | 30 | |
| Init. Cisleu | 28 | Octobr. |
| Quant. ejus | 29 | |
| Summa | 57 | |
| October | 31 | |
| Init. Tebeth | 26 | Novemb. |
| Quant. ejus | 29 | |
| Summa | 55 | |
| November | 30 | |
| Init. Schebhad | 25 | Decembr. |
| Quant. ejus | 30 | |
| Summa | 55 | |
| December | 31 | |
| Init. Adar | 24 | Jan. 1715 |
| Quant. ejus | 30 | |
| Summa | 54 | |
| Januarius | 31 | |
| Initium Veadar | 23 | Febr. |
| Quant. ejus | 29 | |
| Summa | 52 | |
| Februarius | 28 | |
| Initium Niſan | 24 | Martii |
| Quant. ejus | 30 | |
| Summa | 54 | |
| Martius | 31 | |
| Initium Iiar | 23 | Aprilis |
| Quant. ejus | 29 | |
| Summa | 52 | |
| Aprilis | 30 | |
| Initium Sivan | 22 | Maji |
| Quant. ejus | 30 | |
| Summa | 52 | |
| Majus | 31 | |
| Initium Thamuz | 21 | Junii |
| Quant. ejus | 29 | |
| Summa | 50 | |
| Junius | 30 | |
| Initium Ab | 20 | Julii |
| Quant. ejus | 30 | |
| Summa | 50 | |
| Julius | 31 | |
| Initium Elul | 19 | Auguſti |

5. Quodſi non ſingulorum menſium initia ordine inquirere volueris, ſed dati cujuscunque menſis Judaici initium in anno Juliano quæſiveris; diei anni Juliani, in qua figitur neomenia Tiſri, addantur menſes Judaici completi & ab aggregato ſubducantur totidem menſes Juliani completi, ita ut ante relinqui

quitur dies anni Juliani, in quo incipit menſis quæſitus.

E. gr. quæritur dies anni Juliani, in quo incipit Veadar anni Judaici. Supputatio ita inſtituitur:

| | |
|---|---|
| Annus Jul. | 365 |
| Jul. dies completi | 212 |
| | 153 |
| Januar. | 31 |
| Dies in anno Jul. completi | 184 |
| Neomen. Tiſri | 30 Aug. 1714 |
| Dies collect. Adar | 177 |
| Dies in anno Jud. completi | 207 |
| Dies in anno Jul. completi | 184 |
| Init. Veadar | 23 Febr. |

PROBLEMA 31.

345. *Dato die quocunque anni Judaici dati, invenire diem anni Juliani, cui reſpondet.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur neomenia Tiſri (§. 339) & inde ulterius dies anni Juliani, unde incipit menſis Judaicus datus (§. 342).
2. Menſis Judaici dati dies completi addantur, &, ſi menſem Julianum excedant, ejus quantitate mulctentur, ita prodibit dies Julianus quæſitus.

E. gr. Quæritur dies anni Juliani reſpondens diei 15 Niſan anni currentis 5475.

| | |
|---|---|
| Initium Niſan | d. 24 Martii |
| Dies completi | 14 |
| Summa | 38 |
| Mart. compl. | 31 |
| Dies anni Juliani quæſitus. | 7 Aprilis. |

PROBLEMA 32.

346. *Dato die anni Juliani, invenire diem anni Judaici eidem reſpondentem.*

RESOLUTIO.

1. Inveniatur annus Judaicus, qui anno Juliano currenti reſpondet (§. 217).
2. Anni Judaici inventi quæratur Tolad Tiſri (§. 339).
3. Ex tabula dierum completorum in fine menſium Julianorum (§. 253) ſupputentur dies a neomenia Tiſri usque ad diem datum completi.
4. Determinetur ſpecies anni (§. 343), ut de menſium Marcheſvan & Cisleu quantitate judicium fieri poſſit & diebus in fine Adar completis quantitas menſis Veadar in anno emboliſmico addi queat.

5. Dies collecti in fine menſium Judaicorum proxime minores ſubtrahantur a diebus ab initio anni usque ad diem datum completis *vi num.* 3. Ita relinquitur dies menſis Judaici, qui in laterculo menſium proxime ſequitur.

E. gr. Quæritur dies anni Judaici, qui reſpondet d. 17 Aprilis A. 1715. Annus Judaicus eidem reſpondens reperitur 5475, qui eſt annus emboliſmicus deficiens, & Neomenia Tiſri figitur in d. 30 Aug A. 1714 ſt. v.

| | |
|---|---|
| Dies anni Juliani usque ad Neomen. Tiſri collecti | 241 |
| Annus Julian. 1714 | 365 |
| Dies a Tolad Tiſri ad fin. Anni Jul. | 124 |
| Dies Menſium A. 1715 completorum | 90 |
| Dies Aprilis | 17 |
| Dies a Neom. Tiſri ad diem datum elapſi | 231 |
| Dies Collecti in fine Veadar ob Ciſleu 29 dierum | 206 |
| Dies anni Judaici, Niſan | 25 |

*PROBLEMA* 33.

347. *Dato anno Judaico, invenire paſcha Judaicum.*

*RESOLUTIO.*

1. Quæratur neomenia Tiſri anni proxime ſequentis.

2. Cum paſcha inde diſtet diebus 163; ſubtrahantur ex Molad Tiſri 163; relinquetur dies paſchatis.

E. gr. Anno Judaico 5476 neomenia Tiſri eſt d. 17 Aug. ſtyli Juliani. Ergo

| | | |
|---|---|---|
| ex diebus anni Jul. collectis | 229 | |
| ſubduc | 163 | |
| Diſtantia Paſchatis a Calendis Januarii | 66 | |
| Subduc Dies collect. Febr. | 59 | |
| Paſcha Judaicum | 7 | Martii. |

*PROBLEMA* 34.

348. *Dati anni Judaici Tekuphas invenire.*

*RESOLUTIO.*

1. Annus Judaicus propoſitus dividatur per 19, ut quotus oſtendat cyclos a Molad tohu elapſos & reſiduus numerus, quotus annus datus cycli currentis ſit.

2. Per numerum cyclorum completorum multiplicetur exceſſus anni Juliani in cyclo 0 d. 1 h. 485 & per annos currentis cycli completos exceſſus anni Juliani ſupra Judaicum 10 d. 21 h. 204 hel.

3. Producta colligantur in unam ſummam & inde auferantur 1 dies 20 h. 204 hel. Reſiduum indicat diem, in quem cadit Tekupha Tiſri.

4. Quodſi ad Tekupham Tiſri addas anni Juliani quadrantem u num 91 d. 7 h. 540 hel. vel quadran

drantes duos 182 d. 15 h. vel tres 273 d. 22 h. 540 hel. prodibit in caſu primo Tekupha Tebeth, in ſecundo Tekupha Niſan, in tertio Tekupha Tamuz.

E. gr. Annus præſens Judaicus 5475 dat

| | | | |
|---|---|---|---|
| Exceſſ. Cyclorum | 17 d. | 9 h. | 36 hel. |
| annorum | 21 | 18 | 408 (§. 342) |
| Summa | 39 d. | 3 h. | 444 |
| Aufer. | 12 | 20 | 204 |
| *Tekupha Tiſri* | 26 d. | 7 h. | 240 hel. |
| Quadrans anni ſolaris | 91 | 7 | 540 |
| Summa | 117 d. | 14 h. | 780 hel. |
| Aufer dies collect. menſ. complet. | 88 | | |
| *Tekupha Tebeth* | 29 d. | 14 h. | 780 hel. |
| Tekupha Tiſri | 26 d. | 7 h. | 240 hel. |
| 2 Quadr. anni Sol. | 182. | 15 | |
| Summa | 208 d. | 22 h. | 240 hel. |
| Dies coll. menſ. compl. | 206 | | |
| *Tekupha Niſan* | 2 d. | 22 h. | 240 hel. |
| Tekupha Tiſri | 26 d. | 7 h. | 240 hel. |
| 3 Quadr. An. ſol. | 273. | 22. | 540 |
| Summa | 300 d. | 5 h. | 780 hel. |
| Dies Coll. Menſ. complet. | 295 | | |
| Tekupha Tamuz | 5 d. | 5 h. | 780 hel. |

Incidit adeo Tekupha prima in d. 26 Tiſri; ſecunda in d. 29 Tebeth; tertia in d. 3 Niſan; quarta in d. 5 Tamuz.

## *SCHOLION.*

349. *Ne quid eorum deſit, quæ ad Calendarii Judaici conſtructionem neceſſaria ſunt, tabulam feſtorum ſubnectere libet, quæ partim ex lege Moſaica, partim ex traditione ſeniorum celebrant.*

| Tabula feſtorum Judaicorum |
|---|
| I. *in menſe Tiſri* |
| d. 1 Memoria clangoris ſeu feſtum tubarum |
| d. 3 Jejunium Gedaliæ |
| d. 10 Feſtum expiationis |
| d. 15 Feſtum tabernaculorum |
| d. 21 Feſtum palmarum |
| d. 22 Feſtum cœtus ſeu retentionis. |
| d. 23 Gaudium legis. |
| d. 30 Roſch chodeſch. |
| II. *in menſe Cisleu.* |
| d. 25 Feſtum encæniorum ſeu dedicationis altaris. |
| d. 30 Roſch chodeſch. |
| III. *in menſe Thebeth.* |
| d. 10 Jejunium obſeſſionis Hieroſolymæ a Nabuchodonoſore factæ. |
| IV. *in menſe Schebbad.* |
| d. 15 Dies Gaudii. |
| d. 30 Roſch chodeſch. |

V. *in menſe Adar.*

d. 13 Jejunium Eſter.

d. 14 Purim.

d. 15 Suſann Purim. Quodſi annus fuerit embolimæus, hæc feſta pertinent ad menſem embolimæum Veadar & in menſe Adar d. 14 celebratur Purim minus.

VI. *in menſe Niſan.*

Sabbathum magnum, quod præcedit paſcha.

d. 15 Paſcha.

d. 22 Finis paſchatis.

d. 30 Roſch chodeſch.

VII. *in menſe Iiar.*

d. 18 Dies Beomer.

VIII. *in menſe Sivan.*

d. 6 Pentecoſte.

d. 30. Roſch chodeſch.

IX. *in menſe Tamuz.*

d. 17 Jejunium fractionis tabularum legis.

X. *in menſe Ab.*

d. 10 Jejunium templi a Rege chaldæorum incenſi.

d. 15 Dies gaudii.

d. 30 Roſch chodeſch.

Omnibus feſtis carent Marcheſvan & Elul, nullum ex Lege habet Cisleu.

Jejunium poſt legem inſtitutum ſi in Sabbathum inciderit, transfertur in feriam ſequentem.

Celebrantur præterea neomeniæ in principio cujuslibet menſis & Sabbatha, ſeu feriæ hebdomadum ſeptimæ.

*DEFINITIO* 88.

350. *Triacontaeteris Muhamedana* eſt cyclus triginta annorum, in quo anni 2. 5. 7. 10. 13. 15. 18. 21. 24. 26. 29 ſunt embolimæi ſeu dierum 355, cœteri communes ſeu dierum 354.

*SCHOLION.*

351. *Nimirum menſis Muhamedanus eſt d.* 29 *h.* 12 *hel.* 792 *& hinc* 12 *menſes ſunt* 354 *d. hor.* 8. 48′.

*PROBLEMA* 35.

352. *Invenire annum Turcarum qui dato anno Chriſti reſpondet.*

*RESOLUTIO.*

1. Ab anno Chriſti dato ſubtrahantur 621.
2. Reſiduum dividatur per 33 &
3. Quotus addatur eidem reſiduo ſumma eſt annus Hegiræ quæſitus.

E. gr. Quæratur annus Hegiræ reſpondens anno Chriſti præſenti 1715

Ai

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Annus Chriſti | 1715 | | 1094 | (33 |
| ſubduc | 621 | 33) | 99 | |
| Reſiduum | 1094 | | 104 | |
| Quotus | 33 | | 99 | |
| Annus Hegiræ | 1127 | | 5 | |

*DEMONSTRATIO.*

Epocha Hegiræ cœpit A. Chriſti 622 (§. 230). Quare ſi ab anno Chriſti dato ſubtrahas annos Chriſti ſub ejus initium completos 621; reſiduum indicat numerum annorum Chriſti ſeu Julianorum ab æra Hegiræ usque ad annum præſentem elapſorum. Jam cum annus Julianus ſit 365 d. 6 h (§. 97), annus vero Hegiræ 354 d. 8 h. 48′ (§. 351); annus Hegiræ anticipatur ſingulis annis Julianis 10 d. 21 h. 12′, ideoque intra 33 annos 359 d. 3 h. 36′, hoc eſt, anno uno & 4 d. 18 h. 48′. Quare ſi reſiduum ſuperius per 33 dividas; quamdiu appendix iſta 4 d. 18 h. 48′ non excurrit, (quod noſtro & prolis noſtræ ævo non continget), quotus indicat, numerum annorum Hegiræ ultra Julianos elapſorum. Eum adeo ſi ad annos Julianos addideris, habebis annum Hegiræ deſideratum. *Q. e. d.*

*PROBLEMA 36.*

353. *Invenire feriam hebdomadis, qua annus Hegiræ datus incipit.* (II.)

*RESOLUTIO.*

1. Annus datus dividatur per 210 & numerus reſiduus denuo dividatur per 30.
2. Quotus multiplicetur per 5 & productum ſervetur.
3. Numerus reſiduus poſt alteram diviſionem unitate mulctetur & in annos embolimæos atque communes diſtinguatur (§ 350).
4. Numerus embolimæorum multiplicetur per 5 & numerus communium per 4.
5. Utrumque productum adjiciatur producto ſuperiori (*n.* 2).
6. Summæ addantur feriæ 6 & aggregatum dividatur per 7: qui poſt diviſionem relinquitur numerus, feriam indicat.

E. gr. Annus Hegiræ præſens eſt 1127: reperitur ergo feria, qua incepit, hoc modo.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | | 1 | | |
| 1127 | (5 | 17 | (2 | |
| 210 | | 30 | 5 | |
| | | | 10 | |
| Num. annor. embol. | 6 | | Num. comm. | 10 |
| | 5 | | | 4 |
| | 30 | | | 40 |
| | 40 | 12 | | |
| | 10 | 86 | (12 | |
| | 6 | 77 | | |
| | 86 | | | |



Cœ.

Cœpit ergo feria hebdomadis 1, ſeu die Lunæ.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam cyclus annorum Hegiræ eſt 30 annorum (§. 350), feriæ autem hebdomadis 7 ſunt; idem ordo principii annorum in orbem redit annis 210. Quodſi ergo annum propoſitum per 210 dividas, quotus indicat, quoties iſta periodus fuerit elapſa & numerus reſiduus oſtendit, quotus annus propoſitus ſit in nova periodo. Si numerum reſiduum porro per 30 dividas, quotus prodit triacontaëterides completas ultra periodos & numerus reſiduus annos triacontaëteridis currentis. Jam cum triacontaëteris contineat 19 annos communes 354 dierum & 11 annos embolimæos 355 dierum, adeoque in univerſum dies 10631; intra eam complebuntur hebdomades 1518 & præterea dies 5. Quare ſi numerum triacontaëteridum completarum per 5 multiplices; prodibunt dies ultra ſeptimanas in iſtis triacontaëteridibus completi. Eodem modo patet, quoniam annus communis ultra 50 hebdomades continet dies 4, embolimæus vero 5, ſi numerum embolimæorum ultra triacontaëterides completorum per 5, numerum vero communium per 4 multiplices, prodire dies, in annis triacontaëteridis currentis completis ultra hebdomades elapſos. Porro annus Hegiræ primus habet cyclum Solis 1[?] (§. 229) & hinc literam dominicalem C (§. 141), conſequenter epocha ejus, quæ cum 16 Julii connectitur (§. 228), in feriam ſextam ſeu diem ♀ cadit (§. 282). Quodſi itaque diebus ultra ſeptimanas in triacontaëteridibus periodi currentis & in annis triacontaëteridis currentis completis ultra ſeptimanas ſimiliter elapſis addas 6 & aggregatum per 7 dividas; numerus reſiduus indicabit dies ultra ſeptimanas ab initio Hegiræ elapſos. Patet ergo qua feria annus propoſitus ineat. *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

354. *Qui Aſtronomos ſecuti epocham Hegiræ a die 15 Julii deducunt (§. 228), eam in feria hebdomadis quinta figunt & hinc principium anni die uno anticipant contra conſuetudinem Turcarum & cæterarum gentium, qui æra Hegira utuntur.*

*PROBLEMA 37.*

355. *Anni Muhamedani dati principium in anno Juliano reperire.*

*RESOLUTIO.*

1. Anni Hegiræ completi (qui non differunt a dato unitate mulctato) dividantur per 30; quotus indicabit triacontaëterides ab initio Hegiræ completas & numerus reſiduus annos completos triacontaëteridis currentis.

2. Quo

2. Quoniam differentia inter annum Julianum 365 d. 6 h. (§. 97) & annum Hegiræ 354 d. 8 h. 48′ (§. 351) eſt 10 d. 21 h. 12′, hoc eſt, 7836 horarum; triacontaëterides completæ multiplicentur per 7836, ut prodeat numerus horarum, quas totidem triacontaëterides annorum Julianorum ultra annos Hegiræ continent.

3. Fiat ulterius: ut anni 30 ad differentiam inter unum annum Hegiræ & unum annum Julianum ſeu 7836 horas, ita anni completi triacontaëteridis currentis ad differentiam ipſis debitam (§. 272 *Arithm.*).

4. Hæc numero horarum paulo ante invento addatur, erit aggregatum numerus horarum, quas totidem anni Juliani, quot ab initio Hegiræ usque ad annum datum elapſi, præter annos Hegiræ continent.

5. Dividatur ergo hic horarum numerus, ſi major fuerit 8766 horis ſeu integro anno Juliano 365 dierum 6 horarum, per 8766: quotus indicabit numerum annorum Julianorum, quos præter annos Julianos elapſos continet numerus annorum Hegiræ completorum. Quotus tamen unitate augendus eſt, ſi quotus ſuperius *n.* 3 inventus exceſſerit 196.

6. Subtrahatur quotus modo inventus, isque unitate auctus, ſi opus fuerit, a numero annorum Hegiræ completorum; reſiduum eſt numerus annorum Julianorum ab initio Hegiræ elapſorum.

7. Quare cum epocha Hegiræ connectatur cum anno Chriſti 622 (§. 230); illi 622 adjiciantur, ſumma erit annus Chriſti, in quem cadit principium anni Hegiræ propoſiti.

8. Dum numerus horarum, quas præter annos Hegiræ continent anni Juliani numero totidem, quot anni Hegiræ a principio hujus epochæ elapſi, reducitur in annos Julianos, *n.* 5. qui relinquitur numerus, ulterius per 24 dividatur, ut prodeat dierum numerus (quoto ſcilicet unitate aucto, ſi numerus reſiduus fuerit major quam 12), quibus principium anni dati receſſit a principio anni primi Hegiræ.

9. Quoniam itaque principium anni primi Hegiræ a Calendis Januarii 196 dierum intervallo diſtat (§. 227); inde auferatur numerus dierum modo inventus, additis prius, ſi alias ſubtractio fieri nequeat, 365 diebus: ita relinquetur dies, cum quo annorum Hegiræ completorum ultimus finitur.

 10.

10. Quodſi dies anni primus hac methodo inventus non concordet cum feria, in quam vi probl. 36 (§.353) cadit anni principium; ad eam reducendus eſt.

E. gr. Annus Hegiræ currens eſt 1127: ejus adeo principium in anno Juliano ita invenitur.

1126 (37 Triacontaëterides,
3) 9 0

22 Exceſſ. anni Jul. 7836
21 ſupra annum Heg. 37

Anni 16 54852
23508

Exceſſ. in 37 Triacont. 289932 hor.
30 A. — 7836 — 16 A?
16

47016
7836

3) 125376 (4179 Exceſſ. in
12::0 Annis 16

5::
3::

23:
21:

27
27

6 hor.

Exceſſ. in 37 Triacont. 289932
in 16 Annis 4179

Exceſſ. integer 294111 (33 A.
8766) 26298 1

31131 34
26298

Hor. 4833

Anni Heg. Completi 1126
Anni ſubtrah. 34

Anni Jul. ab Heg. elapſi 1092
Anni Chriſti add. 622

Annus Chriſti quæſ. 1714
4833 (201 dies ſubtr.
24) 48 561

33 360 diſt. a Calend. Jan.
24

9

Finitus ergo annus Hegiræ 1126 d. 26 Decemb. A. 1714 ſtyli veteris, adeoque præſens 1127 cœpit d. 27 Decemb. A. 1714.

*PROBLEMA 38.*

356. *Dato principio anni Hegiræ dati in anno Juliano ipſi reſpondente, invenire dies anni Juliani, in quos cadunt initia menſium reliquorum.*

RE-

*RESOLUTIO.*

1. Ad diem anni Juliani in quem incidit neomenia Muharram ſeu initium anni Hegiræ dati, addantur dies collecti menſium completorum Muhamedicorum.
2. Ab aggregato auferantur dies collecti menſium completorum Julianorum, quorum numerum illorum numero proxime minorem eſſe oſtendit laterculus ſupra exhibitus. Numerus reſiduus oſtendet diem menſis Juliani, in quem cadit initium menſis dati.

E. gr. Annus præſens Hegiræ 1127 cœpit d. 27 Decemb. A. 1714 ſtyl. vet. quæritur initium menſis Rajab

Init. anni 27 Decemb.
177 Dies collect. Jomadæ poſter.

204 Diſtantia Rajab a Calendis Decembr.
31 Decemb.

173 diſt. Rajab a Cal. Jan.
151 Dies Collect. usque ad Jun.

init. Rajab 22 Junii

*COROLLARIUM.*

357. Dato initio menſis Muhamedani in anno Juliano, haberi etiam poteſt dies anni Juliani reſpondens diei cuicunque menſis Muhamedani dato.

*FINIS Chronologiæ.*

# Errata ita corrigenda.

| Pag. | Lin. | Errata | Corrigenda. |
|---|---|---|---|
| 721 | 3 | 460 | 1460 |
| 724 | 15 | Λιμίτριος | Δημήτριος |
| | 26 | Casleu | Cisleu |
| 725 | 26 | 29 | 30 |
| 734 | 13 | dele | quod |
| 743 | 2 | 2488 | 2468 |
| 762 | 31 | undecim | quatuor decim |
| | | undecimus | decimus quartus |
| 763 | 6 | 3 April. | 13 April. |

# ELEMENTA GNOMONICÆ.

# PRÆFATIO.

PLerique Autores, qui de Gnomonica commentati ſunt, praxes tantum tradunt varias, demonſtrationes prorſus prætermittunt. Quidam in demonſtrando adeo ſunt diffuſi, ut vel patientisſimi attentionem fatigent; quidam rationes quasdam attuliſſe contenti, quæ a forma verarum demonſtrationum procul abſunt. Nos cum in antecedentibus rigorem veterum in demonſtrando obſervaverimus, quantum fieri potuit, elementa quoque Gnomonices perſpicue demonſtramus, ut adeo ſolidam artis cognitionem ex iis haurire liceat. Quoniam tamen Gnomonica ad praxin tota tendit, nec ſubſidiariam theoriam aliis diſciplinis ſubminiſtrat, a rigore ſummo, quo in Arithmetica inprimis & Geometria uſiſumus, conſulto abſtinemus; ne ſtudium Gnomonicum in ſe jucundum tædiis implicetur. Monemus autem, ne demonſtrationes difficulta-

tem faceſſant, elementa Sphæricorum & partem Aſtronomiæ Sphæricam accurata induſtria ante evolvi debere, antequam ad Gnomonicam acceſſus concedatur. Hæc enim a motu primo ſiderum, præſertim Solis, ſeu diurna vertigine Telluris tota pendet, motus vero primus ſiderum ſine doctrina Sphærica intelligi nequit. Quodſi tamen alicui libuerit ſolas praxes addiſcere, is demonſtrationes per nos omittat: eas enim ut in diſciplinis reliquis, ita in Gnomonica quoque a praxibus ſatis manifeſto diſtinximus. Multum autem & jucunditatis, & utilitatis habet ſtudium Gnomonicum: unde ne hac quoque in re meam deſiderari paterer induſtriam, varia horologiorum portatilium genera, quæ ab artificibus fabrefiunt, una deſcribere libuit. Quæ ex Chronologia ſupponuntur, pauca ſunt: Sufficit enim caput ejus primum de vario horarum diſcrimine perlegiſſe. Imo cum nos elementa noſtra in gratiam Europæorum unice conſcribamus; ſuperflua fere judicanda ſunt, quæ de horis babylonicis, Judaicis, aliisque horologio ſciaterico inſcribendis paſſim præcipiuntur.

ELE-

# ELEMENTA GNOMONICÆ.

## CAPUT I.

## De HOROLOGIIS SOLARIBUS PRIMARIIS.

### *DEFINITIO* I.

1. GNomonica eſt ſcientia delineandi horologia ſolaria atque ſiderea in plano quocunque dato & variis corporum ſuperficiebus datis.

### *SCHOLION.*

2. *Vocatur etiam* Sciaterica, *quia mediante umbra alicujus gnomonis horas diſtinguit. Nonnulli* Photoſciatericam *appellant, quia etiam mediante luce ſolari interdum horæ diſcernuntur. Quidam denique* Horologiographiam *dicunt.*

### *DEFINITIO* 2.

3. *Horologium ſolare* ſeu *Sciatericum* eſt deſcriptio linearum in plano dato aut in ſuperficie corporis cujuscunque data, ea ratione facta, ut umbra gnomonis vel radius Solis per ejus foramen aliquod tranſmiſſus data hora lineas datas attingat.

### *SCHOLION.*

4. *Diverſitas adeo horologiorum ſolarium a diverſo planorum ſitu & diverſa ſuperficierum figura pendet, in quibus deſcribuntur.*

### *DEFINITIO* 3.

5. *Horologium æquinoctiale* eſt, quod in plano æquinoctiali deſcribitur. Vocatur *ſuperius*, ſi Zenith reſpicit; *inferius* autem, ſi ad Nadir convertitur.

### *COROLLARIUM* I.

6. Quoniam Sol ſuperficiem ſuperiorem plani æquinoctialis illuſtrat, quamdiu apud nos, in hemiſphærio nempe boreali, declinationem borealem habet (§. 67. 164 *Aſtron.*); horologium æquinoctiale ſuperius horas tantum indicare valet vere atque æſtate (§. 78. 109 *Geogr.*).

### *COROLLARIUM* 2.

7. Similiter quia Sol ſuperficiem plani æquinoctialis inferiorem illuſtrat, quamdiu apud nos declinationem auſtralem habet (§.67.164 *Aſtron.*); horologium æquinoctiale inferius horas tantum monſtrat autumno atque hieme (§. 79. 104 *Geogr.*).

### *COROLLARIUM* 3.

8. Quare ſi per integrum annum horo-

horologii æquinoctialis uſus eſſe debet; ſuperius cum inferiori eſt conjungendum.

### COROLLARIUM 4.

9. Quoniam Sol per diem integrum alterutram plani æquinoctialis ſuperficiem illuſtrat; horologium æquinoctiale omnes diei naturalis horas monſtrare valet.

### DEFINITIO 4.

10. *Horologium horizontale* eſt, quod in plano horizontali deſcribitur.

### COROLLARIUM.

11. Cum Sol planum horizontale omni anni tempore illuſtrare poſſit, quamdiu ſuper horizonte exiſtit; horologium horizontale per totum annum omnes diei naturalis horas monſtrare valet.

### SCHOLION.

12. *Perfectius adeo horologium ſolare deſiderari nequit.*

### DEFINITIO 5.

13. *Horologium verticale* eſt, quod deſcribitur in plano circuli verticalis.

### DEFINITIO 6.

14. *Horologium meridionale* eſt, quod in ſuperficie circuli verticalis primarii, quæ plagam meridionalem reſpicit, deſcribitur.

### COROLLARIUM.

15. Quoniam Sol planum circuli verticalis primarii, quæ meridiem reſpicit, tum demum illuſtrat, cum a verticali primario ad meridianum vel inde rurſus ad illum tendit; in circulo autem verticali primario 6 ante vel poſt meridiem horis exiſtit (§. 81. 64. 79 *Aſtron*): horologium meridionale horas ante meridiem a ſexta usque ad duodecimam & poſt meridiem a duodecima usque ad ſextam monſtrat.

### DEFINITIO 7.

16. *Horologium ſeptentrionale* eſt, quod in ſuperficie circuli verticalis primarii, quæ ſeptentrionem reſpicit, deſcribitur.

### COROLLARIUM 1.

17. Cum Sol ſuperficiem iſtam non illuſtret, niſi dum ab ortu ad circulum verticalem primarium vel ab eo ad occaſum tendit, in verticali autem primario hora ſexta ante & poſt meridiem exiſtit (§. §. *cit. Aſtron.*); horologium ſeptentrionale monſtrat horas matutinas ſexta anteriores & veſpertinas ſexta poſteriores.

### COROLLARIUM 2.

18. Quia Sol autumno & hieme ante horam ſextam matutinam non oritur, ante ſextam veſpertinam vero occidit; horologii ſeptentrionalis toto iſto tempore uſus nullus eſt.

### COROLLARIUM 3.

19. Quodſi tamen jungatur meridionali; defectum ejus ſupplet (§. 16. 17).

DE-

*DEFINITIO 8.*

20. *Horologium orientale* eſt, quod in ſuperficie meridiani, quæ orientem reſpicit, deſcribitur.

*COROLLARIUM.*

21. Quia Sol planum meridiani, qua orientem reſpicit, nonniſi ante meridiem illuſtrat; horologium orientale tantum horas antemeridianas oſtendit.

*DEFINITIO 9.*

22. *Horologium occidentale* eſt, quod in ſuperficie meridiani, quæ occidentem reſpicit, deſcribitur.

*COROLLARIUM 1.*

23. Quia Sol planum meridiani, qua occidentem reſpicit, nonniſi poſt meridiem illuſtrat; horologium occidentale tantum horas pomeridianas monſtrat.

*COROLLARIUM 2.*

24. Quare ſi jungatur horologio orientali, omnes diei horas per totum annum addiſcere licebit.

*DEFINITIO 10.*

25. *Horologium polare* eſt, quod in plano deſcribitur per polos mundi & cardines orientis atque occidentis transeunte. Dicitur *ſuperius*, ſi Zenith reſpicit; *inferius*, ſi adverſus Nadir dirigitur.

*COROLLARIUM 1.*

26. Inclinatur adeo ad horizontem ſub angulo elevationi poli æquali.

*COROLLARIUM 2.*

27. Quoniam planum polare ΓOQS per cardines orientis O & occidentis S tranſit (§. 25), inter ipſum & meridianum quadrans æquatoris intercipitur (§. 80. 81 *Aſtron.*). Conſequenter ſuperficies ſuperior a Sole illuſtratur ab hora ſexta matutina usque ad ſextam veſpertinam; inferior autem ab ortu usque ad horam ſextam matutinam, & ab hora ſexta veſpertina usque ad occaſum. Monſtrat adeo horologium polare inferius horas matutinas ab ortu Solis usque ad horam ſextam & veſpertinas ab hora ſexta usque ad occaſum: ſuperius autem horas a ſexta matutina usque ad ſextam veſpertinam. Tab. I. Fig. 1.

*DEFINITIO 11.*

28. *Circuli horarii* ſeu *horarum* dicuntur circuli maximi per polos ſphæræ mundanæ transeuntes & quindecim graduum intervallo a ſe invicem diſtantes.

*COROLLARIUM.*

29. Quia per polos æquatoris transeunt (§. 40 *Aſtron.*), eundem ad angulos rectos ſecant (§. 28 *Sphæric.*). Eſt adeo diſtantia eorum arcus æquatoris 15 graduum (§. 54 *Sphæric.*).

*PROBLEMA 1.*

30. *Horologium æquinoctiale ſuperius deſcribere.* Tab. I. Fig. 2.

*RESOLUTIO.*

1. Ex centro C deſcribatur circulus

lus ABDE & per diametros AD atque BE ſe mutuo ad angulos rectos ſecantes dividatur in quadrantes AB, BD, DE & EA.

2. Quilibet quadrans ulterius ſubdividatur in ſex partes æquales per rectas C 1, C 2, C 3 &c. erunt hæ rectæ lineæ horariæ.

3. Per centrum C trajiciatur ſtylus ad planum ABDE perpendicularis.

Dico, ſi horologium ita elevetur, ut ſit in plano æquatoris, & linea C 12 ſit in plano meridiani, punctumque A auſtrum reſpiciat, umbram ſtyli monſtraturam horas & antemeridianas, & pomeridianas.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam circuli horarii arcus æquatoris quindecim graduum intercipiunt (§. 29), planum vero ABDE in plano æquatoris exiſtit *per hypoth.* circuli quoque horarii arcus quindecim graduum circuli ABDE intercipiunt. Quare cum anguli 12. C. 11, 11. C. 10, 10. C. 9 &c. ſint 15 graduum *per conſtructionem*; lineæ C. 12, C. 11, C. 10, C. 9 &c. ſunt interſectiones circulorum horariorum & plani æquinoctialis: Porro cum ſtylus per centrum C tranſiens ſit axis mundi, quoniam ejus a centro terræ diſtantia parvitatis contemnendæ (§. 137 *Aſtron.*) & circuli horarii communem hanc diametrum habent (§. 28); umbra ejus teget horam C. 12, ſi Sol fuerit in meridiano ſeu circulo horæ duodecimæ; C. 11, ſi fuerit in circulo undecimæ; C. 10, ſi in circulo decimæ extiterit &c. *Q. e. d.*

*SCHOLION 1.*

31. *Horologium æquinoctiale optime ita elevabitur, ut in plano æquatoris exiſtat, ſi triangulum rectangulum ex ligno exſcindatur, cujus angulus obliquus ad baſin ſit elevationi æquatoris æqualis, atque horologium ejus hypothenuſæ applicetur, ut vero linea A D in planum meridiani redigi queat, linea meridiana inveniri debet* (§. 112 Aſtron.).

*SCHOLION 2.*

32. *Circa æquinoctia, quando Sol prope æquatorem movetur, horologia æquinoctialia a Sole colluſtrari nequeunt.*

*PROBLEMA 2.*

33. *Horologium æquinoctiale inferius deſcribere.*

*RESOLUTIO.*

Non differt deſcriptio hujus horologii a deſcriptione horologii æquinoctialis ſuperioris, niſi quod ultra lineam horæ ſextæ nullæ deſignentur lineæ horariæ (§. 7).

*PROBLEMA 3.*

34. *Horologium æquinoctiale univerſale conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

1. Conjungantur duo plana eburnea vel orichalcea ABCD & CDEF ad angulum mobilem. Ta I Fi 3.
2. In ſuperiori ſuperficie plani AB CD

CD deſcribatur horologium æquinoctiale ſuperius (§. 30); in inferiori inferius (§. 33) & per centrum I ſtylus debite trajiciatur.

3. In plano DEFC excavetur pyxis, eique immittatur acus magnetica G.

4. Firmetur ad idem quadrans orichalceus HL in ſuos gradus accurate diviſus & tranſiens per foramen in plano ABCD excavatum.

Cum enim ipſum ope acus magneticæ ita conſtitui poſſit, ut linea I. 12 ſit in plano meridiani, & ope quadrantis ita attolli queat, ut angulus BCF ſit elevationi æquatoris æqualis: horologium ubivis terrarum uſui eſſe poteſt. *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

35. *Horologia æquinoctialia omnium faciliime deſcribuntur, quia lineæ horariæ æquales angulos comprehendunt.*

*PROBLEMA 4.*

36. ***Ope horologii (ſeu circuli) æquinoctialis in plano quovis horologium deſcribere.***

*RESOLUTIO.*

1. Sit e. gr. horologium in plano horizontali deſcribendum. Tum in plano ABDC immobili inveniatur linea meridiana GF (§. 112 *Aſtron.*), vel in plano mobili pro arbitrio aſſumatur.

2. Ope trianguli EKF, cujus baſis lineæ meridianæ GF congruat, horologium æquinoctiale H ita elevetur, ut index GI ſit axi mundano parallelus (id quod obtinetur, ſi angulus KEF fuerit elevationi poli æqualis) atque linea horæ duodecimæ horologii immineat lineæ meridianæ plani aut baſi trianguli.

3. Quodſi noctu candela accenſa axi GI ſucceſſive ita obvertatur, ut umbra indicis ſeu ſtyli GI lineæ horariæ uni poſt alteram congruat; umbra eadem in plano ABDC lineas horarias deſignabit.

Quodſi ergo ceruſſa notentur in umbris puncta & per ea in G poſtea ducantur rectæ, index in G juxta angulum IGF infixus ad lucem Solis horas umbra ſua indicabit.

*SCHOLION.*

37. *Quodſi horologium in plano verticali ſit deſcribendum, circulo æquinoctiali ut ante debite elevato, index GI protrudatur, donec apex I planum attingat. Quodſi plana fuerint ad horizontem inclinata, quærenda eſt elevatio poli ſuper iisdem, & huic angulus trianguli KEF æqualis fiat neceſſe eſt.*

*PROBLEMA 5.*

38. ***Horologium horizontale deſcribere.***

*RESOLUTIO.*

1. Ducatur linea meridiana AB in plano dato immobili (§. 112 *Aſtron.*), vel in mobili ad arbitrium aſſumatur. Tab. I. Fig. 5.

2. Ex

2. Ex C ad libitum aſſumto erigatur perpendicularis CD & fiat angulus CAD elevationi poli æqualis.

3. In D fiat itidem angulus CDE æqualis elevationi poli, ducaturque recta DE ipſi AB in E occurrens.

4. Fiat porro EB = ED & ex centro B radio EB deſcribatur quadrans EBF, & in ſex partes æquales dividatur.

5. Per E ducatur recta GH ſecans AB ad angulos rectos (§. 201 *Geom.*).

6 Ex centro B per ſingula puncta diviſionum quadrantis EF ducantur rectæ B*a*, B*b*, B*c*, B*d*, BH, occurrentes lineæ GH in punctis *a*, *b*, *c*, *d* & H.

7. Ex E in rectam EG transferantur intervalla E*a*, E*b* &c. nempe E*a* ex E in *e*, E*b* ex E in *f*, E*c* ex E in *g* &c.

8. Ex centro A deſcribatur circellus & regula ad A & puncta diviſionum *a*, *b*, *c*, *d*, H & *e*, *f*, *g*, *h*, G, applicata ducantur rectæ A. 11, A. 10, A. 9, A. 8, A. 7 & A. 1, A. 2, A. 3, A. 4, A. 5.

9. Per A ducatur recta 6. 6, ad AB perpendicularis.

10. Recta A. 7 continuetur ultra circellum in 7, A. 8 in 8, A. 5 in 5 & A. 4 in 4.

11. Totum ſchema figura quadrata, ovali, vel circulari circumſcribatur.

12. Denique in A index horarius infigatur faciens cum linea meridiana AB angulum DAC elevationi poli æqualem; vel in C erigatur ſtylus perpendicularis ipſi CD æqualis; vel ad AE firmetur lamina triangularis ADE, quæ ſit ad planum horologii perpendicularis.

Dico lineas A. 11, A. 10, A. 9 &c. eſſe lineas horarias antemeridianas; A. 1, A. 2, A. 3 &c. pomeridianas & omnium iſtorum indicum umbram horis datis lineas horarias convenientes attingere debere.

### DEMONSTRATIO.

Cogitemus triangulum ADE ita erigi ſuper linea meridiana AE, ut ſit ad planum horologii horizontalis perpendiculare, & in plano juxta angulum DEA inclinato deſcriptum eſſe circulum æquinoctialem in 24 horas ſeu arcus æquales diviſum: erit AD index horologii æquinoctialis (§. 30). Quodſi lineæ horologii ejusdem horariæ producantur, donec occurrant lineæ contingentiæ GH plani horizontalis PQ & æquinoctialis GI: patet lineas, ex A per puncta interſectionum lineæ contingentiæ GH ductas, eſſe lineas horarias horologii horizontalis. Ponamus jam planum æquinoctiale

GI

GI demitti, donec coincidat cum plano horizontali PQ, tum ED cadet in EB & quadrans unus circuli æquinoctialis cadet in EFB, lineæque horariæ horologii æquinoctialis productæ adhuc ſecabunt lineam contingentiæ in iisdem punctis (§.169 *Geom.*). Patet ergo puncta interſectionum in linea contingentiæ haberi, ſi fiat EB ipſi ED ſeu radio circuli æquinoctialis æqualis, & hoc radio deſcripto quadrante EFB atque in 6 partes æquales diviſo, per ſingula diviſionum puncta ex centro B agantur rectæ lineæ contingentiæ in *a*, *b*, *c*, *d* & H occurrentes. *Q. e. d.*

## *SCHOLION* I.

Tab. I. Fig. 7. 37. *Quodſi triangulum ADE in ipſo plano horologii delineare nolueris, ſeorſim conſtrui poteſt. Fiat nempe triangulum ADE ad D rectangulum, ita ut angulus E ſit elevationi æquatoris æqualis; erit A elevationi poli æqualis: &, ſi horologium horizontale deſcribere volueris, hypothenuſa trianguli AE transferatur in lineam meridianam plani horizontalis ex A in E, & radius circuli æquinoctialis ED in eandem lineam ex E in B.* Fig. 5.

## *COROLLARIUM* I.

Tab. I. Fig. 8. 38. Quodſi ſuper extremitate IK horologii horizontalis erigatur ad angulos rectos planum verticale IKNM & index horarius AL horizontalis horologii IKPO producatur, donec plano verticali in L occurrat, tandem ex L ad lineam contingentiæ IK ducantur rectæ, ubi a lineis horariis horologii horizontalis ſecatur: erunt eædem lineæ horariæ horologii meridionalis (§. 14) & AL index utriusque horologii communis.

## *SCHOLION* 2.

39. *Hac ratione vulgo conſtrui ſolent horologia ſolaria portatilia, quæ ope acus magneticæ O ad plagas mundi diriguntur, filo indicis vicem obeunte, ut operculum IMNK circa IK volubile ad pyxidem IKOL demitti poſſit.*

## *COROLLARIUM* 2.

40. Quodſi EB ſumatur pro ſinu toto, erunt E*a*, E*b*, E*c*, E*d*, EH tangentes, angulorum, quos circuli horarii cum meridiano intercipiunt. Unde data recta EB invenientur E*a*, E*b*, E*c*, E*d*, EH per trigonometriam (§. 38 *Trig.*). Tab. I. Fig. 5.

## *SCHOLION* 3.

41. *Ut puncta interſectionum* a, b, c, d, *H in linea contingentiæ per calculum determinentur, conſultum inprimis eſt, ſi horologia majora deſcribere volueris.*

## *COROLLARIUM* 3.

42. Immo quia angulus EB*a* 15°, EB*b* 30°, EB*c* 45°, EB*d* 60°, EBH 75°; ſi EB dividatur in particulas 1000, erit per Canonem tangentium E*a* 267, E*b* 577, E*c* 1000, E*d* 1732, EH 3732.

## *SCHOLION* 4.

43. *Hanc ego optimam judico lineam contingentiæ GH dividendi methodum.*

## *COROLLARIUM* 4.

44. Quodſi ED ſumatur pro ſinu toto; erit EC ſinus anguli CDE ſeu elevationis poli, & DC ſinus anguli CED ſeu Tab. I. Fig. 5.

ſeu elevationis æquatoris adeoque per canonem ſinuum dantur EC & CD in iſtiusmodi particulis, quarum ED eſt 1000.

### COROLLARIUM 5.

45. Porro cum in triangulo ACD ad C rectangulo ſit CD ad AC ut EC ad CD (§. 312 *Geom.*); datis EC & CD (§. 44), reperietur CA (§. 272 *Arithm.*).

### COROLLARIUM 6.

46. Quoniam itaque ex recta ED five EB aſſumta lineæ EC & CA inveniri poſſunt (§. 44. 45); polus horologii horizontalis EA per calculum determinari poteſt.

### COROLLARIUM 7.

Tab. II. Fig. 8. 47. Similiter cum in triangulo AEL ad E rectangulo angulus A ſit elevationi poli æqualis, ſi AE ſumatur pro ſinu toto, erit EL tangens elevationis poli (§. 7 *Trigon.*), adeoque ſi AE in 1000 particulas dividatur, per canonem tangentium dabitur quoque EL in iſtiusmodi particulis, conſequenter polus horologii meridionalis L facile determinatur. Quodſi AL pro ſinu toto ſumatur, erit AE ad EL ut coſinus elevationis poli ad ejus ſinum.

### SCHOLION 5.

48. *Linea in particulas 1000 eodem artificio dividuntur, quo ſcala Geometrica parantur.*

### COROLLARIUM 8.

Tab. I. Fig. 5. 49. Quodſi altitudo ſtyli perpendicularis CD aſſumatur, ob angulum A elevationi poli æqualem, reperietur AC (§. 34 *Trigon.*) & hinc porro CE (§. 312 *Geom.*) atque ED (§. 34 *Trigon.*), tandemque dividetur GH (§. 41).

### PROBLEMA 6.

50. *Horologium meridionale delineare.*

### RESOLUTIO.

1. In plano circuli verticalis primarii, quo auſtrum reſpicit, ducatur linea meridiana AB (§. 312 *Aſtron.*) & aſſumto intervallo AC ad arbitrium pro magnitudine futuri horologii in C erigatur perpendicularis indefinitæ magnitudinis CD, factoque angulo CAD elevationi æquatoris æquali ducatur recta AD perpendiculari CD in D occurrens. Tab. I. Fig. 9.
2. Fiat porro in D angulus CDE itidem elevationi æquatoris æqualis, ducaturque recta DE ſecans meridianam in E.
3. Per E ducatur recta GH, quæ ſecet meridianam AB ad angulos rectos.
4. Fiat EB = ED & hoc radio deſcribatur quadrans EF: reliqua ut in problemate præcedente abſolvantur, niſi quod horæ pomeridianæ verſus dexteram, antemeridianæ verſus ſiniſtram inſcri-

ſcribendæ, prout ex ſchemate intelligitur.

6. In puncto A infigatur ſtylus obliquus ſub angulo elevationi æquatoris æquali; vel in C ſtylus perpendicularis ipſi CD æqualis; vel denique lamina triangularis ADE ita erigatur ſuper AE, ut ſit ad planum horologii perpendicularis.

Dico, omnes hos indices umbram ſuam in lineas horarias datas datis horis eſſe projecturos.

*DEMONSTRATIO.*

Quodſi cogitemus, GH eſſe lineam contingentiæ plani æquinoctialis & verticalis primarii & illud ad hoc ita inclinari, ut index horologii æquinoctialis AD plano verticali in A occurrat, ipſum vero ſit inclinatum ad idem ſub angulo DEA elevationi poli æquali; demonſtratio problematis præcedentis in demonſtrationem præſentis facile mutabitur. Quod vero horæ pomeridianæ in horologio meridionali verſus dextram compareant, quæ in horizontali verſus ſiniſtram inſcribuntur & contra; a diverſo ſitu horologiorum pendet: cum enim dextrum horologii meridionalis latus orientem reſpiciat, umbra vero corporum in locum ſoli oppoſitum (§. 124 *Optic.*), adeoque ante meridiem verſus occidentem tendat horæ antemeridianæ omnino verſus ſiniſtram, pomeridianæ autem verſus dexteram comparere debent. Ultra horam ſextam vero nulla comparet alia, quia horas monſtrare nequit mane ante ſextam, nec indicat veſperi poſt ſextam (§. 15).

*COROLLARIUM* I.

52. Cum linea contingentiæ GH in horologio meridionali eadem prorſus ratione dividatur in partes E*a*, E*b*, E*c* &c. qua in horizontali dividitur (§. 38); ſi EB in 1000 particulas ſecetur, erit E*a* 267, E*b* 577, E*c* 1000, E*d* 1732, EH 3732 (§. 42).

*COROLLARIUM* 2.

53. Quodſi magnitudo ſtyli perpendicularis CD aſſumatur ut data; ob datum angulum CAD elevationi æquatoris æqualem reperietur AC & inde porro CE, tandemque EB ut ſupra (§. 44 & *ſeqq.*), adeoque denuo omnia ad delineationem horologii neceſſaria per calculum determinari poſſunt.

*SCHOLION.*

54. *Calculo utendum eſt, quoties horologia magna delineanda, quia accuratius omnia reperiuntur, quam per conſtructionem Geometricam, ubi exiguus circa quantitatem angulorum commiſſus error ingentem ſane errorem in diviſione lineæ contingentiæ GH inducit.*

*PROBLEMA* 7.

55. *Horologium ſeptentrionale delineare.*

*RESOLUTIO.*

Tab. II. Fig. 10. 1. Ducatur linea meridiana EB (§. 112 *Aſtron.*) & ex A deſcribatur radio arbitrario circellus.

2. Fiat ad A angulus DAC elevationi æquatoris æqualis &

3. Ex C pro arbitrio aſſumto erigatur perpendicularis CD, quæ occurrat ipſi AD in D.

4. Fiat angulus CDE itidem elevationi æquatoris æqualis, ducaturque recta DE ipſi AE in E occurrens.

5. Fiat IB = ED.

6. Per I agatur recta GH ipſam SB ſecans ad angulos rectos &

7. Ex centro B radio IB deſcribatur quadrans in ſex partes æquales dividendus.

8. Per duo extrema diviſionum puncta ex centro B ducantur rectæ B*d* & BH ipſi GH occurrentes in *d* & H, fiatque I*b* = I*d* & IG = IH.

9. Applicata regula ad A & *d* atque H, itemque ad A & *b* atque G ducantur rectæ A. 5, A. 4, itemque A. 7 & A 8.

10. In A infigatur index obliquus AD faciens cum linea meridiana in plano meridiani angulum DAE elevationi æquatoris æqualem; vel index perpendicularis in C ipſi CD æqualis; vel indicis loco affigatur lamina triangularis EDA, ita ut ſit ſuper linea meridiana EA ad planum horologii perpendicularis.

Dico, A. 4, A. 5, A. 6 eſſe horas antemeridianas, A. 6, A. 7, A. 8 pomeridianas, & eas ab umbra indicis ſive obliqui, ſive recti, ſive triangularis indicari.

*DEMONSTRATIO.*

Quodſi cogitemus planum cum horologio æquinoctiali ita inclinari ad ſeptentrionale, ut cum eo efficiat angulum DEA elevationi poli æqualem & ſtylus per centrum ejus D tranſiens in A eidem occurrat; eodem modo, quo in antecedentibus (§. 36. 50), patebit, rectas ex A per *d* & H, itemque *b* & G ductas eſſe lineas horarias, numero quidem nonniſi quatuor, quia nonniſi quartam & quintam matutinam & ſeptimam atque octavam veſpertinam monſtrare valet horologium ſeptentrionale (§. 17). Quoniam vero ſiniſtrum horologii latus orientem, dextrum vero occidentem reſpicit; horæ matutinæ verſus dexteram, veſpertinæ verſus ſiniſtram comparere debent, cum umbra in plagam Soli oppoſitam tendat (§. 124 *Optic*).

*COROLLARIUM.*

56. Quoniam omnes trianguli DEA lineæ & anguli iidem ſunt, qui in delinea

lineatione horologii meridionalis occurrunt; per calculum quoque eodem modo determinantur, quem ſupra (§. 52. 53) expoſuimus.

Tab. II. Fig. 9.

## SCHOLION.

57. *Quodſi in horologio meridionali lineas horarum 4 & 5, itemque 7 & 8 ultra lineam 6 A 6 continues & triangulum ADE circa polum A vertas donec AE ipſi A. 12 in directum jaceat; evidens eſt (§. 55), horologium ſeptentrionale haberi, modo obſerventur, quæ de horarum inſcriptione oſtendimus.*

## PROBLEMA 8.

58. *Horologium orientale delineare.*

Tab. I. Fig. 1.

## RESOLUTIO.

1. In plano meridiani, quod orientem reſpicit, ducatur recta AB horizonti parallela, eique jungatur AK faciens cum ipſa angulum KAB elevationi æquatoris æqualem.
2. Radio DE deſcribatur circulus & per centrum D agatur recta EC ad AK perpendicularis, ut in quatuor quadrantes circulus dividatur.
3. Singuli quadrantes dividantur ulterius in ſex partes æquales.
4. Ex centro D per diviſionum puncta ducantur rectæ D. 4, D. 5, D 7, D. 8, D. 9, D. 10, D. 11.
5. In D erigatur ſtylus radio DE æqualis & ad planum perpendicularis, vel ſuper binis fulcris in E & C perpendiculariter infixis & eidem radio DE æqualibus firmetur virga ferrea ipſi EC parallela.

Dico, utrumque indicem horis datis umbram projicere in lineas horarias 4. 4, 5. 5, 6. 6 &c.

Tab. II. Fig. 12.

## DEMONSTRATIO.

Cogitemus enim planum cum horologio æquinoctiali ita applicari ad rectam FG, ut ſit ad planum meridiani perpendiculare; erit horologium æquinoctiale in ſitu conveniente & index ejus parallelus lineæ EC (§. 169 *Geom.*) Quodſi lineæ horariæ horologii æquinoctialis producantur, donec rectæ FG in 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10 & 11 occurrant, erunt eadem puncta, in quæ cadit umbra indicis paralleli horis 4. 5. 6. 7. 8 &c. Sed ſi cogitemus planum æquinoctiale ita demitti, ut, dum ſuper meridianum cadit, linea horæ ſextæ, ſeu diameter ejus congruat rectæ CE; lineæ horariæ horologii æquinoctialis productæ adhuc in iisdem punctis occurrent rectæ FG. Cum enim lineæ DE. & E. 7, E. 8, E. 9 &c. in utroque ſitu horologii eædem ſint, & angulum rectum DEG intercipiant; erunt quoque hypothenuſæ cognomines in utroque caſu D. 7, D. 8, D. 9 &c. & anguli cognomines ED 7, ED 8, ED 9 &c. æquales (§. 169 *Geom.*). Patet

 adeo

adeo lineas horarias recte fuiſſe determinatas & indicem decenter infixum. *Quod erat unum.*

Quod vero nullæ horæ pomeridianæ huic horologio inſcribi queant, patet ex ſuperioribus (§. 21). *Quod erat alterum.*

*COROLLARIUM.*

59. Si DE ſumatur pro ſinu toto; erunt E. 7, E. 8, E. 9 &c. tangentes angulorum ED 7, ED 8, ED 9 &c. conſequenter diviſio rectæ FG eodem, quo ſuperius (§.42) modo, per calculum abſolvitur.

*PROBLEMA 9.*

60. *Horologium occidentale delineare.*

*RESOLUTIO.*

Tab. II. Fig. 13. Conſtructio prorſus eadem, quæ horologii orientalis, niſi quod ſitus ſit inverſus & horæ aliter inſcribantur: quæ omnia ex inſpectione figuræ levi attentione adhibita manifeſta ſunt.

*PROBLEMA 10.*

61. *Horologium polare ſuperius deſcribere.*

*RESOLUTIO.*

Tab III. Fig. 14.

1. Ducatur recta AB horizonti parallela, & ſi planum fuerit immobile, inveniatur linea meridiana CE.
2. Dividatur EC in duas partes æquales & per C ducatur recta FG ipſi AB parallela.
3. Ex centro D intervallo DE deſcribatur quadrans & in ſex partes æquales dividatur.
4. Ex eodem centro D per ſingula diviſionum puncta ducantur rectæ D.1, D.2, D.3, D.4, D.5 & intervalla E.1, E.2, E.3, E.4, E.5 transferantur quoque in oppoſitum ex E in 11, 10, 9, 8 & 7.
5. Ex punctis 5, 4, 3, 2, 1 &c. excitentur perpendiculares rectæ FG in punctis cognominibus occurrentes.
6. In D erigatur ſtylus perpendicularis, ipſi DE æqualis, vel ſuper binis fulcris ejusdem magnitudinis in E & C erectis firmetur virga ferea transverſa.

Dico, 12.12, 1.1, 2. 2, 3.3, &c. eſſe lineas horarias conveniente tempore ab umbra indicum monſtrandas.

*DEMONSTRATIO.*

Demonſtratio eadem, quæ problematis 9 (§. 58).

*COROLLARIUM 1.*

62. Data quantitate rectæ DE, ſegmenta E.1, 1.2, 2.3 &c. rectæ AB per calculum ut ſupra determinantur (§. 42).

*SCHOLION 1.*

63. *Horologium polare ſuperius nonniſi ſitu differt*

*differt & horarum inſcriptione ab horologiis orientali & occidentali juxta ductum lineæ horæ ſextæ combinatis.*

## COROLLARIUM 2.

64. Quodſi deleantur horæ antemeridianæ 9, 10, 11 & pomeridianæ 1, 2, 3 cum ipſa meridiana 12, relictis tantum antemeridianis 4 & 5, pomeridianis 7 & 8; habebimus horologium polare inferius (§. 27).

## SCHOLION 2.

65. *Quoniam Sol planum polare ſuperius attingit ſtatim poſt horam ſextam matutinam, nec prorſus relinquit, niſi hora ſexta veſpertina; ſi pars ſextæ quadrantis ſupremæ bifariam ſecetur, linea ex centro D per punctum diviſionis ducta deſignabit in AB producta punctum, in quod cadit umbra ante meridiem h. 6. 30′, a meridie h. 5. 30. Et eodem modo altera horæ ſextæ medietas in horologium inferius transferri poteſt.*

## PROBLEMA II.

66. *Eidem trunco omnia horologia ſolaria primaria una inſcribere.*

## RESOLUTIO.

1. Sit planum ABCD in vero trunci ſitu horizontale, eique adeo inſcribatur horologium horizontale (§. 38).
2. Ducantur rectæ EM & FL ipſi DC parallelæ, quæ adeo erunt in vero ſitu trunci horizonti parallelæ. Planum BNMC faciat cum EM angulum elevationi poli æqualem CME, eique inſcribatur horologium polare ſuperius (§. 61).
3. Planum oppoſitum ADE faciat cum EM angulum elevationi æquatoris æqualem DEM, eique inſcribatur horologium æquinoctiale ſuperius (§. 30).
4. Planum KLHI faciat cum FL angulum elevationi æquatoris æqualem HLF, eique inſcribatur horologium æquinoctiale inferius (§. 33).
5. Planum oppoſitum FG faciat cum FL angulum elevationi poli æqualem FGL, eique inſcribatur horologium polare inferius (§. 64).
6. Planum MNKL & oppoſitum EF ſit ad FL perpendiculare, iſtique horologium meridionale, huic ſeptentrionale inſcribatur (§. 50. 55).
7. Tandem in plano EMLF deſcribatur occidentale (§. 60); in plano oppoſito orientale (§ 58).

Quodſi truncum ita conſtituas, ut planum MNKL auſtrum reſpiciat & planum meridiani eum bifariam ſecet per lineam horæ duodecimæ horologiorum horizontalis ABCD & meridionalis MNKL; horæ diei artificialis omnes quavis anni tempeſtate in pluribus planis una indicabuntur.

## SCHOLION.

67. *Me non monente hinc intelligitur, quomodo fieri poſſint trunci alii, qui duo vel plura horologia primaria data recipere poſſint.*

CA-

# CAPUT II.

## De HOROLOGIIS SOLARIBUS SECUNDARIIS.

### DEFINITIO 12.

68. *Horologia declinantia* ſunt, quæ vel planum circuli verticalis primarii, vel planum horizontale ad angulum obliquum ſecant:

### SCHOLION.

69. *Quodſi concipiamus planum circuli verticalis primarii circa rectam ex Zenith in Nadir ductam rotari aliquantiſper; planum evadet declinans, nec amplius a meridiano, ſed a circulo quodam verticali per plagas intermedias transeunte ad angulos rectos ſecabitur. Eodem modo planum horizontale declinabit, ſi circa lineam meridianam circumvolutum altera ſui parte tantiſper verſus Zenith attollatur, altera vero verſus Nadir deprimatur.*

### DEFINITIO 13.

70. *Horologia inclinata* ſunt, quæ delineantur in planis verſus auſtrum inclinatis ſub angulo majore vel minore, quam planum æquinoctiale.

### SCHOLION.

71. *Habebimus planum iſtiusmodi inclinatum, ſi planum æquatoris altera ſui parte verſus Zenith attolli, altera vero verſus Nadir deprimi concipiamus, circumvolutum circa lineam ex cardine orientis in cardinem occidentis ductam.*

### DEFINITIO 14.

72. *Horologia reclinata* ſunt, quæ delineantur in planis verſus boream inclinatis majore vel minore angulo, quam planum polare.

### SCHOLION.

73. *Planum reclinatum habebimus, ſi planum polare altera ſui parte verſus Zenith attolli, altera vero verſus Nadir deprimi cogitemus, gyratum nempe circa lineam ex cardine orientis in cardinem occidentis ductam.*

### DEFINITIO 15.

74. *Horologia deinclinata* ſunt, quæ & declinant, & inclinantur vel reclinantur.

### SCHOLION 1.

75. *Ponamus planum aliquod ſecare circulum verticalem primarium ſub angulo* 30° *& planum horizontale ſub angulo* 24°, *elevatione poli exiſtente graduum* 52°; *horologium in hoc plano delineatum dicetur deinclinatum.*

### SCHOLION 2.

76. *Horologiorum declinantium verticalium creberrimus eſt uſus, quia parietes ædium, in quibus horologia ſolaria delineari ſolent, plerumque a plagis cardinalibus declinant: inclinatorum vero & reclinatorum, ac inprimis deinclinatorum uſus rariſſimus.*

### DEFINITIO 16.

77. *Inſtrumentum declinatorium* vocatur, quo mediante planorum declinatio, inclinatio & reclinatio inveſtigari poteſt.

PRO-

PROBLEMA 13.

78. *Inſtrumentum declinatorium conſtruere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 16. 1. Super tabula lignea quadrata AB CD deſcribatur ſemicirculus AED, cujus duo quadrantes AE & ED in 90 gradus dividantur facto initio numerationis in E, prout ex figura manifeſtum eſt.

2. Si inclinatio vel reclinatio plani examinanda, clavo in centro F defixo circumligetur filum cum appenſo pondere G.

3. Si vero declinatio plani ad examen revocanda, eidem clavo inſeratur regula lignea HI circa ipſum volubilis cum pixide magnetica K (§.296 *Geogr.*).

SCHOLION.

79. *Hoc inſtrumento declinationes, inclinationes & reclinationes planorum examinari poſſe, problemata ſequentia docent.*

PROBLEMA 14.

80. *Examinare planum propoſitum, utrum ſit horizontale vel verticale, an vero inclinetur ad horizontem & in caſu poſteriori quantitatem inclinationis determinare.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 17. Latus BC inſtrumenti declinatorii ABCD applicetur ad planum propoſitum IL: quodſi perpendiculum FG ſecet ſemicirculum AED in puncto E, planum erit horizontale; ſi quadrantem EL in puncto quocunque G ſecuerit, erit EFG angulus inclinationis. Si latere AB ad planum applicato quadrans ſecetur in E, planum eſt verticale.

DEMONSTRATIO.

Quoniam KL ſupponitur horizontalis; perpendiculum FG continuatum eandem ſecat ad angulos rectos in H (§.173 *Mechan.*). Quare cum etiam FEC rectus ſit & anguli verticales ad C æquales (§. 150 *Geom.*); erit etiam HLC=EFC (§. 231 *Geom.*). Sed EG eſt menſura anguli EFC (§. 55 *Geom.*): ergo idem arcus etiam plani IL inclinationem metitur (§.135 *Geom.*). *Q.e.d.*

COROLLARIUM.

81. Si quantitas anguli inclinationis conferatur cum elevatione poli atque æquatoris; facile innoteſcet, utrum planum ſit inclinatum (§.70), an reclinatum (§. 72).

PROBLEMA 15.

82. *Examinare planum propoſitum an a meridiano vel circulo verticali primario declinet, &, ſi declinet, angulum declinationis determinare.*

RESOLUTIO.

Latus AD inſtrumenti declinatorii ABC applicetur ad planum propoſitum MN & regula FG cum pixide magnetica G circa centrum F huc illucque moveatur, donec acus ſuper linea declinationis ma- Tab. III. Fig. 28.

gneticæ quieſcat. Quodſi regula in hoc ſitu quadrantem ſecet in E; planum erit vel meridionale, vel ſeptentrionale: ſi inter D & E, declinabit in occaſum; ſi inter A & E, in ortum, quantitate quidem anguli GFE.

### *DEMONSTRATIO.*

Sit PQ planum verticalis primarii auſtrum reſpiciens & MN ab eo declinet in ortum quantitate anguli NFQ. Quoniam regula FG eſt lineæ meridianæ parallela, ſi acus magnetica ſuper linea declinationis magneticæ quieſcit; ſecabit lineam orientis & occidentis PQ ad angulos rectos (§. 118 *Aſtron.*). Sed FE etiam ſecat NM ad angulos rectos *per conſtruct.* Eſt itaque NFE = GFQ (§. 139 *Geom.*), conſequenter NFQ = EFG (§. 83 *Arithm.*). *Q. e. d.*

### *DEFINITIO* 17.

83. *Linea ſubſtylaris* dicitur linea recta, ſuper qua erigitur ſtylus ſeu index horologii.

### *COROLLARIUM* 1.

84. In horologiis æquinoctialibus, polaribus, horizontali, meridionali & ſeptentrionali linea ſubſtylaris eſt linea horæ duodecimæ, ſeu interſectio plani, in quo horologium delineatur, atque meridiani (§. 30 & ſeqq. §. 61).

### *COROLLARIUM* 2.

85. In horologiis orientalibus & occidentalibus linea ſubſtylaris eſt linea horæ ſextæ, ſeu interſectio plani, in quo horologium delineatur, & verticalis primarii (§. 58. 60).

### *PROBLEMA* 16.

86. *Horologium verticale ab auſtro in ortum vel occaſum declinans deſcribere, data plani declinatione.*

### *RESOLUTIO.*

Ta
II
Fi
19

1. Deſcribatur horologium horizontale, linea contingentiæ plani horizontalis cum æquinoctiali exiſtente GH.
2. Per punctum E, in quo linea meridiana AE eandem ſecat, ducatur recta IK faciens cum GH angulum HEK declinationi plani dati æqualem. Nempe cum GH deſignet interſectionem circuli verticalis primarii & horizontis; erit IK interſectio plani declinantis & horizontis. Unde etiam intelligitur, partem IE ſuper GE attolli debere, ſi planum datum in occaſum declinet; eandem vero infra GE deprimendam eſſe, ſi ipſum in ortum declinet.
3. Ducatur in ipſo plano dato ſeu muro recta horizonti parallela, quæ ipſi IK reſpondeat, & in ea aſſumto puncto ipſi E reſpondente transferantur in eandem ex recta IK in charta deſignata intervalla horaria E, 1, E, 2, E, 3 &c. (§. 38).

4. Ex

4. Ex puncto E erigatur perpendicularis EC, quæ ſit æqualis diſtantiæ centri horologii meridionalis a linea contingentiæ ejus & horologii horizontalis (§. 38).
5. Ducantur inde ad puncta horaria lineæ horariæ E. 1, E. 2, E. 3 &c.
6. Demittatur in charta ex centro horologii horizontalis A ad lineam contingentiæ IK perpendicularis AD & inde in murum ex puncto E transferatur intervallum ED; erit CD linea ſubſtylaris.
7. Quare ſi AD & DC ad angulum rectum jungas; erit hypothenuſa AC index obliquus juxta angulum DCA muro in puncto C infigendus.

### *SCHOLION.*

87. *Ratio delineationis patet ex iis, quæ ſupra* (§. 38) *de communi indice horologii verticalis & horizontalis, earundemque communi linea contingentiæ dicta ſunt.*

### *PROBLEMA 17.*

88. *Horologium verticale a ſeptentrione, in ortum vel occaſum declinans delineare, data plani declinatione.*

### *RESOLUTIO.*

Quoniam horologia ſeptentrionalia ſunt meridionalia inverſa (§. 57); deſcribatur horologium verticale declinans ab auſtro & invertatur, ita ut centrum C reſpiciat horizontem & punctum E Zenith, quæque a dextra erant horæ, verſus ſiniſtram transferantur & contra, omiſſis prorſus lineis horariis, quæ in plano iſto indicari nequeunt.

### *SCHOLION 1.*

89. *In praxi conſultum eſt, ut, horologio ab auſtro declinante in charta delineato, ſingula puncta ad translationem in murum neceſſaria acicula pertundantur, ita charta inverſa in facie averſa exhibebit horologium deſideratum.*

### *SCHOLION 2.*

90. *Quot horas Sol in plano propoſito indicare poſſit, ipſa quoque experientia addiſcitur, ſi nempe obſervamus, quota diei æquinoctialis hora lumen Solis planum attingit, & quota idem rurſus relinquit.*

### *SCHOLION 3.*

91. *Quodſi planum ab auſtro vel ſeptentrione valde declinet, non integrum horologium cum centro C & indice nimis longo in murum transferri debet, quia monſtroſam habiturum figuram: ſed ſufficit linearum horariarum partem quandam rectangulo comprehendere & lineæ ſubſtylaris parti imminentem portionem indicis obliqui binis fulcris debitam rationem inter ſe habentibus (quam ope trianguli ADC facile determinamus) tantum adhibere.*

### *PROBLEMA 18.*

92. *Delineare horologium declinans a Zenith in ortum vel occaſum.*

### *RESOLUTIO.*

Tab. III. Fig. 20. Si HR fuerit horizon, PR elevatio poli, Z Zenith & N Nadir loci dati, in quo horologium declinans delineandum; planum noſtrum horizontale HR patet eſſe verticale loci a dato quadrantis intervallo ZR diſtantis, & verticale ZN loci dati eſſe loci iſtius alterius planum horizontale, in eodem vero hoc loco elevationem poli PZ eſſe complementum elevationis poli in loco dato PR. Unde liquet, ſi ad complementum elevationis poli datæ conſtruas horologium horizontale, idem fore horologium meridionale loci dati & contra: id quod etiam manifeſtum eſt, ſi conſtructiones horologiorum horizontalis & meridionalis ſupra traditas inter ſe conferre volueris. Quodſi itaque ad complementum elevationis poli datæ conſtruas horologium verticale declinans (§. 68); erit id ipſum horologium declinans a Zenith ſub elevatione poli data.

Cæterum ex eadem ratione patet, ope horologii verticalis (quod nempe eſt horizontale ſub complemento elevationis poli datæ) eodem prorſus modo conſtrui poſſe horologium a Zenith declinans, quo ſupra ope horizontalis verticale declinans delineare docuimus.

### *SCHOLION.*

93. *Horologiorum a Zenith declinantium rariſſimus eſt uſus. Nonniſi animi gratia conſtruuntur; rariſſime ulla neceſſitas ad earum conſtructionem nos obligat.*

### *PROBLEMA* 19.

94. *Delineare horologium inclinatum.*

### *RESOLUTIO.*

I. Si planum inclinatum DC cadat inter planum æquinoctiale CE & verticale CB ita ut angulus inclinationis DCA ſit major elevatione æquatoris ECA; ſuperius delineatur horologium ſeptentrionale, inferius autem meridionale ad elevationem æquatoris, quæ ſit æqualis aggregato ex elevatione æquatoris loci dati & complemento inclinationis ad quadrantem, (§. 50. 55). Tab. III. Fig. 21.

### *DEMONSTRATIO.*

Ducatur CG ad DC perpendicularis: erit CG planum horizontale reſpondens verticali DC & ECG elevatio æquatoris ſuper plano CG, conſequenter cum CE ſupponatur ad DG perpendicularis, CDA = ECG (§. 314 *Geom.*). Quare cum etiam ſit ob rectum BCA angulus CBA æqualis ipſi ECA, ſeu elevationi æquatoris datæ (§. *cit.*) & CDA = DBC + BCD (§. 224 *Geom.*); erit quoque ECG = DBC + BCD (§. 79 *Arithm.*). *Q. e. d.*

II. Si

II. Si planum inclinatum CF cadat inter horizontale CA & æquinoctiale EC, ita ut angulus inclinationis FCA ſit minor elevatione æquatoris ECA; deſcribatur horologium horizontale ad elevationem poli, quæ ſit æqualis aggregato ex elevatione poli loci dati & inclinatione plani (§. 38).

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam ECF eſt elevatio æquatoris ſuper plano CF & angulus E rectus; erit CFE æqualis elevationi poli ſuper eodem plano CF (§. 226 *Geom.* & §. 89 *Aſtron.*). Eodem modo patet, elevationem poli ſuper plano CA ſeu in loco dato eſſe æqualem angulo CAF. Quare cum ſit EFC = FAC + FCA (§. 224 *Geom.*); ſi CF ſumatur pro plano horizontali, elevatio poli illius loci æqualis erit aggregato ex elevatione poli loci dati & inclinatione plani. *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

95. *Horologia adeo inclinata eodem deſcribuntur modo, quo primaria, niſi quod index infigendus ſit in caſu priore ſub angulo ADC, in poſteriore ſub angulo DFC, & diſtantia centri horologii a linea contingentiæ ſit in priori caſu DC, in poſteriori FC.*

*PROBLEMA 30.*

96. *Horologia reclinata deſcribere.*

*RESOLUTIO.*

I. Si planum reclinatum HC cadat inter planum verticale BC & polare IC, ita ut angulus reclinationis BCH ſit minor diſtantia poli a Zenith BCI; in eo deſcribantur horologia verticalia meridionale & ſeptentrionale ad elevationem æquatoris, quæ ſit æqualis differentiæ inter elevationem æquatoris loci dati & anguli reclinationis.

II. Si planum reclinatum KC inter polare IC & horizontale CL cadat, ita ut angulus reclinationis BCK ſit major diſtantia poli a Zenith ICB; in eo deſcribatur horologium horizontale ad elevationem poli, quæ ſit æqualis differentiæ inter angulum reclinationis & elevationem æquatoris in loco dato.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam ICL eſt elevatio poli in loco dato, & B ejus Zenith; erit ICB diſtantia poli a Zenith in loco dato. Sed ſi HC ſumatur pro plano verticali, ita ut H ſit Zenith; erit ICH poli a Zenith diſtantia. Ergo diſtantia poli I a Zenith H eſt æqualis differentiæ inter diſtantiam poli a Zenith loci dati B & angulum reclinationis HCB, conſequenter cum elevatio æquatoris ſit æqualis poli a Zenith diſtantiæ (§.

89 *Aſtron.*), differentiæ inter elevationem æquatoris loci dati & angulum reclinationis. *Quod erat unum.*

Similiter ſi KC ſumatur pro plano horizontali, erit ICK elevatio poli ſuper eodem: quæ adeo relinquitur, ſi angulum ICB, hoc eſt elevationem æquatoris in loco dato (*per demonſtrata*), ab angulo reclinationis KCB ſubtrahas. *Quod erat alterum.*

### PROBLEMA 21.

97. *Horologium deinclinatum delineare.*

### RESOLUTIO.

Quoniam horologiis deinclinatis carere poſſumus (§. 74), eorum vero conſtructio geometrica admodum intricata; ideo conſultius eſt, ut, ſi quis animi gratia horologium deinclinatum conſtruere voluerit, utatur methodo mechanica univerſali ſuperius tradita (§. 36).

### PROBLEMA 22.

Tab. III. Fig. 22. 98. *Data plani verticalis declinatione, declinatione Solis & elevatione poli, determinare momentum antemeridianum, quo primum a Sole illuſtratur.*

### RESOLUTIO.

Quoniam declinatione plani data datur azimuthum Solis HI, quando primum ipſum illuminat, conſequenter angulus AZS (§. 54 *Aſtron.* & §. 31 *Sphæric.*) ſive PZS (§. 43 *Sphæric.*), ac præterea notum eſt elevationis poli PR complementum PZ, una cum complemento declinationis Solis PS, ſi fuerit in ſigno boreali, vel aggregato ex declinatione TI & quadrante PT, ſi fuerit in ſigno auſtrali; reperietur angulus ZPS vel ZPT (§. 152 *Sphæric.*). Quare cum angulum iſtum metiatur arcus æquatoris AM & AT (§. 11 *Sphæric.*); convertatur is in tempus (§. 202 *Aſtron.*); quod indicabit numerum horarum antemeridianarum, quibus planum propoſitum a Sole illuminatur.

### COROLLARIUM 1.

99. Quia Sol planum circuli verticalis ZSN non pluribus horis ante meridiem illuminat, quam cum in eodem oritur; ex datis in triangulo OMS ad M rectangulo angulo O, qui elevationi æquatoris æqualis (§. 92 *Aſtron.*) & latere OS, quod æquatur declinationi plani ab auſtro in ortum, reperietur differentia aſcenſionalis OM (§. 127 *Sphær.*), quæ addita quadranti AO & cum eodem in tempus converſa definit maximum horarum intervallum, quo planum a Sole illuminari poteſt.

### COROLLARIUM 2.

100. Eodem modo patet, ſi planum ab

ab auſtro in occaſum declinet, in triangulo ITO ad T rectangulo reperiri differentiam aſcenſionalem TO & inde porro arcum æquatoris AT in tempus convertendum, ut habeatur tempus illuminationis plani antemeridianum.

*SCHOLION.*

101. *Hoc modo per calculum trigonometricum determinari poſſunt horæ horologiis verticalibus declinantibus inſcribendæ.*

*PROBLEMA 23.*

102. *Dato plano a Zenith verſus occaſum declinante, invenire numerum horarum antemeridianarum, quibus a Sole illuminari poteſt.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam planum quodvis a Zenith declinans eſt alicubi terrarum horizontale, quæratur ad elevationem poli ſuper plano iſto ortus Solis (§. 193 *Aſtron.*); qui indicabit tempus illuminationis quæſitum.

## CAPUT III.

### De
# HOROLOGIIS SOLARIBUS SINE CENTRO, ET IIS, QUÆ IN SPHÆRA RECTA ET PARALLELA CONSTRUUNTUR.

*DEFINITIO 17.*

103. *Horologia ſine centro* dicuntur, quæ lineas horarias habent convergentes, ſed adeo lente, ut centrum, ad quod convergunt, in plano propoſito deſignari nequeat.

*COROLLARIUM 1.*

Tab. I. Fig. 5. 104. Quoniam in triangulo ADE, ſemidiametro circuli æquinoctialis DE eadem manente, creſcente angulo AED ſeu elevatione æquatoris, & contra decreſcente CAD ſeu elevatione poli (§. 226 *Geom.*), lineæ EA & DA creſcunt; diſtantia centri horologii a linea contingentiæ EH & longitudo indicis obliqui AD in nimiam excreſcit, ſi elevatio poli fuerit valde exigua. Horologia igitur horizontalia ſine centro conſtruenda ſunt ſub elevatione poli valde exigua.

*COROLLARIUM 2.*

105. Eodem modo apparet, creſcente angulo AED in horologio verticali ſeu elevatione poli, adeoque decreſcente elevatione æquatoris EAD (§. 226 *Geom.*), creſcere AE & AD; conſe- Tab. I. Fig. 9.

quen-

quenter horologia verticalia ſine centro conſtruenda eſſe ſub elevatione poli valde magna, ſeu elevatione æquatoris perexigua.

COROLLARIUM 3.

106. Nec abſimili modo liquet, horologia horizontalia ſine centro conſtruenda eſſe, ſi elevatio æquatoris fuerit valde exigua ſeu elevatio poli nimis magna.

PROBLEMA 24.

107. *Horologium horizontale ſine centro deſcribere.*

RESOLUTIO.

Tab. IV. Fig. 25. 1. Ducatur linea meridiana AO & per punctum quodcunque E recta GH, quæ deſignet lineam contingentiæ plani æquinoctialis & horizontalis.

2. Fiat angulus AED elevationi æquatoris æqualis & radio æquinoctialis circuli ED pro arbitrio aſſumto demittatur perpendicularis CD; erit CD index perpendicularis (§. 38).

3. Transferatur DE in EB & dividatur GH in intervalla horaria (§. *cit.*).

4. Erigatur ad DE perpendicularis DF arbitrariæ longitudinis; quæ erit pars indicis obliqui (*vi* §. *cit.*).

5. Erigatur denuo in F perpendicularis FL lineæ meridianæ in L occurrens: quæ cum ſit parallela ipſi DE (§. 241 *Geom.*), radium circuli æquinoctialis in puncto L exhibebit.

6. Ducatur ergo per L perpendicularis MN & LF in LO translata in intervalla horaria dividatur (§. 38).

7. Intervalla horaria priora cum poſterioribus per lineas obliquas decenter connectantur: quæ erunt lineæ horariæ verſus centrum procul diſſitum convergentes.

8. Denique in E & L ſuper binis fulcris, quæ rectis ED & LF æqualia atque ad planum GHNM perpendicularia ſunt, erigatur virga ferrea DF: quæ erit index horologii.

DEMONSTRATIO.

Ponamus centrum horologii eſſe in S: quia ED ipſi LF parallela *per conſtruct.* erit SE : SL = ED : LF (§. 253 *Geom.*), conſequenter ob EB = ED & LO = LF *per conſtruct.* SE : SL = EB : LO (§. 158 *Arithm.*). Porro cum in triangulis EB1 & LO1 ad E & L rectangulis *per conſtruct.* anguli B & O æquales ſint (§. 38); erit EB : LO = E1 : L1 (§. 252 *Geom.*), conſequenter, ob SE : SL = EB : LO *per demonſtrata*, SE : SL = E1 : L1 (§. 156 *Arithm.*). Recta igitur I1 ad punctum S ſeu centrum horologii convergit (§. 283 *Geom.*), & hinc I1 linea horaria exiſtit.

exiſtit. Idem cum eodem modo de lineis obliquis reliquis demonſtretur; horologium ſine centro rite conſtructum eſſe apparet. *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* 1.

Tab. III. Fig. 21. 108. Quoniam in plano reclinato KC quod inter polare IC & horizontale LC ſitum, conſtruitur horologium horizontale ad elevationem poli, quæ eſt æqualis differentiæ inter angulum reclinationis KCB & diſtantiam poli a vertice ICB (§. 96), hæc autem differentia exigua eſt, ſi exiguo angulo infra planum polare IC deprimitur reclinatum KC; ideo in hoc caſu conſtruendum eſt horologium reclinatum ſine centro (§. 106).

*COROLLARIUM* 2.

109. Similiter quia ſuper plano inclinato CF, quod inter æquinoctiale CE & horizontale CA cadit, horologium horizontale conſtruitur (§. 94); ſi elevatio æquatoris ſuper plano inclinato fuerit valde exigua, hoc eſt, ſi planum inclinatum CF exiguo angulo infra æquinoctiale CE deprimatur, conſtruendum eſt (§. 106) horologium inclinatum ſine centro (§. 107).

*PROBLEMA* 25.

110. *Horologium verticale meridionale ſine centro conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam horologium verticale coincidit cum horizontali, quod conſtruitur ad complementum elevationis poli datæ (§. 92); conſtructio eadem, quæ horizontalis ſine centro (§. 107).

*COROLLARIUM.*

111. Quia in plano reclinato, quod inter verticale BC & polare IC cadit, horologium verticale deſcribitur ad elevationem æquatoris, quæ differentiæ inter angulum reclinationis HCB & diſtantiam poli a vertice ICB æquatur (§. 96); ſi planum reclinatum HC exiguo angulo ICH ſupra planum polare attollitur, horologium verticale ſine centro in eodem delineari debet (§. 105. 110).

*PROBLEMA* 26.

112. *Horologium horizontale ſub ſphæra recta deſcribere.*

*RESOLUTIO.*

Quia ſub ſphæra recta poli horizonti incumbunt (§. 122 *Geogr.*); planum horizontale ibidem per polos tranſit, adeoque cum polari coincidit. Delineandum itaque eſt horologium polare ſuperius (§. 61).

*COROLLARIUM* 1.

113. Horologium adeo polare eſt horologium horizontale ſphæræ rectæ ſub dato angulo elevationis poli in ſphæra obliqua elevatum.

*COROLLARIUM* 2.

114. Horologium igitur polare univer-

verſale eſt, modo ſub dato angulo elevationis poli ad planum horizontale inclinetur: quod optime præſtatur eodem artificio in portatilibus polaribus, quod ſupra ad univerſalitatem horologio æquinoctiali conciliandam commendavimus (§.34).

PROBLEMA 27.

115. *Horologium verticale ſub ſphæra recta delineare.*

RESOLUTIO.

Sub ſphæra recta æquator per Zenith tranſit (§.119 *Geogr.*), adeoque planum verticalis primarii cum æquinoctiali coincidit (§.79.64 *Aſtron.*); delineandum itaque eſt horologium æquinoctiale (§.30.33).

SCHOLION.

116. *Nimirum horologium verticale ſub ſphæra recta eſt horologium æquinoctiale horizonti ad angulos rectos inſiſtens.*

PROBLEMA 28.

117. *Horologium horizontale ſub ſphæra parallela delineare.*

RESOLUTIO.

In ſphæra parallela æquator cum horizonte coincidit, (§.117 *Geogr.*): delineandum itaque ibidem in plano horizontali horologium æquinoctiale (§. 30). Sed quia Sol ibi per 6 menſes non occidit (§. 125 *Geogr.*); horæ 24 eidem inſcribendæ.

PROBLEMA 29.

118. *Horologium verticale ſub ſphæra parallela delineare.*

RESOLUTIO.

In ſphæra parallela polus unus in Zenith, alter in Nadir conſtituitur (§. 120 *Geogr.*), atque adeo planum verticale per polos tranſiens cum polari coincidit. Delineandum igitur eſt horologium polare (§. 61).

SCHOLION.

119. *Nimirum horologium verticale ſub ſphæra parallela eſt horologium polare horizonti ad angulos rectos inſiſtens.*

## CAPUT IV.

### De
# SIGNIS ZODIACI, LINEIS LONGITUDINIS DIERUM, ALIISQUE CIRCULIS SPHÆRÆ HOROLOGIIS SOLARIBUS INSCRIBENDIS.

DEFINITIO 19.

120. *Analemma* vocatur inſtrumentum, ſeu figura, cujus ope horologiis ſolaribus ſigna Zodiaci & lineæ

lineæ longitudinis dierum inſcribuntur, ut horologia præter horas locum Solis in ecliptica & longitudinem dierum una monſtrent. In primo caſu in ſpecie *Analemma ſigniferum* appellari ſolet.

*PROBLEMA* 30.

121. *Analemma ſigniferum conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

Tab. III. Fig. 24.

1. Ducatur recta *ab* arbitrariæ longitudinis & ex centro *a* intervallo hujus rectæ arcus *cd*, ponanturque in *b* ſigna ♈ & ♎.
2. Fiant anguli *cab* & *bad* declinationi eclipticæ maximæ ſeu tropicorum æquales, nempe 23° 30′ & puncto *c* adſcribatur ſignum ♑, puncto vero *d* ſignum ♋ (§. 156 *Aſtron.*).
3. Fiant porro anguli *eab* & *baf* 11° 30′, quanta nempe eſt declinatio ♉, ♏, ♍ & ♓, atque in *e* ſcribantur ſigna ♓ & ♏, in *f* autem ♉ & ♍.
4. Fiant denique anguli *gab* & *bah* 20° 12′, quanta nimirum eſt declinatio ♊, ♑, ♐ & ♒, atque in *g* notentur ſigna ♐ & ♒, in *h* vero ♊ & ♌.

Ita Analemma ſigniferum erit conſtructum.

*SCHOLION.*

122. *Ope hujus analemmatis in horologiis ſolaribus deſignari poſſe curvas, quas umbra indicis, Sole in ſignum aliquod eclipticæ ingrediente, deſcribit, ex ſequentibus apparet.*

*PROBLEMA* 31.

123. *Horologio verticali & horizontali inſcribere parallelos ſignorum, h. e. lineas, quas umbra indicis recti ſub ingreſſum Solis in ſigna eclipticæ deſcribit.*

*RESOLUTIO.*

Sit ADE triangulum, cujus ope centrum horologii horizontalis A, radius circuli æquinoctialis ED & ſtylus rectus CD determinatur (§. 38). Sit porro AB linea horæ duodecimæ, & GH linea contingentiæ planorum horizontalis & æquinoctialis. Tab. IV. Fig. 25.

1. Continuetur DE arbitrario intervallo in F & circa DF deſcribatur Analemma ſigniferum DKFI (§. 121); erunt puncta 1, 2, 3, E, 4, 5, 6, in quibus paralleli ſignorum ſecant lineam horæ duodecimæ AB, ſeu in quibus umbra meridiana ſtyli recti CD ſub ingreſſum Solis in ſigna eclipticæ terminatur.
2. Ut ſimilia puncta in linea horaria quacunque altera AL inveniantur, ſuper portione AM inter centrum A & lineam contingentiæ GH intercepta deſcribatur ſemicirculus, in eoque applicetur AN ipſi AD æqualis. Tandem circa NM continuatam pro arbitrio in O

deſcribitur ut ante analemma ſigniferum puncta 1, 2, 3, M, 4, 5, 6 deſiderata determinaturum (§. 121).

*DEMONSTRATIO.*

Ponamus triangulum ADC erigi ſuper linea AB, ut ſit ad planum horologii perpendiculare. Quoniam angulus DEA eſt æqualis elevationi æquatoris (§. 38); ſi Sol fuerit in 0 ♈ vel ♎, radius verticem indicis recti CD ſtringens planum attinget in E, adeoque umbra ibidem terminabitur in diebus æquinoctii. Eodem modo patet, eandem terminari debere in 6, ſi Sol fuerit in 0 ♑, & in 1, ſi fuerit in 0 ♋ & ita porro. Puncta igitur 1, 2, 3, &c. in linea horæ duodecimæ rite determinata ſunt. *Quod erat unum.*

In eodem trianguli ADE ſitu, Sole in puncto æquinoctiali exiſtente, umbra indicis erecti CD pertinget ad M, & eodem in tropicis exiſtente ad 1 & 6 &c. Quoniam AD ad DE perpendicularis (§. 38) & DM in eodem cum DE plano exiſtit, nempe in æquinoctiali; erit quoque AD ad DM perpendicularis (§. 31 *Perſpect.*). Cum adeo in triangulo ANM angulus N itidem rectus ſit (§. 302 *Geom.*) & AN=AD *per conſtructionem*, AM vero trianguli ANM & ADM communis; erit DM=NM (§. 394 *Geom.*). Quare ſi cogitemus triangulum ADM poni ſuper altero ANM, punctum D in N cadet, & hinc analemma ſigniferum in N ita applicatum, ut linea æquinoctialis ipſi NM congruat; horariam AL eodem modo dividit, quo a radiis per apicem ſtyli recti CD ex diverſis parallelis Zodiaci ductis dividitur. *Quod erat alterum.*

*SCHOLION 1.*

124. *Non opus eſſe in praxi, ut integrum analemma ſigniferum delineetur, ſed ſufficere, ſi arcus IK deſignetur, & in eo arcus declinationis ſignorum debite notentur, me non monente apparet.*

*SCHOLION 2.*

125. *Si horologia fuerint minora, conſultius eſt, ut lineæ horariæ in ſigniferum transferantur. Nimirum lineæ æquinoctiali ſigniferi* ab *applicetur ad angulos rectos recta* a k, *quæ ſit indici obliquo horologii æqualis, quoniam ad eundem æquinoctialis ſigniferi perpendicularis* (§. 123). *Intervallo portionis lineæ horariæ inter polum ſeu centrum horologii & ejus æquinoctialem ſeu lineam contingentiæ intercepto ex* k *interſecetur æquinoctialis ſigniferi* ab *in* m, *ducaturque per* k *&* m *recta, quæ erit linea horaria & a ſignifero decenti ratione ſecabitur.* Tab. III. Fig. 24.

*PROBLEMA 32.*

124. *Horologiis polaribus aliisque centro carentibus parallelos ſignorum inſcribere.*

*RESOLUTIO.* Tab. IV. Fig. 26.

Sit GH linea æquinoctialis, AB ſubſtylaris ſeu linea horæ duodecimæ horologii polaris.

1. Fiat

1. Fiat ED indici recto æqualis & puncto D applicetur, centrum analemmatis ſigniferi, ita ut ejus æquinoctialis ipſi DG congruat: rectæ EA & EB interſecabuntur in punctis, per quæ tranſeunt paralleli ſignorum.

2. Fiat itidem EF, indici recto horologii æqualis, ſitque MN linea horaria quæcunque, e. gr. tertia pomeridiana. Transferatur FI ex I in L: erit L punctum, in quo centrum ſigniferi applicandum, ut MN dividatur in ratione quæſita.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam planum æquinoctiale eſt ad polare perpendiculare (§. 41 *Aſtron.*), adeoque Sole in puncto æquinoctiali exiſtente umbra hora duodecima in baſin ſtyli cadit; analemma ſigniferum ita applicandum eſt, ut centrum ejus ſit in apice ſtyli perpendicularis, & ejus æquinoctialis eidem congruat. Quodſi itaque cogitemus portionem ſigniferi, quæ a plano polari reſecatur, demitti, ita ut centrum ejus cadat in D; erit ED altitudini ſtyli recti æqualis. *Quod erat unum.*

Similiter ſi Sol in puncto æquinoctiali verſetur & triangulum IFE ad planum horologii perpendiculariter erigi concipiatur, erit FI longitudo radii apicem indicis recti ſtringentis & umbram in I terminantis. Unde ex demonſtratione problematis præcedentis manifeſtum eſt, ſi fiat LI=IF, fore in L centrum ſigniferi horariam MN in gradus gnomonicos diviſuri. *Quod erat alterum.*

*SCHOLION.*

125. *Hinc porro manifeſtum eſt, ſi in analemmate ſignifero fiat* a n *indici recto æqualis &* h i *ducatur ad* a b *perpendicularis, fore* h i *lineam ſubſtilarem, in gradus gnomonicos diviſam. Si vero FI ex* a *in* o *transferatur & p q ad* a b *perpendicularis ducatur, fore* p q *lineam horariam* MN *in gradus gnomonicos parallelis ſignorum convenienter diviſam.* Tab. III. Fig. 24. Tab. IV. Fig. 25.

*PROBLEMA 33.*

126. *Horologio æquinoctiali parallelos ſignorum inſcribere.*

*RESOLUTIO.*

Quoniam Sol æquatori parallelos deſcribit motu diurno; paralleli ſignorum deſignabuntur per circulos æquinoctiali concentricos. Et quia radius apicem ſtyli ſtringens eſt complemento declinationis Solis æqualis; fiat in analemmate ſignifero *a r* ad *a b* perpendicularis, & molis exiguæ, indici recto horologii æqualis, ducaturque recta *r s* ipſi *a b* parallela; erunt rectæ *r* 1, *r* 2 &c. radii quibus circuli concentrici ex centro horologii deſcribendi. Tab. IV. Fig. 25.

*SCHOLION.*

127. *Quia Sol planum æquinoctiale non illuſtrat, niſi quamdiu in dimidio eclipticæ ſemicirculo verſatur; ideo horologium æquino-*

*ctiale nonniſi dimidium ſignorum numerum complectitur.*

## *PROBLEMA* 34.

128. *In horologio ſolari lineas ducere, quas umbra indicis percurrit, ſi longitudo diei artificialis fuerit datarum horarum & Sol data hora occidat vel oriatur.*

### *RESOLUTIO.*

Tab. III. Fig. 22. 1. Ex data elevatione poli quæratur declinatio Solis, quando longitudo diei eſt datarum horarum, e. gr. 13, 14, 15 &c. Nimirum ob datam elevationem poli datur angulus TOI, quem efficit æquator AQ cum horizonte HR (§. 92 *Aſtron.*), ob longitudinem diei differentia aſcenſionalis TO (§. 203 *Aſtron.*). Quare cum angulus ad T rectus ſit (§. 68 *Aſtron.*); reperietur TI ſeu declinatio Solis (§. 124 *Sphæric.*). Eodem modo ex datis in triangulo OSM, ad M rectangulo, angulo O & differentia aſcenſionali OM, reperitur declinatio MS, ſi Sol fuerit in ſigno boreali.

2. Declinationibus datis, conſtruatur analemma eodem prorſus modo, quo ſupra ſigniferum conſtruere docuimus (§. 121).

3. Ope analemmatis determinentur puncta in lineis horariis, per quæ tranſeunt lineæ deſideratæ, eodem prorſus modo, quo ante in iiſdem reperimus puncta, per quæ paralleli ſignorum tranſeunt.

### *SCHOLION.*

129. *Ne calculo opus ſit, tabulam declinationum neceſſariarum ad præcipuas poli elevationes hic exhibere libet: ubi tamen monemus, ut eam contrahere liceret, omiſſam eſſe quantitatem diei æquinoctialis, quæ eſt* 12 *horarum* (§. 129 Geogr.) & *in quo Solis declinatio nulla; diebusque longisſimis ac breviſſimis non ſubjectam eſſe declinationem Solis, quia tum in tropicis exiſtens declinationem maximam, nempe* 23° ½, *habet* (§. 156 Aſtron.).

| Elev. poli | Dies long. | Dies brev. | Longitudo dierum XIII / XI | XIV / X | XV / IX |
|---|---|---|---|---|---|
| 40° | 14h.52′ | 9 h. 8′ | 8° 50′ | 17° 14′ | |
| 41 | 15. | 9 | 8. 35 | 16.40 | |
| 42 | 15.4 | 8. 56 | 8 13 | 16. 5 | |
| 43 | 15.12 | 8. 48 | 7.50 | 15.53 | |
| 44 | 15.18 | 8. 42 | 7.40 | 15.10 | |
| 45 | 15.26 | 8. 34 | 7.28 | 14.32 | |
| 46 | 15.34 | 8. 26 | 7.16 | 14.10 | |
| 47 | 15.42 | 8. 18 | 7. 0 | 13.33 | 19.32 |
| 48 | 15.52 | 8. 8 | 6.42 | 13.12 | 18.52 |
| 49 | 16. | 8. | 6.30 | 12.53 | 18.34 |
| 50 | 16.10 | 7. 50 | 6.25 | 12.26 | 17.54 |
| 51 | 16.20 | 7. 40 | 6.20 | 11.55 | 17.14 |
| 52 | 16.30 | 7. 30 | 5.50 | 11.30 | 16.50 |
| 53 | 16.44 | 7. 16 | 5.32 | 11. 0 | 16. 0 |
| 54 | 16.54 | 7. 6 | 5.25 | 10.30 | 15.28 |
| 55 | 17. 8 | 6. 52 | 5.20 | 10.20 | 15. 0 |

Declinationes So

PRO

*PROBLEMA* 35.

130. *Meridianos aliarum civitatum horologio ſolari inſcribere, quarum a noſtro diſtantia datur.*

*RESOLUTIO.*

Tab. I. Fig. 5. Quoniam linea horæ duodecimæ eſt meridianus noſtri loci; in quadrante æquinoctiali, cujus ope intervalla horaria in linea contingentiæ GH reperiuntur, aſſumatur arcus EL, diſtantiæ meridianorum datæ æqualis & ex B per L ducatur recta ſecans GH in *l*. Quodſi ergo punctum *l* cadat intra lineas horarias antemeridianas & locus fuerit noſtro orientalior; ducatur recta A*l*, quam ubi umbra indicis attingit, meridies erit in loco dato lineæ A*l* adſcribendo. Sed ſi locus fuerit occidentalior & lineæ horariæ pomeridianæ fuerint in parte oppoſita; fiat E*m* = E*l*, eritque A*m* meridianus quæſitus.

*SCHOLION.*

131. *Meridiani aliorum locorum ideo horologiis ſolaribus inſcribuntur, ut conſtet, ubinam locorum ſingulis horis meridies ſit, adeoque differentia horarum in præcipuis terræ locis quovis momento pateſcat.*

*PROBLEMA* 37.

132. *Parallelos locorum horologio ſolari inſcribere.*

*RESOLUTIO.*

Cum diſtantia parallelorum terreſtrium ab æquinoctiali coincidat cum declinatione parallelorum cœleſtium; eodem modo paralleli locorum horologio ſolari inſcribuntur, quo ſupra (§. 123 *& ſeqq.*) parallelos ſignorum cœleſtium eidem inſcribere docuimus.

*SCHOLION* 1.

133. *Paralleli locorum horologiis ſolaribus inſcribuntur, ut inde appareat, quibusnam populis Sol dato die fiat verticalis & quomodo ab aliorum verticibus recedat, vel ad eosdem accedat.*

*SCHOLION* 2.

134. *Quodſi paralleli & meridiani una in horologio deſignentur, ex mappis Geographicis univerſalibus omnes terræ regiones inſcribere licet horologio ſolari, quæ iſtis meridianis ac parallelis comprehenduntur: unde apparebit per nudum horologii Sole illuſtrati intuitum, quænam loca dato quolibet momento meridiem habeant, quænam ſit ubivis terrarum hora, ubinam Sol ſit verticalis & a quorum verticibus recedat, ad quorum vertices accedat.*

*PROBLEMA* 38.

135. *Horologio ſolari horas babylonicas & Italicas inſcribere.*

*RESOLUTIO.*

1. Deſcribatur horologium cum horis Europæis ſeu vulgaribus (§. 30 & ſeqq.). Tab. V. Fig. 27.

2. Delineentur in eodem duo tropici MN & KL cum linea æquinoctiali (§. 123 & ſeqq.).

3. Inveniatur hora Europæa, qua Sol oritur, Sole in tropico Cancri exiſtente (§. 203 *Aſtron.*), ut inno-

innoteſcat, quota hora Babylonica coincidat cum hora duodecima vulgari, e. gr. apud nos, ubi Sol in tropico Cancri hora 4 oritur octava, (§. 19 *Chronol.*).

4. Cum Sole in æquatore oriente octava hora babylonica cum ſecunda pomeridiana vulgari coincidat (oritur enim hora ſexta antemeridiana); recta per *a* & *b* ducta erit hora babylonica octava.

5. Connectantur horæ ſequentes per lineas obliquas, ut ex inſpectione figuræ liquet, & obtinebuntur horæ babylonicæ reliquæ.

Quodſi horæ Italicæ inſcribendæ, inveniendum eſt tempus, quo Sol in tropico exiſtens occidit, ut hora Italica cum duodecima vulgari coincidens innoteſcat. Reliqua fient ut ante.

## CAPUT V.
## De
# HOROLOGIIS SOLARIBUS
## QUÆ IN VARIORUM CORPORUM SUPERFICIEBUS DESCRIBUNTUR.

### *PROBLEMA* 39.

136. *Horologium ſolare in ſuperficie globi deſcribere.*

### *RESOLUTIO.*

Tab. IV. Fig. 28. 1. In ſuperficie globi aſſumantur duo puncta diametraliter oppoſita A & B, quæ polos deſignent.

2. Intervallo 90 graduum ex iis delineetur in ſuperficie globi (ope circini cruribus curvis inſtructi) circulus æquinoctialis CD & in 24 partes æquales dividatur.

3. Globus ita conſtituatur, ut ejus poli A & B polos mundi reſpiciant, ſeu ut axis ejus ſit axi mundano parallelus, & meridianus loci dati ſecet globum per polos A & B.

4. Puncto diviſionis ſub meridiano adſcribatur hora ſexta & medio inter C & D hora 12, indeque numerentur reliquæ.

Ita confinia lucis & umbræ horas indicabunt.

### *SCHOLION.*

137. *Quomodo globus terreſtris artificialis ita collocari poſſit, ut horologii ſolaris munere fungatur, in Geographia* (§. 258) *docuimus.*

PRO-

## PROBLEMA 40.

138. *In ſuperficie convexa cylindri horologium ſolare deſcribere.*

### RESOLUTIO.

Tab. IV. Fig. 29.

1. Cylindro ligneo, eburneo vel orichalceo, cujus diameter unius circiter digiti, altitudo digitorum trium, aptetur capitellum CB in omnem partem volubile, eidemque infigatur index DE, cujus longitudo mox determinabitur.
2. Ex elevatione poli loci dati & declinatione Solis in principiis ſignorum eclipticæ computentur ad ſingulas diei horas altitudines Solis (§. 194 *Aſtron*).
3. Quoniam radius Solis EF tranſiens per apicem ſtyli DE efficit angulum DEF altitudini Solis SER æqualem (§. 150 *Geom.*); erit longitudo umbræ DF tangens altitudinis Solis. Ergo rectæ HI, quæ ipſi DB aqualis eſt, jungatur altera LI, faciens cum ipſa angulum HIL complemento altitudinis meridianæ Solis in tropico cancri exiſtentis æqualem, & in H excitetur perpendicularis eidem in L occurrens, erit LH longitudo indicis.
4. Ex centro L radio LH deſcribatur quadrans HM & facto arcu HN altitudini Solis, quam hora data obtinet, æquali ducatur recta LC; erit HC *vi demonſtratorum* longitudo umbræ, quam index in cylindrum hora data projicit, ex puncto adeo D in rectam DB transferenda.
5. Quodſi adeo hac ratione recta DB in gradus gnomonicos fuerit diviſa, peripheria cylindri dividatur in ſex partes æquales per rectas ad baſin perpendiculares & lineis iſtis ſigna Zodiaci ordine adſcribantur.
6. Omnes iſtæ lineæ dividantur ut ante in gradus gnomonicos, & ſingula puncta eidem horæ reſpondentia per lineas curvas connectantur, horarumque numeri adſcribantur.

Quodſi capitellum CD circumvolvatur, donec index DE reſpondeat parallelo, in quo Sol verſatur & cylindrus verticaliter erectus vertatur donec umbra indicis in parallelum, cui imminet, incidat; extremitas umbræ horam deſideratam monſtrare debet: prout ex ipſa conſtructione manifeſtum eſt.

### SCHOLION 1.

139. *Quia parallelogrammum in ſuperficiem cylindricam complicari poteſt; vulgo parallelogrammum delineari ſolet, quod æquatur cylindri lignei ſuperficiei* (§. 457 Geom.) *& in eo deſcribitur horologium ex Solis altitudinibus, ut ante docuimus: quo facto, charta cylindro agglutinatur.*

### SCHOLION 2.

140. *Quodſi geometrica parallelorum diviſio non arrideat; index DE dividatur in*

10 vel 100 *particulas æquales* (§.262 Geom.) *& in canone tangentium evolvantur particulæ reſpondentes tangentibus altitudinum Solis ad horas datas, quæ longitudines umbræ ex indice in parallelos horis datis projiciendæ determinabunt.*

## SCHOLION 3.

141. *Ingratiam eorum, qui vel computum trigonometricum neſciunt, vel ejus tædia fugiunt, tabulam exhibemus pro altitudinibus Solis in ſingulis ſignis eclipticæ pro ſingulis horis ſub quibusdam poli elevationibus. Notandum vero, numeros vulgares denotare horas antemeridianas, Romanos vero pomeridianas.*

Elevatio poli 42°

| Horæ | ♋ | ♌ ♊ | ♍ ♉ | ♎ ♈ | ♏ ♓ | ♐ ♒ | ♑ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XII | 71° 3′ | 68° 12′ | 59° 30′ | 48° 0′ | 36° 30′ | 27° 48′ | 24° 36′ |
| XI. 1 | 67. 41 | 64. 47 | 56. 48 | 45. 52 | 34. 45 | 26. 4 | 23. 3 |
| X. 2 | 58. 59 | 56. 37 | 49. 49 | 40. 4 | 29. 49 | 21. 52 | 18. 52 |
| IX. 3 | 48. 29 | 54. 15 | 40. 25 | 31. 42 | 22. 26 | 15. 10 | 12. 25 |
| VIII. 4 | 37. 25 | 35. 27 | 29. 50 | 21. 49 | 13. 20 | 6 44 | 4. 14 |
| VII. 5 | 26. 18 | 24. 19 | 18. 47 | 11. 5 | 3. 9 | | |
| VI. 6 | 15. 28 | 13. 22 | 7. 4 | | | | |
| V. 7 | 5. 11 | 2. 55 | | | | | |

Elevatio poli 44°

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XII | 69. 30 | 66. 12 | 57. 30 | 46. 0 | 34. 30 | 25. 48 | 22. 30 |
| XI. 1 | 66. 5 | 63. 7 | 55. 1 | 44. 1 | 32. 51 | 24. 21 | 21. 7 |
| X. 2 | 58. 2 | 55. 32 | 48. 30 | 38. 31 | 28. 10 | 20. 10 | 17. 7 |
| IX. 3 | 48. 2 | 45. 50 | 39. 34 | 30. 34 | 21. 6 | 17. 44 | 10. 55 |
| VIII. 4 | 37. 22 | 35. 16 | 29. 24 | 21. 5 | 12. 21 | 5. 36 | 3. 2 |
| VII. 5 | 26. 36 | 24. 30 | 18. 43 | 10. 44 | 2. 31 | | |
| VI. 6 | 16. 5 | 13. 53 | 8. 7 | | | | |
| V. 7 | 6. 6 | 3. 44 | | | | | |

Elevatio poli 46°

| Horæ | ♋ | ♌ ♊ | ♍ ♉ | ♎ ♈ | ♏ ♓ | ♐ ♒ | ♑ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XII | 67. 30 | 64. 12 | 55. 30 | 44. 0 | 32. 30 | 23. 40 | 20. 30 |
| XI. 1 | 64. 24 | 61. 29 | 53. 13 | 42. 2 | 30. 56 | 22. 25 | 19. 11 |
| X. 2 | 56. 59 | 54. 23 | 47. 8 | 36. 59 | 26. 30 | 18. 26 | 15. 27 |
| IX. 3 | 47. 30 | 45. 11 | 38. 40 | 29. 25 | 19. 45 | 12. 16 | 9. 25 |
| VIII. 4 | 37. 15 | 35. 3 | 28. 56 | 20. 19 | 11. 22 | 4. 27 | 1. 49 |
| VII. 5 | 26. 51 | 24. 39 | 18. 38 | 10. 21 | 1. 35 | | |
| VI. 6 | 16. 40 | 14. 36 | 8. 15 | | | | |
| V. 7 | 7. 0 | 4. 34 | | | | | |

Elevatio poli 48°

| Horæ | ♋ | ♌ ♊ | ♍ ♉ | ♎ ♈ | ♏ ♓ | ♐ ♒ | ♑ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XII | 65. 30 | 62. 12 | 53. 30 | 42. 0 | 30. 30 | 21. 48 | 18. 50 |
| XI. 1 | 62. 45 | 59. 41 | 51. 24 | 40. 16 | 29. 2 | 20. 29 | 17. 14 |
| X. 2 | 55. 52 | 53. 10 | 45. 44 | 35. 25 | 24. 49 | 16. 42 | 13. 36 |
| IX. 3 | 46. 54 | 44. 29 | 37. 43 | 28. 18 | 18. 23 | 10. 48 | 7. 5 |
| VIII. 4 | 37. 6 | 34. 47 | 28. 26 | 19. 33 | 10. 21 | 3. 17 | 0. 34 |
| VII. 5 | 27. 4 | 24. 47 | 18. 32 | 9. 58 | 1. 14 | | |
| VI. 6 | 17. 13 | 15. 17 | 8. 31 | | | | |
| V. 7 | 7. 54 | 5. 31 | | | | | |

Elevatio poli 50°

| Horæ | ♋ | ♌ ♊ | ♍ ♉ | ♎ ♈ | ♏ ♓ | ♐ ♒ | ♑ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| XII | 63. 30 | 60. 12 | 51. 30 | 40. 0 | 28. 30 | 19. 48 | 16. 30 |
| XI. 1 | 61. 2 | 57. 55 | 49. 34 | 28. 23 | 27. 7 | 18. 33 | 15. 18 |
| X. 2 | 54. 41 | 51. 54 | 44. 17 | 33. 49 | 23. 8 | 14. 57 | 11. 50 |
| IX. 3 | 46. 15 | 43. 43 | 36. 44 | 27. 2 | 17. 1 | 9. 20 | 6. 24 |
| VIII. 4 | 36. 53 | 34. 29 | 27. 53 | 18. 45 | 9. 20 | 2. 28 | |
| VII. 5 | 27. 16 | 24. 54 | 18. 24 | 9. 35 | 0. 35 | | |
| VI. 6 | 17. 47 | 15. 20 | 8. 47 | | | | |
| V. 7 | 8. 48 | 6. 13 | | | | | |

| Elevatio poli 52° | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ♋ | ♌ ♊ | ♍ ♈ | ♎ ♈ | ♏ ♓ | ♐ ♒ | ♑ |
| XII | 61. 30 | 58. 12 | 49. 30 | 38. 0 | 26. 30 | 17. 48 | 14. 30 |
| XI. 1 | 59. 16 | 56. 7 | 47. 43 | 36. 29 | 25. 11 | 16. 37 | 13. 12 |
| X. 2 | 53. 26 | 50. 35 | 42. 49 | 32. 13 | 21. 26 | 13. 12 | 10. 4 |
| IX. 3 | 45. 31 | 42. 54 | 35. 43 | 25. 48 | 15. 38 | 7. 51 | |
| VIII. 4 | 36. 37 | 34. 8 | 27. 18 | 17. 56 | | | |
| VII. 5 | 27. 25 | 24. 56 | 18. 15 | 0. 10 | | | |
| VI. 6 | 18. 19 | 15. 47 | 9. 2 | | | | |
| V. 7 | 9. 41 | 7. 2 | 0. 3 | | | | |

## *SCHOLION 4.*

142. *Cum noſtra poli elevatio ſit* 51° 32′ (§. 60 Geogr.), *ſive juxta* Keplerum *in Rudolphinis* 51° 38, *adeoque fere* 52°; *aliam adhuc tabellam apponere libet, in qua tangentes altitudinum ſub elevatione poli* 52° *exhibentur in iſtiusmodi particulis, qualium index* 100.

| Horæ | Tangentes altitudinum | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ♋ | ♌ ♊ | ♍ ♉ | ♎ ♈ | ♏ ♓ | ♐ ♒ | ♑ |
| XII | 184 | 161 | 117 | 78 | 50 | 32 | 26 |
| XI. 1 | 168 | 149 | 110 | 74 | 47 | 30 | 23 |
| X. 2 | 135 | 122 | 93 | 63 | 39 | 23 | 18 |
| IX. 3 | 102 | 93 | 72 | 48 | 28 | 14 | |
| VIII. 4 | 74 | 68 | 52 | 32 | | | |
| VII. 5 | 52 | 46 | 33 | | | | |
| VI. 6 | 33 | 2 | 16 | | | | |
| V. 7 | 17 | 12 | | | | | |

## *PROBLEMA 41.*

143. *Quadrantem borediƈticum conſtruere, ſeu horologium in quadrante delineare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Ex centro quadrantis C, cujus limbus AB in 90 gradus diviſus, deſcribantur ſeptem circuli concentrici arbitrario intervallo a ſe invicem remoti, ipſisque adſcribantur ſigna Zodiaci eo ordine, qui ex ſchemate adjeƈto apparet. Tab. IV. Fig. 30.
2. Regula ad centrum C & limbum AB applicata notentur in ſingulis parallelis gradus altitudinibus Solis in iisdem exiſtentis ad horas datas reſpondentes (§. 140).
3. Punƈta ad eandem horam pertinentia connectantur linea curva, cui numerus horarum decenter adſcribatur.
4. Ad radium CA aptentur dioptræ C & A, centro autem quadrantis C alligetur filum cum ap-

appenſo pondere P & unione mobili G.

Quodſi enim unionem filo extenſo ad parallelum, in quo Sol verſatur, adducas & quadrantem Soli obvertas, ut radius Solis per dioptrarum foramina trajiciatur, unio horam quæſitam monſtrabit.

*DEMONSTRATIO.*

In iſto enim ſitu quadrantis perpendiculum ſecat parallelos omnes in eo gradu, qui altitudini Solis reſpondet (§. 101 *Aſtron.*). Quare cum unio ſit in parallelo, quem Sol deſcribit, & per gradus altitudinis, ad quam Sol hora qualibet elevatur, deſcriptæ ſint lineæ horariæ; unio horam præſentem oſtendit. *Q. e. d.*

*SCHOLION* 1.

144. *Dioptrarum loco alii infigunt indicem perpendicularem & quadrantem Soli ita obvertunt, ut umbra lateri AC congruat.*

*SCHOLION* 2.

145. *Sunt etiam, qui nimia accuratione ſepoſita, lineas horarias vel per arcus circuli, vel per lineas rectas repræſentant citra errorem ſenſibilem.*

*PROBLEMA* 42.

146. *Horologium in baculo deſcribere.*

*RESOLUTIO.*

1. Secundum baculi longitudinem ducantur lineæ ſeptem, quarum prima tropico cancri; ultima tropico capricorni, media ſive quarta æquinoctiali, ſecunda ♊ & ♌, tertia ♉ & ♍, quinta ♏ & ♓, ſexta denique ♐ & ♒ deſtinetur.
2. Baculi longitudo dividatur in partes decem æquales, & ſumma earum ſubdividatur in decem alias, quarum una denuo (ſi fieri poſſit) in alias decem adhuc ſubdividatur.
3. In tropicos & parallelos ſignorum transferantur cotangentes altitudinum Solis ad ſingulas diei horas, aut, ſi ſinu toto majores fuerint earundem ſupra ſinum totum exceſſus (§. 141) in iſtiusmodi particulis, qualium baculus eſt 100 vel 1000.
4. Puncta ad eandem horam in diverſis parallelis ſpectantia connectantur curva.

Quoniam baculo LH ſupra horizontem perpendiculariter erecto, longitudines umbrarum HC, HI &c. ſunt ut cotangentes altitudinum Solis (§. 148 *Optic.*); ſi longitudo umbræ aut ejus ultra longitudinem baculi exceſſus transferatur in parallelum diei præſentis, horam deſideratam indicabit. Tab. IV. Fig. 27.

*PROBLEMA* 43.

147. *Cylindro ad horizontem ſub elevatione poli ita inclinato, ut axis ejus ſit in plano meridiani, horologium inſcribere.*

*RESOLUTIO.*

Tab. IV. Fig. 31.

1. Baſis cylindri tam ſuperior AB quam inferior CB, dividatur per rectas ex centro ad peripheriam ductas in 24 partes æquales.
2. Puncta in peripheria ſuperiori & inferiori reſpondentia connectantur rectis per longitudinem cylindri ductis.

Quodſi AC ſumatur pro linea horæ ſextæ, lucis ac umbræ confinia horas indicabunt.

*SCHOLION.*

148. *Suadent alii, ut circulo circa cylindrum volubili, affigatur index erectus, horam indicaturus, quando nullam umbram projicit. Tum vero hora duodecima erit, quæ antea erat ſexta.*

*PROBLEMA* 44.

149. *Crucem gnomonicam conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

Tab. IV. Fig. 32.

1. Quovis angulo crucis A vel B aſſumto pro centro, radio A. 6 vel B. 6 deſcribatur quadrans in ſex partes æquales dividendus.
2. Ex eodem angulo per puncta ſingula diviſionum agantur rectæ crucis parti vicinæ occurrentes & punctis occurſuum adſcribantur horæ eo ordine, quo id in ſchemate factum eſſe apparet.
3. Crux ſuper linea meridiana verſus auſtrum ita inclinetur, ut cum horizonte efficiat angulum elevationi æquatoris æqualem.

Quoniam anguli crucis ſunt veluti centra circulorum æquinoctialium; patet umbras in crucem projectas horas indicare debere (§. 30).

*SCHOLION.*

150. *Cruces gnomonicæ portatiles conſtrui ſolent & ope pixidis magneticæ ad plagas mundi diriguntur, ope vero quadrantis debite elevantur.*

*PROBLEMA* 45.

151. *Annulos ſolares univerſales conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

1. Ex lamina orichalcea fiat annulus diametri arbitrariæ, latitudinis vero tantæ, ut diebus ſolſtitialibus radius Solis per foraminulum in medio factum illapſus annulum non egrediatur.
2. Diametro annuli AB deſcribatur circulus, per locum foraminuli A ducatur tangens CD & ex centro A ſemicirculus CED per centrum annuli E tranſiens.
3. Dividatur ſemicirculus iſte in 12 partes æquales & ex centro A ad ſingula diviſionum puncta ducantur rectæ, quæ intra cavitatem annuli puncta horaria 5, 4, 3, 2 &c. deſignabunt.

Quodſi annulus ſuper linea meridiana ita elevetur, ut diametro AB eidem inſiſtat, foraminulum vero A ſit in axe mundano, hoc eſt, ſub angulo elevationis æquatoris ſupra hori-

horizontem elevatum, radius Solis per ipſum illapſus horas indicabit: id quod facile patebit, modo cogitemus, Solem diebus æquinoctialibus deſcribere peripheriam centrum in A habentem, reliquo autem tempore peripherias iſti parallelas.

*Aliter.*

1. Ex lamina orichalcea parentur duo circuli ABEDC & CFEG mediocris latitudinis limbum habentes, quorum unus meridianum, alter æquatorem repræſentat. Unde ita combinandi, ut interior CGEF in ſitum ad ABD perpendicularem diſponi poſſit.
2. Quadrans BC dividatur in nonaginta gradus, ut filum AL, ex quo ſuſpendendus eſt in praxi annulus, in ea diſtantia alligari poſſit, quæ elevationi poli ſeu diſtantiæ æquatoris a Zenith AC æquatur.
3. Circulus æquinoctialis CGEF dividatur in 24 partes æquales & punctum E horæ duodecimæ meridianæ aſſignetur, indeque horæ reliquæ utrinque numerentur.
4. Circa ſemidiametrum æquinoctialis MN deſcribatur analemma ſigniferum (§. 121) &
5. Portiones tangentis N. 2, N. 1, NL &c, transferantur utrinque in laminam BD polis B & D aptatam & crena inſtructam, ita ut N ſit in medio crenæ, adſcribanturque ſigna cœleſtia ſingulis punctis convenientia.
6. Intra crenam fiat curſor mobilis exiguo foraminulo inſtructus P.

Quodſi horologium ex Zenith A libere ſuſpenſum Soli obvertatur, ut radius in æquinoctialem cadat & foraminulum ad ſignum adducatur, in quo Sol commoratur; radius Solis per hoc illapſus horam in æquinoctiali indicabit.

*DEMONSTRATIO.*

Ponamus Solem eſſe in æquatore & foraminulum in medio laminæ BD. Radius ergo Solis in æquinoctialem EC incidet (§. 46 *Optic.*). Quodſi foraminulo immoto Sol ſupra æquatorem attollatur, radius infra æquinoctialem cadet, aberrans ab eo angulo declinationi Solis æquali. Quare ſi foraminulum declinationi Solis convenienti intervallo (quod ope analemmatis ſigniferi determinavimus) attollatur; radius denuo in æquinoctialem cadet. Annulus itaque in hoc foraminuli ſitu Soli ita obverſo, ut radius per ipſum tranſiens in æquinoctialem CE incidat, erit in plano æquatoris, conſequenter radius horam legitime monſtrabit. *Q. e. d.*

SCHO-

## SCHOLION.

152. *Annulus poſterior non modo priori longe præferendus, quia uſus ejus nihil difficultatis habet, cui uſus alterius obnoxius; verum etiam annulis ad datam poli elevationem conſtructis. Licet adeo hiſce tuto carere poſſemus; ne tamen quicquam prætermiſiſſe videamur, de iſto quoque annulorum genere nonnulla nobis dicenda ſunt.*

## PROBLEMA 46.

153. *Annulos ſolares ad datam poli elevationem conſtruere.*

### RESOLUTIO.

Tab. V. Fig. 35. Annulos vulgares ita conſtruunt artifices:

1. Ex lamina orichalcea annulum parvum parant & in ejus peripheria aſſumto puncto A quadrantem ABC deſcribunt.
2. Quadrantis peripheria CB in 90 gradus diviſa (vel ad centrum A inſtrumento transportatorio applicato), in eam ex C verſus B transferantur altitudines Solis ad ſingulas horas diei æquinoctialis, & regula ad A & ſingula diviſionum puncta applicata, notentur in arcu C. 12 puncta horaria 1. 2. 3 &c.
3. Ex A verſus D transferantur declinationes duplæ ſignorum ♉ ♍, ♊ ♌ & ♋, verſus B autem declinationes duplæ ſignorum ♏ ♓, ♐ ♒ & ♑, nempe 23°, 40° 26′, 47°.
4. In medio annuli fiat crena EF & eum ambiat alius minoris multo latitudinis, cujus ope foramen ad ſignum quodvis adduci poteſt.

Quodſi foramen adducatur ad ſignum, in quo Sol commoratur & annulus ex D ita ſuſpendatur, ut AB ſit ad horizontalem lineam B 12 perpendicularis (id quod obtinetur, ſi ex filo in D alligato libere ſuſpenſus tenetur) tandemque foramen Soli obvertatur; Solis radius per ipſum illapſus circa æquinoctia horas omnes, reliquo tempore horam meridianam accurate, horas vero cœteras ſine notabili errore indicabit.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam annulus libere ſuſpenditur & centrum gravitatis idem cum centro magnitudinis habet (§. 103 *Mechan.*), linea directionis DG erit ad lineam B 12 perpendicularis (§. 276 *Geom.*). Sed eadem ad lineam horizontalem perpendicularis (§. 173 *Mechan.*): eſt ergo B 12 horizonti parallela, conſequenter cum AB ſit ad AC & B 12 perpendicularis *per conſtruction.* adeoque AC parallela ipſi B 12 (§. 241 *Geom.*), erit quoque AC ſive AR horizonti parallela (§. 221 *Geom.*) & hinc angulus SAR altitudini Solis æqualis. Eſt vero CA 12 ipſi SAR æqualis (§. 150 *Geom.*) & idem æqualis factus altitudini Solis meridianæ a die æquinoctii *vi conſtruct.* Sole

igitur

igitur in æquatore vel prope eundem conſtituto, radius SA per foramen A illapſus horam duodecimam legitime monſtrat. Eodemque prorſus modo oſtenditur, quod radius AQ in quacunque alia altitudine per idem foramen A illapſus horam e. gr. 3 legitime indicare debeat, quia nempe QAR eſt altitudini ſolis æqualis, ſed verticalis CA 3 eidem æqualis (§. 150 *Geom.*) ergo etiam altitudini Solis ad datam horam tertiam diei æquinoctialis ex conſtructione æqualis. *Quod erat unum.*

Porro quia CR ipſi B 12 parallela *per demonſtrata*; A 12 B altitudini Solis meridianæ SAR die æquinoctii æqualis (§. 222 *Geom.*). Sed cum arcus EA ſit duplus declinationis Solis *per conſtruct*: erit angulus E 12 A declinationi ipſi æqualis (§. 299 *Geom.*). Eſt ergo E 12 B altitudo meridiana Solis declinationem E 12 A habentis. Quare ſi foramen fuerit in E, radius E 12 horam duodecimam legitime indicabit. *Quod erat ſecundum.*

Denique cum angulus E 3 A ſit declinationi Solis æqualis *per demonſtrata*, & hinc E 3 H excedat altitudinem Solis æquinoctialis hora tertia A 3 H declinationis integræ quantitate; hæc autem differentia non ſit accurata (§. 141); radius E 3 per foramen E illapſus horam tertiam & cœteras præter meridianam omnes non accurate indicat. *Quod erat tertium.*

*Aliter.*

Errorem annuli vulgaris emendaturus his regulis utatur:

1. In ſuperficie concava annuli deſcribantur ſeptem circuli, quorum medius æquinoctiali, extremi tropicis, intermedii parallelis ſignorum intermediis deſtinentur.
2. Quoniam hora duodecima ab annulo vulgari legitime indicatur, Sole in quovis ſigno verſante; punctum 12 in omnibus ſignis determinatur ut ante.
3. Jam cum arcus 3. 12 dimidius ſit menſura anguli 3 A 12 (§. 299 *Geom.*), hoc eſt, differentiæ inter altitudinem meridianam CA 12 & altitudinem hora tertia CA 3; fiat arcus 3. 12 in quolibet parallelo duplus differentiæ altitudinis hora data ab altitudine meridiana.

Quodſi itaque annulus libere ſuſpenſus ita detorqueatur, donec radius per foramen illapſus incidat in parallelum ſigno, cui admotum eſt, reſpondentem; hora quævis legitime indicabitur: quemadmodum ſatis manifeſtum eſt ex demonſtratione præcedente.

## SCHOLION 1.

154. *Quoniam annulus ex lamina metallica rectangula paratur; peripheriæ circulorum in eo deſignantur per lineas rectas lateribus longioribus rectangulis parallelas. Puncta vero horaria in eas transferuntur, uti in circulis in charta delineatis ante fuerint inventa.*

## SCHOLION 2.

155. *Immo ſi dimidiam rectangulæ laminæ longitudinem in* 180 *partes æquales dividas* (§.262 Geom.), *ita ut ſingulæ ſingulos ſemiperipheriæ gradus deſignent; in lineas rectas, antequam in peripherias incurventur, puncta horaria transferre licet. Atque hac poſteriore methodo utuntur plerique autores.*
Tab. V. Fig. 36. *Sit nempe ABCD lamina metallica per rectam HG in duas partes æquales diviſa. Pars laminæ altera HGCB inſtruatur crena EF & ulterius biſecetur per rectam IK: ubi crena ſecatur, adſcribantur ſigna ♈ & ♎. Inde utrinque, quemadmodum in problemate præcepimus, ex ſcala modo parata transferantur duplæ declinationes ſignorum & intervalla inter bina proxima intercepta dividantur in tres partes. Poſſunt etiam ſignis adſcribi dies menſium, quando Sol ea primum ingreditur. In parte altera AHGD laminæ averſæ recta HG dividitur in 6 partes æquales & per ſingula diviſionum puncta ducuntur lineæ rectæ lateribus AH & DG parallelæ, quæ parallelos ſignorum deſignant, nempe media cedit æquinoctiali, ultimæ tropicis deſtinantur, intermediæ ſignis intermediis. Cum ex demonſtratione problematis conſtet, puncta horæ duodecimæ pro omnibus parallelis eſſe in linea HG, inde ex ſcala transferuntur duplæ differentiæ altitudinum pro horis datis ab altitudinibus meridianis Solis* (§. 141) *& puncta per curvas legitime connectuntur.*

## PROBLEMA 47.

156. *Horologium horizontale univerſale deſcribere.*

## RESOLUTIO.

1. Deſcribantur horologia horizontalia ad denos elevationum poli gradus, nempe 10, 20, 30 &c. (§. 38). Tab. V. Fig. 37.
2. In lamina metallica ductis AB & CD ad angulos rectos, ex centro E deſcribantur circuli concentrici, quorum primus cedat parallelo 10 graduum, ſecundus parallelo graduum viginti & ita porro.
3. In horologiis reſpondentibus ex eorum polis deſcribantur circuli parallelis iſtis æquales.
4. Arcus inter lineas horarias in unoquoque horologio intercepti transferantur in circulos horologii univerſalis.
5. Puncta ad eandem horam in diverſis parallelis ſpectantia connectantur curva.
6. In centro circulorum E applicetur index obliquus communis isque volubilis: qui ſi ita elevetur, ut cum plano efficiat angulum elevationi poli æqualem, umbræ & paralleli regionis datæ interſectio horam prodet.

## SCHOLION.

157. *Ratio conſtructionis manifeſta eſt ex iis, quæ ſupra de horologio horizontali demonſtravimus.*

## PROBLEMA 48.

158. *Horologium univerſale in tabula eburnea, lignea vel metallica deſcribere ad quamlibet poli elevatio-*

nem

*nem, quæ complementum declinationis maximæ eclipticæ non ſuperat.*

*RESOLUTIO.*

1. Ducantur rectæ A B & C D ad angulos rectos & ex puncto interſectionis I radio I C deſcribatur quadrans ICK in denos vel quinos (immo, ſi fieri poſſit, in ſingulos) gradus dividendus.
2. Aſſumta AI pro linea æquinoctiali (cui ideo ſigna æquinoctialia ♈ & ♎ adſcribantur) fiant anguli EIA & FIA declinationi eclipticæ maximæ ſeu tropicorum æquales, & in E notetur ſignum ♋, in F vero ♑.
3. Intra triangulum EIF conſtruatur analemma ſigniferum (§.121), ita ut ſimul ex decimo & vigeſimo cujusque ſigni gradu (ope inſtrumenti transportatorii ad I applicati & declinationum gradibus iſtis competentium facile determinando) ducantur rectæ verſus centrum I, non tamen ad ipſum usque producendæ, ſi confuſio linearum inde metuenda.
4. Quadrans I C K in gradus ſingulos 90, vel in quinos, vel denos dividatur, prout commode fieri poterit.
5. Regula ad centrum I & ſingula diviſionum puncta applicata, notentur puncta 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 &c. in quibus E C a regula ſecatur.
6. Eadem transferantur in rectam oppoſitam DF & regula ad bina quævis reſpondentia applicata, ducantur rectæ intra ſigniferum EIF, quæ elevationem poli ſeu latitudines locorum complemento declinationis maximæ Solis non majores determinabunt. Numeri adeo elevationem poli indicantes ab utroque latere ſigniferi adſcribendi.
7. Quadrans I C K compleatur in circulum, & ejus peripheria in 24 partes æquales dividatur, & regula ad puncta diviſionum a diametro CD æqualiter remota applicata ducantur rectæ 2. 10, 3. 9, 4. 8 &c. erunt illæ lineæ horariæ, numerique ſuperiores horas antemeridianas, inferiores vero pomeridianas indicabunt.
8. Aſſumta ID pro æquinoctiali, ex D in M & N transferantur diviſiones ſigniferi reſpondentes in analemmate EIF latitudini 45°.
9. Ad latus EF aptentur dioptræ tandemque in A firmetur brachiolum PQRS ex articulis mobilibus compoſitum & ejus extremo S alligetur filum unione V inſtructum cum ponduſculo T.

Quodſi extremum S brachioli SRQP ad parallelum latitudinis, e.gr. 50°, & quidem punctum *e*, ubi ſecatur a linea ſigni, in quo Sol com-

moratur, adducas & filum usque ad idem punctum ſigniferi MN extendas, atque unionem eo usq; protrudas, tandemque inſtrumentum Soli ita obvertas, ut radius luminis per utriusque dioptræ X & Z foramen tranſeat, unio lineam horariam quæſitam attinget.

Quodſi inſtrumentum in hoc ſitu conſtituatur, ut filum cum pondere ſecet GH ad angulos rectos; horam ortus & occaſus indicabit.

*SCHOLION* 1.

159. *Quodſi eadem tabula ad altitudines Solis obſervandas uti volueris, ex centro a deſcribatur quadrans occultus & per ejus gradus ex centro eodem ducantur rectæ DH in partes ſecantes. Quodſi enim extremum brachioli adducatur ad punctum a, radio Solis per dioptras transeunte, filum in latere DH gradum altitudinis reſecabit* (§.101 Aſtron.). *Idem eveniet, ſi per dioptras collineatio in ſtellas vel Lunam fiat.*

*SCHOLION* 2.

160. *Similiter ſi ex centro* b *per gradus quadrantis ex eo deſcripti ducantur rectæ ad latera CG & GH; altitudines rerum terreſtrium eodem inſtrumento metiri licebit, apice nimirum brachii ad* b *adducto & oculo per dioptras* X *&* Z *collineante.*

## CAPUT VI.

## De HOROLOGIIS LUNARIBUS ET SIDEREIS.

*DEFINITIO* 20.

161. *Horologium lunare* eſt, quod ope luminis lunaris vel umbræ in eodem ab indice projectæ horas nocturnas indicat.

*DEFINITIO* 21.

162. *Horologium ſidereum* ſeu *aſtrale* eſt machina, cujus ope nocturnas horas ex ſtellæ alicujus obſervatione addiſcere licet.

*DEFINITIO* 22.

163. *Horologium nocturnale* dicitur, quod horas nocturnas indicat. Commune adeo lunarium & aſtralium nomen eſt.

*PROBLEMA* 49.

164. *Horologio ſolari tanquam lunari uti, hoc eſt, ope horologii ſolaris cujusvis ſplendente Luna horam noctis addiſcere.*

*RESOLUTIO.*

1. Obſervetur hora, quam umbra indicis in horologio Solari ad ſplendorem Lunæ indicat.

2. In-

2. Inveſtigetur ætas Lunæ ex calendario &

3. Dies completi multiplicentur per $\frac{3}{4}$; qui enim prodit, numerus eſt horarum ab umbra indicatæ addendarum, ut hora quæſita prodeat.

E. gr. Si quarta die ætatis Lunæ index monſtret horam ſextam antemeridianam; adde eidem $2\frac{1}{4}$: erit ergo hora $8\frac{1}{4}$ pomeridiana.

### DEMONSTRATIO.

Luna enim ſingulis diebus a novilunio & plenilunio tardius ad eundem circulum horarium accedit quam Sol tribus horæ quadrantibus, ipſo autem novilunii & plenilunii die ſimul cum Sole in eodem conſtituitur, etſi plenilunii die in partibus oppoſitis ejusdem circuli utrumque ſidus reperiatur. Quoniam itaque umbra ad lumen Lunæ ab indice projecta indicat horas ab appulſu Lunæ ad meridianum computata (quas lunares appellare libet) & factum ex $\frac{3}{4}$ in ætatem Lunæ ſit differentia inter horam lunarem & ſolarem; ſi hoc factum horæ a Luna in horologio ſolari indicatæ addas, aggregatum erit hora ſolaris quæſita. *Q.e.d.*

### SCHOLION.

165. *Quodſi horam accuratius noſſe deſideres, ſingulis diebus ætatis Lunæ iisque ineuntibus adde, quæ tabula ſequens addenda exhibet.*

| Ætatis Lunæ Dies ineuntes | | Differentia horarum lunarium & ſolarium | |
|---|---|---|---|
| 1 | | 0 h. | 0′ |
| 2 | 16 | 0 | 49 |
| 3 | 17 | 1 | 37 |
| 4 | 18 | 2 | 25 |
| 5 | 19 | 3 | 13 |
| 6 | 20 | 4 | 2 |
| 7 | 21 | 4 | 52 |
| 8 | 22 | 5 | 37 |
| 9 | 23 | 6 | 29 |
| 10 | 24 | 7 | 13 |
| 11 | 25 | 8 | 5 |
| 12 | 26 | 8 | 56 |
| 13 | 27 | 9 | 45 |
| 14 | 28 | 10 | 33 |
| 15 | 29 | 11 | 10 |

### PROBLEMA 50.

166. *Horologium lunare deſcribere.*

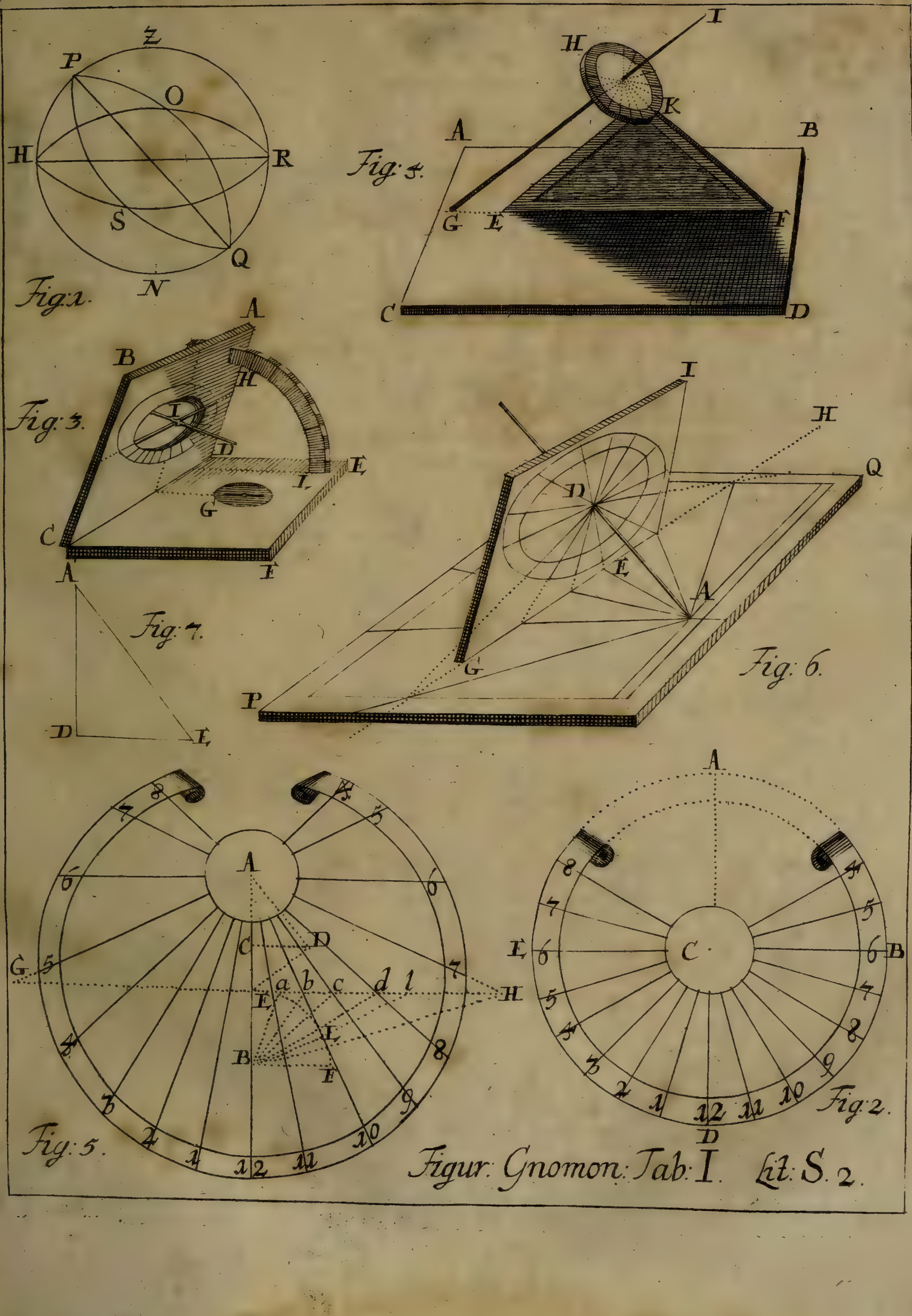
### RESOLUTIO.

Sit e. gr. deſcribendum horologium lunare horizontale. Tab. V. Fig. 39.

1. Deſcribatur horologium horizontale ſolare (§. 38).
2. Ducantur duæ lineæ AB & CD ad lineam horæ duodecimæ perpendiculares & intervallo GF in 12 partes æquales diviſo per ſingula diviſionum puncta agantur aliæ cum iſtis parallelæ.
3. Quodſi linea prima CD deſtinetur

# Errata ſic corrige.

| Pag. | Lin. | Errata | Corrigenda |
|---|---|---|---|
| 796 | 16 | SB | EB |
| 799 | 13 | FGL | GFL |
| 801 | 1 | EL | ED |
| 805 | 12 | anguli | angulum |
| 808 | | Tab. IV. Fig. 25 | Tab. III. Fig. 23 |
| 811 | 28 | ♑ | ♌ |
| 813 | 15 | 25 | 26 |
| | 21 | Tab. IV. Fig. 25 | Tab. III. Fig. 24 |




Figur: Gnomon: Tab: I. Lit: S. 2.

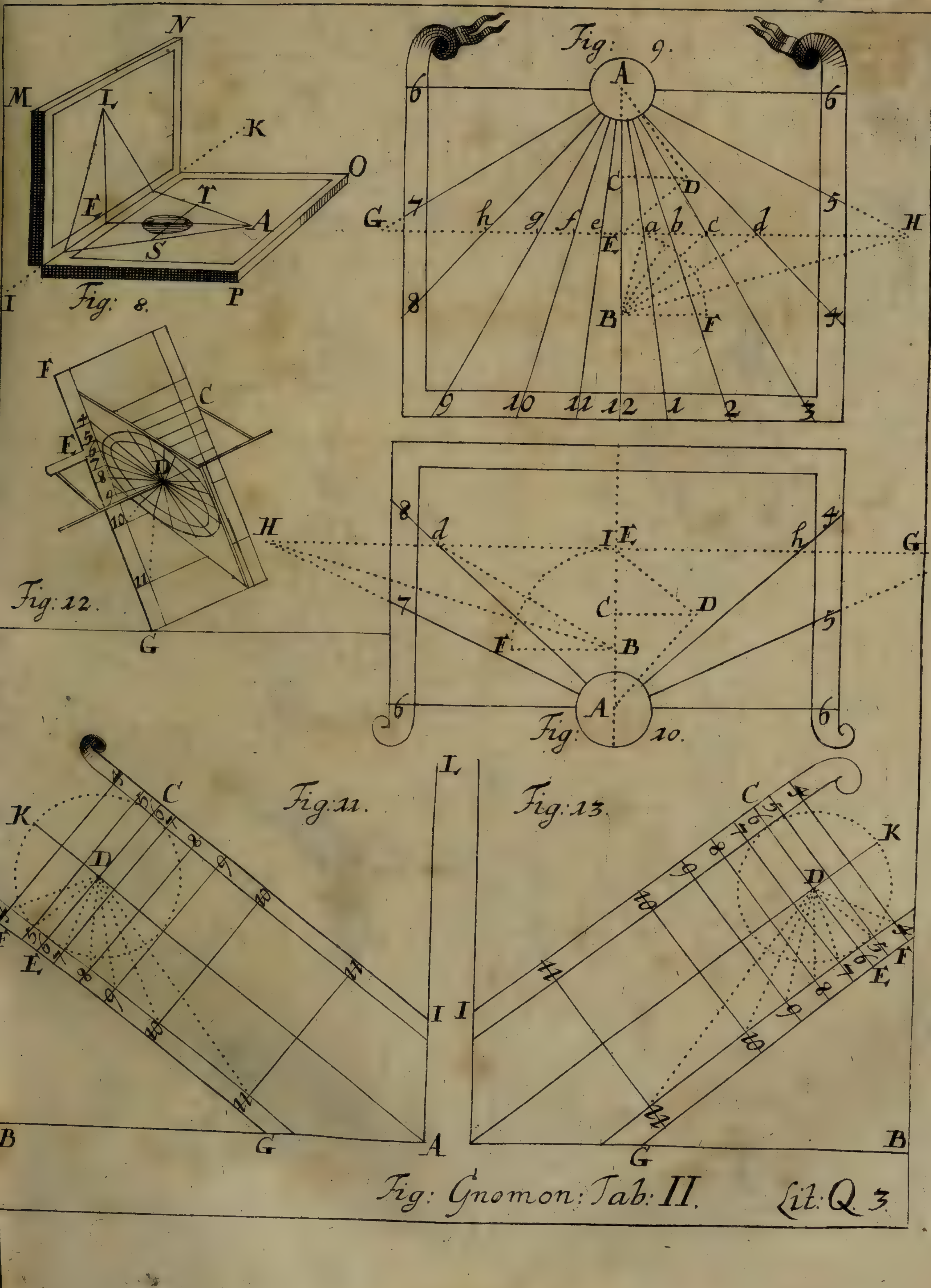
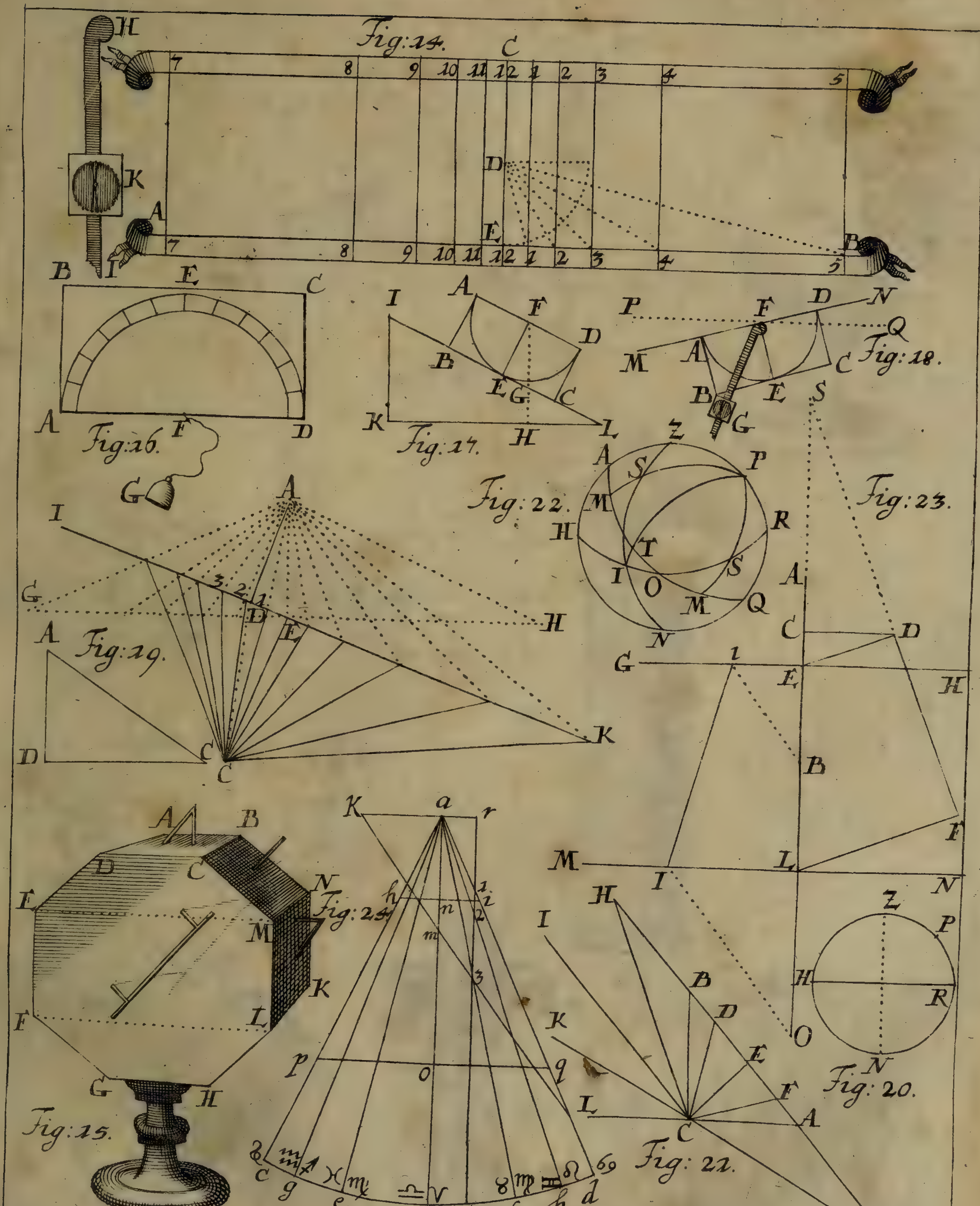



Fig: Gnomon: Tab: II. Lit: Q 3.




Figur. Gnom: Tab: III. Lit: R. 3.

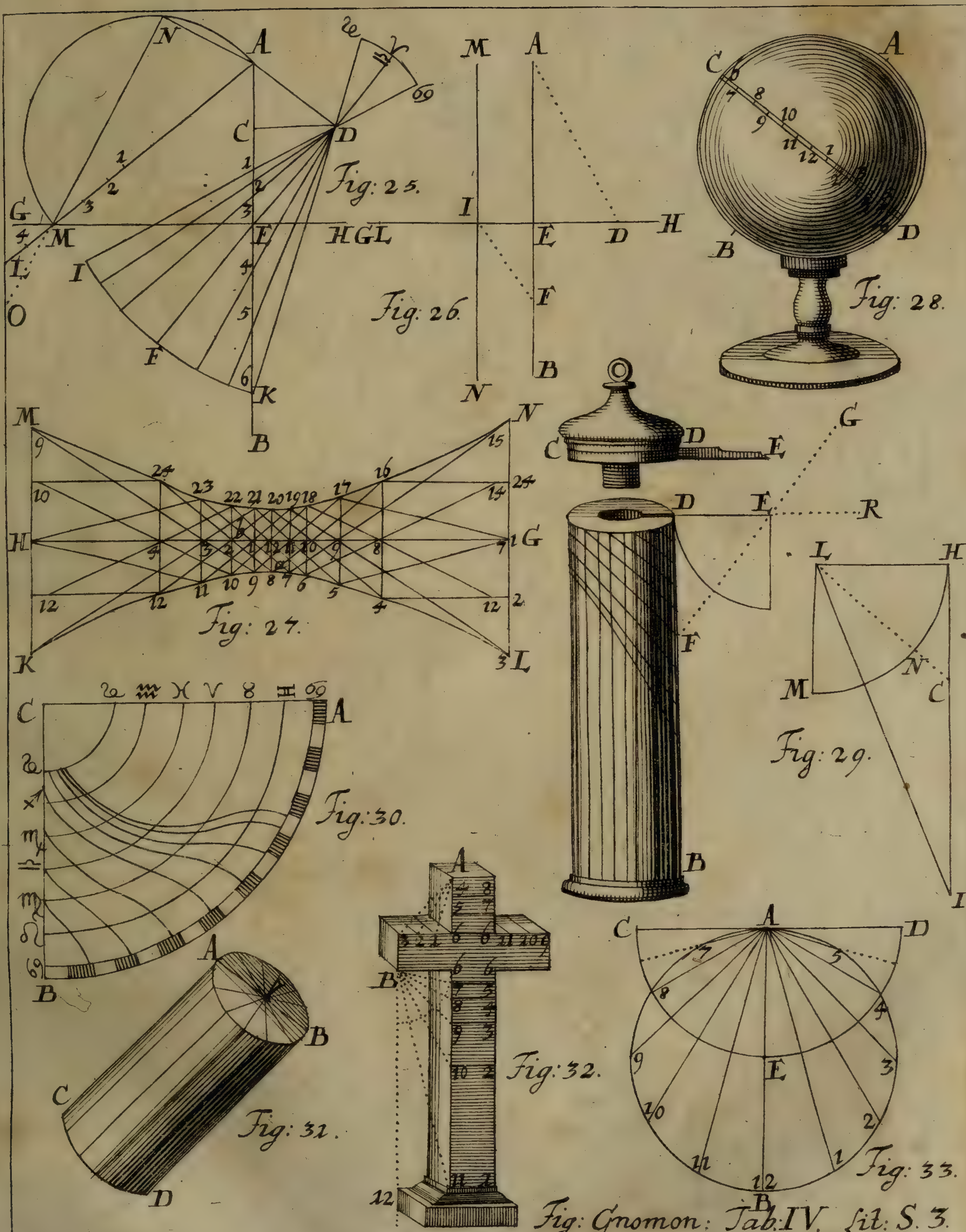



Fig: Gnomon: Tab: IV. Lit: S. 3.

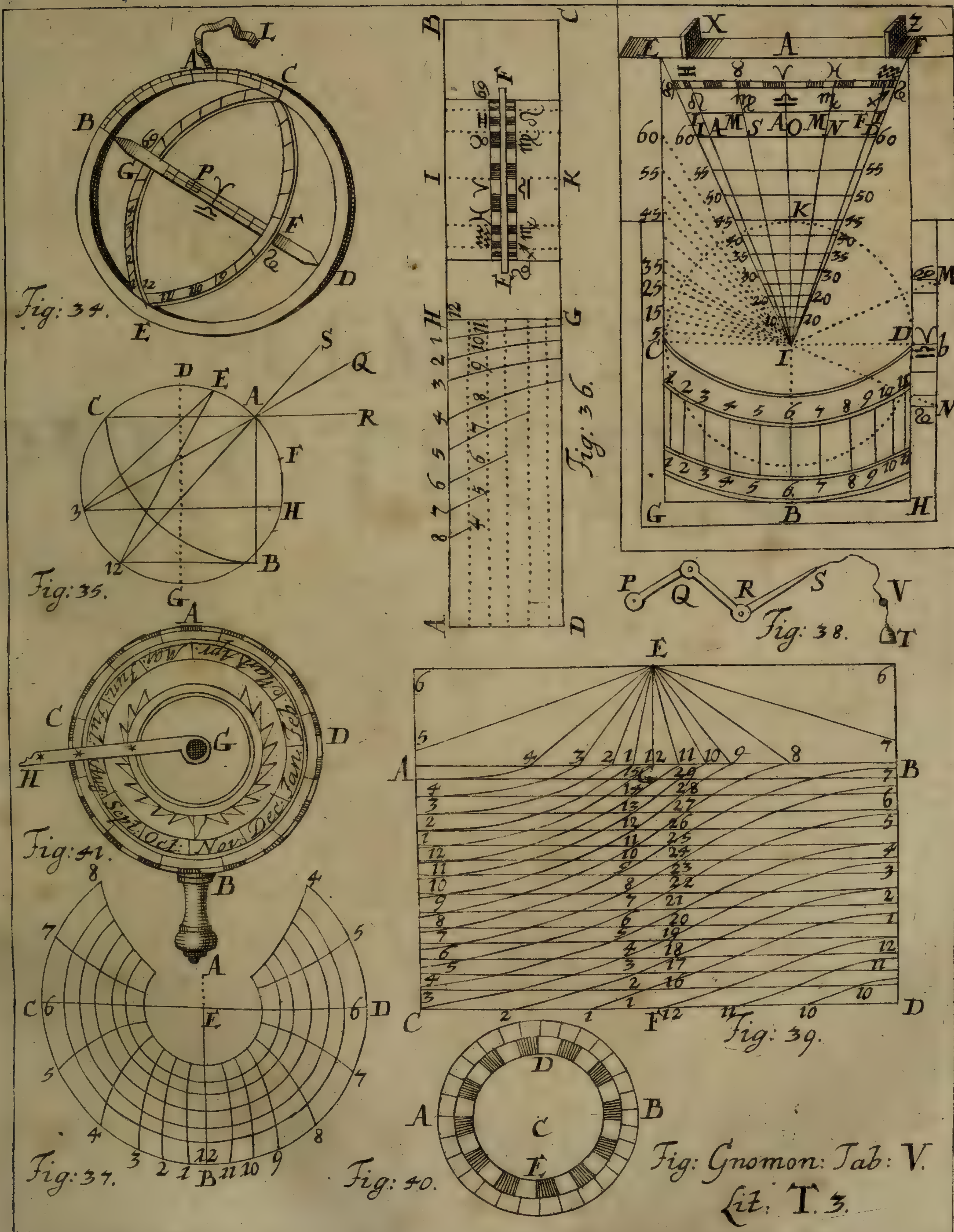



Fig: Gnomon: Tab: V.
Lit: T. 3.

# ELEMENTA
# PYROTECHNIÆ.

# PRÆFATIO.

ETſi pauca ſint, quæ ex Matheſi aſſumuntur in Pyrotechnia; eam tamen Architecturæ militari præmittere decrevimus, quia hujus fundamenta ſine illa penitus cognoſci nequeunt. Suo nimirum loco oſtendetur, muniendi formam hoſtium moliminibus aptandam eſſe, quæ maximam partem Pyrotechniæ debentur. Ea igitur potiſſimum explicamus, quæ certam in bello utilitatem ſpondent, cæteris, quæ jucunditati unice ſerviunt, vel prorſus prætermiſſis, vel parcius traditis. Proderit etiam hæc elementa Pyrotechniæ evolvere, ſi quis de negotiis militaribus cum ratione diſſerere voluerit, vel ad oras peregrinas excurſurus munimenta & armamentaria inviſere in animum induxerit. Non ingratam itaque operam me

multis præſtitiſſe confido, quod Pyrotechniam non equidem ad demonſtrationes geometricas, ad rationes tamen tolerabiles revocaverim, quæ vulgo ab Autoribus ſine rationibus tradi ſolet. Cæterum cum negari non poſſit, varia occurrere in hac Arte, quæ mathematicam accurationem admittunt; ſi quis Mathemata pura, quæ Tomo primo Elementorum noſtrorum abunde explicata dedimus, animo probe comprehendit, ipſemet ingenii ſui vires periclitari poterit, utrum problematum pyrotechnicorum demonſtrationibus geometricis inveniendis ſufficiant, nec ne, non exiguam ex ſucceſſu voluptatem percepturus.

ELE-

# ELEMENTA PYROTECHNIÆ.

## CAPUT I.

## De

# PULVERE PYRIO.

### *DEFINITIO* 1.

1\. PYrotechnia eſt ſcientia ignium artificialium tam feſtivorum, quam bellicorum, ad munimentorum oppugnationem & expugnationem inprimis neceſſariorum, atque inſtrumentorum, quæ ad eorum uſum requiruntur.

### *SCHOLION* 1.

2\. *A multis* Artilleria *vocatur: quamvis hac voce magis indigitetur inſtrumentorum ad uſum ignium bellicorum neceſſariorum deſcriptio. Sunt qui* Pyrobologiam *appellant.*

### *SCHOLION* 2.

3\. Pyrotechnia *pulveri pyrio originem debet, qui vulgo circa A.* 1380 *a monacho quodam Colonienſi* Bartholdo Nigro *inventus eſſe fertur. Unde primo omnium loco de eo ut agamus fas eſt.*

### *DEFINITIO* 2.

4\. *Pulvis Pyrius* eſt maſſa ex nitro, ſulphure & carbonibus invicem commixtis compoſita & in granula plerumque redacta, quæ ubi incenditur, vi elaſtica inſigni gaudet.

### *PROBLEMA* 1.

5\. *Nitrum defæcare & in pulverem redigere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Nitrum vel Sal petræ tripedi fictili aut lebeti immittatur.
2. Affundatur aqua fontana, quantum eidem ſolvendo ſufficit.
3. Tripes vel lebes ſuper igne leni conſtituatur.
4. Quamprimum ebullit aqua, alumen in pulverem redactum adjiciatur (ſit vero ratio aluminis ad nitrum ut 1 ad 128) & pauculum aceti affundatur.
5. Spuma cochleari cupreo foraminulis pertuſo auferatur: ita nimirum a fæcibus purgabitur, *Quod erat primum.*
6. Nitrum ſicceſcens tudicula lignea tudiculetur, ne inardeſcat. Tamdiu autem tudiculari debet, donec ſuper igne leni prorſus fuerit exſiccatum. Hac ratione in pulverem candidum redigitur. *Quod erat alterum.*

### *SCHOLION* 1.

6. *Defæcatio interdum iterari ſolet, quoniam nitrum bene defæcatum nihil ſordium relinquit, ubi pulvis pyrius accenditur, & elaterem majorem habet.*

### *SCHOLION* 2.

7. *Indicium eſt nitri ſufficienter defæcati, ſi admoto carbone candente in flammam abiens ſordium nihil relinquit.*

### *SCHOLION* 3.

8. *Quodſi vero cum fragore aliquo diſſiliat, multum ſalis communis eidem permixtum eſt.*

### *SCHOLION* 4.

9. *Solet autem nitrum ex terra nitroſa parari, quæ ex cavernis aliisque locis umbroſis, ſtabulis præſertim eruitur, ubi urina boum, ovium & ſuum frequenter humectata fuit. Interdum etiam moenibus & fornicibus cellarum ſponte adhæreſcit.*

### *PROBLEMA* 2.

10. *Sulphur depurare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Sulphur in tripede fictili vel lebete igni ſuperimpoſito liquefiat. Sit autem ignis lenis, ne in flammam abeat.
2. Quodſi tamen calor prunarum præter expectationem tantus fuerit, ut ſulphur in flammam conjiciat; mox operculum ferreum tripedi vel lebeti ſuperimponatur & tripes ab igne removeatur ut flamma extinguatur.
3. Quamprimum liquefactum fuerit ſulphur, deſpumetur &
4. Deſpumatum per linteum duplicatum urgeatur. Hac ratione purum obtinebitur.

### *SCHOLION* 1.

11. *Sulphur optime defæcatum eſſe deprehenditur, ſi inſtar ceræ inter duas laminas ferreas calidas ſine fœtore liqueſcit &, quod relinquitur, coloris rubidi appareat.*

### *SCHOLION* 2.

12. *Si ſulphur defæcatum nitro defæcato & liquefacto adjiciatur, in flammam abit & nocivam nitro pinguedinem abſumit.*

### *PROBLEMA* 3.

13. *Carbones ad pulverem pyrium conficiendum idoneos parare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Circa finem Maji vel initium Junii ex corylo vel ſalice reſecentur virgæ, quarum longitudo ſit trium circiter pedum, diameter vero unius circiter digiti.
2. Ubi decorticatæ fuerint, in faſciculos collectæ vel ad Solem, vel in clibano exſiccentur.
3. Exſiccatæ in acervum cumulentur & admota flamma incendantur.
4. Poſtquam in prunas abiere, terra madefacta cooperiantur, ut igne ſuffocato carbones relinquantur.
5. Terra a carbonibus non removeatur, niſi 24 horis elapſis, ne, calore nondum prorſus extincto, in libero aëre ignem denuo concipiant.

Ali-

*Aliter.*

Si exigua carbonum quantitas deſideretur,

1. Ligna, quæ carboneſcere debent, in faſciculum collecta luto vel argilla obducantur &
2. per aliquod temporis (unius circiter horæ) intervallum igni vehementi immittantur.
3. Inde ubi extracta fuerint, argilla vel lutum removeri non debet, antequam frigefacta fuerint.

## *SCHOLION* 1.

14. *Si corylorum & ſalicum copia defecerit, carbonibus alneis, fraxineis, populeis, tiliaceis, immo in caſu neceſſitatis etiam communibus utuntur.*

## *SCHOLION* 2.

15. *Caduntur autem ligna menſe Majo & Junio, ut facile decorticari queant.*

## *SCHOLION* 3.

16. *Nonnulli fornaces carbonarias conſtruunt; de quibus* Buchnerus (a) *conſuli poteſt.*

## *EXPERIENTIA* 1.

17. *Si nitrum cochleari inditum carbonibus candentibus admovetur; liqueſit, ſed non incenditur. Sed ſi carbonibus adſpergitur, cum ſtrepitu in flammam expanditur.*

## *EXPERIENTIA* 2.

18. *Si ſulphur cochleari inditum carbonibus candentibus admovetur; liquefactum incenditur & lenta cæruleaque flamma abſumitur. Idem accidit, ſi ſulphur carboni candenti adſperſeris.*

## *EXPERIENTIA* 3.

19. *Si corpus candens carbonibus in pulverem contritis admovetur, vel ignis ſcintillulæ ex ſilicis & chalybis colliſione elicitæ in eum deciduut; pulviſculi quidam ignem concipiunt, mox iterum extinguendum. Idem fit, ſi flamma eidem pulveri admovetur.*

## *EXPERIENTIA* 4.

20. *Si nitrum pulveri carbonario permixtum carbonem candentem (vel corpus candens aliud) contingit; flamma concitatur, relictis ſordibus extinguenda.*

## *EXPERIENTIA* 5.

21. *Si ſulphur in pulverem contritum commiſcetur cum carbonibus in pulverem itidem redactis & corpus candens mixturæ admovetur; aliqua ſulphuris pars incenditur, lenta flamma conſumenda, pulviſculis carbonariis ſalvis, exceptis paucis, quæ hinc inde candeſiunt.*

## *EXPERIENTIA* 6.

22. *Si nitrum cum ſulphure commiſcetur & mixturæ carbo candens admovetur, ſulphur incenditur & mox flamma ſubita cum aliquo ſtrepitu*

(a) in Theoria & praxi Artilleriæ Tom. 3. f. 25.

*pitu aſcendit, nitri liquefacti portione relicta.*

*SCHOLION.*

23. *Has quidem experientias ideo adduximus, ut ratio admirandarum pulveris pyrii proprietatum inde reddi poſſit.*

*PROBLEMA 4.*

24. *Pulverem pyrium componere.*

*RESOLUTIO.*

1. Nitri defæcati & in pulverem redacti accipiantur libræ ſex, ſulphuris defæcati & in pulverem itidem redacti libra fere unica & carbonarii pulveris libra unica & paulo amplius.
2. Miſcibilia indantur mortario ligneo, cupreo vel orichalceo, & aqua, ſpiritu vini vel frumenti, aceto vel urina madefacta per continuas 24 horas probe tundantur, humectatione poſt elapſas quatuor horas repetita, ne maſſa in flammam abeat.
3. Poſtquam optime commixta fuerint; per cribrum cilicium ope diſci lignei maſſa urgeatur: quæ hac ratione in exigua granula redigetur.
4. Pulvis ex granulis exiguis conſtans tandem exſiccatur.

Quodſi exſiccato carbonem candentem admoveas, vel unica ſcintilla ope ſilicis ex chalybe eliſa in eum decidat; illico ignem concipiet, flamma ſubita aſcendet, elatere inſigni prædita, & hac diſparente fumus craſſus in ſublimi cernetur.

Carbone nimirum candente admoto, in granulo, quod contingit, ſulphur & nitrum liquefit (§. 17. 18), immo ſulphur in flammam abit (§. 18) & carbonarii pulviſculi candefiunt (§. 19). Similiter ſi ſcintilla ignis in granulum pulveris decidit, particulam ſulphuris & nitri adjacentem liquefacit atque accendit (§. 17. 18). Unde ſulphuris & nitri particulæ in flammam abeunt & pulviſculum carbonarium una ſecum evehunt (§. 21). Dum vero hæc flamma adjacentem pulviſculum carbonarium alium attingit, eum candefacit (§. 19): quo facto ut ante particulæ ſulphuris & nitri eidem contiguæ liquefiunt & in flammam conjiciuntur. Sicque omnis tandem pulveris pyrii maſſa in flammam abit, vi elaſtica inſigni prædita, quia nitrum accenſum expanditur (§. 17). Quoniam vero pulviſculi carbonarii & nitri in particulas non ſatis tenues diſſolvuntur; flamma extincta, fumus craſſus relinquatur neceſſe eſt.

*SCHOLION.*

25. *Pulveris pyrii compoſitiones alias præſcribunt Auctores alii.* Simienowitzius (b) *ſequen-*

(b) Pyrotechniæ part. I. c. 14. f. 61.

*ſequentes commendat. Pro tormentis & mortariis* Rec. *nitri lib.* 100, *ſulphuris* 25, *carbonum* 25; *vel nitri lib.* 100, *ſulphuris* 20, *carbonum* 24: *pro bombardis Rec. nitri lib.* 100, *ſulphuris* 18, *carbonum* 20; *vel nitri lib.* 100, *ſulphuris* 15, *carbonum* 18; *pro ſclopis ſeu bombardis minoribus nitri lib.* 100, *ſulphuris* 12, *carbonum* 15; *vel nitri lib.* 100, *ſulphuris* 10, *carbonum* 8. Suriræus a S. Remigio (c) *commendat nitri libr.* $76\frac{1}{2}$, *ſulphuris* $12\frac{1}{2}$ & *carbonum* $12\frac{1}{2}$: *omnium maxime vero prædicat* Miethius (d), *ſi recipias nitri libram unam, carbonum uncias* 3 & *ſulphuris* 2 *vel* $2\frac{1}{4}$, *quo pulvere pyrio fortiorem fieri poſſe negat. Quamvis autem vulgo, ut ex compoſitionibus præcedentibus apparet, pulvis pyrius minorum virium paretur pro tormentis, quam pro bombardis; id tamen ſine ratione ſufficiente fieri contendit* Miethius & *inſigni ſumtuum diſpendio fieri evidenti calculo evincit. Ad tormentum ſcilicet majus onerandum requiruntur pulveris communis tormentarii libræ* 24, *adeoque ſi decies oneretur,* 240; *eidem vero ſcopo ſatis faciunt pulveris fortioris libræ* 180: *unde juxta compoſitiones modo allatas calculo inſtituto deprehenditur, plus ſumtuum requiri, ſi pulvere tormentario, quam ſi bombardario utaris.*

## *SCHOLION* 2.

26. *Machinas ad materiam pulveris pyrii contundendam neceſſarias in Elementis Mechanica* (§. 699 & 702) *deſcripſimus.*

## *SCHOLION* 3.

27. *Si quis ſine multo labore pulverem pyrium parare voluerit; ſulphuris, nitri ac carbonum debitam quantitatem ollæ fictili indat & aqua affuſa intervallo duarum vel trium horarum ad ignem coquat, donec aqua fere omnis exhalaverit. Maſſa per aliquod temporis intervallum æſtate radiis ſolaribus, hieme vero calori fornacis exponatur, ut eum ſiccitatis adipiſcatur gradum, qui ſufficere videtur, ut in grana commode redigatur.*



## *SCHOLION* 4.

28. *Pulverem fulminantem animi gratia conficies, ſi nitri uncias tres, ſalis tartari duas & ſulphuris unam in mortario contundas, ut invicem probe commiſceantur miſcibilium ſingulorum pulviſculi. Quodſi exiguam ejus quantitatem cochleari inditam carbonibus candentibus imponas; ubi liquefacta fuerit, ingenti cum fragore accendetur monetamque impoſitam magno cum impetu laqueari conclavis admovebit; vaſis fictilibus ſi includitur, ea cum fragore in plurima fruſta disjicit.*

## *PROBLEMA* 5.

29. *Pulverem pyrium examinare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Chartæ mundæ vel tabulæ ligneæ imponantur aliquot pulveris pyrii acervuli
2. Uni admoveatur carbo candens.

Quodſi extemplo ignem concipiat, fumus recta aſcendat, nihil ſordium reſiduum fuerit, nec chartæ notam inurat; id indicio erit, ſulphur & nitrum rite fuiſſe defæcatum, omnes materias vero bene contritas & invicem commixtas, prout ex rationibus ad problema præcedens allatis apparet. Quodſi vero reliqui acervuli una accendantur, aut multum ſalis commu-

 nis

(c) Memoires d' Artillerie Tom. 2. p. 109.
(d) Artiller. praxi recentiore Tom. 2. c. 40. f. 55.

nis nitro permixtum, aut carbones non ſatis contriti, aut miſcibilia non bene commixta ſunt. Si nitrum & ſulphur a nociva pinguedine non fuerint liberata, ea maculabitur charta. Si nitrum alias non fuerit defæcatum; charta ſordibus inquinatur.

### PROBLEMA 6.

30. *Pulveris pyrii vires probare.*

### RESOLUTIO.

Tab. I Fig. 1. 1. Paretur priſma quadrangulare AB ex ferro ſeu chalybe & ſuperficies ejus poliatur. Longitudo ſit duorum circiter pedum, latitudo & craſſities digiti unius.

2. Latus unum dividatur in aliquot partes æquales & ad ſingula diviſionum puncta fiant foramina, impeditura, ne operculum C ſurſum propulſum relabatur.

3. Ad extremitatem imam priſmatis ponatur vaſculum metallicum BD, operculo C tectum, quod elatere inſtructum, ut ejus ope in altitudine, ad quam aſcendit, retineri poſſit.

Quodſi vaſculum pulvere pyrio impleas & per foramen ad baſin accendas; operculum C vi pulveris pyrii ſurſum propelletur, & vi elateris in gradu, ad quem pervenit, retinebitur.

### *Aliter.*

Alii utuntur machina, in qua pulvis pyrius in vaſculo A accenſus laminam elaſticam B deprimit, vi pulveris ad deprimendum requiſita ex numero dentium rotæ C infra laminam depreſſorum æſtimanda.

## CAPUT II.

## De IGNIBUS BELLICIS SEU NOCIVIS.

### DEFINITIO 4.

31. *Granata* eſt globus ferreus, cupreus vel vitreus pulvere pyrio repletus & tubo ligneo, qui materia incendiaria plenus, inſtructus. Dicitur *granata minor* ſeu *manualis*, ſi manibus in hoſtem emitti poſſit; *major* vero ſive *Bomba*, ſi ex mortario ejaculatur.

DE-

*DEFINITIO* 5.

32. *Grando pyrotechnica* (eine Kartetſche) eſt cylindrus, conus vel conus truncatus ex papyro, linteo craſſiori, lamina ferrea &c. confectus & pulvere nitrato atque catenis, glandibus plumbeis, clavis, globis ſclopetariis &c. repletus.

*DEFINITIO* 6.

33. *Pluvia pyrotechnica* eſt globus ligneus, pulvere nitrato aliisque materiis incendiariis repletus, qui disjectus materiam ardentem effundit.

*DEFINITIO* 7.

34. *Urnæ* ſeu *lagenæ pyrotechnicæ* ſunt vaſa fictilia pulvere pyrio repleta, in medios hoſtes projici ſolita.

*DEFINITIO* 8.

35. *Cylindrus Pyrotechnicus* eſt cylindrus pulvere nitrato repletus.

*DEFINITIO* 9.

36. *Saccus Pyrotechnicus* eſt ſaccus pulvere nitrato aliisque neceſſariis repletus.

*DEFINITIO* 10.

37. *Famulus Pyrotechnicus* eſt cylindrus cavus innumeris foraminibus inſtructus & pulvere pyrio aliisque materiebus implendus.

*DEFINITIO* 11.

38. *Globi incendiarii* ſunt globi ex linteo craſſiori parati, pulvere nitrato aliisque materiebus replendi.

*DEFINITIO* 12.

39. *Globus lucens* eſt globus incendiarius, qui lumen intenſum undiquaque ſpargit.

*DEFINITIO* 13.

40. *Globus fumans* eſt globus incendiarius, qui fumo aërem circumcirca obſcurat.

*DEFINITIO* 14.

41. *Globus fœtens* eſt globus ingentem fœtorem ſpargens, ubi incenditur.

*PROBLEMA* 7.

42. *Bombam parare.*

*RESOLUTIO.*

1. Fiat ex ferro fuſo globus cavus AB ſatis ſpiſſus, habens lumen rotundum in A, per quod bomba repleri & accendi poſſit, atque anſis circularibus C & D præditus, ut commode in mortarium, ex quo ejaculatur, demitti queat.

2. Cum globus ſuper carbonibus candentibus canduerit, aëri libero exponatur, ut lente frigefiat. Quoniam enim ignis ferrum dilatat, occulta quædam foraminula vel rimæ ſi adfuerint, aperientur magis, aëre præſertim incluſo vi elateris ſuperficiem continuam perforante (§. 137 *Aërom.*).

 3. Ca-

3. Cavitas globi repleatur aqua frigida & lumen probe obturetur.
4. Exterior ſuperficies aqua fervida & ſapone lavetur, quia ſaponaria aqua viſcidior reliqua. Quodſi enim quædam foraminula adfuerint, aër calore rarefactus egredietur (§.*cit.*) & bullas in ſuperficie globi formabit.
5. Si nullus in globo defectus notetur, cavitas fere tota pulvere pyrio granulato impleatur, ſpatio nonniſi exiguo vacuo relicto, ut dum
6. tubulus ligneus AE figuram coni truncati referens per lumen adigitur & glutine ex calce viva, cinere puro, polline lateritio atque limatura Martis bene contuſa mediante aqua glutinoſa ſubigendis, vel ex quatuor partibus picis nigræ, colophoniæ partibus duabus, terebynthinæ una & ceræ itidem una, compoſito firmatur, pulvis non conteratur: quoniam granulati major vis deprehenditur, quam in pollinem redacti.
7. Tubulus repleatur materia incendiaria ex nitri unciis duabus, ſulphuris uncia una & pulveris pyrii in pollinem redacti unciis tribus invicem commixtis compoſita & tudicula lignea vi adigenda.

Quodſi materia incendiaria accenditur, lento igne abſumitur: quæ ubi ad pulverem pyrium ſerpit, is una incenſus maximo cum fragore globum in plurima fruſta disjicit, non ſine maximo damno corporum obſtantium.

### SCHOLION 1.

42. *Egregium in oppugnatione & expugnatione urbium uſum præſtant bombæ: nihil enim tam indomitum, quod huic vi non cedat.*

### SCHOLION 2.

43. *Ut autem certum damnum datura præſumantur, ſollicite cavendum eſt, ne accendatur pulvis pyrius, antequam ad locum deſtinatum pervenerint. Unde tubulus incendiarius filo cannabino tenuiori circumligatur & aqua glutinoſa maceratur.*

### SCHOLION 3.

44. *Granata manuales a bombis nonniſi magnitudine differunt & globi ex ligno atque vitro fieri ſolent. Corporibus hominum, quæ, dum diſſiliunt, contingunt, maxima damna inferunt.*

### SCHOLION 4.

45. *Bombæ autem ipſæ cum magnitudine inter ſe differant, aliquot dimenſiones in tabula ſequente exhibere libet.*

| Diamet. bombæ | Craſſities bombæ | | Diam. lum. | Quant. pulver. pyrii | Pon[…] bom[…] |
|---|---|---|---|---|---|
| 17″10‴ | 2″ | 2″10″ | 20‴ | 48 lib. | 490l[…] |
| 11. 8 | 1‴ | 18 | 16 | 15 | 130 |
| 8. | 0.10 | 413 | 10 | 4 | 40 |

Alii craſſitiem bombæ faciunt $\frac{1}{8}$, vel $\frac{1}{9}$ vel $\frac{1}{10}$ totius diametri; diametrum vero luminis $\frac{2}{9}$ vel $\frac{1}{7}$ illius.

SCHOLION 5.

46. Miethius *pro bombis hanc pulveris pyrii compoſitionem commendat* (e). Rec. *Nitri optime defæcati libras* 100, *carbonum* 20, *ſulphuris* 13. *Maſſa* 24 *horarum intervallo contundatur & aceto vini optimo cum allio decocto atque ſpiritu vini camphorato humectetur.* Tandem *decenter in granula redigatur.*

PROBLEMA 8.

47. *Grandinem pyrotechnicam parare.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. Fiant pixides cylindricæ ligneæ vel ex laminis ferreis ſtanno obductis AB & ſilicibus aliisque lapidibus ovi columbacei molem non ſuperantibus, glandibus plumbeis, clavis ferreis, catenis, aliisque ferramentis impleantur.

Tab. I. Fig. Eadem gradine replentur ſacci ex tela craſſiori conſuti CD & filis ferreis conſtricti, tandemque pice illinendi.

Quodſi grando pyrotechnica ex tormentis majoribus in hoſtem emittatur; per amplum ſpatium diffuſa plurimorum corpora una lædit, vel prorſus internecioni dat.

PROBLEMA 9.

48. *Saccum ovalem globi incendiarii delineare & conſuere.*

RESOLUTIO.

1. Diameter mortarii, ex quo globus ejaculandus, AB in 5 partes æquales dividatur (§.259 *Geom.*). Tab. I. Fig. 6.
2. Circini crure uno in ſecundo diviſionis puncto C poſito, intervallo CB deſcribatur arcus EBD &
3. Ex B eodem intervallo BC alius ECD priorem interſecans in E & D.
4. Quinque ſegmenta figuræ ECDB æqualia & ſimilia exſcindantur ex tela craſſiori atque conſuantur.

Dico, ſaccum ovalem habiturum circulum maximum circa diametrum AB deſcriptum.

DEMONSTRATIO.

Illud per ſe patet, peripheriam circuli maximi ſacci eſſe æqualem ipſi CB quinquies ſumtæ. Eſt vero CB $= \frac{3}{5}$ AB *per conſtruct.* adeoque peripheria iſta $\frac{15}{5}$. Quare cum Diameter AB ſit ad peripheriam ſphæræ eadem deſcriptam ut 100 ad 314 (§ 402 *Geom.*), ſi AB $= 5$, erit peripheria $15\frac{7}{10}$. Patet adeo, ſacci circulum maximum circa diametrum AB deſcriptum eſſe. *Q. e. d.*

*Aliter.*

Dividatur AB in quatuor partes æquales & ex C atque B intervallo trium partium CB deſcribantur ut ante



(e) Tom. 3. c. 32. f. 41.

ante arcus ECD & EBD: Dico quatuor iſtiusmodi ſegmenta, quale ECDBE, conficere ſaccum ovalem ut ante.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ proxime præcedens.

SCHOLION.

*49. Facile quidem ex principiis Geometriæ conſtrui poſſet ſaccus perfecte ſphæricus: ſed cum ex ſubſequentibus appareat, tali accuratione in pyrotechnia non eſſe opus, eam conſtructionem omittimus, præſertim cum ſit difficilior reliquis, ſequentem addidiſſe contenti.*

PROBLEMA 10.

50. *Saccum ſphæricum globi incendiarii delineare & conficere.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 7. 1. Circa diametrum globi AB deſcribatur circulus & in quatuor quadrantes dividatur.

2. Ex B intervallo BC deſcribatur arcus CE & ex C eodem intervallo alius BE priorem interſecans in E; tandem ex E tertius BC.

3. Ex tela craſſiori fiant 8 ſegmenta ipſi CBE æqualia & conſuantur.

PROBLEMA 11.

51. *Maſſam componere, qua ſacci globorum incendiariorum repleri poſſunt.*

RESOLUTIO.

1. Pulvis pyrius granulatus teratur & triti libris decem addantur nitri libræ 2, ſulphuris 1 & colophoniæ itidem libra una. Vel 6 libris pulveris pyrii adjiciantur nitri libræ 4, ſulphuris itidem 4, vitri in pulverem redacti libra una, antimonii dimidia, camphoræ dimidia, Salis Ammoniaci una & ſalis communis unciæ 4.

2. Materiæ reliquæ non adeo ſubtiliter terantur ut pulvis, ne effectus imminuatur.

3. Ut igitur conſtet, omnia rite eſſe peracta, materia præparata tubus ligneus adimpleatur, cujus diameter longitudinem unius digiti circiter adæquat: quodſi flamma ad duplam tubi longitudinem aſcenderit & igniculos crepitantes undiquaque ſparſerit corium tympani adurentes, nec exſpiret, niſi ſymbolo Apoſtolico non nimis feſtinanter recitato [quod vult *Siemonivvitius* (f)]; omnia bene ſeſe habebunt.

SCHOLION.

*52. Alias compoſitiones tradit* Buchnerus (g).

PROBLEMA 12.

53. *Globum repletum ligare.*

RE-

(f) part. 1. lib. 4. c. 5. f. 140.
(g) part. 1. f. 83 & ſeqq.

*RESOLUTIO.*

1. Fiant duo annuli ferrei AB & CD, quorum unus aptatur circa lumen G, ubi globus incenditur, alter prope baſin. Diameter ſuperioris eſt $3\frac{1}{2}$, inferioris 3, ſi pondus globi 100 librarum; iſta 3, hæc 2 librarum, ſi pondus globi librarum 75; iſta 2, hæc $1\frac{3}{4}$ digitorum, ſi pondus librarum 25; iſta denique $1\frac{1}{7}$, hæc $1\frac{1}{4}$ digiti, ſi pondus globi librarum 15.
2. Funiculus ad annulos religetur, ita ut diverſæ ejus partes referant ſemicirculos maximos ſphæræ per polos globum ſecantes.
3. Ad funiculos ſecundum longitudinem globi extenſos religentur alii eos ad angulos rectos ſecantes ac inter ſe paralleli, facto in interſectione qualibet nodo.
4. Ex laminis cupreis afferruminatis parentur ictus, quorum longitudo HI ſit diametri ſuperioris H ſextupla & in areolis quadratis, quas funiculi ſe mutuo interſecantes formant, in globum terebra perforatum adigantur.
5. Ictus repleantur pulvere pyrio usque ad dimidiam altitudinem & immiſſo globo plumbeo ſpatium reliquum ſtupa aut charta impleatur.

*PROBLEMA 13.*

54. *Globum incendiarium baptizare.*

*RESOLUTIO.*

1. In tabula lignea deſcribatur circulus circulo maximo globi æqualis & figura exſcindatur.
2. In aheno cupreo liquefiant picis nigræ libræ 4 & colophoniæ 2, affundatur olei lini vel terebinthinæ libra una.
3. Cum omnes materiæ probe fuerint commixtæ, ahenum ab igne removeatur, & pulvis pyrius tritus eidem immiſceatur, donec ſatis tenax evaſerit maſſa.
4. Lumen incendiarium obturetur & globus usque ad ipſum lumen immergatur maſſæ.
5. Obtegatur circum circa ſtupa & denuo immergatur, donec ejus ſuperficiei peripheria circuli ſupra deſcripta undiquaque congruat.

*SCHOLION.*

55. *Globi incendiarii inſerviunt ædibus incendendis, quæ ſcandulis vel ſtramine teguntur & ſi ictibus inſtructi, hominum quoque ſtragem edunt.*

*PROBLEMA 14.*

56. *Globum granatis manualibus repletum componere.*

*RESOLUTIO.*

1. Ex ligno tiliaceo probe exſiccato tornetur vas cylindricum cavum ABCD fundum ſatis craſſum BC habens & glutine in ſpiritu vel aceto vini ſoluto, aliqua terebinthinæ portione adjecta, Tab. I. Fig. 9.

jecta, ſuperficies tam interior, quam exterior aliquoties illinatur tandemque tela craſſiori obducatur. Sit nempe altitudo AB ad diametrum AD ut 3 ad 2, craſſities fundi $\frac{1}{2}$, laterum vero $\frac{1}{8}$ diametri.

2. In vaſis medio ad baſin normaliter conſtituatur tubus ligneus EF pulvere granulato plenus & undiquaque foraminulis pertuſus, per quæ ignis quaquaverſum una ſerpat, incenſione facta.

3. Cavitati immittantur tres granatarum manuariarum ſeries, ſpatiis intermediis pulvere pyrio granulato aliaque materia pyrotechnica repletis, ut granatæ e ſitu ſuo dimoveri nequeant, etiamſi globus huc illucque volvatur.

4. Operculum convexum AD maxima, qua fieri poteſt, vi adigatur, & majoris firmitatis gratia clavis in A & D firmetur, ſpatio inter operculum & pulverem pyrium ramentis lignorum repleto & lithocolla ſuperfuſo.

5. Firmitatis quoque gratia globus annulis ferreis circumdetur aut funiculis circumligetur.

6. Denique in operculo tubus incendiarius G partim cochleæ, partim lithocollæ ope firmetur & materia incendiaria (§. 51) repleatur.

Quamprimum ignis ad pulverem pyrium in tubo EF contentum ſerpit, omnes granatæ una incenduntur (§. 24) & globo disjecto cum ingenti adſtantium damno in fruſta diſſiliunt.

### SCHOLION.

57. *Utiliſſimum hoc globorum genus noſtris* die Trenchéen- oder Spreng-Kugel *dicitur, ſoletque ſubinde inſtar globorum incendiariorum ex ſacco parari.*

### PROBLEMA 15.

58. *Stupam pyrotechnicam præparare.*

### RESOLUTIO.

1. Stupa vel goſſypium in funiculi formam contortum in 4 partibus aceti vini, urinæ duabus & ſpiritu vini una, addita nitri defæcati parte una & pulveris triti itidem una coquatur, donec humor omnis exhalaverit.

2. Stupa in pulvere granulato volutetur & ad calorem Solis vel fornacis exſiccetur.

### SCHOLION.

59. *Quodſi deſideres, ut ſtupa pyrotechnica lenta flamma conſumatur, in ſolo aceto coquatur, in quo nitrum defæcatum fuit ſolutum.*

### PROBLEMA 16.

60. *Igneam pluviam efficere.*

### RESOLUTIO.

1. In frixorio fictili ſuper carbonibus candentibus liquefiant ſulphuris libræ 24.

2. In

2. In ſartagine calefactum nitrum, ut liquationi proximum exiſtat, ſulphuri commiſceatur, quod ne incendatur, ſummopere caveri debet.

3. Remoto ab igne frixorio, immiſceantur pulveris granulati libræ 8. Hanc maſſam in poſterum *materiam liquefactam* vocabimus: noſtri geſchmelgten Zeug dicunt.

4. Maſſa probe ſubacta ſuper marmor politum vel laminam metallicam effundatur, ne adhæreat, & frigefacta in fragmenta nuci æqualia dividatur.

5. Fragmenta ſtupa pyrotechnica circumdentur (§. 58) &

Tab. I. Fig. 10. 6. In globo ligneo ABCD reponantur intra pulverem granulatum.

7. Tandem operculo AB ſufficienter firmato in fundo CD camera accenſoria E materia incendiaria conſueta adimpleatur & totus globus tela craſſiore obductus pice baptizetur (§. 54).

*SCHOLION.*

61. *Ignea pluvia convenit ædibus, quæ ſcandulis vel ſtramine tecta ſunt.*

*PROBLEMA 17.*

62. *Famulum pyrotechnicum facere.*

*RESOLUTIO.*

Tab. I. Fig. II. 1. Fiat cylindrus ligneus cavus AB DC multis foraminibus undiquaque pertuſus. Diameter ejus AB ſit æqualis diametro machinæ, ex qua ejaculatur. Longitudo AC ſit trium diametrorum, diameter vero cavitatis ſit $\frac{1}{3}$ unius.

2. Cylindrus deſinat in cuſpidem CED, ferro munitam, cujus longitudo GE eſt altitudinis AC ſubtripla, ut famulus ex tormento emiſſus terræ infigatur & ſtando operetur, unde nomen habet.

3. Cavitas cylindri repleatur pulvere trito cum quarta carbonum parte permixto & ſpiritu vini vel petroleo humectato.

4. In foramina adigantur ictus ferrei pulvere granulato & globis plumbeis onerati (§. 53).

5. Tandem firmitatis gratia cylindrus tribus annulis ferreis circumdetur.

Quodſi pulvis pyrius in cavitate incendatur, lenta flamma abſumetur: quæ quoties ad ictum ſerpit, ſubita flamma corripitur pulvis granulatus & globum plumbeum non ſine adſtantium damno explodit.

*SCHOLION 1.*

63. *Famulus tormento ita ingeritur, ut ejus lumen H pulverem pyrium, quo tormentum oneratur, contingat.*

*SCHOLION 2.*

64. *Si globus ferreus vel cupreus eodem modo,*

*do, quo famulus pyrotechnicus exeratur*, Capitis mortui *fert nomen*.

## PROBLEMA 18.

65. *Globum lucentem componere.*

### RESOLUTIO.

1. Super carbonibus candentibus liqueſiant æquales ſulphuris, picis & terebinthinæ portiones.
2. Globus lapideus vel ferreus, cujus diameter multo minor eſt diametro mortarii, ex quo ejaculari debet, materiæ liquefactæ immergatur.
3. Mox in pulvere pyrio granulato volutetur & goſſypio circumcirca veſtiatur: quo facto,
4. denuo immergatur, & reliqua ſimiliter repetantur, donec cavitati mortarii conveniat. Ultimum vero pulvere granulato undiquaque conſpergatur.

Quodſi globus accendatur, continuo ardens loca vicina colluſtrabit.

## PROBLEMA 19.

66. *Globum obſcurantem componere.*

### RESOLUTIO.

1. Fiat ſaccus ovalis vel ſphæricus (§.48.50).
2. Super carbonibus candentibus liquefiat reſina.
3. Adjiciatur æqualis pars nitri non defæcati, itemque ſulphuris, una cum parte quinta carbonum.
4. Maſſæ probe ſubactæ ſtupa diſſecta immiſceatur.
5. Tandem ſaccus eadem repleatur & baptizetur (§. 54).

Quodſi globus accendatur, continuo ardebit & aërem obſcurabit.

## PROBLEMA 20.

67. *Globum fœtentem componere.*

### RESOLUTIO.

1. Super igne leni liqueſiant picis libræ 10, reſinæ lib. 6, nitri lib. 20, ſulphuris lib. 8, colophoniæ lib. 4.
2. Admiſceantur carbonum libræ 2, unguium equinorum diſſectorum lib. 6, aſſæ fœtidæ lib. 3, ſaraceni putidi lib. 1, & ſi qua alia ſunt, quæ fœtorem excitant.
3. Reliqua fiant ut ſupra (§. 65).

CA-

# CAPUT III.

## De
# IGNIBUS FESTIVIS.

*DEFINITIO* 15.

68. *Pyrobolus* eſt ignis feſtivus ex cylindro chartaceo materia pyrotechnica repleto conſtans, ad inſignem altitudinem aſcendens & quam primum aſcenſus ſiſtitur, diſſiliens.

*SCHOLION.*

69. *Pyrobolorum multus eſt uſus in ignibus feſtivis; neque enim ſolum ſolitarii adhibentur; verum etiam compoſitionem aliorum frequenter ingrediuntur.*

*DEFINITIO* 16.

70. *Globi aerei* ſunt, qui ex mortariis in altum ejaculantur, perinde ac pyroboli diſſilientes, quamprimum aſcenſus terminatur.

*DEFINITIO* 17.

71. *Globus aquaticus* eſt, qui in aqua natans ardet & tandem in ea diſſilit.

*DEFINITIO* 18.

72. *Globus terreſtris* eſt, qui e mortario ejaculatus in terram decidit ibique ardens tandem diſſilit.

*DEFINITIO* 19.

73. *Globi lucentes* ſunt, qui e mortario emiſſi per aliquod temporis ſpatium ardent & circumjectam regionem valde illuſtrant.

*PROBLEMA* 21.

74. *Pyrobolorum formas parare.*

*RESOLUTIO.*

1. Ex ligno duro tornetur cylindrus AB intus cavus & tam in coronide HC, quam in baſi BD ornatu architectonico veſtitus. Ratio dimenſionum pro diverſitate pyrobolorum conficiendorum mox in ſcholio exponetur. Solent etiam majores ex orichalco; minores ex oſſe parari. Sit vero cylindrus cavus utrinque apertus. Tab. I. Fig. 12. n. 1.
2. Ex eadem materia, qua cylindrus conſtat, fiat quadra EF, in cujus medio tornetur hemiſphærium G, diametri multo minoris, quam quæ eſt cavitatis cylindri, inſiſtens alii cylindro minori IK, qui intra baſin BD immitti & mediante clavo LM firmari poteſt.

*SCHOLION.*

75. *Non omnes Autores rationes dimenſionum eodem modo tradunt: ſequentes præſcribit* Simienowitius (h). *Si diameter luminis RS fuerit æqualis diametro globi plumbei unius libræ*



(h) part. 1. lib. 3. c. 1 & 2 f. 76 & ſeqq.

*libræ vel ad ſummum duarum, erit altitudo cylindri cum coronide & baſi AE 7 diametrorum, altitudo quadræ EF* $1\frac{1}{3}$, *altitudo cylindri IK* 1, *diameter IN* $\frac{19}{20}$, *diameter hemiſphærii G* $\frac{2}{3}$ *IN, altitudo capituli AC* 1, *craſſities TV* $\frac{1}{2}$, *maxima in capitulo & baſi* 1. *Si diameter fuerit major diametro globi trium librarum, altitudo quadræ EF unius diametri, craſſities TV* $1\frac{1}{3}$, *latitudo ME* $1\frac{5}{7}$, *in capitulo AC faſcia infima* $\frac{10}{70}$, *echinus* $\frac{8}{70}$, *aſtragalus* $\frac{2}{70}$, *ſupercilium cum apophyge* $\frac{18}{70}$, *altitudo cylindri IK* 1, *vel in majoribus a libris* 40 *usque ad* 70, $\frac{2}{3}$, *in maximis, nempe a* 70 *usque ad* 100, *nonniſi* $\frac{1}{2}$, *diameter cylindri IN* $\frac{5}{7}$, *diameter hemiſphærii* $\frac{6}{8}$ *IN. Cæterum* Simienowitius *multiplici praxi ſe edoctum fatetur, ſi diameter luminis dividatur in* 100 *partes, pro diverſo pondere globorum plumbeorum, quorum diametro æquatur, numeros ſequentes multiplicandos eſſe per* 7, *ut prodeat altitudo AE.*

| Pondus globi plumbei | Altitudinis AE ſubſeptuplum | Pondus globi plumbei | Altitudinis AE ſubſeptuplum |
|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 45 | 77 |
| 2 | 98 | 50 | 75 |
| 4 | 96 | 55 | 73 |
| 6 | 94 | 60 | 71 |
| 8 | 92 | 65 | 69 |
| 10 | 91 | 70 | 67 |
| 12 | 90 | 75 | 66 |
| 15 | 88 | 80 | 64 |
| 20 | 86 | 85 | 62 |
| 25 | 84 | 90 | 61 |
| 30 | 82 | 95 | 59 |
| 35 | 80 | 100 | 57 |
| 40 | 78 | | |

## *PROBLEMA* 22.

76. *Pyrobolos conficere.*

## *RESOLUTIO.*

1. Fiat cylindrus ligneus AB, cujus diameter $\frac{3}{4}$ diametri luminis formæ (§. 74), longitudo autem altitudini ejusdem æqualis, una cum capulo AD & circa eum complicentur chartæ, donec cavitatem formæ expleant. Tab. I. Fig. 12. n. 2.

2. In charta complicata fiat FG altitudini hemiſphærii G æqualis, & filo cannabino tenuiori conſtringatur, & ope hemiſphærii capulo affixi alterique in forma æqualis in decentem figuram compingatur. n. 3. n. 1. n. 4.

3. Reliquum ſpatium EG, pyrobolo in formam immiſſo, repleatur materia pyroboliſtica in ſequenti ſcholio mox deſcribenda & ope cylindri lignei IK & mallei validiſſime compingatur, alias enim pyroboli non aſcendent. n. 5.

4. Materiæ impletæ imponatur orbiculus chartaceus, ligneus vel ferreus, isque perforatus in medio, & calido glutine ad tubum chartaceum firmetur.

5. Spatium reliquum pulvere pyrio granulato ad altitudinem unius diametri aſſurgens repleatur & pyrobolus in E ut in G conſtringatur.

6. Tandem in G pyrobolus terebre-

bretur eo modo, quem figuræ inſpectio docet. Neceſſe autem eſt, ut terebratio in medio fiat, & eo demum tempore, quo iis uti decrevimus.

7. Ut vero recta aſcendat, virgæ tenui MN alligetur, longitudinem pyroboli octuplam habenti, ita quidem, ut ſi digitum prope foramen incenſorium G admoveas, virga tantiſper præponderet. Vel etiam virgæ loco
5. duabus alis M & N inſtruatur.

*SCHOLION 1.*

77. *Compoſitiones pro pyrobolis variis ſequens tabula exhibet*

| Pondus Pyrob. | Nitrum | Carbones | Sulph. | Pulvis tritus |
|---|---|---|---|---|
| 00. 60 | 30 lib. | 20 lib. | 10 lib. | |
| 0. 30 | 30 | 18 | 7 | |
| 0. 18 | 42 | 26 | 12 | |
| 5. 12 | 23 | 16 | 8 | |
| 0. 9 | 62 | 20 | 9 | |
| 6 | 35 | 10 | 5 | |
| 4 | 64 | 16 | 8 | |
| 2 | 60 | 15 | 2 | |
| 1 | | 6 | 2 | 32 |
| 8 Sem. | 8 Sem. | 4 Sem. | 2 Sem. | 18 Sem. |
| 2 10 | 24 | 8 | 3 | 30 |
| 4 | 4 | 3 | 1 | 24 |
| 1 | | 4 | | 30 |
| $\frac{1}{16}$ | | $1\frac{1}{2}$ | | 9 |

*SCHOLION 2.*

78. *Terebrationem nonnulli abſolvunt, dum pyrobolum onerant, per baſin inferiorem ferrum cuſpidatum PQ in pyrobolum intrudentes, quod oneratione abſoluta rurſus extrahitur. Fit autem terebratio per duas tertias partes altitudinis demta cavitatis diametro: diameter in G eſt $\frac{1}{4}$ diametri cylindri & in L $\frac{1}{8}$ inferioris.* n.7. n.3.

*SCHOLION 3.*

79. *Quidam non ex charta, ſed ex ligno tiliaceo tubos pyrobolorum tornant & corio tenui ſuperinducunt, filis cannabinis obvolvunt & hinc denuo corio veſtiunt. Sunt etiam, qui eosdem ex ferrea lamina parant.*

*SCHOLION 4.*

80. *Sunt qui loco virgæ ligneæ (§. 76) utuntur filo ferreo cum globulo plumbeo appenſo.*

*COROLLARIUM 1.* Tab. II. Fig. 14.

81. In ſuperficie rotæ ſive circulari, ſive polygonæ ABCDEF ſi ita diſponantur pyroboli, ut ex figura apparet: rota in gyrum agetur pyrobolo accenſo, & uno diſſiliente accendetur alterum.

*SCHOLION.*

82. *Solent rotæ charta circumveſtiri & a pictore pingi, ut artificium, quo circumaguntur, lateat.*

*COROLLARIUM 2.* Tab. II. Fig. 14.

83. Simili fere artificio ex duobus pyrobolis AB & CD inter ſe junctis componuntur baculi, qui accenſi in gyrum aguntur.

*PROBLEMA 23.*

84. *Stellulas conficere.*

*RESOLUTIO.*

1. Nitri libræ 3, ſulphuris unciæ 11, ſuccini in pulverem redacti 1, antimonii 1, & pulveris triti 3; vel ſulphuris unciæ 11, nitri 6, pulveris triti 5½, cum unciis 4 olibani, maſtichis, cryſtalli, mercurii ſublimati, & ambræ atque camphoræ uncia una, antimonii vero & auripigmenti dimidia miſceantur.
2. Humectetur maſſa aqua gummi arabici vel tragacanthæ &
3. Inde fiant globuli magnitudinem nucis avellanæ non ſuperantes, ad calorem Solis vel fornacis exſiccandi.

Quodſi accenſi per aërem feruntur, ſtellulas mentientur.

*PROBLEMA 24.*

85. *Scintillas conficere.*

*RESOLUTIO.*

1. Nitri uncia una, materiæ liquefactæ (§.60) dimidia, pulveris triti itidem dimidia & camphoræ duæ in pollinem redigantur.
2. Affundatur aqua, in qua gummi arabicum vel tragacantha ſolutum, & maſſa in pultem redigatur.
3. Immiſceatur ſtupa pyrotechnica (§. 58) in fruſtula diſcerpta.
4. Fiant globuli pillulis Medicorum æquales & pulvere trito conſperſi exſiccentur.

Quodſi accenſi per aërem feruntur, ſcintillas referent.

*COROLLARIUM.*

86. In pyrobolis prope ictum ſtellulæ & ſcintillæ adhibentur, accendendæ ubi pyroboli disſiliunt.

*SCHOLION 1.*

87. *Eodem modo pyrobolis majoribus inſerere licet minores, qui accenſi per aerem volitant & in eo tandem cum aliquo fragore diſſiliunt.*

*SCHOLION 2.*

88. *Stellulæ & ſcintillæ in globis etiam aereis frequenter adhibentur non ſine voluptate ſpectatorum.*

*PROBLEMA 25.*

89. *Globos lucentes conficere.*

*RESOLUTIO.*

1. Super igne leni liquefiant antimonii libræ duæ, nitri 4, ſulphuris 6, colophoniæ 4, carbonum 4: vel antimonii libra dimidia, nitri una, carbonum una, ſulphuris dimidia, colophoniæ una, picis dimidia. Notandum vero, materias ſingulas conterendas eſſe, antequam aheno immittantur.
2. Maſſæ liquefactæ immiſceatur ſtupa, quæ omnem imbibere valeat.
3. Ex frigefacta fiant globi arbitrariæ magnitudinis, & ſtupa pyrotechnica veſtiantur (§. 58).

CO-

*COROLLARIUM.*

90. Quodſi minores fiant, eodem modo, quo ſtellulæ ac ſcintillæ (§. 86), compoſitionem pyrobolorum ingrediuntur, incendendi ubi pyroboli diſſiliunt.

*PROBLEMA 26.*

91. *Globum aëreum componere.*

*RESOLUTIO.*

1. Fiat corpus ligneum ex parte cavum & hemiſphærico-cylindricum, cujus dimenſiones hoc modo determinentur. Diameter mortarii, ex quo globus ejaculari debet, dividatur in 12 partes æquales, erit diameter globi CD 11 iſtiusmodi partium & altitudo AE eidem æqualis, ſemidiameter hemiſphærii EB ejus ſubdupla. Fiat porro $FC = \frac{1}{6} EB$ & craſſities operculi $AG = \frac{1}{6} AE$. Altitudo cameræ accenſoriæ BH ſit $\frac{3}{12}$, latitudo $\frac{2}{12}$ diametri DC: diameter denique foraminis accenſorii $\frac{1}{24}$.
2. Fundus globi obtegatur pulvere trito & granulato invicem permixto.
3. Arundines IK repleti maſſa ex tribus partibus pulveris triti, duabus carbonum & una ſulphuris compoſita atque petroleo vel ſpiritu vini humectata globo inſerantur, donec totam cavitatem expleant. Ut vero arundines facilius ignem concipiant, pars infima ſolo pulvere trito, quod petroleo humectatum fuerit, onerari debet.
4. Poſtquam globus fuerit oneratus, linteum circumcirca agglutinetur, &
5. Camera accenſoria vel eadem materia, qua arundines, vel maſſa ex pulveris partibus 8, nitri 4, ſulphuris 1, carbonum 2, aut ex pulveris partibus 4, carbonum 2 compoſita repleatur.
6. Tandem ad cameram accenſoriam operculum ex panno craſſiori firmetur, pulveris vi facile ejiciendum, & circa foramen accenſorium ſtupa pyrotechnica in fruſta diſcerpta (§. 58) agglutinetur.

*Aliter.*

Fiant omnia, ut ante, niſi quod in locum arundinum ſubſtituantur pyroboli (§. 76), vel ſolitarii, vel cum ſtellis & ſcintillis (§. 84 & 85) atque globis lucentibus (§. 89). Poſſunt etiam fieri globi aërei ſolis ſtellis, vel ſcintillis & materia pyrobolica onerati: itemque compoſiti, ita ut major minores alios contineat: quemadmodum ſola inſpectio figuræ docet. Tab. II. Fig. 18.

*SCHOLION.*

92. *Compoſitiones globorum aereorum multis modis variari poſſunt, nec difficile erit in Pyrotechnia verſato ex ſuo ingenio varia nova comminiſci.*

*PRO-*

*PROBLEMA 27.*

93. *Pyrobolos aquaticos componere.*

*RESOLUTIO.*

Tab. II. Fig. 19. 1. Fiat Pyrobolus AB, cujus diameter æqualis diametro globi plumbei duarum vel trium unciarum, & terebretur usque ad tertiam altitudinis partem (§. 76).

2. Fiat cylindrus chartaceus cavus CD & intra eum pyrobolus includatur.

3. Cylindrus pici ac ceræ liquefactæ immergatur, ut aquæ madori reſiſtat.

Ita autem attemperanda eſt gravitas pyroboli ad gravitatem aquæ, ut cylindrus totus ſubmergatur: ſic enim pyrobolus accenſus in aqua ardet.

*SCHOLION.*

94. *Alii loco cylindri utuntur cono truncato, vel etiam ſphæroide. Sunt & , qui pondus ad baſin inferiorem appendunt, hoc eſt ad eam, quæ foramini accenſorio opponitur.*

*PROBLEMA 28.*

95. *Globos aquaticos componere.*

*RESOLUTIO.*

1. Ex ligno tornetur globus cavus AFD habens in IK protuberantiam hemiſphærico-cylindricam, diametro cylindri IK exiſtente $\frac{2}{9}$ AD ſeu diametri globi.

2. In iſta protuberantia fiat foramen accenſorium L, cujus diameter $= \frac{1}{9}$ AD.

3. In EF ſit foramen rotundum, per quod globus oneratur, diametro $\frac{2}{9}$ ipſius AD exiſtente, obturandum cylindro ligneo, oneratione abſoluta.

4. Cavitas globi repleatur aliqua ex his compoſitionibus:
   *a*) Rec. nitri defæcati lib. 16, ſulphuris 4, ſerraginis ligneæ in aqua nitroſa coctæ & exſiccatæ 3, pulveris granulati $\frac{1}{2}$, ſcobis eburneæ $\frac{1}{4}$.
   *b*) Rec. nitri lib. 6, ſulphuris 3, pulveris triti 1, ſcobis ferreæ 2, picis Græcæ $\frac{1}{2}$.
   *c*) Rec. nitri lib. 24, pulveris triti 4, ſulphuris 12, ſerraginis ligneæ 8, ſcobis ſuccini $\frac{1}{2}$, vitri in pulverem redacti $\frac{1}{2}$, camphoræ $\frac{1}{2}$.

Materiæ in quavis compoſitione terantur, miſceantur & oleo lini, nucum, oleæ, cannabis, vel petroleo hummectentur.

5. Addatur ictus GH ex lamina ferrea paratus & pulvere granulato repletus, cujus diameter $\frac{2}{9}$ AD.

6. Foramen EF pice illinetur & tandem tantum plumbi liquefacti ſuperfundatur, ut globus eandem cum aqua gravitatem ſpecificam nanciſcatur.

*Aliter.*

Loco ſphæræ ligneæ alii utuntur cylindro, vel ſphæroide, &, ut glo-

globus aquaticus in aqua totus mergatur, non tamen ſubſidat, pondus plumbeum appendunt. Reliqua fiunt ut ante.

Interdum globi paſſim perforantur & ictibus onerantur (§. 53), ubi tamen cavendum, ne, ictu exploſo, aqua in cavitatem globi intret: id quod obtinetur, ſi primo loco explodantur, quorum orificia ſupremum locum occupant. Cum enim globus continuo levior evadat; major ejus pars ultra ſuperficiem aquæ continuo attollitur (§. 95 *Hydroſt.*).

*Aliter.*

Fiunt etiam globi cylindrici & pyrobolis onerantur, inſtar globorum aëreorum, ictusque chartacei affiguntur. Exempli loco unum delineamus, in quo AB tubus accenſorius, in B & C foraminula accenſoria, per quæ ignis ſerpit ad materiam globis aquaticis propriam & ſuperius deſcriptam CD & BE; F ictus chartaceus pulvere granulato repletus; GH operculum ligneum; IKLM tabula aquæ innatans. Communiter hunc globum *Examen apum* appellare ſolent. Tab. II. Fig. 21.

*PROBLEMA 29.*

96. *Globum terreſtrem componere.*

*RESOLUTIO.*

1. Fiat Sphæra lignea cava, cujus diameter paulo minor diametro mortarii, ut ante pro globis aquaticis.
2. Oneretur ſphæra eadem materia, qua globi aquatici (§. 95) onerantur, & ictibus ferreis (§. 53) undiquaque inſtruatur. Foramen accenſorium ultra ſuperficiem globi emineat, ne terra obſtruatur. Vel
3. Loco ictuum ferreorum ad ſuperficiem ſphæræ aptentur ictus chartacei.

Reliqua ex antecedentibus facile intelliguntur.

*PROBLEMA 30.*

97. *Literas ardentes efformare.*

*RESOLUTIO.*

1. In tabula quadrata oblonga delineentur litteræ, opera ſcriniarii ad profunditatem quartæ unius digiti partis excavandæ.
2. Ad latera canaliculorum ſic efformatorum defigantur clavuli exiguo intervallo a ſe invicem diſtantes.
3. In cavitatem vero canaliculorum demittatur goſſypium bene diductum & ſulphure obductum, ſpatiolis intermediis maſſa ex pulvere trito & ſpiritu vini facta repletis. Tab. II. Fig. 22.
4. Sulphur ſuperius parumper comminuatur & pulvere trito obruatur, tandemque tragacantha in ſpiritu vini ſoluta obducatur.

5. Ubi literæ maduerunt, fila ferrea a clavulo uno ad alterum oppoſitum decusſatim extendantur.
6. Obducantur denuo pulvere trito & ſpiritu vini ſubacto.
7. Charta iisdem agglutinetur.
Hæ literæ accenſæ flamma cœrulea eaque lenta abſumentur.

# CAPUT IV.
## De TORMENTIS ET MORTARIIS.

### DEFINITIO 20.

98. *Tormentum* eſt machina bellica, e qua globi ferrei, plumbei & lapidei vi pulveris pyrii ejaculantur verſus loca axi cylindri, ex quo conſtat, in directum ſita.

### SCHOLION.

99. *Differentia tormentorum a diametris globorum, quæ inde ejaculantur, petitur; ſed apud nationes diverſas diverſimode diſtinguuntur. Noſtrates tormenta diſtinguunt in majora & minora. Illa dicuntur* Carthaunen *& diſtinguuntur in* gantze/ drey viertel/ halbe/ viertel und achtel Carthaunen: *hæc vero appellantur* Schlangen *ſeu Colubrinæ & ſubdividuntur in* gantze/ halbe/ viertel- und halbe viertel- Feld-Schlangen: *quibus adduntur tormenta omnium minima* das Falckonet und Serpentinel. *En tabulam, in qua pondus globi ferrei exprimitur ex tormento uno quolibet ejaculandi, itemque alterius, cujus diametro diameter tormenti æquatur:*

| Nomina tormentorum | Pondus globi ferrei | Pondus torment. | Diameter torment. |
|---|---|---|---|
| die gantze Carthaune | 48 lib. | 90 Cent. | 54 lib. |
| die drey viertel Carthaune | 36 | 78 | 40 |
| die halbe Carthaune | 24 | 64 | 27 |
| die viertel-Carthaune | 12 | 30 | 14 |
| die Achtel-Carthaune | 6 | 20 | 7 |
| die gantze Feld-Schlange | 18 | 50 | 21 |
| die halbe Feld-Schlange | 9 | 30 | 10 |
| die Viertel-Feld-Schlange oder Falckaune | 6 | 25 | 7 |

das

| | | | |
|---|---|---|---|
| das Regiment=Stücke | 3 | | $3\frac{1}{7}$ |
| das Falckonet | 1 | 19 | $\frac{17}{16}$ |
| das Serpentinel | 8 Unc. | | $9\frac{1}{2}$ Unc. |

*Numeros hoſce ex* Miethii *Artilleriæ recentioris praxi potiſſimum deſcripſimus. Tormentorum apud Gallos nunc uſitatorum rationem juxta* Suriræum de S. Remigio *ſequens laterculus exhibet.*

| Nomina tormentorum | Pondus globi ferrei cujus diametro æquatur diameter tormenti | Pondus tormenti |
|---|---|---|
| Le Canon | 33 lib. | 6200 lib. |
| Le Demi-Canon d'Eſpagne | 24 | 5100 |
| Le Demi Canon de France ou Coulevrine | 16 | 4100 |
| Le Quart du Canon d'Eſpagne | 12 | 3400 |
| Le Quart du Canon de France ou la Batarde | 8 | 1950 |
| La moyenne | 4 | 1300 |
| Le Faucon & Fauconneau | 2 usque ad $\frac{1}{4}$ | 150 usque ad 800 |

*Tormenta Anglorum* J. Taylor (i) *ita diſtinguit.*

| Nomina tormentorum | Pondus globi ferrei | Pondus tormenti |
|---|---|---|
| Cannon Royal | 58 lib. | 8000 lib. |
| DemiCannon large | 36 | 6000 |
| Demicannon ordinary | 32 | 5600 |
| Demicannon leaſt | 30 | 5400 |
| Culverin largeſt | 20 | 4800 |
| Culverin ordinary | 17 lib. 5 Unc. | 4500 |
| Culverin leaſt | 15 | 4000 |
| Demiculver ordinary | 10. 11 | 2700 |
| Demiculver leaſt | 19 | 2000 |
| Saker ordinary | 6 | 1500 |
| Saker leaſt | 4. 12 | 1400 |
| Minion largeſt | 3. 12 | 1000 |
| Minion ordinary | 3. 4 | 800 |
| A Falcon | 2. 8 | 750 |
| A Falconet | 1. 5 | 400 |
| A Rabinet | 8 | 300 |
| A Baſe | 5 | 200 |

### *DEFINITIO* 21.

100. *Calibra* eſt diameter globi, qui e tormento ejaculatur, vel etiam



(i) in Theſaurario Mathematico p. 284.

etiam diameter tormenti illa paulo major.

*DEFINITIO* 22.

101. *Regula Calibræ* eſt inſtrumentum, in quo linea recta ita dividitur, ut pars prima ſit æqualis diametro globi ferrei, lapidei vel plumbei libram unam pendentis, partes vero reliquæ ſint ad primam ut diametri globorum duarum, trium, quatuor &c. librarum ad diametrum globi libræ unius.

*PROBLEMA* 31.

102. *Regulam Calibræ parare.*

*RESOLUTIO.*

1. Concipiatur diameter globi libram unam pendentis diviſa in 100 partes æquales: erit ejus cubus 1000000.
2. Ex cubi duplo 2000000 extrahatur radix cubica, quæ erit diameter globi duarum librarum.
3. Similiter ex ejusdem cubi triplo 3000000, quadruplo 4000000 &c. extrahatur radix cubica, quæ erit diameter globi trium, quatuor &c. librarum.
4. Fiat globus plumbeus, ferreus & lapideus unius libræ, & diameter ſingulorum dividatur in 100 partes æquales (§. 262 *Geom.*).
5. Ope harum partium & radicum cubicarum ante inventarum determinantur diametri globorum in regulam calibræ transferendorum.

*DEMONSTRATIO.*

Globi ex materia homogenea conſtantes habent rationem ponderum (§. 93 *Mechan.*). Sed iidem ſunt in ratione triplicata diametrorum (§. 517 *Geom.*): ergo etiam pondera eorundem in ratione triplicata diametrorum exiſtunt. Cum adeo Cubi diametrorum in ratione ponderum creſcant (§. 156 *Arithm.*); ſi cubus diametri globi libram unam pendentis ducatur in pondus globi & ex facto radix cubica extrahatur, erit ea diameter globi datum pondus habentis. *Q. e. d.*

*SCHOLION.*

103. *Ne calculum cum tædio inire teneatur regulam calibræ confecturus, diametros globorum dati ponderis in tabula ſequente repræſentamus.*

| Lib. | Diam. | Lib. | Diam. | Lib. | Diam. | Lib. | Diam. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 29 | 307 | 57 | 385 | 84 | 438 |
| 2 | 125 | 30 | 311 | 58 | 387 | 85 | 440 |
| 3 | 144 | 31 | 314 | 59 | 389 | 86 | 441 |
| 4 | 159 | 32 | 317 | 60 | 391 | 87 | 443 |
| 5 | 171 | 33 | 321 | 61 | 394 | 88 | 445 |
| 6 | 182 | 34 | 324 | 62 | 396 | 89 | 446 |
| 7 | 191 | 35 | 327 | 63 | 398 | 90 | 448 |
| 8 | 200 | 36 | 330 | 64 | 400 | 91 | 450 |
| 9 | 208 | 37 | 333 | 65 | 402 | 92 | 451 |
| 10 | 215 | 38 | 336 | 66 | 404 | 93 | 453 |
| 11 | 222 | 39 | 339 | 67 | 406 | 94 | 455 |
| 12 | 229 | 40 | 342 | 68 | 408 | 95 | 456 |
| 13 | 235 | 41 | 345 | 69 | 410 | 96 | 458 |
| 14 | 241 | 42 | 348 | 70 | 412 | 97 | 459 |
| 15 | 247 | 43 | 350 | 71 | 414 | 98 | 461 |
| 16 | 252 | 44 | 353 | 72 | 416 | 99 | 463 |
| 17 | 257 | 45 | 356 | 73 | 418 | 100 | 464 |
| 18 | 262 | 46 | 358 | 74 | 420 | 105 | 471 |
| 19 | 267 | 47 | 361 | 75 | 422 | 110 | 479 |
| 20 | 271 | 48 | 363 | 76 | 424 | 115 | 486 |
| 21 | 276 | 49 | 366 | 77 | 425 | 120 | 493 |
| 22 | 280 | 50 | 368 | 78 | 427 | 125 | 500 |
| 23 | 284 | 51 | 371 | 79 | 429 | 130 | 506 |
| 24 | 288 | 52 | 373 | 80 | 431 | 135 | 512 |
| 25 | 292 | 53 | 376 | 81 | 433 | 140 | 519 |
| 26 | 296 | 54 | 378 | 82 | 434 | 145 | 525 |
| 27 | 300 | 55 | 380 | 83 | 436 | 150 | 531 |
| 28 | 304 | 56 | 382 | | | | |

### *COROLLARIUM* 1.

104. Dato igitur pondere globi, in regula calibræ reperitur diameter ejus & hinc porro diameter cavitatis tormenti (§. 99).

### *COROLLARIUM* 2.

105. Contra data diametro cavitatis tormenti invenitur calibra globi (§. 99) & hinc ulterius pondus ejus per regulam calibræ determinatur.

### *SCHOLION.*

106. *Solet etiam diameter globi ex datæ diametro tormenti per conſtructionem geometricam inveniri & contra, id quod in problemate ſequente docemus.*

### *PROBLEMA* 32.

107. *Data diametro globi, invenire diametrum cavitatis tormenti & contra.*

### RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 23.

1. Circa diametrum globi AB deſcribatur circulus AEB.
2. In A erigatur perpendicularis ad diametrum AD.
3. Ex eodem puncto A intervallo radii AC per centrum circuli C deſcribatur arcus DE.
4. Fiat BG = DE & AF = AG. Erit BF diameter tormenti; quæ erat primum invenienda.

Contra.

1. Circa diametrum tormenti BA deſcribatur circulus.
2. In A erigatur perpendicularis AD &
3. ex A per centrum C deſcribatur arcus DCE. Erit DE diameter globi.

### PROBLEMA 33.

108. *Tormentum delineare.*

### RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 24.

1. Calibræ tormenti *ab* jungatur ad angulos rectos recta *bc* in 24 partes æquales diviſa, ducanturque parallelæ ipſi *ab* per ſingula diviſionum puncta, parallelogrammo *abcd* completo; ducta enim diagonali *ac*, erit *ab* in 24 partes æquales diviſa (§. 253 *Geom.*).

Tab. III. Fig. 25.

2. Ducatur recta AB & in eam transferatur longitudo tormenti, e. gr. ſi tormentum maximum fuerit, 18 calibræ.
3. In A erigatur perpendicularis AC, quæ ſit paulo major diametro globi (§. 99), e. gr. diametro globi 51 librarum, ſi globus ejaculandus fuerit librarum 48.
4. Compleatur parallelogrammum ABDC, ſiatque A*c* calibræ unius, ita ut anima EFDB longitudo EB ſit 17 calibrarum in noſtro caſu.
5. Longitudo animæ dividatur in 7 partes æquales: erit in fine partis tertiæ T centrum cylindrorum lateralium, quibus tormentum fulcro ſuo innititur.
6. Ex hoc centro T intervallo calibræ deſcribatur circulus, qui erit ſectio unius illorum cylindrorum, quorum longitudo calibræ æquatur.
7. Fiat TE = $\frac{20}{24}$ calibræ, & AE dividatur in quinque partes æquales, erit AF = $\frac{3}{5}$, FE = $\frac{2}{5}$.
8. Fiat porro GA calibræ unius, HB dimidiæ; FI $\frac{23}{24}$, FK $\frac{21}{24}$, EL $\frac{20}{24}$, EM $\frac{18}{24}$.
9. Notentur latitudines ornatuum, nempe GN $\frac{20}{24}$, KO $\frac{9}{24}$, LP $\frac{8}{24}$, HQ = $1\frac{1}{8}$, QR $\frac{12}{24}$, RS $\frac{3}{24}$, PT $\frac{12}{24}$, TV $\frac{4}{24}$, SR $\frac{14}{24}$, XY $\frac{4}{24}$, diſtantia luminis accenſorii a fundo *ab* $\frac{2}{24}$.
10. Altitudines ornatuum ſint prope fundum $\frac{5}{24}$, prope orificium $\frac{7}{24}$; reliquæ determinentur, his linea recta junctis.

11. Longitudo Uvæ AZ eſt 2 calibrarum, craſſities vero unius. Delphini reſpondent centro T, eorumque longitudo eſt $1\frac{3}{4}$, diſtantia unius calibræ.

## SCHOLION I.

109. *Non deſunt rationes, cur tormenta bellica hac ratione conſtruantur, quas adeo hic exponere conſultum ducimus. Nimirum tormenti craſſities continuo verſus orificium BD decreſcit, quia vis pulveris pyrii pro quantitate ſpatii, per quod expanditur, decreſcit. Cavitas cylindrica eſt, ne ullibi vel globi motus retardetur, vel pulvis accenſus inter ipſum & tormenti ſuperficiem interiorem elabatur: quod poſterius ſane obſtaret, quo minus tanta vi impelleretur globus. Ea autem tormenti longitudo eſſe debet, ut omnis pulveris pyrii quantitas in flammam fuerit conjecta, antequam globus evolet, ut is vim impellentis diutius experiatur. Non tamen nimia ſit neceſſe eſt, ne aeris ante globum expellendi quantitas nimium reſiſtat, & impetu ceſſante globus ad ſuperficiem tormenti alliſus aliquam motus ſui partem perdat. Ipſa ſane experientia loquitur, longitudinem nimiam tormenti motui globorum officere. Olim tormenta longiora fieri ſolebant: ſed cum aliquando forte fortuna pars $2\frac{1}{2}$ pedum deſiliret, globos majori vi per brevius, quam antea per longius propelli animadverſum eſt. Cepit hujus rei experimentum* Guſtavus *Rex Suecorum cum Chiliarcha* Sigerathio A. 1624, *didicitque globum ferreum* 48 *librarum ex tormento recentiore longius propelli, quam globum itidem ferreum, ſed* 96 *librarum ex tormento antiquo; cum tamen alias conſtet, e tormentis majoris calibræ in magis diſtans intervallum emitti globos, quam ex tormentis calibræ minoris.*

## SCHOLION 2.

110. *Quænam ſit vera tormentorum longitudo, experientia potius, quam ratione hactenus definitum, nec omnes nationes in ea definienda conveniunt: quemadmodum ex ſequente laterculo apparet.*

**Apud Germanos**

| Nomina tormentorum | Longitudo | Nomina tormentorum | Longitudo |
|---|---|---|---|
| Gantze Carthaune | 18 Calib. | Gantze Feld-Schlange | 30 Calib. |
| drey viertel Carthaune | 20 | halbe Feld-Schlange | 32 |
| halbe Carthaune | 21. 22 vel 24 | viertel Feld-Schlange | 34 |
| viertel Carthaune | 26 | Quartier-Feld-Schlange oder Falckonet | 35 vel 36 |
| Achtel-Carthaune | 27 | halbe Falckonet | 38 |
| Regiment-Stücke | 14. 16. 17 vel 18 | Serpentinel | 40 |

Apud Gallos

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Canon | 11 ped. | 1 dig. | La moyenne | 10 ped. | 7 dig. |
| Demi Canon d' Eſpagne | 10. | $11\frac{1}{2}$ | Le Faucon & Fauconneau | 7. | 0 |
| Demi Canon de France ou Coulevrine | 10. | 10 | La piece de huit courte | 8. | 7 |
| Quart de Canon d' Eſpagne | 10. | $9\frac{1}{2}$ | La piece de quatre courte | 8. | $6\frac{1}{2}$ |
| Bâtarde | 10. | $7\frac{1}{2}$ | | | |

Apud Anglos

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Cannon Royal | 12 ped. | Saker ordinary | 10 ped. | |
| DemiCannon large | 12 | Saker leaſt | 8 | |
| Demi Cannon ordinary | 12 | Minion largeſt | 8 | |
| Demi Cannon leaſt | 11 | Minion ordinary | 7 | |
| Culverin largeſt | 12 | A Falcon | 7 | |
| Culverin ordinary | 12 | A Falconet | 6 | |
| Culverin leaſt | 11 | A Rabinet | 5. | 6 dig. |
| Demiculver ordinary | 11 | A Baſe | 4. | 6 |
| Demiculver leaſt | 10 | | | |

### *SCHOLION* 3.

III. *Tormenta fiunt vel ex ferro optimo, vel (quod melius & ordinarie fieri ſolet) ex cupro, ſtanno & orichalco invicem permixtis. Stannum cupro additur, ut metallum denſius fiat, unde minor eſt ſtanni ad cuprum ratio, ſi cuprum melioris notæ fuerit, hoc eſt, majorem gravitatem ſpecificam habuerit. Quidam* 100 *libris cupri addunt ſtanni* 10, *orichalci* 8; *alii vero ſtanni* 10, *orichalci* 5 *& plumbi* 10. *Quæ circa fuſionem conſideranda, accurata induſtria deſcribit* Miethius (b) *& ex eo* Brandius (c). *Conſuli quoque poteſt* Suriræus a S. Remigio (d). *Sed ea hic perſequi non eſt noſtri inſtituti.*

*SCHO-*

(b) Artiller. part. 1. c. 1 & ſeqq.
(c) im vollkommenen Conſtabler part. 1.
(d) Memoires d' Artiller. Tom. 2 p. 58 & ſeqq.

## SCHOLION 4.

112. *In caſu neceſſitatis ex corio parari poſſunt tormenta eo artificio, quod deſcribit* Braunius (e). *Uſi iisdem ſunt Sueci in bello tricennali ſuperioris ſeculi: ſed exigui, immo fere nullius momenti exiſtunt. Facile nimirum diſrumpuntur.*

## SCHOLION 5.

113. *Experientia quoque conſtat, ſi tormenta duo fuerint ejusdem calibræ, ſed unum altero longius; majore pulveris pyrii quantitate onerandum eſſe longius, quam brevius, ſi globus ad eandem diſtantiam explodendus. Unde denuo colligitur, tormenta fieri debere non minis longa.*

## SCHOLION 6.

114. *Ut ſcopus attingatur, anima (ſic enim cavitatem cylindri vocant) medium tormenti occupare debet: neque enim alias ad ſcopum, quem globus ferire debet, accurate dirigi poterit. Id facillime hac ratione explorabis. Eidem tigno affigantur duæ normæ intervallo paulo majori quam* $1\frac{1}{2}$ *calibræ a ſe invicem diſtantes. Una earum intrudatur in animam tormenti: ſic enim ab altera ſignabuntur duo puncta in ſuperficie tormenti, per quæ tranſit recta animæ parallela.*

## SCHOLION 7.

115. *Ornatus tormentorum hunc etiam habet uſum, ut ita facile ſuper fulcris ſuis æquilibrari poſſint: unde apparet, non ſuperflua eſſe, quæ de accurata eorundem dimenſione præcipiuntur. Neceſſe autem eſt, ut tormentum ſit in æquilibrio poſitum: alias enim difficilius movebitur, nec ſatis exacte ad ſcopum ſuum dirigetur.*

(II.)

## PROBLEMA 34.

116. *Fulcri, cui tormentum incumbit, parietes delineare.*

### RESOLUTIO.

1. Deſcribatur parallelogrammum rectangulum ABCD, cujus latitudo AB 4 calibrarum, longitudo BC excedit longitudinem tormenti 8 vel 10 calibris. Tab. III. Fig. 26.
2. Fiat AE 2 calibrarum & diviſa EF = 1 calib. bifariam in H fiat porro Hg = $\frac{1}{4}$ Calib. atque ex centro *g* radio *g*F deſcribatur arcus EGF, qui cavitatem deſignabit, cui cylindrus tormenti lateralis incumbit.
3. Pars longitudinis tormenti inter centrum hujus cylindri & aſtragalum fundi intercepta (quæ in Fig. 25 per T*c* deſignatur) transferatur ex H in I; fiatque porro IK = $1\frac{1}{4}$ Calib. KL = 1 Calib.
4. Pars longitudinis tormenti inter idem centrum & orificium intercepta (quæ in Fig. 25 per TB deſignatur) transferatur ex L in M, fiatque ulterius MN $1\frac{1}{2}$ Calib. ut fulcrum tormenti facilius vertatur.
5. Ex K & N demittantur rectæ KO & NP ad BC perpendiculares dividaturque NP bifariam in Q & puncta L atque Q jungantur recta LQ.

Rrr rr 6. Fiat

(e) Artiller. part. 1. ſ. 29.

6. Fiat BR $= \frac{1}{2}$ Calib. & OS $=$ 1 Calib. ducaturque recta RS continuanda in T, donec ST $=$ 2 Calib.
7. Fiat RV $= \frac{1}{2}$ calib. & puncta A atque V connectantur recta AV.
8. Ex V in X transferantur calibræ 2, factisque XY $=$ 1 & XZ $= \frac{1}{2}$ Calib. compleatur rectangulum ZY, quod deſignabit locum, ubi paries fulcri axi rotarum innititur.
9. Fiant T*a* & S*b* $= \frac{2}{24}$ Calibr. junganturque puncta *b* & T.
10. Fiat P*d* $= \frac{1}{3}$ Calib. ducanturque rectæ Q*d* & *ad*.
11. Ad Q*d* erigatur perpendicularis Q*e* $= 2\frac{1}{2}$ Calib. & per *e* recta *eh* ipſi Q*d* parallela ducatur.
12. Super recta Q*e* conſtruatur triangulum æquilaterum Q*ef* & ex *f* radio *fd* ducatur arcus *dh*.
13. Fiat B*i* $=$ 1 Calib. & K*k* $= 1\frac{1}{4}$ Calib. ducaturque recta *ik*, producenda in *m*, donec *km* $= 1\frac{1}{4}$ Calib.
14. Fiat *no* $=$ 1 Calib. & *op* $=$ 1 calib. In *o* erigatur perpendicularis *oq* $= \frac{1}{2}$ calib. & in *p* alia *pr* $= \frac{3}{4}$ calib.
15. Similiter in *k* erigatur perpendicularis K*s* $= 1\frac{1}{4}$ Calib. compleaturque rectangulam *ms*.
16. Fiat *kt* $= 1\frac{1}{4}$, *tu* $=$ 1 Calib. conſtruaturque quadratum *tw*.
17. Denique rectangulum XZ ea conditione conſtruatur, ut latus X*y* ipſi Q*e* parallelum ſit 2 Calib. latus vero *y*Z ipſi *eh* parallelum $1\frac{1}{4}$ calib.

Erunt *qp*, *tw*, *m*S & X*z* foramina, per quæ trajiciantur trabeculæ transverſæ parietes ambos coagmentantes.

*SCHOLION.*

117. *Ferramenta, quibus opus eſt, ad parietes fulcri coagmentandos, ex figura inſpectione cognoſcuntur.* Tab. III. Fig. 26.

*PROBLEMA 35.*

118. *Axem fulcri tormentorum delineare.*

*RESOLUTIO.*

1. Ducatur recta AB & per A perpendicularis CD, ita ut AC $=$ CD $= \frac{9}{24}$ Calib. Tab. III. Fig. 27.
2. Fiat AE $= 3\frac{1}{2}$ Calib & per E ducatur perpendicularis FG, ita ut FE $=$ EG $= \frac{1}{2}$ Calib, continuanda in H, donec FH $= \frac{1}{4}$ Calib. & in I, donec GI $\frac{1}{24}$ Calib.
3. Puncta F & C, itemque G & D jungantur rectis CF & DG.
4. Ducantur ad HI perpendiculares indefinitæ ex punctis H & I, factisque HK $= \frac{1}{2}$ Calib. perpendiculari KL itidem $\frac{1}{2}$ Calib. KM $=$ 1 Calib. rectangulum KLNM compleatur: ita habebitur cavitas, in quam paries fulcri unus immittitur ea quidem parte, quæ in Fig. 25 per *xy* deſignatur.
5. Fiat MO æqualis craſſitiei tormenti eo in loco, ubi cylindri late-

laterales affixi & reliqua ex latere ſiniſteriore in dexterum transferantur.

*PROBLEMA* 36.

119. *Rotas tormenti delineare.*

*RESOLUTIO.*

Præſtat ſectionem rotæ, quam rotam integram delineare, ut ſingularum partium dimenſiones accurate determinari poſſint. Tab. III. Fig. 28.

1. Fiat trapezium ABCD parallelarum baſium AB & CD, ita ut AB = 1 Calib. AC = 3, CD = $\frac{3}{4}$ Calib. (§. 118).
2. Fiat porro AF = BE = $\frac{1}{2}$ Calib. CG = DH = $\frac{1}{3}$. IK = 1 Calib.
3. Fiat denique IN = LM = $\frac{1}{2}$ Calib. & IL = 2: arcus vero HO & EP ope triangulorum æquilaterorum determinantur.
4. Quodſi rota conſtruenda, ex 6 apſidibus, quarum latitudo eſt calibræ unius, & radiis 12 componenda.

Ferramenta neceſſaria ex inſpectione figuræ 26 agnoſcuntur. Tab. IV. Fig. 26.

*PROBLEMA* 37.

120. *Inſtrumentum deſcribere, quo pulvis pyrius in tormentum immittitur.*

*RESOLUTIO.* Tab. ... Fig. ...

1. Conſtruatur parallelogrammum rectangulum ABCD, cujus longitudo AD trium Calibrarum, ſeu diametrorum globi, latitudo AB unius.
2. Dividatur AB & DC bifariam in E & F, ducaturque recta EF in 6 partes ipſis AE æquales dividenda.
3. Ex primo, tertio & quinto diviſionum punctis G, H atque K erigantur perpendiculares, fiatque media OM Calibrarum $4\frac{1}{4}$ vel pro tormentis minoribus 3; laterales vero PN ex IQ calibra dimidia minuantur.
4. Per puncta N, O & I ducatur arcus circuli NOI.
5. Eadem figura ex lamina ferrea exſcindatur & decenter complicata ad cylindrum ligneum *ab* perticæ *bc*, quæ longitudinem tormenti duobus vel tribus pedibus ſuperat, affixum firmetur. Tab. III. Fig. 30.

*PROBLEMA* 38.

121. *Inſtrumentum parare, quo pulvis pyrius tormento immiſſus in arctum ſpatium redigitur.*

*RESOLUTIO.*

Ex ligno duriori tornetur cylindrus ABD & perticæ BC duobus vel tribus pedibus longitudinem tormenti ſuperanti affigatur. Sit vero diameter cylindri AB diametro globi, longitudo AD $1\frac{1}{2}$ vel duabus æqualis. Tab. III. Fig. 31.

*PROBLEMA* 39.

122. *Inſtrumentum parare, quo* tor-

*tormenta, globo exploſo, repurgantur.*

Tab. III. Fig. 32.

*RESOLUTIO.*

1. Ex ligno tiliaceo fiat cylindrus AB, cujus longitudo 2 calibrorum, diameter vero $\frac{3}{4}$ unius, & pelle ovina veſtiatur, cupreis clavis affigenda, ne tormentum, cujus ſuperficiem interiorem undiquaque tangit cylindrus, ſi intenditur, damnum inde ſentiat.
2. Affigatur perticæ BC duobus vel tribus pedibus longitudinem tormenti excedenti.

*PROBLEMA* 40.

123. *Tormentum onerare.*

*RESOLUTIO.*

1. Interior tormenti ſuperficies a ſordibus, quas contraxit, mundetur (§. 122).
2. Quantitas ſufficiens pulveris pyrii ope inſtrumenti in hunc uſum parati in tormentum immittatur (§. 120) &
3. Ope inſtrumenti alterius in debitum ſpatium coarctetur (§. 121). Cavendum tamen, ne granula pulveris conterantur, ne vis pulveris pyrii minuatur.
4. Ope ejusdem inſtrumenti intrudatur aliqua fœni portio, tandemque globus explodendus.
5. Quodſi tormentum globo ferreo candente onerandus, apponatur diſcus ex ligno viridi paratus &
6. tormento repurgato, ne quid pulveris pyrii forte alicubi relictum fuerit, atque ad ſcopum directo (§. 126).
7. globus per aliquod temporis intervallum craticulæ ſuper carbonibus candentibus in fovea collocatis conſtitutæ impoſitus, donec excanduerit, ope forcipis in tormenti animam demittatur.

*SCHOLION* 1.

124. *Globis candentibus utuntur ad ades incendendas.*

*SCHOLION* 2.

125. *Pondus pulveris pyrii, quo tormenta onerantur, ad pondus globi communiter rationem ſubduplam habet. Minor tamen quantitas ſufficeret, ſi pulvere melioris nota uterentur.*

*PROBLEMA* 41.

126. *Tormentum ita dirigere, ut axis ejus efficiat cum horizonte angulum datum.*

*RESOLUTIO.*

1. Regulæ longiori AB affigatur rectangulum ligneum vel orichalceum, in quo ſemicirculus AGD deſcriptus. Tab. III. Fig. 34.
2. Regula ita intrudatur in animam tormenti, ut axi ejus ſit parallela.
3. Tormentum nunc elevetur, nunc deprimatur, donec perpendiculum CE gradum elevationis deſideratum attingat.

Dico, angulum elevationis ARH (ſup-

(ſupponitur enim linea HR eſſe horizontalis) eſſe æqualem angulo GCF.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam enim FCD + FCG = 90° & FCD + HRA = 90° (§. 226 *Geom.* & §. 79 *Mechan.*); erit FCD + FCG = FCD + HRA (§. *Arithm.*), adeoque FCG = HRA (§. 83 *Arithm.*). *Q. e. d.*

*COROLLARIUM* I.

127. Quodſi perpendiculum CF ſecet ſemicirculum in G, ut FCR rectus evadat (§. 137 *Geom.*); AR lineæ horizontali HR parallela evadet (§. 241 *Geom.*), conſequenter ope ejuſdem inſtrumenti tormentum ad libellam, hoc eſt, ita diſponi poteſt, ut axis ejus ſit horizonti parallelus.

*SCHOLION.*

128. *Ut tormentum pro arbitrio attolli ac deprimi poſſit, ex ligno duriori parantur cunei prope uvam eidem ſupponendi.*

*CORCLLARIUM* 2.

129. Jactus in elevatione tormenti horizontali minimus, in elevatione 45 graduum maximus, in gradibus a 45 æqualiter remotis æqualis (§. 348 *Mech.*).

*EXPERIENTIA* 7.

130. *Longitudinem jactus horizontalis & in maxima elevatione* 45° *pro diverſitate tormentorum noſtrorum, ſuppoſita ratione pulveris pyrii ad pondus globi ſubdupla, & numerum jactuum diurnum experientia ita definivit:*

| Nomina tormentorum | Longitudo jactus horizontalis | Longitudo jactus in elevatione 45° | Numerus jactuum diurnus |
|---|---|---|---|
| die gantze Carthaune | 500 paſſ. | 6000 paſſ. | 50 vel 60 |
| drey viertel Carthaune | 500 *non prorſus* | 6000 *non prorſus* | 60 |
| halbe Carthaune | 420 | 5070 | 80 |
| viertel Carthaune | 370 | | 100 |
| achtel Carthaune | 320 | 3600 | 100 |
| Regiment-Stücke | 320 *non prorſus* | 3600 *non prorſus* | 100 |
| gantze Feld-Schlange | 600 | 7140 | 80 |
| halbe Feld-Schlange | 450 | 5370 | 90 |
| viertel Feld-Schlange | 350 | 4180 | 100 |
| Falckonet | 280 | 3320 | 100 |
| halbe Falckonet | 206 | 2450 | quot neceſſarii fuerint |
| Serpentinel | 160 | 1870 | |

*Paulo aliter eos deſinit Autor Gallus,* Chevalier de Saint Julien (f) : *quemadmodum ex ſubjecta tabella apparet, in cujus columna prima habetur pondus globi ejaculati, unde magnitudo tormenti innoteſcit.*

| Pondus globi plumbei | Jactus horizontalis | Jactus maximus |
|---|---|---|
| 33 lib. | 600 paſſ. | 6000 paſſ. |
| 24 | 700 | 6000 |
| 16 | 800 | 8000 |
| 12 | 450 | 5000 |
| 8 | 400 | 1500 |
| 2 | 150 | 1500 |

*Idem auctor eſt, globos tormentarios ad diſtantiam* 600 *paſſuum*, 9, 10, 11, 12, *immo* 13 *pedibus ſub terram defodi.*

### *EXPERIENTIA* 8.

131. *Quando tormentum exploditur, duobus vel tribus paſſibus retro cedit.*

### *SCHOLION.*

132. *Ratio a nonnullis perperam in aerem irruentem in animam tormenti, globo exploſo, conjicitur, præſertim cum tormentum jam retrocedat, antequam globus evolet : vis pulveris pyrii in fundum tormenti æque ac in globum agentis vera utique cauſa eſt.*

### *DEFINITIO* 23.

133. *Mortarium* eſt machina bellica, e qua globi incendiarii, bombæ præſertim ac granatæ ejaculantur.

### *SCHOLION* 1.

134. *Ne vi pulveris pyrii diffringantur perinde ac tormenta ex metallo funduntur. In caſu tamen neceſſitatis ex ligno ſolido, veluti tiliaceo, fiunt, niſi quod camera, pulveris receptaculum, vel plumbo liquato intus obtegatur, vel portione quadam ex bombarda reſecta inſtruatur : ipſa autem mortaria annulis ferreis funibusque colligatis extus muniantur.*

### *SCHOLION* 2.

135. *Sunt autem mortaria duplicis generis : alia cylindros laterales in medio affixos habent tormentorum inſtar, alia vero baſi inſtruuntur. Priora dicuntur noſtris* hangende Feuer-Mörſer mortaria pendentia, *poſteriora* ſtehende Mörſer mortaria ſtantia.

### *PROBLEMA* 42.

136. *Mortarium pendens delineare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Ducatur recta AB, quæ longitudinem mortarii deſignet, $2\frac{1}{2}$ Calibrarum ſeu diametrorum mortarii.
2. Fiat AC = $1\frac{1}{2}$ Calib. quæ erit longitudo animæ ſeu vacui mortarii.
3. Reliqua pars CB = 1 Calib. dividatur in tres partes æquales : erit

(f) La Forge de Vulcain p. 37.

erit CD $= \frac{2}{3}$ Calib. longitudo cameræ accenſoriæ.

4. Fiat latitudo ejusdem cameræ CE vel CF $= \frac{18}{48}$ calib. craſſities GH $= \frac{15}{48}$, ſed juxta animam IK $\frac{7}{48}$, prope cylindros laterales LM $\frac{2}{48}$.

5. Longitudo cylindrorum lateralium M fiat $\frac{1}{3}$ Calib. diameter eorundem $\frac{1}{4}$, diſtantia a camera $\frac{1}{4}$.

Reliqua ex inſpectione figuræ intelliguntur.

## *SCHOLION* I.

137. *Camera accenſoria communiter habet figuram cylindri, excepta baſi, quæ eſt hemiſphærica; qualem etiam in anima cernere licet, ut globus eidem congruens a pulvere pyrio directe impellatur. Recentiores tamen cameras ſphæricas præferunt, nec ſine ratione. Cum enim ſuperficies ſphæræ minor ſit ſuperficie cylindri eidem æqualis, camera ſphærica pulveri pyrio minus reſiſtit quam cylindrica: unde non mirum, quod in caſu priore (quemadmodum experientia docuit) globus majore vi explodatur.*

## *SCHOLION* 2.

138. *Major eſt mortarii craſſities juxta cameram, quam juxta animam, quia majori vi pulveris accenſi in Camera reſiſtendum, quam in anima. Diameter vero cameræ multo minor eſt diametro animæ, quia globi incendiarii atque bombæ multo leviores ſunt globis ferreis æqualium diametrorum, adeoque minor quantitas pulveris pyrii iisdem explodendis ſufficit. Alii alias mortariorum conſtructiones tradunt.*

## *PROBLEMA* 43.

139. *Fulcrum mortarii pendentis delineare.*

## *RESOLUTIO.*

1. Deſcribatur parallelogrammum ABCD, cujus longitudo AB $4\frac{1}{2}$ Calib. altitudo AC $\frac{1}{3}$. Tab. IV. Fig. 36.

2. Fiat CE $= \frac{2}{48}$, EF $= \frac{8}{48}$ FG $= \frac{25}{48}$, GH $= \frac{6}{48}$ & erigantur perpendiculares GI & HK $= \frac{34}{48}$, recta IK connectendæ.

3. Fiat DL $1\frac{1}{3}$ & in L erigatur perpendicularis LM ipſi DL æqualis, ducaturque per M ipſi AB parallela NO.

4. Fiat MO $= \frac{40}{48}$ MN $= 1\frac{8}{48}$ & ex N demittatur perpendicularis NP $= \frac{8}{48}$, per P ducta ulterius PQ $= \frac{6}{48}$ ipſi AB parallela.

5. Recta QK dividatur bifariam in R, & ope triangulorum æquilaterorum ſuper KR & RQ excitatorum deſcribantur arcus cognomines.

6. Similiter ex O demittatur perpendicularis OS $= \frac{6}{48}$ & facta DT $= \frac{2}{3}$ erigatur perpendicularis TV $= 1\frac{22}{48}$, arcus SV pro arbitrio deſcribatur.

7. Fiat TX $= 1$ & in X excitetur perpendicularis XY $= \frac{6}{48}$, tandemque arcus YZ facta DZ $= \frac{6}{48}$ ope trianguli æquilateri ſuper YZ excitati deſcribatur.

8. Fiat M$a$ $= \frac{2}{48}$ & ex centro $a$ deſcribatur radio paulo majori, quam cylindrorum lateralium mortarii, arcus $bcd$.

9. Fiat L$e$ $= \frac{1}{3}$, L$f$ $= 1$, $gh$ $= \frac{12}{48}$, $ik$ $= \frac{16}{48}$, $hm$ ipſi $fg$ parallela

lela $= \frac{30}{48}$, erit $ikmhg$ pulvinar mortarii.

10. Linea $km$ continuetur in $n$ fiatque $kp = \frac{8}{48}$, $pn = \frac{18}{48}$, $no = \frac{20}{48}$.

### SCHOLION.

140. *Ferramenta in combinatione parietum fulcri neceſſaria ex ſola figuræ inſpectione innoteſcunt.*

### PROBLEMA 44.

141. *Mortarium onerare.*

### RESOLUTIO.

1. Quantitas pulveris pyrii ad explodendum globum neceſſaria in cameram accenſoriam immittatur, &, ſi quod vacuum ſuperfuerit ſpatium, fœno repleatur. Alii idem cylindro ligneo explent.
2. Tegatur camera ceſpite, qui cavitati mortarii congruit.
3. Bomba, granata vel globus incendiarius ita demittatur in mortarium, ut tubus accenſorius ſit in axe ejus & foramen accenſorium orificio tormenti obverſum.
4. Humo, fœno, ſtramine, funibus, ceſpitibus vel alia materia quacunque ita coerceatur, ut nonniſi ſumma vi explodi poſſit. Si enim pulveri pyrio ſtatim cederet, minori vi expelleretur.

### SCHOLION.

142. *Quantitas pulveris pyrii ad globum explodendum neceſſaris prodit, ſi pondus ejus per 30 dividatur: cui tamen regulæ non ſemper ſtricte inhærendum.*

### PROBLEMA 45.

143. *Mortarium ita elevare, ut axis ejus cum horizonte efficiat angulum datum.*

### RESOLUTIO.

1. Ad orificium mortarii applicetur latus AC quadrati ABDC, ex cujus angulo B quadrans deſcriptus & perpendiculum BE dependet, ita ut axis ejus HG ſit ad AC perpendicularis.
2. Mortarium elevetur ac deprimatur, donec perpendiculum GE in quadrante datum elevationis gradum attingat.

Dico angulum DBE eſſe æqualem angulo IHR, quem axis mortarii HI cum linea horizontali HR efficit.

### DEMONSTRATIO.

Quoniam HG & AB perpendiculares ad AC; erit HG ipſi AB parallela, adeoque HGF = ABE (§. 222 *Geom*). Sed cum angulus ad F rectus ſit (§. *Mechan.*); erit FHG ipſius HGF complementum ad rectum (§. 226 *Geom*). Quare cum EBD ſit ipſius ABE complementum ad rectum (§. 137 *Geom.*); erit EBD = IHR (§. 83 *Arithm.*). *Q. e. d.*

CA-

# CAPUT V.

## De TORMENTO INSITITIO ET CUNICULIS SUBTERRANEIS.

*DEFINITIO* 24.

144. *Tormentum inſititium* (eine Petarde) eſt conus truncatus ferreus cavus ABDC pulvere pyrio granulato repletus, quo portæ, muri, catenæ &c. commode perfringuntur in clandeſtina invaſione.

*PROBLEMA* 46.

145. *Tormentum inſititium parare & onerare.*

*RESOLUTIO.*

1. Recta CD $6\frac{1}{2}$ digitorum dividatur bifariam in B, & ibidem erigatur perpendicularis AB eidem æqualis.
2. Aſſumta AB pro abſciſſa & BD pro ſemiordinata parabolæ quæratur parameter ejus (§. 355 *Anal. finit.*), eaque inventa, parabola deſcribatur.
3. Producatur BA in E, donec AE $1\frac{1}{2}$ digitorum, & per E ducatur parallela FG, itemque EF = EG = $2\frac{1}{2}$ dig.
4. Producatur etiam CD utrinque in H & I, donec HC = DI $\frac{1}{4}$ dig. fiatque C 1 & D 2 = $\frac{1}{8}$ dig.
5. Fiat $mn = \frac{1}{8}$ & $pq = qr = \frac{1}{2}$ dig. (II.) Ita quidem CADIGFH ſectionem tormenti exhibebit, & in ſpecie parabola CAD ſectionem animæ ſeu cavitatis, $mn$ foraminis accenſorii & $pr$ cameræ accenſoriæ: nec difficulter his datis tormentum inſititium parabitur.
6. Per foramen accenſorium $mn$ agatur tubulus $tu$, cum lamina cuprea, cavo tormenti congruente, & orificio exteriore obturato impleatur materia accenſoria, quæ ex nitro, ſulphure & pulvere trito in ratione ut 2, 1 & 6 invicem permixtis conſtat.
7. Cavum tormenti repleatur pulvere pyrio granulato optimo, quod in arctiſſimum quidem ſpatium comprimendum, ita tamen ut non comminuatur, ne vi ejus quidpiam decedat.
8. Quando vix unius digiti altitudo vacua reſtat, ſpatium reliquum ſtupa impleatur & diſcus vel ligneus vel plumbeus imponatur.
9. Tegatur porro tela craſſiori, cera atque terebinthina liquefactis macerata & filo cannabino conſtringenda, ut tormento tenaciter adhæreat.

10. In tabula lignea (quæ ex ligno quercino vel alio quodam ſolidiori paranda) deſcribatur circulus, cujus diameter æqualis diametro baſeos tormenti majoris & excavetur ad profunditatem $\frac{2}{3}$ unius digiti, ut orificium tormenti eidem immitti poſſit. Eſt autem longitudo tabulæ 2 pedum; latitudo 18, craſſities 3 digitorum.

Tab. IV. Fig. 39.

11. Tabula iſta ferramentis inſtruatur firmitatis ergo &

12. Tormentum eidem affigatur eo modo, quem figuræ inſpectio docet.

Quodſi tabula cum tormento ad portam appendatur; pulvere pyrio accenſo effringetur.

### SCHOLION.

146. *Sunt qui loco pulveris pyrii utuntur una ex ſequentibus compoſitionibus:* Rec. *pulveris granulati optimi lib. 7, Mercurii ſublimati unciam* 1, *camphoræ uncias* 8. *Vel* Rec. *pulveris granulati lib. 6, Mercurii ſublimati uncias 3, Sulphuris itidem* 3. *Vel* Rec. *pulveris granulati lib. 6, vitri contriti unciam dimidiam & Camphoræ* $\frac{3}{4}$.

### DEFINITIO 25.

147. *Cuniculi ſubterranei* ſunt cellæ ſubterraneæ, aliquot doliis vel ſaccis pulvere pyrio refertis adimpletæ, ut, eo accenſo, tota moles incumbens ſubvertatur.

### EXPERIENTIA 9.

148. *Quodſi cuniculus nimia pulveris pyrii quantitate oneretur, molem incumbentem nonniſi perforat diametro foraminis latitudinem cameræ non excedente. Quodſi pulveris pyrii quantitas nimis exigua fuerit, moli incumbenti nonniſi tremorem incutit: Si vero juſta quantitas adfuerit, eandem penitus ſubvertit.*

### COROLLARIUM 1.

149. Neceſſe itaque eſt, ut quantitas pulveris pyrii ponderi ſubvertendo proportionetur.

### COROLLARIUM 2.

150. Unde neceſſe eſt, ut tum pondus molis ſubvertendæ, tum quantitas pulveris pyrii ſupputetur, niſi ſucceſſus irritus eſſe debet.

### SCHOLION.

151. *Supputatio hæc ſupponit fundamenta ſtereometrica & architecturæ militaris: experientia autem docet, quænam ſit molis ſubvertendæ ſpecifica gravitas.*

### EXPERIENTIA 10.

152. *Multiplici* Comitis de Vauban *experientia* (g) *conſtat, ad ſubvertendum* 216 *pedes cubicos*

| | | |
|---|---|---|
| *terræ requiri* | 9 vel 10 | *libras pulveris pyrii* |
| *terræ ſabuloſæ* | 11 vel 12 | |
| *argilloſæ* | 15 vel 16 | |
| *muri recentis* | 15 vel 20 | |
| *muri vetuſti* | 25 vel 30 | |

Suri-

(g) Memoires de l'Acad. Roy. des Sciences A. 1701 p. m. 708.

Suriræus de S. Remigio (h) *tribuit uni pedi cubico*

| | | |
|---|---|---|
| *terræ* | 90 | *librarum pondus* |
| *arenæ* | 150 | |
| *argillæ* | 100 | |
| *terræ pingui* | 115 | |
| *muris lapideis* | 120 *vel* 125 | |
| *lateritiis* | 90 | |

### *PROBLEMA* 47.

153. *Data mole ſubvertenda invenire magnitudinem cameræ cuniculi.*

### *RESOLUTIO.*

1. Inferatur: ut 216 pedes cubici ad quantitatem pulveris pyrii iisdem ſubvertendis ſufficientem (§. 152) ita moles data ad quantitatem ei ſubvertendæ requiſitam.

2. Pondus hoc ducatur in ſoliditatem libræ unius pulveris pyrii, nempe 39304 lineas cubicas.

3. Ex facto extrahatur radix cubica, quæ erit latus cubi, cui camera cuniculi æqualis.

E. gr. Subvertenda ſit moles terrea 8664 pedum cubicorum. Inferatur:

216 : 10 = 8664 :
24) 9 : 10 = 361
10

9) 3610 ($401\frac{1}{9}$

39304
$401\frac{1}{9}$

39304
157216
4367

15|765|271 (250 Latus cameræ cuniculi
8|
7765
12..
60..
150.
125
7625
140|271
187|5

### *SCHOLION* 1.

154. *Si camera fuerit juſto major, ſpatium a pulvere pyrio vacuum fæno, ſtramine vel fimo oppletur, ne vis pulveris accenſi minuatur.*



(h) Mem. d' Artillerie part. 3. p. 156.

*SCHOLION 2.*

155 *Et quia oneratio nimia officit cuniculo* (§ 148), *ideo conſultum eſt, ut duæ vel plures cameræ conſtruantur.*

*PROBLEMA 48.*

156. *Cuniculos ſubterraneos parare.*

*RESOLUTIO.*

Tab. IV. Fig. 40. Sit e. gr. propugnaculum aliquod valli vi pulveris pyrii ſubvertendum.

1. Paretur aditus AB, cujus altitudo 4 vel 5 pedum, ut foſſor in genibus minimum conſiſtere queat.
2. Aditus producatur non recta, ſed per anfractus BD, BC, BE ad 18 vel 20 pedum longitudinem, prout res tulerit, donec ſcilicet moles ſubvertenda cameræ immineat. Humus vero aggeſta aſſeribus & pilis ſuſtentanda, ne foſſor obruatur.
3. Effodiantur cameræ cubicæ, quarum latera per calculum fuere determinata (§. 153), debita pulveris pyrii quantitate inſtruantur (§. *cit.*) & ſpatia vacua expleantur (§. *cit.*).
4. Cameris oneratis, per ductus anfructuoſos ducatur canalis pulvere pyrio plenus, per quem ignis in cameras deferatur &
5. Introitus diligenter claudatur, relicto tantum exiguo foramine, per quod pulvis accendatur.

*SCHOLION.*

157. *Specialiora tradunt* Lambert Lambion (i) L. B. de Borgsdorf (k) & Suriræus a S. Remigio (l).

(i) in der Bau-Practica c. 39 & ſeqq.
(k) in der neu entdeckten Minir-Kunſt.
(l) Memoir. d' Artillerie Tom. 1. p. 154 & ſeqq.

*Pyrotechniæ FINIS.*

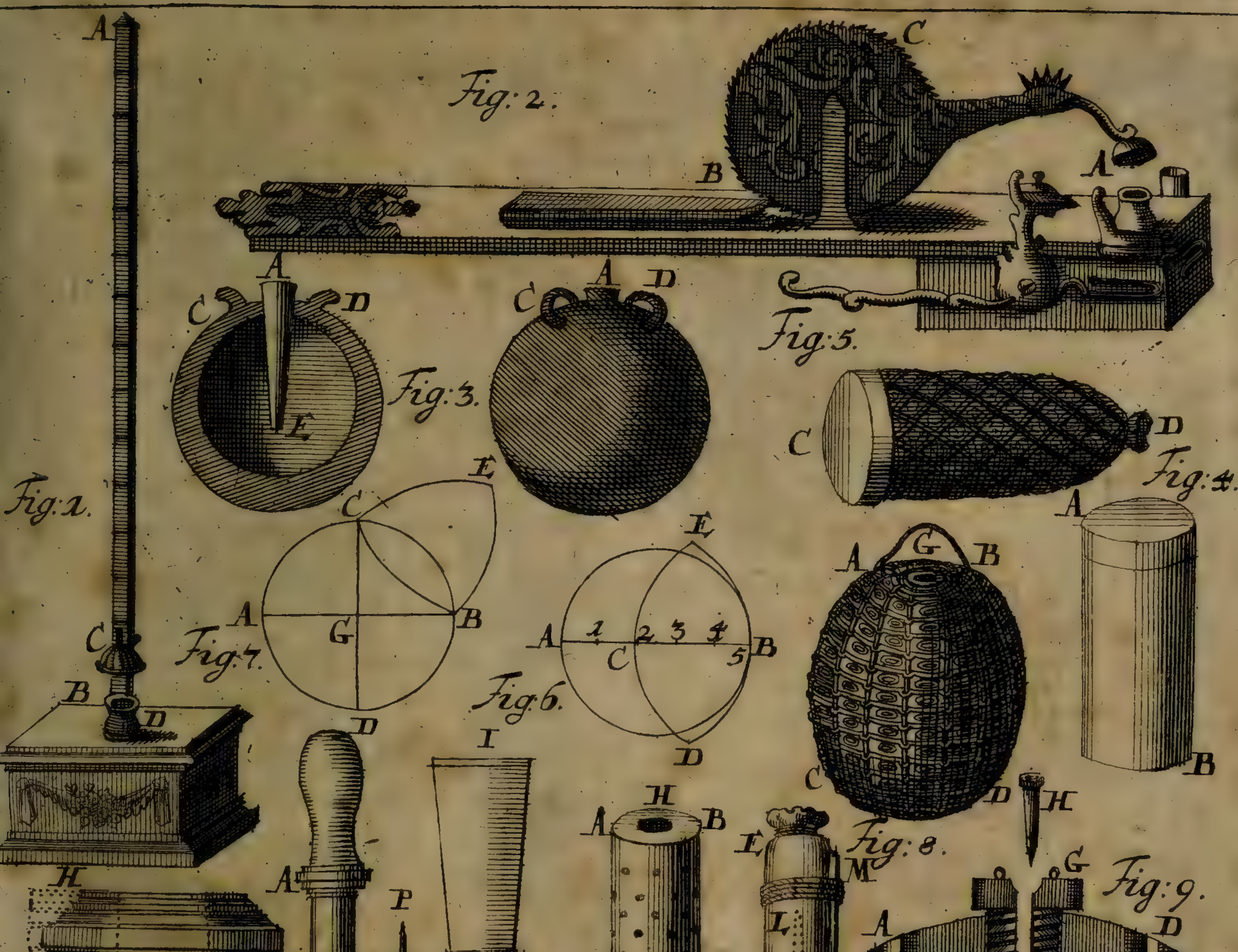



Fig: Pyrotechn: Tab: I. Lit: W. 2.

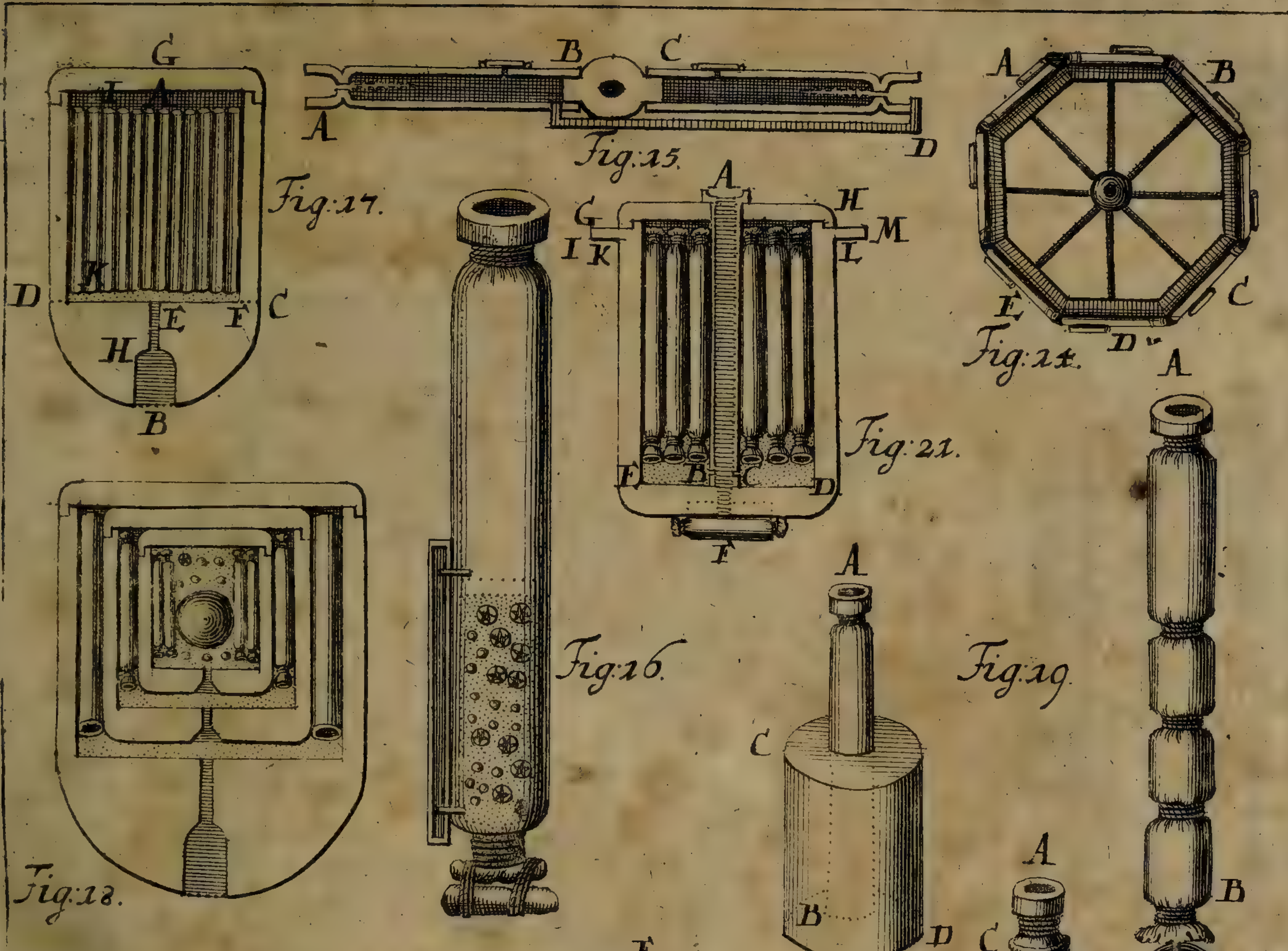



Fig: Pyrotech: Tab: II. Lit: M. 3.

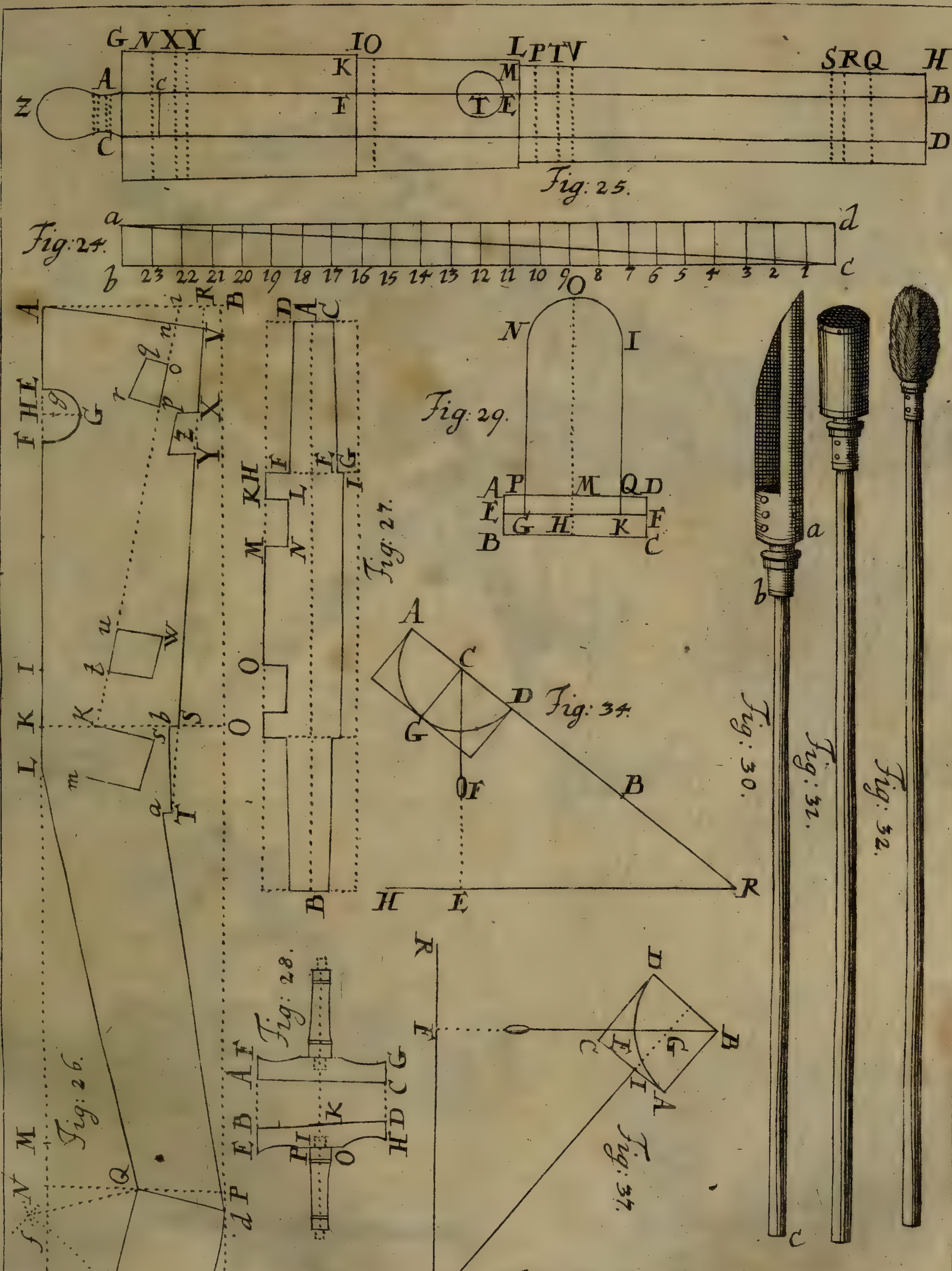
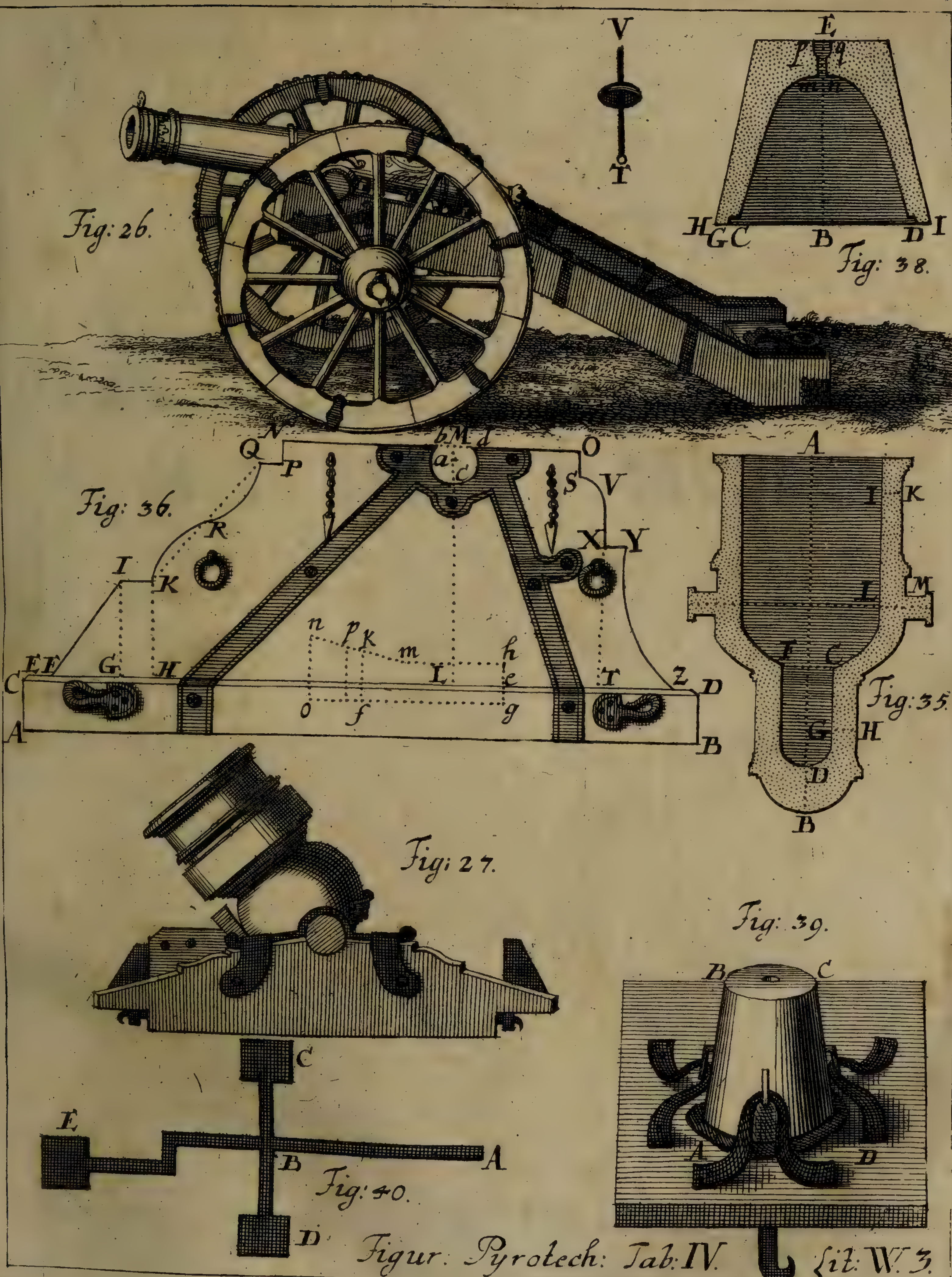



Fig: Pyrot: Tab: IV. Lit: U. 3.



Figur: Pyrotech: Tab: IV. Lit: W. 3.

# ELEMENTA ARCHITECTURÆ MILITARIS.

# PRÆFATIO.

REgulas Architecturæ militaris ita tradere aggreſſus ſum, ut ſimul earum rationem redderem. Ut vero præterea appareret, quomodo iis ſatisfiat; palmarias muniendi formas una explicare libuit. Et quoniam fieri nequit, ut de diverſis muniendi formis accurate judices, niſi ſingularum linearum angulorumque ſingulorum in iis occurrentium quantitatem exacte noveris, eademque cognitio perquam neceſſaria exiſtit, ubi munimenta animo concepta vel in charta delineanda, vel actu exſtruenda; ideo quoque docui, quomodo per calculos geometricos & trigonometricos ex quibusdam lineis atque angulis ſecundum regulas fundamentales aſſumtis reliqua eruantur. Hinc vero conſtabit, quam feliciores fiant in Architectura militari progreſſus, ſi quis ante Geome-

triæ

triæ atque Trigonometriæ præceptis animum imbuerit. Suadeo itaque, ut ne ad Architecturæ militaris ſtudium animum appellat, qui nondum elementa Geometriæ atque Trigonometriæ in Tomo priore a nobis explanata improba induſtria evolverit. De uſu Artis muniendi non eſt quod dicam: quis enim ignorat, ſine ea Reip. ſalutem ſubſiſtere non poſſe? Juvat ejus cognitio omnes, qui caſtra ſequuntur: juvat eos, qui ad oras peregrinas finitis ſtudiis Academicis excurrunt, munimenta paſſim exſtructa inter alia contemplaturi: juvat denique eos, quibus cognoſcere volupe, quæ de munimentorum oppugnatione, propugnatione & expugnatione belli temporibus fama publica ad nos deferuntur: quamvis non diffitear, ſi quis ſcopos poſteriores ſibi unice præfixerit, ei haud quaquam opus eſſe, ut ad accurationem geometricam & trigonometricam deſcendat, vel etiam in delineandis munimentis operæ quidpiam inſumat.

ELE-

# ELEMENTA ARCHITECTURÆ MILITARIS.

## CAPUT I.

## De REGULIS ARTIS MUNIENDI.

### *DEFINITIO* 1.

1. **A***rchitectura militaris* eſt ſcientia muniendi loca, ita ut pauci potiori conditione exiſtentes adverſus multos ſe defendere queant.

### *COROLLARIUM* 1.

2. Forma adeo muniendi oppugnantium conatibus adaptari debet.

### *COROLLARIUM* 2.

3. Quando itaque modus oppugnandi variatur, muniendi quoque forma variari debet.

### *COROLLARIUM* 3.

4. Nulla igitur muniendi forma conſtans dici poteſt, niſi demonſtrare valueris, modum oppugnandi variari non poſſe, aut, ſi varietur, eandem non minus, quam ante aggreſſorum conatibus adverſam eſſe.

### *COROLLARIUM* 4.

5. De perfectione munimenti judicaturus modum oppugnandi tunc temporis, quando extructum eſt, uſitatum perſpiciat & cum forma muniendi tum uſitata conferat neceſſe eſt.

(II.)

### *COROLLARIUM* 5.

6. Omnes munimenti partes maximarum machinarum, quibus oppugnantur, vi reſiſtere debent.

### *COROLLARIUM* 6.

7. Munimentum ita exſtrui debet, ut tam exiguo, quam fieri poteſt, hominum numero defendi queat (§. 1).

### *SCHOLION.*

8. *Multis ſane ſumtibus parcunt, qui in exſtruendis munimentis hanc ſibi legem figunt.*

### *COROLLARIUM* 7.

9. Ut defendentes potiori conditione exiſtant (§. 1), tormentorum ac mortariorum hoſtilium vi expoſiti non ſint neceſſe eſt: aggreſſores autem eidem expoſiti eſſe debent.

### *COROLLARIUM* 8.

10. Hinc omnes munimenti partes ita diſponi debent, ut ſe invicem defendere queant: & omnis circumjecta planities defendentibus pateat opus eſt.

### *COROLLARIUM* 9.

11. Nulli adeo tolerandi ſunt colles, nulla loca edita, pone quæ hoſtis a tormentis defendentium tutus eſſe poſſit.

### SCHOLION.

12. *Loca igitur in vallibus ſita minime apta ſunt, quæ muniantur: &, ſi ea muniri opus ſit, loca quoque edita vicina muniri debent.*

### DEFINITIO 2.

13. *Vallum* eſt moles terrea circa locum aliquem aggeſta.

### COROLLARIUM 1.

14. Quoniam hoſtes tormentorum vi munimenta oppugnant; obſeſſi quoque tormenta iisdem opponere debent. Quare cum tormenta ſpatium ſatis amplum requirant, tum quia longiora ſunt (§. 108 116 *Pyrotech.*), tum quia exploſa retrocedunt (§. 131 *Pyrotech.*), murorum autem adeo craſſorum conſtructio ſumtuoſa nimis; munimenta vallo circumdari debent (§. 13).

### COROLLARIUM 2.

15. Quia itaque ex terra aggeſta conſtruitur vallum (§. 1), munimenta quoque foſſa circumdentur neceſſe eſt, præſertim cum etiam aditum hoſti difficilem reddat.

### COROLLARIUM 3.

16. Hinc ea conſtituenda eſt foſſæ latitudo atque profunditas, ut vallo ſufficiens ſit terra inde effodienda.

### COROLLARIUM 4.

17. Quoniam obſeſſi tormentorum hoſtilium furori exponendi minime ſunt (§. 9); exterior pars valli altior eſſe debet interiore, in quo conſiſtunt defendentes.

### COROLLARIUM 5.

18. Terra aggeri nequit ad perpendiculum, prout muri exſtruuntur: utrinque igitur vallum acclive fiat opus eſt.

### DEFINITIO 3.

19. *Lorica* eſt pars valli exterior BEFI adverſus tormentorum hoſtilium furorem defenſores in vallo conſtitutos protegens.

### COROLLARIUM 1.

20. Ea igitur loricæ craſſities eſſe debet, ut globis e tormentis hoſtium exploſis impervia exiſtat, hoc eſt, 20 vel 24 pedum (§. 130 *Pyrotechn.*).

### COROLLARIUM 2.

21. Statura viri ordinaria cum ſit ſex fere pedum; altitudo loricæ 6, ad ſummum 7 pedum fieri debet.

### COROLLARIUM 3.

22. Ut itaque defenſores hoſtem vicinum ſclopis ſuis petere queant; ante loricam ſuppedaneum BCD excitandum, cujus altitudo BC $1\frac{1}{2}$ pedum, latitudo CD trium; geminandum, ſi loricæ altitudo fuerit pedum 7.

### DEFINITIO 4.

23. *Statio vallaris* ſeu *ambulacrum valli* eſt pars valli interior AB, in qua tormenta collocantur & defenſores munia ſua exequuntur.

### COROLLARIUM.

24. Latitudo ejus 24, ad ſummum 30 pedum fieri debet (§. 105, 116, 131 *Pyrot.*).

DE-

### DEFINITIO 5.

25. *Margo foſſæ* eſt area horizontalis 6 circiter pedum lata IG, inter pedem valli atque foſſam GHLM interjecta, ut firmitatem valli ſubſidentis conſervet, atque terram tormentorum ictibus excuſſam excipiat.

### SCHOLION.

26. *Non inutile igitur eorum inſtitutum, qui vepribus ac dumetis eundem cingunt.*

### DEFINITIO 6.

27. *Propugnaculum* eſt pars valli primarii ABCD ultra reliquum exſtans.

### DEFINITIO 7.

28. *Facies* ſunt lineæ BC & CD angulum externum propugnaculi, aut operis alterius comprehendentes, qui & κατ᾽ ἐξοχήν *angulus propugnaculi* vocari ſolet.

### DEFINITIO 8.

29. *Chorda* eſt linea AE inter duo propugnacula interjecta, ſeu vallum inter duo propugnacula vicina intermedium.

### DEFINITIO 9.

30. *Ala* eſt linea BA, quæ ex faciei extremo verſus interiora ducitur.

### SCHOLION 1.

31. *Quoniam ala propugnaculi faciem oppoſitam defendit; alam ſubinde vocant lineam, quæ alteram defendit.*

### SCHOLION 2.

32. *Facies, alæ atque chordæ omnem valli ambitum abſolvunt. Præterea tamen quaſdam adhuc alias lineas in munimentis concipimus, quæ vel ad ea in charta delineanda, vel in campo deſignanda, vel ad aliarum quantitatem ſupputandam neceſſariæ ſunt.*

### DEFINITIO 10.

33. *Latus exterius* eſt recta ex vertice unius propugnaculi C uſque ad verticem alterius adjacentis F ducta. Tab. I. Fig. 2.

### DEFINITIO 11.

34. Si chordas utrinque producas, donec ſibi mutuo in G & H occurrant, recta GH erit *Latus interius.*

### DEFINITIO 12.

35. *Colli dimidium* eſt ſemidifferentia AH inter chordam EA & latus interius GH, ſeu portio inter concurſum laterum internorum H & alam BA intercepta.

### DEFINITIO 13.

36. *Radius minor* eſt ſemidiameter KH, qua deſcribitur circulus, cui polygonum interius inſcriptibile.

### DEFINITIO 14.

37. *Radius major* eſt ſemidiameter KC, qua deſcribitur circulus, cui polygonum exterius inſcriptibile.

### DEFINITIO 15.

38. *Linea capitalis* eſt recta HC ex

ex vertice anguli polygoni interioris H ad verticem propugnaculi C ducta.

DEFINITIO 16.

Tab. I. Fig. 2. 39. *Linea defenſionis major* ſeu *figens* eſt recta EC a vertice propugnaculi C usque ad concurſum E alæ oppoſitæ LE cum chorda EA ducta.

DEFINITIO 17.

40. *Linea defenſionis minor* ſeu *ſtringens* eſt facies usque ad chordam continuata CI.

DEFINITIO 18.

41. *Ala ſecundaria* eſt portio chordæ EI inter lineas defenſionis majorem EC & minorem IC interceptа.

DEFINITIO 19.

42. *Angulus polygoni* eſt angulus GHM, quem duo latera interiora GH & HM vel etiam exteriora intercipiunt.

DEFINITIO 20.

43. *Angulus propugnaculi* eſt angulus BCD, quem facies propugnaculi BC & CD comprehendunt.

DEFINITIO 21.

44. *Angulus humeri* eſt angulus ABC, quem facies CB cum ala AB comprehendit.

DEFINITIO 22.

45. *Angulus imminutus* eſt angulus FCB inter latus exterius FC & faciem CB interceptus.

COROLLARIUM.

46. Eſt adeo differentia inter dimidium angulum propugnaculi BCH & dimidium angulum polygoni FCI.

DEFINITIO 23.

47. *Angulus defendens interior* eſt angulus CIE, quem linea defenſionis ſtringens efficit cum chorda.

DEFINITIO 24.

48. *Angulus defendens exterior* eſt angulus COF, qui ex concurſu linearum defenſionis ſtringentium oritur.

DEFINITIO 25.

49. *Angulus centri* eſt angulus CKF, quem duo radii ex angulis polygoni F & C, ſeu verticibus duorum propugnaculorum in centrum circuli circumſcripti K ducti intercipiunt.

SCHOLION.

50. *Quoniam nomina Gallica & vernacula Latinis magis uſitata, ideo eadem in ſequente laterculo exhibemus.*

No-

## Nomina Linearum & angulorum.

Tab. I. Fig. 2.

| Latina | Gallica | Germanica |
|---|---|---|
| Vallum | Rempart | der Wall |
| Propugnaculum ABCD | Baſtion | das Bollwerck |
| Latus exterius FC | Polygone exterieure | die äuſſere Polygon |
| Latus interius GH | Polygone interieure | die innere Polygon |
| Facies BC | Face | die Geſichts-Linie |
| Ala BA | le Flanc | die Streiche |
| Ala ſecundaria EI | Second flanc | die Neben-Streiche. |
| Collum AHD | la Gorge | die Kehle |
| Semicollum AH | Demigorge | die Kehl-Linie |
| Chorda EA | Courtine | die Cortine oder der Zwiſchen-Wall |
| Capitalis CH | la capitale | die Haupt-Linie oder Capital-Linie |
| Linea defenſionis ſtringens ſ. minor CI | la ligne de defenſe razante ou flanquante | die ſtreichende Defens-Linie |
| Linea defenſionis figens ſ. major CE | la ligne de defenſe fichante | die einbohrende Defens-Linie |
| Radius major KC | Rayon | der groſſe Radius |
| Radius minor KH | Rayon | der kleine Radius |
| Angulus polygoni AHD | Angle du polygone | der Polygon-Winckel |
| Angulus humeri ABC | Angle de l' epaule | der Schulter-Winckel |
| Angulus alæ BAE | Angle du flanc | Winckel der Flanc und Courtine |
| Angulus propugnaculi ſeu defenſus BCD | Angle flanqué ou pointe du baſtion | der Bollwercks-Winckel |
| Angulus imminutus BCF | Angle diminué | der kleine Winckel |
| Angulus centri GKH | Angle du centre | der Centri-Winckel |
| Angulus defendens exterior COF | Angle flanquant exterieur | der beſtrichene Winckel |
| Angulus defendens interior CIA | Angle flanquant interieur | der Streich-Winckel |
| Acclivitas interna AK | Talud interieur | die innere Böſchung |

Tab. I. Fig. 1.

| | | |
|---|---|---|
| Ambulacrum valli AB | Terreplein | der Wallgang |
| Suppedaneum BD | Banquette | das Bäncklein |
| Lorica EF | Parapet | die Bruſtwehre |
| Acclivitas exterior FI | Talud exterieur | die äuſſere Böſchung |
| Margo Valli GI | la Berme, Liſiere | die Berme |
| Acclivitas foſſæ interior GH | Scarpe | die innere Doßirung oder Böſchung des Grabens |
| Acclivitas foſſæ exterior ML | Contreſcarpe | die äuſſere Böſchung des Grabens |
| Vallum humilius | Fauſſebraye | der niedrige Wall |
| Via cooperta MN | Chemin couvert, Coridor | der bedeckte Weg |
| Lorica viæ coopertæ QR | Glacis, Eſplanade | das Glacis |

### THEOREMA I.

51. *Defenſio linearum valli fieri debet ex ſclopetis.*

Defenſio enim, quæ fit ex ſclopetis, hoſtibus interficiendis ſufficit, ac præterea facilior eſt magisque expedita, minus vero ſumtuoſa, quam quæ a tormentis petitur. Prior adeo poſteriori eſt præferenda.

### SCHOLION I.

52. *Accedit, quod in tanta diſtantia, qua ſclopi ictum non enervat, tanto validior ſit ictus globorum e tormentis emiſſorum, eademque una grandini pyrotechnicæ conveniat, utiliter ad arcendum hoſtem adhibenda.*

### COROLLARIUM I.

53. Quoniam jactus ſclopi horizontalis atque certus ultra 720 pedes Rhenanos vix extenditur, experientia teſte; linea defenſionis maxima eam magnitudinem excedere non debet, præſertim ſi ala ad eam perpendicularis.

### COROLLARIUM 2.

54. Immo in genere linea defenſa a defendente ultra 720 pedes Rhenanos ſeu 60 perticas diſtare non debet.

### SCHOLION 2.

55. Melderus *equidem perticas* 65, Scheiterus 70, *immo* 82, *Comites* de Pagan & de Vauban *atque* Antonius de Ville 75 *admittunt; ſed diſtantiam* 60 *perticis majorem ob rationes præſertim in Schol.* 1 *allatas merito rejicit* L. B. de Borgsdorff.

### THEOREMA 2.

56. *Si ab extremitatibus alicujus lineæ AB ducantur lineæ AC & BD, juxta quas tormenta vel ſclopeta diriguntur; quantitas defenſionis menſuratur perpendiculari AE inter parallelas intercepta.*

Con-

Concipiatur linea AE diviſa in quatuor partes æquales, & per ſingula diviſionum puncta 1, 2, 3 &c. ducantur rectæ, & rectis AC & BD inter ſe parallelæ. Quoniam parallelæ ubique eandem a ſe invicem diſtantiam ſervant, ſi ſpatium binis interjectum fuerit tantum, quantum uni tormento vel militi concedendum; evidens eſt, juxta directionem AC non plura tormenta vel plures milites ad rectam obliquam AB aut curvam HI conſtitui poſſe quam ad perpendicularem AE. Eſt igitur AE menſura quantitatis defenſionis.

*COROLLARIUM* 1.

57. Quodſi ergo ex datis angulo ABE & recta AB quæratur AE (§. 34 *Trigon.*) & per experientiam determinetur numerus pedum uni tormento vel militi conveniens; quantitas defenſionis conſtabit.

*COROLLARIUM* 2.

58. Qnantitates linearum defendentium ſunt ut longitudines, ſi lineæ directionis jactuum fuerint ad eas perpendiculares.

*THEOREMA* 3.

59. *Munimentum nec ex ſimplicibus angulis, nec ex propugnaculis, quæ alis deſtituuntur, conſtare poteſt.*

Conſtet enim munimentum ex ſolis angulis ſimplicibus ABC & BCD &c. Quodſi quis hoſtium in angulo C conſtitutus fuerit; fieri ſane nequit, ut ex ullo puncto linearum CD vel BC videatur, adeoque extra ictus periculum poſitus: quod abſurdum (§. 10). Tab. I Fig. 4.

Conſtent propugnacula EFG & HIK ex ſolis faciebus. Patet ergo ex modo oſtenſis angulos G & H defendi non poſſe: quod denuo abſurdum (§. *cit.*). Tab. I. Fig. 5.

*THEOREMA* 4.

60. *Propugnacula ex faciebus & alis conſtare debent.*

Nullus in munimenti ambitu eſſe debet locus, qui non ex alio videri ac defendi poſſit (§. 10). Sed ſi propugnacula ex faciebus & alis conſtant, omnia puncta ex alis defendi poſſunt: nullum enim eſt punctum in facie BC, quod non ex ala oppoſita EL defendi queat; nullum eſt in chorda AE, quod non ex alis adjacentibus BA & EL defendi poſſit, nullum in ala una BA, quod non ex altera EL defendi queat; ſi vero alæ deſint, vel facies; loca quædam indefenſa manent. Propugnacula igitur ex faciebus & alis conſtare debent.

*THEOREMA* 5.

61. *Facies a 24 perticis Rhenanis non deficere, nec 30 excedere debent.*

Quoniam hoſtis per faciem ſibi aditum in urbem parare ſolet; ex hoc

hoc capite conſultum videtur, ut facies breviores longioribus præferantur: id quod etiam ſuadent rationes aliæ, nempe quod cuniculi certiorem edant effectum, ſi facies fuerint longiores, quam ſi breviores extiterint, nec ab obſeſſis tam facile detegantur. Enimvero quia tormenta in facie opponuntur tormentis hoſtis, quibus eidem ruinam minatur, & ex facie quoque opera externa defenduntur; ideo longiores præſtant brevioribus. Quare cum nec deſint rationes, quæ ſuadent facies breviores, nec aliæ, quæ probant longiores; conſultum ſane eſt, ut mediocris fiant longitudinis, nempe ut nec a 24 perticis deficiant, nec 30 excedant.

### SCHOLION.

62. *De magnitudine facierum ut multum ſolliciti ſimus opus non eſt, modo non peccetur in defectu & alæ ita diſponantur, ut defenſione ſufficiente non deſtituantur.*

### THEOREMA 6.

63. *Alæ longiores præferuntur brevioribus, ſub eodem angulo lineæ defenſionis inſiſtentibus.*

Si enim angulus, quem cum linea defenſionis efficiunt, idem eſt; alarum longiorum menſura major eſt menſura breviorum (§. 240. 253 *Geom.* & §. 56 *Arch. mil.*). Quare cum alæ defendant facies, in quibus hoſtis aditum in munimentum ſibi parat; alas præſtat eſſe longiores quam breviores, adeoque illæ his præferendæ.

### THEOREMA 7.

64. *Ala lineæ defenſionis ad angulos rectos inſiſtere debet.*

Si ala efficit rectum cum linea defenſionis, longior cenſenda eſt quam in omni alio ſitu (§. 58). Sed alæ longiores præferuntur brevioribus (§. 63): debent igitur lineis defenſionum ad angulos rectos inſiſtere.

### SCHOLION.

65. *In antiquis muniendi formis ala ad chordam perpendicularis cernitur, ut ex hoſtium oculis ſubducatur: ſed vero mox patebit, aliis modis id rectius obtineri poſſe absque detrimento defenſionis.*

### THEOREMA 8.

66. *Inferior pars alæ DE duarum vel trium perticarum intervallo verſus capitalem AG retrahi debet.*

Ala BF ad perpendiculum inſiſtens lineæ defenſionis FH (§. 62) cum chorda FI efficit angulum obtuſum (§. 62 *Geom.*), adeoque hoſti nimis expoſita eſt, conſequenter ab eo facile dejici poteſt: quod tamen fieri non debebat, cum ſit pars munimenti maxime defenſiva (§. 59). Sed ſi retrahitur, unum ſaltem alterumve tormentum a parte ſuperiore BC tegitur, ut ab hoſte videri nequeat, niſi ad faciem propugna-

pugnaculi oppoſiti conſtituto. Ut ergo retrahatur, conſultum eſt.

*COROLLARIUM* I.

67. Recta DC, juxta quam fit alæ retractio ex angulo propugnaculi oppoſiti ducatur neceſſe eſt, ut tormenta pone BC conſtituta non citius videantur ab hoſte, quam ſi ad faciem illius propugnaculi conſtitutus fuerit.

*COROLLARIUM* 2.

68. Ut ala retracta DE ſit longior, linea defenſionis, non chorda, ex F in E producenda.

*DEFINITIO* 26.

69. Pars alæ ſuperior BC, quæ inferiorem retractam tegit, *Auricula* (Gallis *Orillon*) dicitur.

*COROLLARIUM.*

70. Ne longitudini alæ officiat retractio, auricula exigua fieri debet, tertiæ circiter parti alæ æqualis.

*THEOREMA* 9.

71. *Ala retracta concava DE præſtat rectilinea.*

Cum enim ad concavitatem circuli non alia recta ſit perpendicularis, quam quæ per centrum tranſit (§. 37 *Analyſ. infinit.*); nonniſi unicum tormentum ab hoſte ita conſtitui poteſt, ut ictus ejus ſit perpendicularis. Quoniam itaque ictus perpendicularis validior obliquo (§. 396 *Mechan.*), ala concava vi tormentorum hoſtilium minus obnoxia eſt quam rectilinea.

(II.)

*THEOREMA* 10.

72. *Alæ retractæ geminari & mediante foſſa a ſe invicem ſeparari debent.*

Quoniam enim alæ longitudo per retractionem minuitur (§. 66), longior tamen breviori præſtat (§. 63); ideo eam geminari conſultum eſt. Accedit, quod tum exterior ſit minus alta, adeoque ictus tormentorum ſint ad ſuperficiem ſuperiorem foſſæ paralleli, conſequenter hoſtem horizontaliter atque certius feriant.

Separandæ autem ſunt alæ geminatæ foſſa aliqua mediante, tum ut incertus ſit bombarum & granatarum hoſtilium eventus, tum ne terra ex ſuperiori demolita decidat in inferiorem, eamque inutilem reddat, antequam uſui fuerit. Accedit, quod in ſuperiore ala conſtituti nullum incommodum ſentiant a fumo ex inferiori aſcendente.

*SCHOLION.*

73. *Alarum diſpoſitio omnem in muniendi formis varietatem introduxit: eſt enim præcipua munimenti pars, unde ejus defenſio potiſſimum pendet.*

*THEOREMA* 11.

74. *Lineæ ſemicolli majores præſtant minoribus.*

Reddunt enim propugnacula capaciora &, hoſte impetum faciente, reſciſſioni locum præbent. Præ-

terea cum alæ non modo retrahendæ (§. 66), verum etiam duplicandæ ſint, & non modo ſuis ambulacris & loricis conſtare, ſed & foſſa aliqua ſeparari debeant (§. 72); colla propugnaculorum majora fieri debere ſatis apparet.

### SCHOLION.

75. *Quodſi quantitatem intervalli EF, quo retractio fieri debet* (§. 66) *addas duplæ craſſitiei loricæ ac duplæ latitudini ambulacri una cum latitudine ſuperiore foſſæ intermediæ; facile apparebit, quanta fieri debeant ſemicolli longitudo: illam enim ſummam excedat opus eſt aliquo intervallo.*

### THEOREMA 12.

76. *Angulus propugnaculi non debet eſſe minor ſexaginta gradibus.*

Si enim minor fuerit 60 gradibus, propugnacula nimis anguſta evadunt, ita ut tormenta majora in iis vix habeant locum. Angulus præterea nimis acutus tormentorum hoſtilium vi facile dejicitur; nec locum reſciſſionibus relinquit. Præterea aut alas juſto breviores, aut lineam defenſionis juſto majorem reddit: id quod facile apparet, ſi vel faciem BC ſolam deprimi, vel alam BA una verſus I promoveri intelligamus.

Tab. I. Fig. 2.

### SCHOLION.

77. *In hoc conveniunt omnes, quod angulus propugnaculi major eſſe debeat gradibus ſexaginta; an vero ad rectum accedere, vel infra eum ſubſiſtere, vel etiam eundem ſuperare debeat, variis argumentis adhuc diſputatur, quæ diſcutere jam non eſt noſtri inſtituti.*

### COROLLARIUM.

78. Quoniam in triangulo æquilatero quilibet angulus eſt 60, in ſcaleno & æquicruro quidam 60 gradibus minores ſunt (§. 225. 228 *Geom.*); nullum triangulum muniri poteſt.

### THEOREMA 13.

79. *Valli altitudo minor præſtat majore.*

Si enim altitudo major fuerit, foſſam, viam coopertam & acclivitatem loricæ ejus tegit, adeoque hoſtis ab ictu globorum e tormentis in vallo conſtitutis emiſſorum ſecurus ibi degit. Cum adeo defenſioni officiat, major minore præſtat.

### SCHOLION 1.

80. *Limites altitudinis conſtituuntur vulgo* 16 & 24 *pedes; unde ſi altitudo loricæ* (§. 21) *ſubtrahitur, altitudo ambulacri relinquitur.*

### SCHOLION 2.

81. *Nulla eſt objectio, quod vallum humilius ædificia non tegat; neque enim metuendum, fore ut hoſtis tormentorum ictibus laceſſat, quæ bombarum vi felicius in cineres redigere valet. Nec inde multum lucramur, quod vallum prælatum difficilius conſcendere liceat, quia cuniculis ſubvertitur ab hoſte, ut aditus pateat.*

### THEOREMA 14.

82. *Quæ centro munimenti propiora ſunt, altiora eſſe debent, niſi foſſæ defendendæ unice deſtinentur.*

Sint

Sint enim altiora, quæ a centro ſunt remotiora; ex iis adeo operibus, quæ centro viciniora ſunt, tormenta in planitiem circumjectam explodere non licebit. Nulla igitur erit eorum utilitas: quod abſurdum.

### THEOREMA 15.

83. *Foſſa lata præſtat profunda.*

Cum tantum humi ex foſſa effodiendum ſit, quantum vallo conſtruendo ſufficit (§. 16); eadem foſſæ ſoliditas erit, ſive latior fiat, ſive profundior, conſequenter in ea implenda eandem operam inſumet hoſtis. Quoniam tamen foſſam latiorem difficilius trajicit, ob vineam præſertim longiorem exſtruendam, & in minus profunda ictus ſunt horizontaliores adeoque directi magis; prærogativas non contemnendas habet lata præ profunda, & hinc illa huic præferenda.

### COROLLARIUM 1.

84. Ut foſſa integra alæ pateat, ipſi æqualis fieri debet latitudo ejus ſuperior, ac præterea faciei parallela, ſi ala ad lineam defenſionis perpendicularis, in aliis vero caſibus latior prope angulum humeri quam prope angulum propugnaculi, verſus angulum humeri oppoſitum ducenda.

### COROLLARIUM 2.

85. Quoniam foſſa utrinque acclivitate donanda firmitatis gratia (§. 18) latitudo inferior minor eſt ſuperiore.

### SCHOLION 1.

86. *Prope angulum propugnaculi foſſa fieri ſolet circulariter rotunda firmitatis gratia.*

### SCHOLION 2.

87. *Limites profunditatis ſunt perticæ duæ & una: unde latitudo una determinatur (§. 16). Tenendum tamen, latitudinem excedere debere maximarum arborum longitudinem, ne hoſtis eam facile trajiciat.*

### SCHOLION 3.

88. *Acclivitatis menſura vulgo ſtatuitur profunditas (fit nempe GS = SH): quodſi vero muro veſtitur, GS = $\frac{1}{6}$ SH.* Tab. I. Fig. 1.

### SCHOLION 4.

89. *Diſputant Architecti militares, num foſſa ſicca præſtet aquis plena. Quamvis vero negari nequeat, non ſemper in poteſtate Architecti ſitum eſſe, utrum foſſam ſiccam, an aquis plenam exſtruere velit, cum conditioni loci parendum ſit; neque tamen etiam diffiteri licet, multas eſſe prærogativas foſſæ ſiccæ præ aquis plena. Eruptionibus enim, quæ maximi merito fiunt in defenſione munimentorum, ſicca eſt aptiſſima, & repulſo militi præſidiario certiſſimum aſylum præbet, meliusque defendi poteſt, ac aditum ad opera externa indeque ad vallum primarium reditum faciliorem concedit.*

### SCHOLION 5.

90. *In angulis foſſæ ſiccæ ſcalæ ſeu gradus excitantur, ut ex via cooperta in eam facilis ſit deſcenſus.*

### DEFINITIO 27.

91. *Opera externa* vocantur, quæ ultra foſſam vallum primarium ambientem excitantur tum ad hoſtem a munimento longius arcendum, tum

tum ad vallum primarium tegendum, tum ad hoſtis vires infringendas, tum ob fines agnatos alios.

## COROLLARIUM 1.

92. Fines hi in univerſum omnes cum neceſſarii ſint ad defendendum munimentum (§. 2 & ſeq.); hinc quæ ipſis ſatisfaciunt opera externa, ad perfectionem munimenti deſiderantur.

## COROLLARIUM 2.

93. Quoniam opera externa vires hoſtis infringere debent (§. 91); defenſione ſufficiente minime careant, nec in poteſtatem hoſtis dedita locum ſuggeſtibus hoſtilibus præbeant neceſſe eſt.

## SCHOLION.

94. *Patet adeo, non promiſcue omnia opera externa probari; ſed potius improbari, quæ nimis prolixa copioſum militem præſidiarium requirunt, & haud difficulter expugnata hoſti emolumento ſunt.*

## DEFINITIO 28.

Tab. I. Fig. 7. 95. *Parmula* eſt opus externum ex duabus nonniſi faciebus conſtans & in angulo foſſæ ante chordam exſtrui ſolitum ABCD.

## DEFINITIO 29.

Tab. I. Fig. 7. 96. *Lunula* eſt opus externum EFGHK faciebus & alis conſtans atque ante angulum propugnaculi, interdum etiam ante chordam exſtrui ſolitum.

## SCHOLION.

97. *Lunulæ ante angulum propugnaculi hodie vix adhibentur: locus tamen iisdem adhuc conceditur ante chordam.*

## DEFINITIO 30.

98. *Propugnaculi exterius vallum* eſt opus externum LMN ſolis faciebus prælongis, & faciebus ipſius propugnaculi parallelis conſtans. Tab. I. Fig. 7.

## SCHOLION.

99. *Recentiores hoc vallo utuntur loco lunulæ, quod antea prope angulum propugnaculi excitabatur.*

## DEFINITIO 31.

100. *Forcipula ſimplex* eſt opus externum ingens DABCE, ex duabus faciebus AB & BC angulum introrſum flexum B conſtituentibus compoſitum. Tab. I. Fig. 8.

## COROLLARIUM.

101. Quoniam forcipula non modo nimium ſpatium occupat & hinc hoſti emolumento eſt, ubi eam expugnavit; ſed & propter angulum B indefenſum (§. 59) & latera AD & CE non ſatis defenſa haud difficulter expugnari poteſt: jure a recentioribus ex Architectura militari proſcribitur.

## DEFINITIO 32.

102. *Forcipula compoſita* eſt opus externum duabus forcipulis FGH & HIK continuis conſtans. Tab. I. Fig. 9.

## COROLLARIUM.

103. Recentiores adeo & hanc jure ex Architectura militari proſcribunt (§. 101).

DE-

*DEFINITIO* 33.

104. *Opus cornutum* eſt opus externum ex duobus propugnaculis dimidiis LMN & OPQ atque chorda NO compoſitum.

*DEFINITIO* 34.

105. *Opus coronatum* eſt opus externum ex duobus operibus cornutis RSTV & VXYZ compoſitum.

*SCHOLION.*

106. *En nomina Gallica & Germanica operum externorum & paucorum quorundam aliorum terminorum:*

| Nomina Latina | Nomina Galliea | Nomina Germanica |
|---|---|---|
| Opera externa | les Dehors | die Auſſenwercke |
| Parmula | Ravelin | ein Ravelin |
| Lunula ſeu Casſis | Demilune | ein halber Mond |
| Propugnaculi exterius vallum | Contregarde | eine Contregarde |
| Forceps ſive Forcipula | Tenaille | eine Scheere/ oder ein Scheer-Werck |
| Forcipula ſimplex | Tenaille ſimple | eine einfache Scheere |
| Forcipula compoſita | Tenaille double | eine doppelte Scheere |
| Opus cornutum | Ouvrage a Corne | ein Horn-Werck |
| Opus coronatum | Ouvrage a Couronne | ein Kron-Werck |
| Loricæ transverſæ | Traverſes | Traverſen |
| Cupula, ſeu foſſa minor intra majorem | Cunette | ein kleiner Graben im groſſen |
| Suggeſtus altior | Cavallier | eine Katze |
| Anticuniculus | Contremine | eine Contre-Mine |
| Perſpicillum | Lunette | eine Brille |
| Plateæ militum | Places d' Armes | Waffen-Plätze |
| Inciſuræ | Embraſures | Schieß-Scharten |

*THEOREMA* 16.

107. *Parmula ABCD chordam PQ tegit & facies ejus ex faciebus propugnaculorum vicinorum* ab & cd *defenduntur.*

Quod parmula chordam tegat, ſola inſpectio figuræ docet. Quod vero ex faciebus propugnaculorum vicinorum defendi debeat, patet inde, quia datur pars aliqua faciei

e. gr. *ab*, nempe *be*, unde ad data puncta faciei parmulæ BC rectæ duci poſſunt, etiamſi propugnaculo vallum exterius LMN adjiciatur.

*COROLLARIUM 1.*

108. Angulus adeo parmulæ B a facie propugnaculi ultra jactum ſclopi diſtare non debet (§. 51): unde in caſibus particularibus facierum longitudo facile determinatur.

*COROLLARIUM 2.*

109. Idem angulus B acutus potius, quam obtuſus eſſe debet, ne quantitas defenſionis ex parte faciei propugnaculi *be* petenda minuatur.

*SCHOLION 1.*

110. *Ex eadem ratione facies parmulæ* B *non ad angulum humeri* c, *quod plerisque autoribus placet; ſed ad punctum* f *tribus circiter perticis ab eo remotum duci debet: ita nimirum foſſa parmulæ a majore parte defenditur. Et hinc facies parmulæ determinantur.*

*COROLLARIUM 3.*

111. Quando parmula unica chordam non totam tegit, duplicanda eſt.

*SCHOLION 2.*

112. *Exemplum inferius occurrit in Paganiana muniendi forma.*

*THEOREMA 17.*

113. *Propugnaculi vallum exterius LMN non ſolum facies propugnaculi vicini* ab *&* ag, *ſed & alam oppoſiti* cQ *tegit, atque ex parmulæ facie defenditur.*

Tab. I. Fig. 7.

Facies MN obſtat, quo minus facies propugnaculi *ab* extra munimentum videri poſſit, adeoque illa hanc tegit. Eodem modo patet, quod facies LM tegat alam *c*Q.

Quod vero ex facie parmulæ CB defendi queat facies MN, patet ut in theoremate præcedente (§. 107).

*COROLLARIUM.*

114. Quoniam præcipua munimenti defenſio ex alis petitur (§. 60), vallum vero propugnaculi exterius alarum conſervationi inſervit (§. 113); vallo interiori jungi debet.

*SCHOLION 1.*

115. *Cavendum tamen, ne nimis amplum ſiat.*

*SCHOLION 2.*

116. *Quoniam faciebus propugnaculi* ab *&* ag *parallelæ ducuntur facies valli exterioris usque ad parmulæ foſſam: earum longitudo ſponte determinatur.*

*THEOREMA 18.*

117. *Craſſities valli, item ambulacri, ac loricæ eadem eſſe debet in operibus externis, quam in primariis; altitudo loricæ quoque eadem in externis, quam in primariis; ſed altitudo ambulacri in iſtis eſt ſubdupla altitudinis in hoc.*

Craſſities valli primarii ea eſt, quæ ictui globorum ex tormentis emiſſorum reſiſtit, & tormentis ſpatium ſufficiens concedit (§. 20). Quare

Quare cum vallum in operibus externis finibus iisdem deſtinetur; eandem quoque craſſitiem habere debet.

Altitudo loricæ in vallo primario tanta eſt, quanta militi præſidiario tegendo ſufficit (§. 19). Quare cum tanta etiam eſſe debeat in operibus externis; hæc iſti æqualis ſit neceſſe eſt.

Opera externa a centro munimenti magis removentur, quam vallum primarium. Eorum itaque altitudo minor eſſe debet (§. 82): unde communiter ſubdupla fieri ſolet altitudinis valli primarii.

## SCHOLION.

118. *Ambulacrum in operibus externis paulo minus fieri poterit, quam in valle primario: quia in iſtis tormenta ut plurimum minora conſtituuntur, quam in vallo primario.*

## COROLLARIUM.

119. Quoniam tantum humi ex foſſa effodiendum, quantum vallo excitando ſufficit (§. 16); vallum autem operum externorum minus eſt primario (§. 117); foſſa quoque opera externa ambiens minor eſt primaria.

## SCHOLION.

120. *Communiter latitudo foſſa iſtius fit ſex perticarum, interdum nonniſi quinque: unde profunditas per calculum ſuo loco exponendum determinatur. Major latitudo præfertur minori, ſi haberi poſſit.*

## THEOREMA 19.

121. *Loricæ transverſæ milites contra bombas & granatas majores tegunt, & impediunt, ne ambulacra operum & via cooperta ſint globis hoſtilibus pervia.*

Sit enim ABCD pars viæ coopertæ. Decidat bomba ſive granata in K: milites ergo recedentes inde in L, ibique humo proſtrati a bomba diſſiliente lædi nequeunt. Tab. II. Fig. 12.

Sit in G tormentum hoſtile, ex quo globus procedat ſecundum directionem GI. Quodſi loricas transverſas H & L removeas; globo totum ſpatium ABCD erit pervium, ſed excitatis loricis F & E, ultra F non procedet.

CA-

## CAPUT II.
## De
# DIVERSIS MUNIENDI FORMIS REGULARIBUS.

*DEFINITIO 35.*

122. *Munitio regularis* eſt, ſi omnia propugnacula fuerint æqualia & ſimilia.

*DEFINITIO 36.*

123. *Muniendi forma Belgica* eſt quæ alam ad chordam perpendicularem ſtatuens rationem alæ ad faciem ſubduplam, ad chordam vero ſubtriplam obſervat (munitionibus paucorum propugnaculorum exceptis) & angulum propugnaculi vel duabus tertiis anguli polygoni, vel ejus dimidio quindecim aut viginti gradibus aucto æqualem facit, donec recto fiat æqualis.

*SCHOLION.*

124. *Nos in explicanda hac muniendi methodo ſequemur* Freitagium, *qui quantitatem alæ determinat in Quadrato* 6, *in Pentagono* 7, *in Hexagono* 8, *in Heptagono* 9, *in Enneagono* 10, *in Decagono* 11, *in reliquis figuris* 12 *perticarum*: *unde facies ipſi* 24, *chorda* 36 *perticarum. In altera methodo idem eandem facit in Quadrato* 8, *in Pentagono* 9 *& ita porro.*

*PROBLEMA I.*

125. *Invenire omnes angulos in munitione Belgica occurrentes.*

*RESOLUTIO.*

1. Angulus centri GKH & polygoni AHD invenitur (§. 327 *Geom.*), qui poſterior ex 180 gradibus ſubductus relinquit angulum CHA, quem capitalis CH cum ſemicollo AH efficit (§. 143 *Geom.*).
2. Angulus polygoni dividatur per 3 & quotus duplicetur, ut habeatur angulus propugnaculi BCD: vel idem biſecetur & dimidio addantur 15 vel 20 gradus, ſumma denuo erit angulus BCD (§. 123).
3. Dimidius angulus propugnaculi BCH ſubducatur ex dimidio angulo polygoni FCH; reſiduus erit angulus imminutus PCB.
4. Quoniam ob parallelas FC & GA, & QA ad GA perpendicularem (§. 123) angulus Q rectus eſt (§. 219 *Geom.*); imminutus QCB ſi recto addatur, prodibit angulus humeri CBA (§. 224 *Geom.*).
5. Idem ſi ſubtrahatur ex recto, relinquetur angulus POC, cujus duplus

duplus eſt angulus defendens exterior LOB (§. 174 *Geom.*).

6. Eodem modo reperitur angulus IBA.

E. gr. in hexagono reperitur GKH 60°, AHD 120, BCD 80, BCQ 20, ABC 110, IOB 140, IBA 70.

*PROBLEMA* 2.

126. *Datis facie BC, ala BA & chorda AE ſupputare lineas reliquas.*

*RESOLUTIO.*

1. Cum in triangulo BAI ad A rectangulo (§. 123) dentur anguli obliqui (§. 125) & ala; reperientur BI & AI (§. 34 *Trigon.*): quarum illa faciei BC addita producit lineam defenſionis minorem CI; hæc vero e chorda AE ſubducta relinquit alam ſecundariam EI.

2. Ex datis in triangulo QCB rectangulo ad Q *per demonſtrata* (§. 125) angulis obliquis (§. *cit.*) & facie CB reperiantur QC & QB (§. 34 *Trigon.*). Quare ſi QB addas alæ & duplum QC chordæ AE; prodibunt diſtantia polygonorum AQ & latus externum FC.

3. Demittatur ex H perpendicularis HN ad QC. Datis ergo in triangulo HNC ad N rectangulo præter diſtantiam polygonorum NH modo repertam angulis obliquis NCH (§. 125) & NHC (§. 226 *Geom.*), reperientur capitalis CH & recta NC, quæ ex CQ ante inventa ſubducta relinquit ſemicollum AH.

4. Hujus duplum addatur chordæ EA, ut habeatur latus interius GH.

5. Datis in triangulo CER ad R rectangulo diſtantia polygonorum RE & latere RC ante inventis reperitur angulus REC (§. 36 *Trigon.*) & inde porro linea defenſionis major CE.

6. Denique ex datis in triangulo GKH angulis omnibus (§. 125) & latere GH invenitur radius minor GK (§. 34 *Trigon.*): cui ſi addatur capitalis HC ante inventa, prodibit radius major KC.

E. gr. AIB 20°, IBA 70°. Quare cum AB 98 erit

| | |
|---|---|
| Log. Sin. AIB | 9 5340517 |
| AB | 0.9030900 |
| Sin. tot. | 100000000 |
| Log. IB | 1 3690 383, cui in |
| Canone reſpondent | 23°3′9″ |
| BC | 24 00 |
| CI | 47°3′9″ |
| Log. Sin. tot. | 100000000 |
| IB | 13690383 |
| Sin. IBA | 99729858 |
| Log. IA | 71342 0241, cui in |
| Canone reſpondent | 21°9′8″ |
| AE | 3600 |
| EI | 1402 |

Log. Sin. tot. 100000000
BC 13802112
Sin. QCB 95340517

Log. QB ƒ09142629, cui in Canone reſpondent 8°2′1″
AB 800

AQ 1621

Log. Sin. tot. 100000000
BC 13802112
Sin. QBC 99729858

Log QC ƒ135 31970, cui in Canone reſpondet 22°5′5″ 2255
2 RQ 3600

2 QC 45 10
RH 3600
RC 5855

FC 8110

Log. Sin. NCH 99375306
NH 32097830
Sin. tot. 100000000

Log. CH 32722524, cui in Canone reſpondent 18°7′1″.

Log. Sin. tot. 100000000
HC 32722524
Sin. NHC 96989700

Log. NC ƒ29712224, cui in Canone reſpondent 9°3′6″
QC 2255

AH 1319 (2

AH + EG 2638
EA 3600

GH 6238
Log. RE 32097830
RC 37675269
Sin. tot. 100000000

Tang. REC 105577439, cui in Canone reſpondent 74°31′30″.
Log. Sin. REC 99839630
RC 37675269
Sin. tot. 100000000

Log. EC 37835639, cui in Canone reſpondent 60°7′5″.

Quoniam in hexagono GH radio æqualis (§. 338 *Geom.*); erit
GK 62°. 3′8″
Addatur CH 18. 71

erit CK 81. 09

## SCHOLION.

127. *Patet ergo methodus ſupputandi tabulas ad delineandum munimentorum ambitum in charta, itemque ad deſignandum eundem in campo neceſſarias: quas hic exhibere libet, ubi monuerimus, tabulam primam linearum eſſe conſtructam ex hypotheſi prima, alteram vero ex altera hypotheſi Freitagiana.*

Ta

## Tabula angulorum

| Numerus laterum | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X. | XI. | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Angulus centri | 90 | 72° | 60° | 51°.26 | 45° | 40° | 36° | 32°.44′ | 30° |
| Polygoni | 90 | 108 | 120 | 128.34 | 135 | 140 | 144 | 147.16 | 150 |
| Propugnaculi | 60 | 72 | 80 | 85. 42 | 90 | 90 | 90 | 90 0 | 90 |
| Diminutus | 15 | 18 | 20 | 21. 26 | $22\frac{1}{2}$ | 25 | 27 | 28. 38 | 0 |
| Humeri | 105 | 108 | 110 | 111. 26 | $112\frac{1}{2}$ | 115 | 117 | 118. 38 | 20 |
| Alæ cum linea defenſionis | 75 | 72 | 70 | 68.34 | $67\frac{1}{2}$ | 65 | 63 | 61. 22 | 60 |

## Tabula linearum prima

| Numerus laterum | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ala | 6° | 7° | 8° | 9° | 10° | 11° | 12° | 12° | 12° |
| Ala ſecundaria | 8.9′4″ | 13. 10 | 14. 02 | 13. 89 | 13. 27 | 12. 41 | 12. 45 | 14. 02 | 15. 22 |
| Collum | 12. 24 | 12. 77 | 13. 19 | 13. 53 | 13. 82 | 13. 85 | 13. 94 | 14. 16 | 14. 35 |
| Capitalis | 16. 47 | 17. 33 | 18. 71 | 20. 03 | 21. 29 | 22. 57 | 24. 07 | 24. 49 | 24. 85 |
| Radius minor | 42. 76 | 43. 23 | 62. 39 | 72. 68 | 8 3. 1 | 91. 76 | 103. 38 | 114. 14 | 124. 99 |
| Linea defenſionis minor | 51. 72 | 47. 94 | 47. 39 | 47. 87 | 48. 83 | 50. 03 | 50. 03 | 49. 04 | 48. 00 |
| Lin. def. major | 60. 47 | 60. 55 | 60. 66 | 60. 69 | 61. 20 | 61. 49 | 61. 78 | 61. 70 | 61. 64 |
| Latus interius | 60. 23 | 61. 54 | 62. 39 | 63. 07 | 63. 64 | 63. 99 | 63. 89 | 64. 33 | 64. 71 |
| Latus exterius | 82. 86 | 81. 90 | 81. 10 | 80. 46 | 79. 93 | 79. 50 | 78. 77 | 78. 13 | 77. 57 |
| Diſtantia polygonorum | 11. 19 | 13. 86 | 16. 21 | 18. 05 | 18. 67 | 21. 14 | 22. 90 | 23. 50 | 24. 00 |

### Tabula linearum altera

| Numerus laterum | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ala | 8° | 9° | 10° | 11° | 12° | 12° | 12° | 12° | 12° |
| Ala ſecundaria | 6″. 14 | 10. 58 | 11. 86 | 12. 03 | 11. 67 | 12, 95 | 13. 90 | 14. 63 | 15. 22 |
| Collum | 8. 97 | 10. 26 | 11, 08 | 11. 71 | 12, 16 | 12. 89 | 13. 47 | 13. 95 | 14. 35 |
| Capitalis | 20, 01 | 21. 03 | 22, 15 | 22, 13 | 24. 48 | 24, 56 | 24. 66 | 24, 75 | 24. 85 |
| Radius minor | 38. 14 | 48. 08 | 58. 19 | 68, 47 | 78, 60 | 90. 31 | 101, 84 | 113. 38 | 124. 99 |
| Linea defenſionis minor | 54, 91 | 50, 96 | 50, 13 | 50. 37 | 51, 17 | 50, 01 | 49. 15 | 48, 51 | 48, 00 |
| Linea defenſionis major | 60, 74 | 61, 03 | 61. 24 | 61. 53 | 61. 78 | 61. 74 | 61, 71 | 61, 67 | 61, 64 |
| Latus interius | 53. 94 | 56. 53 | 58. 19 | 59. 42 | 60, 31 | 61. 77 | 62. 94 | 63. 90 | 64. 71 |
| Latus exterius | 82, 36 | 81. 25 | 80, 35 | 79, 63 | 79, 05 | 78, 58 | 78. 18 | 77. 85 | 77. 57 |
| Diſtantia polygonorum | 14, 21 | 17, 01 | 19, 18 | 21. 01 | 22. 61 | 23. 08 | 23. 45 | 23. 57 | 24, 00 |

### Tabula orthographica munimentorum

| Latitudo | IV | V | VI | VII | VIII | IX & ſeqq. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Acclivitatis interioris | 12 ped. | 14 | 15 | 16 | 18 | 18 ped. |
| ambulacri | 21 | 22 | 25½ | 27 | 28 | 30 |
| ſuppedanei | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| acclivitatis interioris loricæ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Loricæ | 10 | 12 | 13 | 16 | 18 | 22 |

accl.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| accl. exter. valli | 6 | 7 | $7\frac{1}{2}$ | 8 | 9 | 9 |
| ambulacri valli humilioris | 21 | 22 | $25\frac{1}{2}$ | 27 | 28 | 30 |
| loricæ ejus | 12 | 15 | 15 | 17 | 19 | 21 |
| marginis | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| foſſæ | 72 | 84 | 84 | 108 | 120 | 132 |
| acclivitatis ejus | 10 | 10 | 10 | 12 | 12 | 12 |
| Viæ coopertæ | 12 | 15 | 16 | 17 | 19 | 21 |
| Suppedanei | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| acclivitatis interioris loricæ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| exterioris | 60 | 65 | 70 | 72 | 76 | 79 |
| Altitudo | IV | V | VI | VII | VIII | IX |
| ambulacri valli | 12 | 14 | 15 | 16 | 18 | 18 |
| Suppedanei | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ |
| loricæ interior | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| exterior | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| foſſæ | 10 | 10 | 10 | 12 | 12 | 12 |
| loricæ in via cooperta | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |

### DEFINITIO 37.

128. *Ichnographia munimenti* eſt delineatio geometrica in plano ambitum omnium operum una cum latitudinibus ſingularum partium oculo ſpectandam exhibens.

### DEFINITIO 38.

129. *Orthographia munimenti* eſt delineatio geometrica ſectionis verticalis munimenti ſingularum partium latitudinem ac altitudinem oculo ſpectandam exhibens.

### PROBLEMA 3.

130. *Munimenti ichnographiam ſecundum methodum Belgicam perficere.*

### RESOLUTIO.

1. Ex tabula linearum excerpantur longitudines radii minoris, late-

ris interioris, ſemicolli, alæ & lineæ capitalis.

Tab. II. 2. Intervallo radii minoris deſcribatur circulus, & ad ejus peripheriam applicetur latus interius AB, quoties fieri poteſt.

3. Ex lateribus internis reſecentur ſemicolla AF, AG, BH, BK &c.

4. In G, F, H, K &c. excitentur ad angulos rectos alæ GM, FL, HN, KO &c. (§.201 *Geom.*).

5. Radii AC, BC &c. producantur in D, F &c. donec AD, BE &c. fiant lineis capitalibus æquales, ducanturque facies DM, DL, EN, EO &c.

6. Cum perimetro valli primarii intervallis latitudinum loricæ, ſuppedanei & ambulacri valli (computatis acclivitatibus partibus ſingulis vicinis) ducantur lineæ parallelæ intra polygonum & intervallis latitudinum ambulacri, ſuppedanei & loricæ valli humilioris aliæ extra polygonum.

7. Ex angulis propugnaculorum *d*, *e* &c. intervallo latitudinis foſſæ ducantur arcus circuli, &

8. Faciebus *dl*, *en* &c. agantur parallelæ PR, QR &c.

9. Si nulla adfuerint opera externa, lineis PR, QR &c. foſſam determinantibus, intervallo latitudinis viæ coopertæ, ſuppedanei & acclivitatis loricæ deſignentur parallelæ (§.243 *Geom.*).

Hac ratione ichnographia erit abſoluta.

### SCHOLION.

131. *Quodſi opera externa paſſim excitanda; eorum ichnographia decenti loco eo modo fieri debet, quem in problematibus peculiaribus docemus. In hunc vero uſum præmittenda eſt*

Tabula orthographica operum externorum

| Latitudo | Max. | Min. | Altitudo | Max. | Min. |
|---|---|---|---|---|---|
| acclivitatis interioris | 6 | 4 ped. | ambulacri | 6 | 4 ped. |
| ambulacri | 12 | 10 | ſuppedanei | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ |
| ſuppedanei | 3 | 3 | loricæ interior | 6 | 6 |
| loricæ | 16 | 11 | loricæ exterior | 3 | 2 |
| acclivitatis exterioris | 3 | 2 | foſſæ | 10 | 8 |
| marginis | 4 | 3 | | | |
| foſſæ | 48 | 30 | | | |

PRO-

### PROBLEMA 4.

132. *Parmulam delineare.*

### RESOLUTIO.

Tab. I. 1. Ex centro munimenti per medium chordæ ducatur ultra foſſam recta RT = $\frac{2}{3}$ vel $\frac{3}{4}$ faciei propugnaculi NE.

2. Regula applicata ad T & angulos humeri propugnaculorum vicinorum L & N, ducantur rectæ T*a* & T*b*: quæ erunt facies parmulæ.

3. Tandem intervallis ſingularum valli partium ducantur rectis T*a* & T*b* parallelæ intra parmulam & intervallo foſſæ alia extra eandem.

### PROBLEMA 5.

133. *Lunulam delineare.*

### RESOLUTIO.

Tab. I. 1. Capitalis propugnaculi BE producatur ultra foſſam, fiatque *hi* = $\frac{2}{3}$ NE, ut in probl. præced. (§. 132).

2. Producantur facies propugnaculi EO & NE ultra foſſam in *f* & *g*.

3. Applicata regula ad punctum foſſæ R, & extremitatem lineæ capitalis *i* ducatur facies *fi*, quæ ſimul alam *fp* determinat. Alii per *i* ducunt faciei NE parallelam *if*.

4. Reliqua fiant ut in probl. præced.

### *Aliter.*

1. Producantur facies propugnaculi NE & EO ultra foſſam, fiatque *qg* & *pf* 12 vel 15 perticarum.

2. Super *fg* conſtruatur triangulum æquilaterum *fig*, ut angulus *i* ſit 60 graduum (§. 128 *Geom.*) vel ex punctis *g* & *f* intervallo 17 aut 20 perticarum fiat interſectio in *i*.

3. Reliqua fiant ut ante.

### PROBLEMA 6.

134. *Forcipulam ſimplicem delineare.*

### RESOLUTIO.

1. Si ante chordam excitanda forcipula, alæ producantur ultra foſſam, quantum commodum viſum fuerit, non tamen ultra 60 perticas (§. 54). Si ante propugnaculum forcipula fieri debeat; continuandæ forent facies ejus ut pro lunula in probl. præc. Tab. I. Fig. 8.

2. Rectarum ſic continuatarum DA & EC extrema connectantur recta AC, quæ

3. bifariam in F dividatur, ubi

4. perpendicularis FB = $\frac{1}{2}$ AF excitetur.

5. Ductis faciebus forcipis AB & BC, reliqua fiant ut in probl. 4 (§. 132).

PRO-

PROBLEMA 7.

135. *Forcipulam compoſitam delineare.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 9. 1. Delineetur forcipula ſimplex FLK (§. 134).

2. Dividantur facies ejus FL & LK, itemque perpendiculum NL bifariam in G, I & O.

3. Fiat NH = NO, ducanturque rectæ HG & HI.

4. Reliqua abſolvantur ut in problem. 4 (§. 132).

PROBLEMA 8.

136. *Opus cornutum delineare.*

RESOLUTIO.

1. Delineetur forcipula ſimplex (§. 134).

Tab. I. Fig. 10. 2. Facies ejus LI & IQ dividantur bifariam in I & P.

3. Producantur in N & O, donec IN = MP & IO = MI.

4. Ducantur rectæ MN, NO & OP.

5. Reliqua fiant ut in probl. 4. niſi quod foſſa perinde ac primaria tantum cum faciebus LM & PQ, non vero cum chorda & alis, parallela ducatur.

PROBLEMA 9.

Tab. I Fig. 11. 137. *Opus coronatum delineare.*

RESOLUTIO.

1. Ex angulo foſſæ intervallo 57 perticarum aut plurium deſcribatur arcus *ab* & ex puncto *c* in *a* atque *b* transferatur radius, quo arcus fuit deſcriptus.

2. Latus interius *ab* dividatur in 6 partes æquales (§.259 *Geom.*), fiantque ſemicolla & alæ æqualia parti ſextæ ipſius *ab*.

3. Ex centro arcus ducantur capitales *b*Z, *c*V, *a*R.

4. Regula ad R & T applicata ducatur facies R*d*, & eodem modo facies reliquæ determinentur.

PROBLEMA 10.

138. *Munimentum Belgicum ſine tabularum ſubſidio delineare.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur latus interius GH in quinque partes æquales, erit una earundem AH ſemicollum, duæ erunt capitalis HC. Tab. I. Fig. 2.

2. Chorda EA dividatur in quatuor partes æquales; erit una earundem ala AB.

Ita quidem *Freitagius*: Galli vero olim ſemicollis pariter ac alis ſextam lateris interni partem & in quadrato ac pentagono alas ſecundas negligentes ſuper recta BS in polygonis reliquis ſemicirculum deſcribebant, ut angulus propugnaculi C rectus fieri poſſet (§.302 *Geom.*). Itali eandem collis ac alis quantitatem aſſignantes, in polygonis hexagono ulterioribus dimidiam, in reliquis tertiam chordæ partem

partem alæ ſecundæ attribuebant. Hiſpani denique eandem itidem alarum quantitatem retinentes alas ſecundas omittebant.

*PROBLEMA* 11.

139. *Orthographiam munimenti abſolvere.*

*RESOLUTIO.*

Tab. I. Fig. I. 1. In rectam KR transferantur omnes latitudines ex tabula orthographica &
2. erectæ in locis convenientibus lineæ perpendiculares fiant altitudinibus in tabula eadem æquales.

Reliqua ex figuræ inſpectione manifeſta ſunt.

*SCHOLION.*

140. *Alios numeros aſſignat in munitionibus Belgicis* Melderus (a), *faciens latus interius* EA 60, *ſemicollum* AH 12, *alam* AB 10, *capitalem* HC 23 *perticarum. Ala eſt* 9 *perticarum in quadrato. Radium minorem in diverſis polygonis ſequens laterculus exhibet.*

| IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 24.4 | 51.0 | 60.0 | 69.1 | 78.4 | 87.7 | 97.0 | 106.0 | 116.0 |

*Poſſumus tamen etiam abſque radio ſuper dato latere interiore polygonum conſtruere.*

*SCHOLION.*

141. *Alæ ad chordam perpendiculares cum alis ſecundis ob obliquam defenſionem rejiciuntur. Unde muniendi forma Belgica cum antiquis aliis eodem fundamento nixis rejicitur. Sunt & alia, quæ in eadem taxantur, a nobis brevitatis gratia prætermittenda.*

*DEFINITIO* 39.

142. *Methodus muniendi Comitis de Pagan* ſupponit in munimentis majoribus latus externum AB 100, faciem AG 30, in minoribus illud 80, hanc 25; in mediocribus illud 90, hanc $27\frac{1}{2}$; ubique perpendiculum CD 15 perticarum, alas vero GF & HE ad lineas defenſionum AF & BE perpendiculares, auricula tectas atque triplicatas, chordæ parmula & propugnaculis vallo exteriore præſtructis.

Tab. II. Fig. 23.

*PROBLEMA* 12.

143. *Supputare angulos & lineas in munimento Paganiano.*

*RESOLUTIO.*

1. Datis in triangulo BCD ad D rectangulo dimidio latere externo BC & perpendiculo CD invenitur angulus imminutus CBD (§. 38 *Trigon.*) qui e dimidio angulo polygoni CBK ſubductus relinquit dimidium angulum propugnaculi HBK. Tab. II. Fig. 13.
2. In eodem triangulo porro invenitur BD, unde ſublata facie BH relinquitur HD.

(II.) Yyy yy 3. Cum

(a) in Praxi Fortificatoria f. 39.

3. Cum triangulum EDF ſit æquicrurum, angulus vero DEF imminuto CBD æqualis (§. 222 *Geom.*); reperietur angulus defendens exterior, EDF (§. 233 *Geom.*) & HDF (§. 143 *Geom.*).

4. Datis in triangulo HDF ad F rectangulo (§. 142) angulo obliquo cognomini, & latere HD ante reperto, reperietur angulus DHF (§. 226 *Geom.*), ala vero HF & pars lineæ defenſionis DF (§. 34 *Trigon.*): quæ poſterior ſi ipſi AD ſupra inventæ addatur, prodibit linea defenſionis AF.

5. Cum jam in triangulo BEK dentur anguli BEK & EBK una cum latere EB; invenientur capitalis BK & EK aggregatum ex ſemicollo FK atque chorda EF.

6. Similiter in triangulo EDF ex angulis omnibus & crure ED datis invenietur chorda EF (§. 34 *Trigon.*): quæ ex EK ſubducta relinquit ſemicollum FK.

7. Semidiameter minor LK eodem modo reperitur ut in munimento Belgico (§. 126): cui ſi addatur capitalis BK, prodibit radius major BL.

*SCHOLION.*

144. *Ex his lineis pro triplici munimentorum genere radium majorem ſolum in ſingulis polygonis ſequenti laterculo exhibemus.*

| | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Max. | 85°. 1 | 100 | 115.3 | 130.8 | 146.2 | 161.9 | 177.5 | 193. 2 |
| Med. | 76. 4 | 90 | 103.9 | 117.7 | 131.7 | 145. 8 | 154.8 | 173 10 |
| Min. | 86. 1 | 80 | 92. 1 | 104.6 | 116.11 | 129.5 | 141.4 | 154.7 |

*PROBLEMA* 13.

145. *Ichnographiam munimenti juxta methodum Comitis de* Pagan *perficere.*

*RESOLUTIO.*

Tab. III. Fig. 2. 1. Polygono more conſueto conſtructo, latus exterius AB dividatur bifariam in C.

2. In C erigatur perpendicularis CD 15 perticarum (§. 142) ducanturque lineæ defenſionis AE, BF &c.

3. Reſecentur facies AG & BH, atque ex punctis G & H demittantur perpendiculares GF & HE, quæ erunt alæ (§. *cit.*). FE vero erit chorda.

4. Dividantur alæ GF & HE bifariam in I & K, ducanturque per I & K intra propugnacula cum lineis defenſionis parallelæ.

5. Inter has parallelas intervallo 2 perticarum, vel $3\frac{1}{2}$ in munimentis majoribus, ducatur alæ KE parallela *hi*, quæ alam refractam primam deſignabit.

6. Fiant tres alæ inter ſe parallelæ, quarum loricæ ſint $1\frac{1}{2}$, ambulacra

cra vero 2 perticarum (prout indicant numeri adſcripti). Ala media longitudine excedat infimam pertica una, ſumma mediam dimidia vel in munimentis minoribus parte quarta. Supremis jungit facies faciebus propugnaculi primarii parallelas.

7. Foſſa deſignetur lineis LMN faciebus propugnaculi parallelis, intervallo 8 perticarum ab iis diſtantibus.

8. Fiant colla parmulæ MO & MP 15, facies vero OQ & PQ 25 perticarum, & collis OM & MP bifariam diviſis ducantur cum iſtis parallelæ *ac* & *bc*, ut prodeat parmula interior. Foſſa parmulæ ducatur cum faciebus ejus parallela intervallo 6 perticarum.

9. Cum linea LM & NM ducantur intervallo $7\frac{1}{2}$ perticarum parallelæ *ed* & *fg*, quæ propugnaculi vallum exterius deſignant. Hujus loricæ tribuuntur $1\frac{1}{2}$, ambulacro 2 perticæ, ut in vallo primario. Foſſæ latitudo eſt 6 perticarum.

10. Denique via cooperta deſignetur intervallo duarum & lorica declivis intervallo 6 perticarum.

## *SCHOLION* 1.

146. *Orthographiam alarum ſi perficere volueris, tenendum eſt, altitudinem ambulacri in ala infima eſſe unius, in media duarum, in ſumma trium perticarum, & acclivitatem interiorem fieri dimidiæ; loricarum vero altitudinem interiorem eſſe 6, exteriorem 5 vel 4 pedum. Pro orthographia facierum addendum, latitudinem foſſæ intra propugnacula eſſe circiter 4, aut in munitionibus plurium propugnaculorum 5 perticarum; altitudinem ambulacri in utroque propugnaculo $1\frac{1}{2}$, profunditatem foſſæ primariæ $1\frac{1}{2}$, reliquarum unius. Acclivitates ex principiis generalibus facile determinantur.*

## *SCHOLION* 2.

147. *Hæc muniendi methodus magno applauſu excepta fuit, neque inficiari poteſt, eam Belgicæ eſſe præferendam. Id tantum deſideratur, quod exſtructio munimentorum juxta eandem ſit ſumtuoſior; quod alæ triplicatæ ſint nimis arctæ, ut bombarum furori nimis exponantur; quod auriculæ nimis magna alarum longitudini efficiat; quod denique vallum propugnaculi exterius ſit juſto ſpatioſius. Addi poſſent alia nonnulla, e. gr. quod linea, juxta quam alæ retrahuntur, ducatur minus recte lineæ defenſionis parallela.*

## *DEFINITIO* 40.

148. *Methodus muniendi Blondelliana* multum affinitatis habet cum Paganiana, niſi quod linearum ac angulorum quantitatem aliter determinet. Nimirum ab angulo polygoni ſubtrahit rectum & reſidui parti tertiæ addit 15; ut prodeat angulus diminutus. In munitionibus majoribus latus externum facit 100, in minoribus 85 perticarum. Latus externum dividit in decem partes æquales & 7 aſſignat lineis defenſionum: Faciebus vero dimidiam facierum forcipulæ partem.

## *PROBLEMA* 14.

149. *Angulos & lineas in munimento Blondelliano ſupputare.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 13.

1. Determinetur angulus diminutus CBD, & propugnaculi DBK dimidius una cum linea defenſionis AF (§. 148).
2. Datis in triangulo CBD ad C rectangulo angulo CBD & latere externo dimidio CB, inveniatur perpendiculum CD (§. 34 *Trigon.*) & hypothenuſa DB (§. *cit.*), cujus dimidium eſt facies BH (§. 148).
3. Si BD ex linea defenſionis BE ſubtrahatur, relinquetur ED vel DF. Unde porro in triangulo EDF ob angulos omnes datos reperitur chorda EF (§. 34 *Trigon.*).
4. Subducatur angulus EDF ex 180°; ita relinquetur HDF (§. 143 *Geom.*): unde in triangulo HDF reperitur angulus H (§. 38 *Trigon.*) & ala HF (§. 34 *Trigon.*).
5. Hinc reliqua determinantur ut in probl. 12 (§. 43).

PROBLEMA 15.

150. *Munimentum ſecundum methodum* Blondelli *delineare.*

RESOLUTIO.

Tab. IV. Fig. 39.

1. Inveniatur angulus diminutus ABE & ejus ope ſuper latere externo AB conſtruatur triangulum æquicrurum ADB (§. 249 *Geom.*).
2. Crura AD & BD dividantur bifariam in G & H: erunt AG & BH facies (§. 148).
3. Baſis ejusdem trianguli AB dividatur in 10 partes æquales (§. 259 *Geom.*), fiantque lineæ defenſionum BE & AF = $\frac{7}{10}$ AB: ita determinantur ſimul alæ HF & chorda EF.
4. Fiat HI 5 perticarum, & regula ad A & I applicata ducatur recta IM, alaque prima retrahatur intervallo $2\frac{1}{2}$ vel 3 perticarum.
5. Tres alæ deſignentur per parallelas ipſi FH, ſingularum loricis $1\frac{1}{2}$, ambulacris vero $2\frac{1}{2}$ perticas tribuendo. Spatium vero reſiduum ſuggeſtu altiore repleatur, retentis iisdem loricæ ac ambulacri latitudinibus.
6. Foſſa primaria ducatur intervallo alæ retractæ FI cum faciebus AG & BH parallela, & in medio deſignetur alia minor latitudinis $3\frac{1}{2}$ ſeu 4 perticarum *bd*.
7. Poſito circini crure uno in H intervallo HG deſcribatur arcus *c* & ex G alius priorem interſecans intervallo eodem.
8. Fiat HQ 3 perticarum & regula ad Q & *c* applicata ducatur recta *cd*, eodemque modo determinetur facies parmulæ altera *ce*.
9. Foſſæ parmulæ faciebus ejus parallelæ tribuatur latitudo 5 perticarum, & ad eam defendendam deſignetur in facie propugnaculi

ſit ſuggeſtus humilior QR altiore lorica retracta, prout ex ſchemate apparet.

10. Intervallo 2 perticarum ducatur foſſæ parallela *bg*, quæ propugnaculi vallum exterius deſignabit & ſimul continuata longitudinem facierum parmulæ *cd* & *ce* determinabit.

11. Loricæ valli exterioris, utpote ex lateribus conſtruendæ, tribuantur pedes 8 vel 10; loricæ autem parmulæ 1½, ambulacro 2½ perticas & poſtremæ facierum partes retrahantur, ut ſuggeſtui humiliori ad defendendam foſſam valli exterioris, cujus latitudini æquatur longitudo ejus, ibi ſit locus.

12. Semicolla perſpicillorum *hm* & *mk* fiant dimidia ſemicollorum parmulæ; facies *hi* & *ik* ſimiliter dimidiæ facierum parmulæ; foſſæ autem latitudo paulo minor latitudine alterius, quæ parmulam & vallum exterius ambit.

13. Viæ coopertæ tribuatur latitudo 3½ ſeu 4 perticarum; acclivitati loricæ 6.

### SCHOLION I.

151. *Quodſi perpendiculi CD longitudo, ſemidiameter major & linea defenſionis BE per calculum determinetur; protographia eodem modo, quo* Paganiana *abſolvitur. En laterculum numeros requiſitos exhibentem:*

In munitionibus majoribus

| | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Semid. major | 70¾ | 85 | 100 | 115¼ | 130¾ | 146¼ | 161¾ | 177½ | 193 |
| Linea defenſionis | 70 | 70 | 70 | 70 | 70 | 70 | 70 | 70 | 70 |
| Perpendiculum | 13. 4 | 19. 2 | 23. 2 | 26. 4 | 28. 8 | 32. 0 | 32. 5 | 33 | 34. 2 |

In munitionibus minoribus

| | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Semid. major | 60 | 72¼ | 85 | 98. | 111 | 124¼ | 137½ | 151 | 164¼ |
| Linea defenſionis | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 |
| Perpendiculum | 11. 4 | 16. 3 | 19. 8 | 22. 4 | 24. 6 | 27. 2 | 27. 6 | 28. 1 | 29. 1 |

## SCHOLION 2.

152. *Altitudo ambulacri in ala infima eſt pedum 9 aut ad ſummum 12, mediæ 18, ad ſummum 24, ſupremæ 27, ad ſummum 36: loricæ in illa 9 vel 10, in iſta 6 vel 7, in hac $3\frac{1}{2}$ pedum. Altitudo ambulacri in parmulis 12 vel 15, loricæ 6 vel 8 pedum. Et his altitudinibus opus eſt, ſi orthographiam perficere volueris* (§.139).

## SCHOLION 3.

153. *Equidem methodus muniendi* Blondelliana *principiis Architecturæ militaris capite primo ſtabilitis egregie convenit, modo ala media omittatur* (§. 72): *ſed ſumtus nimios requirit nimiumque ſpatium poſcit, & hinc praxi parum reſpondet.*

## DEFINITIO 41.

154. *Methodus muniendi Vaubaniana* ſupponit latus externum in munimentis majoribus 100, in minoribus 80, in mediocribus 90; faciebus $\frac{2}{7}$ ejusdem, perpendiculo vero in quadrato $\frac{1}{8}$, in pentagono $\frac{1}{7}$, in reliquis polygonis $\frac{1}{6}$ ejusdem tribuit, complementum faciei ad lineam defenſionis diſtantiæ angulorum humeri æqualem facit; alis utitur retractis & incurvatis, chordæ præſtruitur forcipula humilior; foſſæ parmula cum perſpicillis.

## PROBLEMA 16.

155. *In munimento Vaubaniano ſupputare angulos & lineas.*

## RESOLUTIO.

Eodem modo ſupputatio inſtituitur ut ſupra probl. 12 (§. 143).

## SCHOLION.

156. *En radium pro ſingulis polygonis munimentorum majorum, mediocrium & minorum.*

| | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Maj. | 70. 3 | 85. 0 | 100 | 152. 5 | 130.8 | 140. 1 | 161.9 | 177.6 | 193. 1 |
| Med. | 63. 5 | 76. 6 | 90 | 103. 8 | 117.4 | 131.6 | 145.8 | 159. 8 | 173.9 |
| Min. | 56. 2 | 68. 0 | 80 | 92. 2 | 104.0 | 117.0 | 129.0 | 141. 0 | 154.0 |

## PROBLEMA 17.

156. *Munimentum juxta methodum Vaubanianam delineare.*

## RESOLUTIO.

Tab. V. 1. Latus externum AB dividatur bifariam in C, ibique perpendiculum DC erigatur.

2. Idem dividatur in quadrato in 8, in pentagono in 7 & in reliquis polygonis in 6 partes æquales (§. 259 *Geom.*) & earum una tribuatur longitudini perpendiculi DC.

3. Dividatur in quocunque polygono AB in 7 partes æquales, ductisque rectis AH & BG fiant facies AE & BF $= \frac{2}{7}$ AB.

4. In-

4. Intervallum FE ex F in G & ex E in H transferatur, ut lineæ defenſionis BG & AH determinentur, una cum aliis FH & GE atque chorda GH.

5. Ala EG dividatur in 3 partes æquales earumque una EI tribuatur auriculæ, ducto per E & I arcu, quem tangit linea defenſionis AH.

6. Linea defenſionis BG producatur in K, donec GK $2\frac{1}{2}$ perticarum, & per I regula ad B & I applicata ducatur IL ipſi KG æqualis.

7. Ex K & L intervallo KL fiat interſectio in M & ex centro M deſcribatur arcus LK.

8. Fiant FN & EO $1\frac{1}{2}$ circiter perticarum, ducantur NP & OQ aliis FH & EG parallelæ.

9. Dividantur DN & DO bifariam in R & S, demittanturque ex R & S perpendiculares TR & SV, erit OSVTKN forcipula inferior chordæ præſtructa ad foſſæ defenſionem. Interdum etiam utendum eſt forcipula ſimplici ODN.

10. Ex H & G intervallo HE fiat interſectio in *a*, ductaque foſſa faciebus parallela intervallo] alæ GI, regula ad *a* & F atque E applicata deſignentur facies *ab* & *ac*.

11. Intervallo 6 perticarum ducatur foſſa his faciebus parallela & producta facie *ac* ultra hanc foſſam fiat *de* $12\frac{1}{2}$, ad ſummum 15, *fg* vero 5, ad ſummum 6 perticarum: ut obtineatur perſpicillum *dfge*. Alterum eodem modo determinatur.

12. Parmula minor ſeu perſpicillum minus *hikm* ita conſtruitur. Fiant colla *hi* & *ik* $7\frac{1}{2}$, facies vero *hm* & *km* 10 perticarum; foſſæ latitudo 2 circiter perticarum. Lorica in planitie horizontali excitatur absque vallo.

13. In via cooperta plateæ militum ita delineentur. Fiant alæ *np* & *no* 5 perticarum, & ex *o* atque *p* intervallo 6 perticarum interſectio in *q*, ut facies *oq* & *pq* determinentur.

14. Tandem loricis transverſis *rs* tribuatur latitudo duarum perticarum & pro tranſitu inter eas & loricam declivem relinquantur 3 vel 4 pedes, ut figura indicat.

### SCHOLION I.

157. *Ut ichnographia abſolvi & orthographia ſimiliter fieri poſſit; tabulam orthographicam hic exhibemus.*

No-

| Nomina partium | Latitudines | Altitudines |
|---|---|---|
| Acclivitas interior muri | 1 ped. | 12 |
| molis terreæ | 3 | 16 ped. |
| Ambulacrum | 30 | 18 |
| ſuppedaneum primum | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ |
| alterum | 3 | $1\frac{1}{2}$ |
| acclivitas loricæ interior | 1 | |
| exterior | 2 | |
| Lorica | 18 | int. $4\frac{1}{2}$ ext. $\frac{1}{3}$ |
| acclivitas muri | 4 | |
| exterior | 3 | |
| **Pro Parmula** | | |
| Acclivitas interior | 6 ped. | |
| Ambulacrum | $25\frac{1}{2}$ | 13 |
| ſuppedaneum primum | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ |
| alterum | 3 | $1\frac{1}{2}$ |
| Acclivitas loricæ | 1 | ext. $1\frac{1}{2}$ |
| Lorica | 15 | int. $4\frac{1}{2}$ |
| Acclivitas exterior valli | 8 | |

Pro foſſa

| | Valli pr. | parmulæ | Perſpic. |
|---|---|---|---|
| Latitudo ſuperior | 114 ped. | 72 | 54 ped. |
| inferior | 108 | 68 | 51 |
| Acclivitas | 3 | 2 | $1\frac{1}{2}$ |
| Profunditas | 18 | 12 | 8 |

*In perſpicillis latitudo ambulacri eſt* $15\frac{1}{2}$ *pedum, reliqua ſunt ut in parmula.*

### *SCHOLION* 2.

158. *Vaubauniana muniendi methodus multis perplacet, tum quia ſine nimiorum ſumtuum profuſione defenſionem auget, tum quod principiis Architecturæ militaris ſupra ſtabilitis in multis apprime conſentit. Non tamen probatur, quod facies hoſtium conſpectui prorſus exponantur & perſpicilla longiora vix ſufficienter defendi queant.*

DE

### *DEFINITIO* 42.

159. *Methodus Vaubaniana muniendi recentior* eſt, quæ propugnacula majora præſtruit minoribus & chordam duplici parmula tegit, forcipula humiliori eidem chordæ præſtructa.

### *SCHOLION.*

160. *Propugnacula ſeparata prorſus conveniunt cum iis, quæ in priori methodo determinavimus, niſi quod alæ ſint rectilineæ & auriculis deſtituantur. Hinc opus non eſt, ut linearum ſupputationem denuo doceamus.*

### *PROBLEMA* 18.

161. *Munimentum ſecundum methodum novam Vaubanianam delineare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Delineentur propugnacula ſeparata ADG & PEB eodem prorſus modo, quo in methodo altera (§. 156).
2. Conſtruatur item forcipula HCI eodem, quo ibi, modo.
3. Chordæ G P intervallo trium vel quatuor perticarum ducatur parallela NO.
4. Per P & G ducantur faciebus EB & AD parallelæ GM & PK, & intervallo 3 vel quatuor perticarum aliæ, veluti TQ.
5. Fiat longitudo faciei QR 5, 6 vel 7 perticarum, ducaturque a-(II.) la RS majori EP parallela, vel ad chordam perpendicularis.
6. Ducta foſſa circa propugnacula majora ut ſupra (§. 156), fiat EZ 5 perticarum; & ex angulis E & D intervallo 22 perticarum interſectio in *c*: tandemque regula ad *c* & Z applicata ducatur facies parmulæ majoris *cd*.
7. Porro verſus angulum humeri propugnaculi inferioris ducatur *be* parallela faciei *cd*, quæ erit facies parmulæ interioris.
8. Reliqua ad complendam ichnographiam petantur ex tabula orthographica ſuperiore (§. 157) & in via cooperta conſtruantur plateæ militum (§. 156).

### *Aliter.*

Cel. *Sturmius*(b) novum Briſacum a *Vaubanio* juxta hanc methodum munitum delineaturus conſtructionem hanc tradit; Tab. VIII Fig. 14.

1. Radio 80 perticarum deſcribatur circulus, eique inſcribatur octogonum (eſt enim munimentum Briſaci octogonum regulare).
2. Fiat *an* & *cm* quinque, *ao* & *cr* decem, *au* & *cx* 19, *a*1 & *c*2 vero quatuor perticarum.
3. Ducantur rectæ *nx* & *mu*, itemque *ox* & *ru*, fiantque facies *os* & *rt* 6, *np* vero & *mq* 20 perti-



(b) Veritable Vauban p. 144 & 145.

ticarum : quo facto, alæ *sd* & *te*, itemque *pu* & *qx* una determinantur.

4. Radius prolongetur in O & R, donec evaſerit 112 perticarum & ex O atque R ducantur ad angulos alarum in propugnaculis minoribus *d* & *e* lineæ defenſionum O*e* & R*d*.

5. Fiant facies OP & QR 30 perticarum : alæ PS & TQ vero determinentur, alis minoris propugnaculi *pu* & *qx* intra lineas defenſionum O*e* & R*d* continuatis.

6. Reliqua abſolvantur ut ante.

## SCHOLION.

162. *Methodus hac utilitatem inprimis habere poteſt, ſi munimenta antiqua fortiora fieri debent.*

## DEFINITIO 43.

163. *Methodus muniendi Scheiteriana* ſupponit in munimentis majoribus latus externum 100, in minoribus 80, in mediocribus 90 perticarum, alas ad lineas defenſionum perpendiculares ; lineam defenſionis in majoribus 70, in minoribus 60, in mediocribus 65 perticarum, & propugnacula a chorda ſeparat, ac pone ea interiorem quendam receſſum format, mox uberius deſcribendum. Angulum propugnaculi in quadrato aſſumit 64°, huic addit 8, ut prodeat angulus in pentagano : qui ſi augeatur gradibus 6, habetur angulus propugnaculi in hexagono. Ei porro addantur 5, ut prodeat idem in heptagono. Ulteriores determinat per continuam binarii adjectionem.

## PROBLEMA 19.

164. *Datis latere externo AB & linea defenſionis AQ vel BO una cum angulo propugnaculi, ſupputare angulos & lineas reliquas in munimento Scheiteriano.*

## RESOLUTIO.

1. Dimidius angulus propugnaculi PBG ſubducatur ex dimidio angulo polygoni CBG per Geometriam invento (§. 327 *Geom.*) ita relinquetur angulus diminutus ABO.

2. Datis jam in triangulo BDC ad C rectangulo angulis obliquis & crure BC ; invenitur perpendiculum CD & hypothenuſa BD (§. 34 *Trigon.*), quæ ex linea defenſionis BO ſubducta relinquit portionem DO.

3. Hinc in triangulo DOH ad H rectangulo ex datis angulo DOH ob parallelas AB & OQ diminuto CBD æquali (§. 22 *Geom.*) & latere OD, reperitur dimidia chorda OH, atque perpendiculum DH (§. 34 *Trigon.*) quod alteri DC additum producit diſtantiam polygonorum CH.

4. Quod

4. Quodſi angulos ODH & ADC ex 180° ſubducas, relinquetur angulus NDO (§.142 *Geom.*), quo dato una cum latere DO in triangulo NDO ad O rectangulo reperitur ala NO (§.34 *Trigon.*) itemque portio lineæ defenſionis ND, quæ ex AD ſupra inventa ſubducta faciem AN reſiduam facit.

5. Ex datis in triangulo AFQ linea defenſionis AQ, dimidio angulo propugnaculi FAG & diminuto AQF invenitur capitalis AF & recta FQ (§. 34 *Trigon.*) a qua ſi chorda OQ auferatur, reſiduum fiet ſemicollum OF, ſi vero duplum ejus chordæ addatur, habebitur latus interius FG.

6. Denique in triangulo FHR invenitur radius minor FR & inde porro major AR ut in munimentis Belgicis (§.126).

*SCHOLION.*

165. *En lineas præcipuas ſequenti tabula comprehenſas.*

In Munimentis minoribus

| Nomina | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Semidiamet. major | 56. 56 | 68.05 | 80.00 | 92.20 | 104.52 | 116.95 | 129.44 | 142.01 | 154.54 |
| minor | 37 33 | 47.61 | 58.60 | 70.21 | 82. 31 | 93. 55 | 105.30 | 117.45 | 129.70 |
| Capitalis | 19. 23 | 20.44 | 21.40 | 21.99 | 22. 21 | 23. 40 | 24. 14 | 24. 46 | 24. 76 |
| Facies | 19. 97 | 19. 94 | 19.90 | 19 84 | 19. 81 | 19. 74 | 19. 67 | 19. 63 | 19. 60 |
| Ala | 9.24 | 11.48 | 13.02 | 14.04 | 14. 62 | 15. 85 | 16. 70 | 17. 24 | 14. 58 |
| Linea defenſionis | 60.00 | 60.00 | 60.00 | 60.00 | 60. 00 | 60. 00 | 60. 00 | 60. 00 | 60. 00 |

In munimentis mediocribus

| | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Semidiamet. major | 63.63 | 76. 55 | 90. 00 | 103.72 | 117. 59 | 131.57 | 154.62 | 159.76 | 172.86 |
| minor | 42.69 | 54. 41 | 66. 81 | 79.90 | 93.53 | 106.22 | 119.47 | 133.15 | 146.03 |
| Capitalis | 20.67 | 22.14 | 23.19 | 23.82 | 24.06 | 25. 35 | 26. 15 | 26. 61 | 26. 83 |
| Facies | 25.24 | 25.37 | 25.46 | 25.52 | 25.55 | 25. 62 | 25. 67 | 25. 70 | 25. 72 |
| Ala | 9.17 | 11.24 | 12.84 | 13.81 | 14.35 | 15. 51 | 16. 29 | 16. 78 | 17. 07 |
| Linea defenſionis | 65.00 | 65.00 | 65.00 | 65.00 | 65.00 | 65. 00 | 65. 00 | 65. 00 | 65. 00 |

| In munimentis majoribus | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII |
| Semidiameter major | 70.71 | 85.05 | 100.00 | 115.25 | 130.65 | 146.19 | 161.80 | 177.52 | 193.18 |
| minor | 48 16 | 61.22 | 75.03 | 89.60 | 104.72 | 118.90 | 133.64 | 148.86 | 164.29 |
| Capitalis | 22.55 | 23.84 | 24.97 | 25.65 | 25. 93 | 27. 29 | 28. 16 | 28. 66 | 28.89 |
| Ala | 9.11 | 11.23 | 12.66 | 13.57 | 14. 04 | 15. 15 | 15. 87 | 16, 29 | 16.59 |
| Linea defenſionis | 70.00 | 70,00 | 70.00 | 70.00 | 70. 00 | 70. 00 | 70. 00 | 70. 00 | 70.00 |
| Angulus propugnaculi | 64 | 76 | 84 | 90 | 95 | 97 | 99 | 101 | 103 |

Tab. IX.

## *PROBLEMA* 20.

166. *Munimentum ſecundum* Scheiteri *methodum delineare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Radio majore RA deſcribatur circulus eique inſcribatur polygonum regulare.
2. Ductis ad angulos polygoni A & B itemque ad medium lateris C ex centro R rectis RB, RC & RA, fiant BG & AF capitalibus æquales (§. 16); erit FG latus interius.
3. Hoc ipſum latus intervallo lineæ defenſionis interſecetur ex A & B in Q & O ducanturque lineæ defenſionis AQ & BO.
4. In Q & O, erigantur perpendiculares QP & ON: ita determinabuntur tum alæ PQ & ON, tum facies PB & AN.
5. Fiat DH 5 & ad ſummum 7 perticarum eique HK & HI æqualis: ita obtinebuntur facies propugnaculi minoris.
6. Ducantur IL & KM capitali ſeu lineæ RD, & intervallo 13 vel ad ſummum 15 perticarum aliæ *b*L & *a*M lineis defenſionum BO & AQ parallelæ, ita alæ IL & HM determinabuntur.
7. Fiat *bc* quatuor vel quinque perticarum & duplo ipſius *bc* circiter radius AR interſecetur in *e*, ut faciem parmulæ *ec* ducere liceat.
8. In propugnaculis majoribus deſignentur duo alarum loricæ & ambulacra, uni alæ ſpatium 4 perticarum attribuendo.
9. Extus vero delineetur circa propugnacula ſeparata vallum humilius, ut ala oppoſiti terminetur

tur per faciem alterius occulte productam.

10. Similiter vallum humilius deſignetur intra duo propugnacula minora: ceu ex figuræ inſpectione manifeſtum eſt.

11. Reliqua fiant ut in ſuperioribus, niſi quod via cooperta cum lorica declivi geminari debeat.

*SCHOLION* 1.

167. *Quæ de altera muniendi methodo* Vaubanii *ſupra monuimus; de hac quoque dicenda ſunt* (§. 162).

*SCHOLION* 2.

168. *Plures equidem excogitatæ ſunt muniendi formæ & hodienum excogitantur: Sed nobis ſufficit eas expoſuiſſe, unde cæteræ facile intelliguntur. Neque enim in aliis occurret, quod non in iſtis contineatur. Monuiſſe tamen juvat, opera cornuta & coronata juxta novas quoque munimentorum formas conſtrui poſſe.*

# CAPUT III.

## De MUNITIONIBUS IRREGULARIBUS ET CASTELLIS.

*DEFINITIO* 44.

169. *Munimentum irregulare* eſt, cujus propugnacula omnia non ſunt æqualia atque ſimilia.

*COROLLARIUM* 1.

170. Quoniam in munimento regulari defenſio ubique eadem (§. 122), in irregulari non item (§. 169); regulare irregulari præfertur.

*COROLLARIUM* 2.

171. Figura igitur irregularis ad regularitatem, quantum fieri poteſt, reducenda.

*COROLLARIUM* 3.

172. Quoniam figurarum irregularitas ab angulorum & laterum quantitate pendet; irregularitas munimentorum orietur vel ab angulis nimis exiguis, vel a lateribus juſto longioribus, vel brevioribus.

*COROLLARIUM* 4.

173. Figura igitur irregulari ad muniendum propoſita, inveſtigandi ſunt omnes anguli una cum quantitate laterum, ut inde judicium fieri poſſit, quomodo munitio fieri debeat.

*PROBLEMA* 21.

174. *Figuram irregularem ad regularitatem reducere, ut munitio ad regularem quam proxime accedat.*

### *RESOLUTIO.*

Tab. VIII. Fig. 16. I. Si longitudo figuræ latitudinem excedat.

1. Inſcribatur rectangulum ABCD maximam ejus partem continens.
2. Ex A & D arbitrario intervallo (quod nempe pro re nata commodum viſum fuerit) fiat interſectio in E & ex hoc centro deſcribatur arcus AFB, qui parum ſpatii figuræ datæ detrahit vel addit.
3. Eodem modo deſcribantur arcus AB, BC & CD, ut omnis figura linea ovali comprehendatur.
4. Latus vel exterius munimenti, vel interius in eo applicetur, quoties fieri poſſit, &, ſi quid defecerit, vel ſuperfuerit ſpatii, paulo majus, vel minus aſſumatur, donec exhauriat ambitum ovalem.

Hac ratione obtinetur figura ad regularitatem proxime accedens & datæ propemodum congruens.

II. Si longitudo & latitudo figuræ datæ fuerit propemodum eadem; loco rectanguli deſcribatur quadratum & ei circulus circumſcribatur, ita prorſus ad regularitatem reducetur eodem, quo ante modo, figura propoſita.

### *PROBLEMA 22.*

175. *Figuram ad regularitatem methodo modo tradita reductam munire.*

### *RESOLUTIO.*

1. Latus internum ad peripheriam ovalem applicatum (§. 174) dividatur in 5 partes æquales & earum una tribuatur ſemicollo.
2. Alæ ita erigantur, ut cum chorda efficiant angulum 100 graduum.
3. Inveſtigetur quantitas angulorum ſingulorum, quos latera interna ad peripheriam ovalem comprehendunt, tribuanturque

Alæ 100 ad ſummum 108 ped. ſi angulus 80°

| | |
|---|---|
| 120 ped. ſi angulus fuerit | 108 |
| 144 | 120 |
| 150 | 130 |
| 156 | 135 |
| 162 | 140 |
| 168 | 144 |
| 174 | 147 |
| 180 | 150 |

4. Per extremitatem alæ ex imo alæ oppoſitæ puncto ducantur lineæ defenſionum, quæ ſimul facies determinabunt.
5. Reliqua fiant ut in munimentis regularibus, prout cuilibet hanc vel aliam muniendi methodum ſequi libuerit.

### *PROBLEMA 23.*

176. *Munire figuram irregularem, cujus*

*cujus latera non excedunt latus externum munimenti regularis nec anguli ſunt acuti.*

*RESOLUTIO.*

1. Eligatur aliqua methodus, juxta quam munitio fieri debet, noteturque quantitas linearum ad delineationem neceſſariarum.
2. Quæratur per regulam trium ad latus externum figuræ regularis, latus externum irregularis & quamlibet lineam notatam quarta proportionalis, ut prodeant lineæ ad delineationem munimenti irregularis neceſſariæ.

E. gr. Sit muniendum latus externum irregulare 96 perticarum, cui adjacet angulus 170 graduum ex una parte, ex altera 135 juxta methodum *Vaubanianam* priorem, in qua perpendiculum lineas defenſionis determinans eſt 15, ſi angulus 120 gradus excedit, facies vero 25, ſuppoſito latere externo 90 perticarum. Invenitur adeo in caſu præſenti perpendiculum 16, facies $26\frac{2}{3}$ perticarum.

*Aliter.*

Tab. VIII. Fig. 17.
1. Super latere irregulari dato AB conſtruatur triangulum æquicrurum ACB, cujus crus AC lateri regulari æquale.
2. Fiat e. gr. in noſtro caſu CD perpendiculo lineas defenſionum determinanti & CE faciei æqualis.
3. Ducantur DF & EG ipſi AB parallelæ (§. 243 *Geom.*).

Quoniam CA : AB = CD : DF = CE : EG (§. 253 *Geom.*); erit DF perpendiculum, EG facies lateri irregulari AB reſpondens.

*COROLLARIUM* 1.

177. Eodem modo reperiuntur lineæ lateri irregulari interno dato reſpondentes, ſi internum regulare detur.

*COROLLARIUM* 2.

178. Quoniam latus externum in munimentis maximis eſt 100, in minimis vero perticarum 80 (§. 142); evidens eſt, latera ad muniendum apta non eſſe debere majora 100, nec minora 80 perticis.

*COROLLARIUM* 3.

179. Quoniam nullum triangulum regulariter muniri poteſt (§. 76); anguli ad muniendum apti minimum recti aut, quod præſtat, recto majores ſint neceſſe eſt.

*PROBLEMA* 24.

180. *Lineam munire, quæ* 160 *vel* 240 *perticis non minor, nec major* 200 *vel* 300.

*RESOLUTIO.*

Quoniam latus externum eſt minimum 80, ad ſummum 100 perticarum; in caſu priore dividatur in duas, in poſteriore in tres partes æquales, & in iſto duo, in hoc tria

tria propugnacula ſuper eodem conſtruantur (§. 176).

## COROLLARIUM.

181. Quodſi latus internum detur, cum regulare minimum 60, ad ſummum 84 ſit, propugnacula duo recipiet, ſi fuerit minimum 120, ad ſummum 168.

## SCHOLION.

182. *Hi caſus parum difficultatis habent, ſed difficilius ſatisfit lateri externo 80 perticis minori, vel* 100 *quidem majori, ſed* 160 *minori, itemque angulo acuto.*

## PROBLEMA 25.

183. *Munire latus externum, quod* 80 *perticis minus eſt.*

## RESOLUTIO.

Si inter 80 & 70 ſubſiſtit, eodem modo munitur, ut in probl. 23 (§. 176).

Si 70 perticas non excedat, nec infra 60 deſcendat; pro latere interno aſſumi poteſt.

Si 60 fuerit minus, non tamen majus quam 40, & vicina latera longiora; pro chorda aſſumatur.

Quodſi circumſtantiæ in caſu ſingulari obviæ has regulas non permittant; ita tantum inflectendum erit, ut partes ſingulæ ab operibus vicinis defendi ipſumque viciſſim lineas vicinas defendere poſſint, & præterea ad opera externa confugiendum.

## PROBLEMA 26.

184. *Munire latus externum, quod inter* 100 *&* 160 *perticas continetur.*

## RESOLUTIO.

Problema hoc ita ſolvit Cel. *Sturmius* (d). Ta[b.] VI[.] Fi[g.] 18

1. Latus externum AB dividatur bifariam in C, ibique erigatur perpendiculum CD 15 & ad ſummum 20 perticarum.
2. Producatur CD in O, donec DE 50 perticarum, factiſque angulis KOD & DOM 50 graduum,
3. Fiat GE itemque FH 8 perticarum, ducanturque EI & FL ipſis KG & MH parallelæ atque 20 perticis æquales.
4. Tandem intervallo HL ex F & E interſecentur OH & OG in M & K.

Erit AEIKOMLF opus, quod propugnaculorum loco exſtruendum.

### *Aliter.*

Propugnacula invicem admoveantur, ut colla fere tota in eodem latere aſſumantur: quod bene ſuccedit, ſi latera vicina non fuerint nimis longa.

Enimvero ſi longiora fuerint, in chorda AB fiant alæ GH & IK facies propugnaculorum DC & EF defenſuræ. T[ab.] V[I] Fi[g.] 19

In quibusdam caſibus ad opera externa confugiendum.

PRO-

(d) le Veritable Vauban lib. 4 c. 1 §. 4 p. 171.

## PROBLEMA 27.

185. *Angulum nimis acutum munire.*

### RESOLUTIO.

Si angulus ABC fuerit 60 gradibus major, aſſumatur pro angulo propugnaculi & reſectis faciebus BD & BE ducantur facies DF & EG cum chordis GC & FA.

Nonnulli eum a munimento ſeparant & ad parmulam efformandam eodem utuntur, propugnaculis interjectæ chordæ more ſolito præſtruendam.

Quodſi crura anguli acuti AB & BC fuerint majora 100 perticis; intervallo AD 80 minimum perticarum fiat interſectio in D ex A & C & loco anguli acuti B muniatur obtuſus D.

Si latera fuerint juſto longiora, aut adeo longa, ut duo propugnacula recipiant, ad defendendum angulum acutum G conſtruuntur ſaltem propugnacula dimidia FKLN & EHIO.

Poteſt etiam muniri propugnaculo in duas partes LMNO & LPQR divulſo atque parmula S angulo MLP præſtrui.

### SCHOLION.

186. *Ultimus modus non admittendus, niſi ſumma neceſſitas id exigat* (§. 59).

## PROBLEMA 28.

187. *Angulum internum munire.*

### RESOLUTIO.

Si linea AC ſubtendens angulum internum ABC non excedat latus externum, vel internum; aſſumatur pro latere polygoni & muniatur juxta methodum conſuetam (§. 176). Tab. VIII. Fig. 24.

Quodſi crura anguli BA & BC fuerint paulo minora linea defenſionis aut eam non nimis excedant; propugnacula dimidia conſtruantur, prout ex figuræ inſpectione manifeſtum eſt, ipſi vero angulo parmula præſtruatur. Interdum etiam ſimili artificio locus eſt, quod ante Fig. 19. in munienda linea nimis longa exhibuimus.

### SCHOLION.

188. *In irregulari munitione non rigoroſe conſervanda eſt propugnaculorum figura ſed ſufficit lineas ita ordinari, ut qualibet alteram defendere queat, nullusque angulus indefenſus relinquatur. Regula, quibus in ſingulis caſibus idem omnium commodiſſime obtineri poſſit, nondum ſatis evoluta. Hac adeo Architectura militaris pars multum adhuc culturæ deſiderat.*

## DEFINITIO 45.

189. *Arx* ſive *Caſtellum* eſt munimentum minus quadratum vel pentagonum, aut ad ſummum hexagonum ad cives in officio ſuo continendos majori adjunctum.

### COROLLARIUM I.

190. Pars igitur caſtelli ſit intra urbem, ipſique pateant plateæ primariæ, ne

ne cives ſeditioſi congregari tuto poſſint.

### COROLLARIUM 2.

191. Ne miles præſidiarius in Caſtello ſclopis a civibus ſeditioſis peti queat; domus ultra jactum ſclopi a caſtello diſtent opus eſt.

### COROLLARIUM 3.

192. Eandem ob rationem ambulacrum valli in munimento primario pateat militi præſidiario in caſtello; ſed non viciſſim area caſtelli civibus in vallo primario confluentibus.

### COROLLARIUM 4.

193. Caſtella igitur, ſi cæteræ circumſtantiæ id permiſerint, in loco editiore urbis excitantur, neque loca editiora circa caſtellum tolerantur, unde damnum metuere licet.

### COROLLARIUM 5.

194. Ne cives commeatum flumine advehendum intercipiant, in ſummo flumine conduntur.

### PROBLEMA 29.

195. *Caſtellum delineare & munimento adjungere.*

### RESOLUTIO.

Tab. IX. Fig. 25.

1. Paretur ichnographia urbis ac munitionis (§. 345. 358 *Geom.*).
2. Delineetur in charta ſeparata munimentum pentagonum, cujus latus externum eſt 80 perticarum, ad ſummum 95 ſecundum eam muniendi methodum, quæ arriſerit.
3. Charta ſuperflua reſcindatur & caſtellum munimento admoveatur eo in loco, ubi excitari debet: ita nimirum apparebit, quænam opera munimenti ſint demolienda, ut caſtello locus concedatur.

### PROBLEMA 30.

196. *Munire locum ad fluvium latum atque profundum ſitum.*

### RESOLUTIO.

1. Cum ſimplex forcipula aut vallum anfractuoſum, quo uſi ſunt nonnulli, parum defenſionis habeat (§. 59); conſultius eſt, ut propugnacula ordinaria excitentur, ſed quæ ad globi tormentarii jactum a ſe invicem diſtent, faciebus majoribus & alis minoribus inſtruantur. Minus nempe ab ea parte periculi eſt, qua fluvius urbem alluit.
2. Si fluvius per urbem fluit, munimentum ita conſtruatur, ut utraque ejus ripa propugnaculorum alis contigua ſit & chorda arcui ſuperſtruatur, ubi latitudo modica fuerit. Si vero eadem major exstiterit, utramque urbis partem peculiari vallo cingi præſtat.

CA-

## CAPUT IV.
## De
# OPERIBUS HOSTIUM CAMPESTRIBUS.

### *DEFINITIO* 46.

197. *Opera campeſtria* dicuntur, quæ vel ab hoſte in obſidione munimentorum, vel ab obſeſſis in defenſione eorundem excitari ſolent.

### *DEFINITIO* 47.

198. *Munimenta campeſtria* vocantur munitiones minores, quæ vel ad caſtra munienda, vel ad vias regias cuſtodiendas, vel alios in fines in campo excitari ſolent.

### *COROLLARIUM.*

199. Quoniam tormentorum majorum furori obnoxia non ſunt, neque etiam tormenta majora in iis conſtituuntur, & vallum & loricæ minorem baſin habere debent quam in munimentis cæteris, foſſaque multo minore cingenda.

### *SCHOLION.*

200. *Placet tabulam orthographicam munimentorum campeſtrium in uſum mox ſecuturum hic exhibere.*

| Nomina | Latitudines | Altitudines |
|---|---|---|
| mbulacrum valli | 14 vel 18 ped. | 3 vel 6 ped. |
| orica | 9 vel 10 | 6 vel 7 |
| ppedaneum | 3 | $1\frac{1}{2}$ |
| ſſa | 24 vel 30 | 8 vel 10 |

### *PROBLEMA* 31.

201. *Munimentum triangulare delineare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Super latere AB 5 perticis non majore conſtruatur triangulum æquilaterum ABC. Tab. IX. Fig. 26.
2. Dividantur latera ſingula in tres partes æquales, fiantque tum ſemicolla BC, A*f*, C*i*, tum capitales A*d*, B*h* & C*m* uni earum æquales
3. In *c*, *f* & *i* erigantur perpendiculares *fe*, *ik* & *cg*, atque regula ad *d* & C, *h* & A, *m* & B applicata ducantur facies *de*, *gh* & *mk*, quæ una alas *ef*, *ik* & *gc* determinant.

Reliqua ut in munimentis cæteris abſolvuntur.

### *Aliter.*

1. Latus trianguli æquilateri AB dividatur bifariam in D, tum etiam in quinque partes æquales. Tab. IX. Fig. 27.
2. Fiant ſemicolla D*g* & D*e*, itemque alæ *g h* & *e f* quintæ earum parti æquales.
3. Super *hf* deſcribatur ſemicirculus ejusque peripheria bifariam

in *i* diviſa ducantur facies *hi* & *fi*.

*Aliter.*

Tab. IX. Fig. 28. 1. Latus trianguli *ah* dividatur in 8 partes æquales.

2. Duæ earum aſſignentur ſemicollo *ab*, una vero alæ *bc* ad latus perpendiculari.

3. Regula ad *c* & *e* applicata ducatur facies *ed*, quæ ſit ⅔ *be*. Hac ratione una capitalis *da* determinatur.

Eodem prorſus modo propugnacula dimidia reliqua determinantur.

*SCHOLION.*

202. *Dantur adhuc aliæ methodi muniendi triangulum regulare; ſed ſufficit nobis potiores explicaſſe.*

*PROBLEMA 32.*

203. *Munimentum quadrangulare delineare.*

*RESOLUTIO.*

Tab. IX. Fig. 29. 1. Super recta AB, quæ 10 aut 15 perticas non excedit, deſcribatur quadratum.

2. Latus dividatur in quinque partes æquales, quarum una ſemicollis A*b*, duæ capitali A*c*, hoc eſt, diagonali AD in *e* continuatæ, tribuantur.

3. Regula ad extremitates capitalis *c*, & alæ oppoſitæ *d* applicata ducatur facies *ce*.

*Aliter.*

Si propugnacula dimidia D*fgh* conſtruenda, ſemicollum *dh* æquale fieri debet capitali D*f*, hoc eſt, utraque linea tertia pars lateris DB, ne angulus *f* fiat nimium acutus.

*Aliter.*

Si propugnaculum in duo dimidia ſeparatum exſtruere volueris; ſemicollo itidem C*n* tribuatur ⅓ CD & capitalis C*i* eidem æqualis fiat.

*Aliter.*

Propugnacula plana in medio lateris excitantur ut in probl. præced.

*PROBLEMA 33.*

204. *Munimentum ſtellatum delineare.*

*RESOLUTIO.*

1. Dividatur latus AB bifariam in C, ibique erigatur perpendicularis CD, in quadrato ¼ AB, in pentagono $\frac{1}{6}$ vel $\frac{1}{7}$ AB. T. I. F. 3

2. Ducantur facies AD & BD.

*PROBLEMA 34.*

205. *Reductum delineare.*

*RESOLUTIO.*

1. Delineetur quadratum, cujus latus AB 4 minimum, ad ſummum 7 perticarum. T. V. Fi. 31

2. Deſignentur foſſa, lorica & area valli ut ſupra in munimentis.

*Ali-*

*Aliter.*

Conſtruatur rectangulum, cujus latus unum 12, ad ſummum 20; minus vero duarum perticarum. Reliqua fiant ut ante.

*SCHOLION.*

206. *Ad reductuum (Galli* Redoutes *vocant) delineationem opus eſt tabula orthographica ſequente.*

| Nomina | Latit. in major. | Altit. in major. | Latit. in minor. | Altit. in minor. |
|---|---|---|---|---|
| Acclivitas | | | | |
| exter. | 1½ ped. | | ¾ ped. | |
| inter. | ½ | | ½ | |
| ambulacr. | 14 | 3 ped. | 14 | 1½ ped. |
| Acclivitas | | | | |
| Loric. ext. | 3 | | 2 | |
| inter. | 1 | ext. 4 | 1 | ext. 4 |
| Lorica | 5 | int. 6 | 4 | int. 6 |
| Margo | 3 | | 1 | |
| Foſſa | 20 | 6 | 8 | 5 |

*PROBLEMA 35.*

207. *Reductum dimidium delineare.*

*RESOLUTIO.*

Tab. VIII. Fig. 32. 1. Recta AB, quæ 20 perticas non excedat, dividatur in quatuor partes æquales (§. 259 *Geom.*).

2. Super duabus partibus mediis CE conſtruatur triangulum æquicrurum CFE, cujus crus CF circiter perticarum.

*DEFINITIO 48.*

208. *Suggeſtus tormentorum* (Batterie) eſt locus lorica inciſuris inſtructa circumdatus, unde tormenta in munimentum obſeſſum vel hoſtem ex urbe excurrentem exploduntur.

*DEFINITIO 49.*

209. *Suggeſtus mortariorum* (Batterie a mortier, ein Keſſel) eſt locus lorica circumdatus, unde ex mortariis bombæ atque granatæ aliique globi incendiarii in hoſtem ejaculantur.

*PROBLEMA 36.*

210. *Suggeſtum tormentorum delineare & conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

1. Numerus tormentorum, pro quibus ſuggeſtus excitari debet, multiplicetur per 12, ut prodeat latitudo ejus. E. gr. ſi tormenta fuerint 3 in eo conſtituenda, erit latitudo 36.

2. In rectam ergo CD transferatur craſſities loricæ, CA 6 pedum, Tab.
intervallum *b*A 5′ circiter, *bf* IX.
36′, *f*B 5′ & BD 6′. Fig.

3. Fiat DE, itemque CF (hoc eſt 33.
craſſities loricæ, quæ tormenta tegit) 15 circiter vel 24 pedum ducaturque recta *ba*, regula ad E & F applicata.

4. Pro ſpatio aſſeribus quernis ſternendo reſecentur EG & FH vel

vel *bm* & *an* tot pedum, quot longitudo tormenti fulcris ſuis impoſiti conſtat, 15 vel 18 circiter pedum.

5. Denique cum tormentum, ubi exploditur, 10 vel 15 circiter pedes retrocedat, fiat GI & HK ſimiliter 15 pedum, nempe EI pedum 30.

6. Ut inciſuræ determinentur, fiat *bc* 5′, *cd* 2′, & hinc alternatim in rectam *ba* transferantur pedes 10 & 2: in recta BA autem fiat B*f* 2′, *fg* 8′, *gl* 4′ & ita porro.

7. Intervallo 5 pedum ducantur rectis KC, CD, DI & IK parallelæ, ut deſignetur acclivitas, ac prioribus tribus adhuc aliæ ab his 4 pedibus diſtantes pro notando margine.

8. Dividatur MN bifariam in L, factoque LO 5 vel 6 pedum erigantur in O perpendiculares OP 4 circiter pedum, quæ acclivitatem acceſſus deſignant.

9. Spatium MQRN fiat ſuggeſtui tormentorum æquale, & in W conſtruatur quadratum ſuper latere 10 pedum, quo denotatur cella pulverem pyrium receptura.

10. Tandem intervallo 8 vel 10 pedum circumducatur foſſa & ingreſſui TV tribuatur latitudo 10 vel 12 pedum.

11. Quodſi ſuggeſtus re ipſa excitatur, altitudo loricarum ſit 3 pedum, altitudo vero inciſurarum reſpondet altitudini tormentorum.

12. Stratum hoc modo porro paratur. Defigantur pali 6 vel 8 pedum, ita ut a lorica remotiores paulo altius emineant ultra terræ ſuperficiem. Imponantur iisdem trabes & his tandem affigantur aſſeres.

### *SCHOLION* 1.

211. *Suggeſtus mortariorum in paucis differunt a ſuggeſtibus tormentorum. Nimirum loricæ carent inciſuris, ſtratum ex aſſeribus fit rectangulare atque declivitate deſtituitur, a lorica aliquo intervallo removetur, nec continuum eſt, ſed ſingulis mortariis ſingula ſtrata parantur. Spatium quoque poſt ſtrata exiguum relinquitur. Horum omnium ratio ex pyrotechnicis de mortariis principiis manifeſta.*

### *SCHOLION* 2.

212. *Cæterum in ſuggeſtibus quoque tormentorum differentia aliqua notatur. Quidam enim excitantur in ſolo elato, quidam in horizontali, quidam denique in ſolo infra horizontem depreſſo.*

### *SCHOLION* 3.

113. *Loricæ vel ex terra pinguiori & ceſpitibus, vel ex corbitis terra aut arena ſuffartis, vel denique ex ſaccis lana repletis fieri poſſunt. Corbitarum diameter AB eſt 6 vel 7, altitudo AC 8 pedum. Parantur ex palis ſalignis, ramulis longioribus intertextis, prout ex ſchematis inſpectione apparet.* Tab. X. Fig. 34.

### *DEFINITIO* 50.

214. *Lineæ* ſunt loricæ in planitie

tie campi excitatæ & foſſa circumdatæ, munimentis campeſtribus ac reductibus chordæ inſtar adjacentes & 80 vel ad ſummum 100 perticarum longæ.

### SCHOLION.

215. *Latitudo loricæ eſt pedum 8 vel 10, quanta etiam latitudo foſſæ exiſtit. Uſus earum eſt varius cum in caſtris muniendis, tum in munimentis circumvallandis.*

### DEFINITIO 51.

216. Circumvallatio eſt munitio circa caſtra obſidentium munimentum aliquod excitata ex munitionibus campeſtribus & lineis intermediis conſtans.

### DEFINITIO 52.

217. *Circumvallatio exterior* eſt munitio circa caſtra obſidentium verſus munimentum obſeſſum contra eruptiones obſeſſorum excitata, & ex reductibus lineisque intermediis conſtans.

### SCHOLION 1.

218. *Ex ipſis definitionibus patet, circumvallatione externa non eſſe opus, ſi non metuendum, fore ut copiæ in vicinia degentes obſeſſis ſuccurrant: & interiorem abeſſe debere, ſi militum præſidiariorum copia tanta non fuerit in munimento, ut in caſtra hoſtis excurrere audeant.*

### SCHOLION 2.

219. *Solent autem lineæ in circumvallationibus duobus, interdum etiam tribus ſuppedaneis ante loricam inſtrui.*

### DEFINITIO 53.

220. *Acceſſus* ſunt foſſæ terra effoſſa & verſus munimentum ejecta tectæ, ut hoſtis ſine damno ad loricam declivem viæ coopertæ accedere & tormenta cum reliquis ad munimentum expugnandum neceſſariis illuc deportare poſſit.

### SCHOLION.

221. *Galli hos acceſſus vocant* approches; *noſtri* Lauffgraben.

### DEFINITIO 54.

222. *Linea communicationis* eſt foſſa lorica cincta duo acceſſus brachia connectens, ut commode ex uno in alterum concedatur tranſitus.

### DEFINITIO 55.

223. *Sappa* eſt acceſſus ad foſſam munimenti per loricam declivem & viam coopertam.

### DEFINITIO 56.

224. *Vinea* eſt porticus per foſſam transverſam erecta, cunicularis & deinde militibus munimentum vi expugnaturis ad faciem propugnaculi tranſitum concedens.

### PROBLEMA 37.

225. *Acceſſum ad munimentum parare.*

### RESOLUTIO.

1. Noctu ad diſtantiam 70 vel 75 perticarum a via cooperta munimenti milites aliquot ſecundum lineam 30, 40 vel 50 pedes longam & ad faciem munimenti oppoſitam obliquam conſtituti terram

terram effodiant, egeſtamque verſus munimentum in loricam efforment, ut adverſus tormenmenta in vallo munimenti collocata tegantur.

2. Foſſa hæc modicæ latitudinis a militibus aliis amplietur, donec 10 vel 12 pedes adæquet & profunditas 4 minimum, vel 6 aut 7 pedum evaſerit, ut tormenta bellica cum ſuo comitatu per eam commode tranſire queant.

3. Sub introitum & anfractus acceſſus excitentur reductus A, aut areæ militum, ut milites inde operariis ſuccurrere poſſint adverſus milites præſidiarios excurrentes, vel etiam operarii his reſiſtere minime valentes illuc ſe recipere queant. Tab. X. Fig. 35.

4. Acceſſus conectantur lineis communicationum BC & paſſim excitentur ſuggeſtus tormentorum ac mortariorum D, ut acceſſus adverſus excurſiones militis præſidiarii defendi ac tandem in vicinia opera munimenti demoliri queant.

5. Quodſi terra non fuerit apta, quæ in loricam efformetur; acceſſus fit recta ad munimentum, corbitis terra refarctis debita ratione collocatis: prout figuræ inſpectio docet. Solent etiam ſuperius faſcibus virgultorum operiri. Tab. X. Fig. 36.

### SCHOLION.

226. *Quo propius ad munimentum acceditur, eo profundior foſſa fieri debet, ut conſpectui militis præſidiarii ſubducatur.*

### PROBLEMA 38.

227. *Sappam parare.*

### RESOLUTIO.

1. Ubi acceſſus ad loricam usque declivem viæ coopertæ fuerit perductus, per viam tectam effodiatur foſſa recta verſus propugnaculi faciem.

2. Tantæ fiat latitudinis, ut tres milites juxta ſe invicem per eum tranſire queant.

3. Fiat eadem profundior & faſcibus virgultorum, humo aggeſta aliisque cooperiatur.

### PROBLEMA 39.

228. *Vineam parare.*

### RESOLUTIO.

1. Ubi per ſappam ad foſſam patet aditus, pars aliqua viæ coopertæ cuniculis ſubvertatur (§. 156 *Pyrotechn.*), ut terra foſſæ quandam partem impleat.

2. Pars reliqua faſcibus virgultorum adimpleatur: quæ, ſi foſſa fuerit aqua plena, lapidibus onerantur, ut in eadem ſubſidant. Alii pontem doliis affixum immittunt, qui aquis ſupernatat 92 *Hydroſt.*).

3. In via cooperta excitentur ſuggeſtus tormentorum, ut inde faciei, ad quam invaſio fieri debet, ruina

ruina conſequentur: quæ ſi tanta non fuerit, ut hoſti invaſuro ſpatium ſatis amplum concedat, denique ulterius ope cuniculorum ampliari debet (§. 156 *Pyrotechn.*). Vinea tandem hac ratione ſuperſtruitur:

4. Super ponte aut aggere congeſto erigantur perpendiculariter tigna, quorum craſſities eſt digitorum ad ſummum 6, altitudo 7 vel ad ſummum octo pedum.
5. Intus pariter & extus clavis affigantur aſſeres & ſpatium intermedium terra impleatur verſus eam munimenti partem, unde tormentorum vi laceſſitur. Vel humus aggeritur, ut globus e tormento emiſſus eam non pervadat; vel etiam corbitæ terra refertæ ibi collocantur, quot ad eundem finem ſufficiunt.
6. Imponatur tectum ex aſſeribus duos digitos craſſis & lamina ferrea ſuperveſtitis, atque in angulum acutum junctis, ut ignes ex vallo dejecti non adhæreant. Alii idem tegunt ceſpitibus, coriis recens detractis, vel humo ad duos vel tres pedes aggeſta.

## SCHOLION 1.

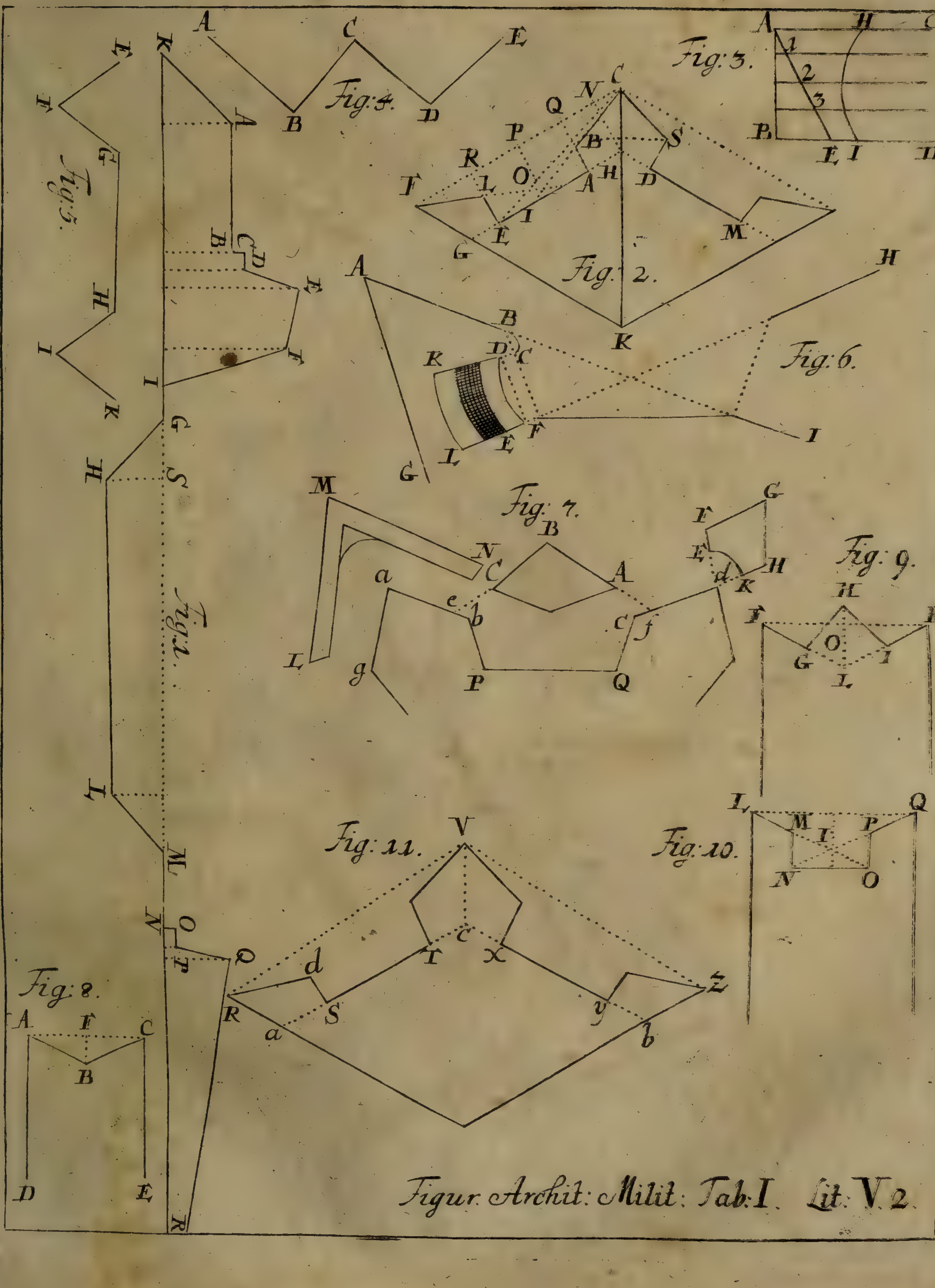
229. *Ex deſcriptis hactenus operibus obſidionalibus totus proceſſus obſidionis facile intelligitur. Nimirum exercitus ad urbem appropinquans & in tanta diſtantia ab eadem, quanta ſecuritatem a tormentorum furore ſpondet, caſtra metaturus in plures partes diſtribuitur (quas* Quarteria *vulgo vocant), ut omnis ad urbem aditus præcludatur, ne militis præſidiarii numerus augeri, nec commeatus cum apparatu bellico in urbem advehi queant. Quodſi e re viſum fuerit, ſtatim circumvallatione cum externa, tum interna caſtra muniuntur* (§. 218) *& hinc acceſſus ad munimentum paratur* [§. 223]. *Ubi ad ipſum adeo appropinquavit hoſtis, ut tormentorum vi opera munimenti laceſſere queat, ſuggeſtus tormentorum excitantur* (§. 210) *& adverſus vallum exploduntur. Adduntur etiam ſuggeſtus mortariorum* (§. 211), *ut bomba in opera munimenti atque ipſam etiam urbem immitti queant. Quamprimum ad viam coopertam perventum; granatarum furore obſeſſi ex via cooperta expelluntur & per ſappam in foſſam deſcenditur* (§. 227), *opera, in qua inſultus fieri debet, tormentis exercentur, &, ſi ruina ex voto inde non contingat, a cuniculariis per vineam in foſſa excitatam* (§. 228) *ad munimentum accedentibus cuniculus ſubvertuntur. Tandem per eandem vineam hoſtis accedens ea, qua uti conceditur, vi militem præſidiarium ex vallo profligat ipſumque occupat, niſi ante cum quibusdam conditionibus munimentum ſponte in manus ejus extradatur.*

## SCHOLION 2.

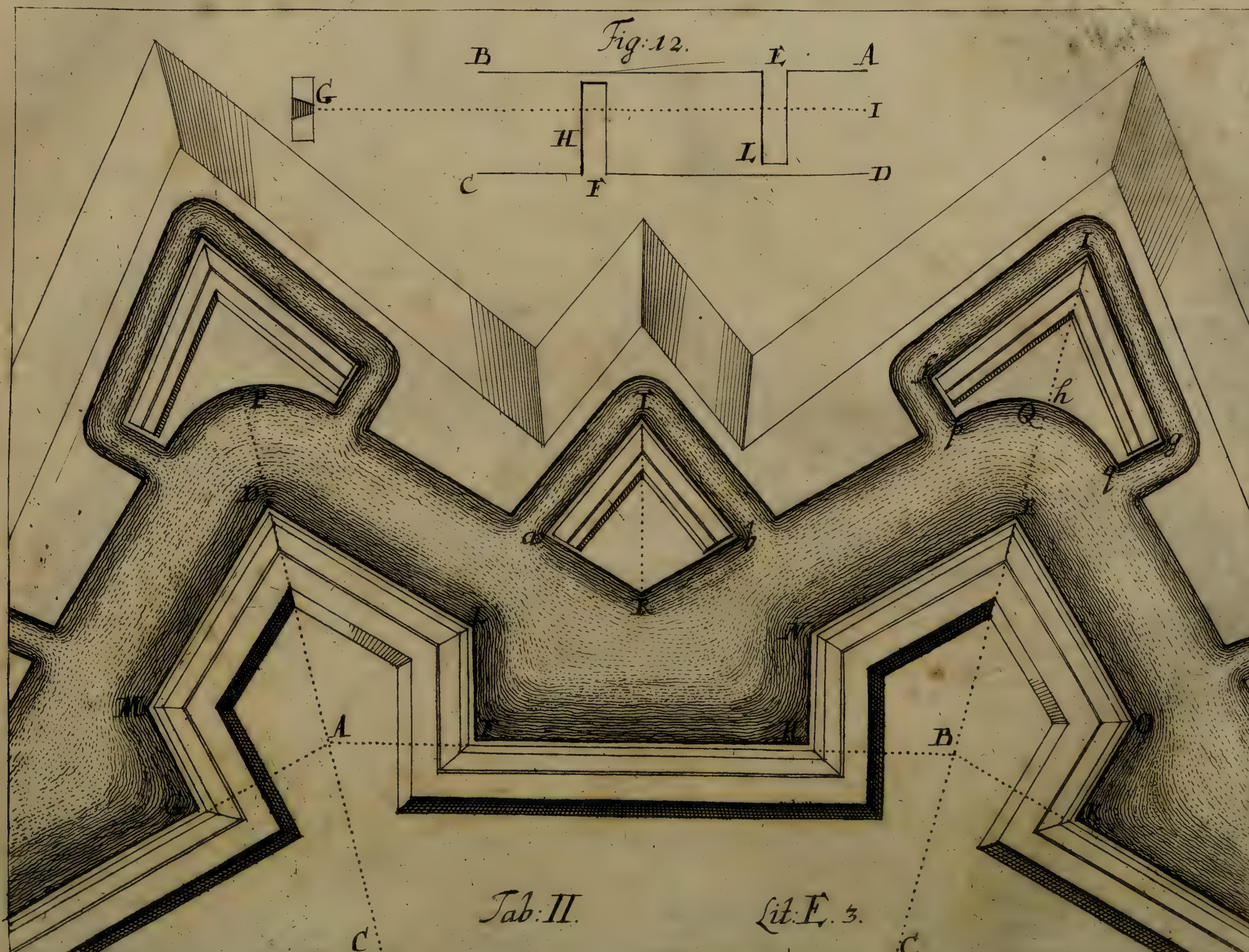
230. *Interea vero non otiantur obſeſſi, ſed molimina hoſtis, quantum in ipſis eſt, irrita reddere conantur. Nimirum tormenta maxima in angulis propugnaculorum, vel vallo altiori conſtituta explodunt, ut adventantem in magna a munimento diſtantia caſtra metari cogant: ita nimirum & circumvallatio ſumtuoſior, & acceſſus moleſtior. Acceſſum duro parat, extra munimentum in campum excurrunt & operarios, quantum in ipſis eſt, internecioni dant, ac in foramina accenſoria tormentorum hoſtilium clavos vi adigunt, ut inutilia reddantur. Tormentis hoſtium alia opponunt & ex mortariis granatas in hoſtiles ſuggeſtus atque foſſam acceſſus immittunt. In*

*via cooperta tectum quoddam declive fieri poteſt ex aſſeribus compactis & terra aggeſta, ut granatæ militibus ex ea ſclopeta explodentibus nocere nequeant. Bombis in valli ambulacrum delapſis, vel in loca ſubterranea fornicibus deſuper tecta ſeſe recipiunt, vel pone loricas transverſas humi proſternuntur* (§. 121). *Vineæ exſtructionem globis ex tormentis exploſis aliisque ignibus nocivis deſuper demiſſis impedire conantur: ſubinde hoſtes in lorica declivi, via cooperta vel operibus externis conſtitutos cuniculorum ope per aërem projiciunt, cuniculos ab hoſte ad demoliendα opera conditos detegere laborant &, ſicubi in eos incidunt, pulverem pyrium auferunt. Tandem operibus demolitis reſciſſionibus operam dant, ut hoſti inſultum facienti ulterius reſiſtere queant.*

*FINIS Architecturæ militaris.*




Figur. Archit: Milit: Tab: I. Lit: V 2.



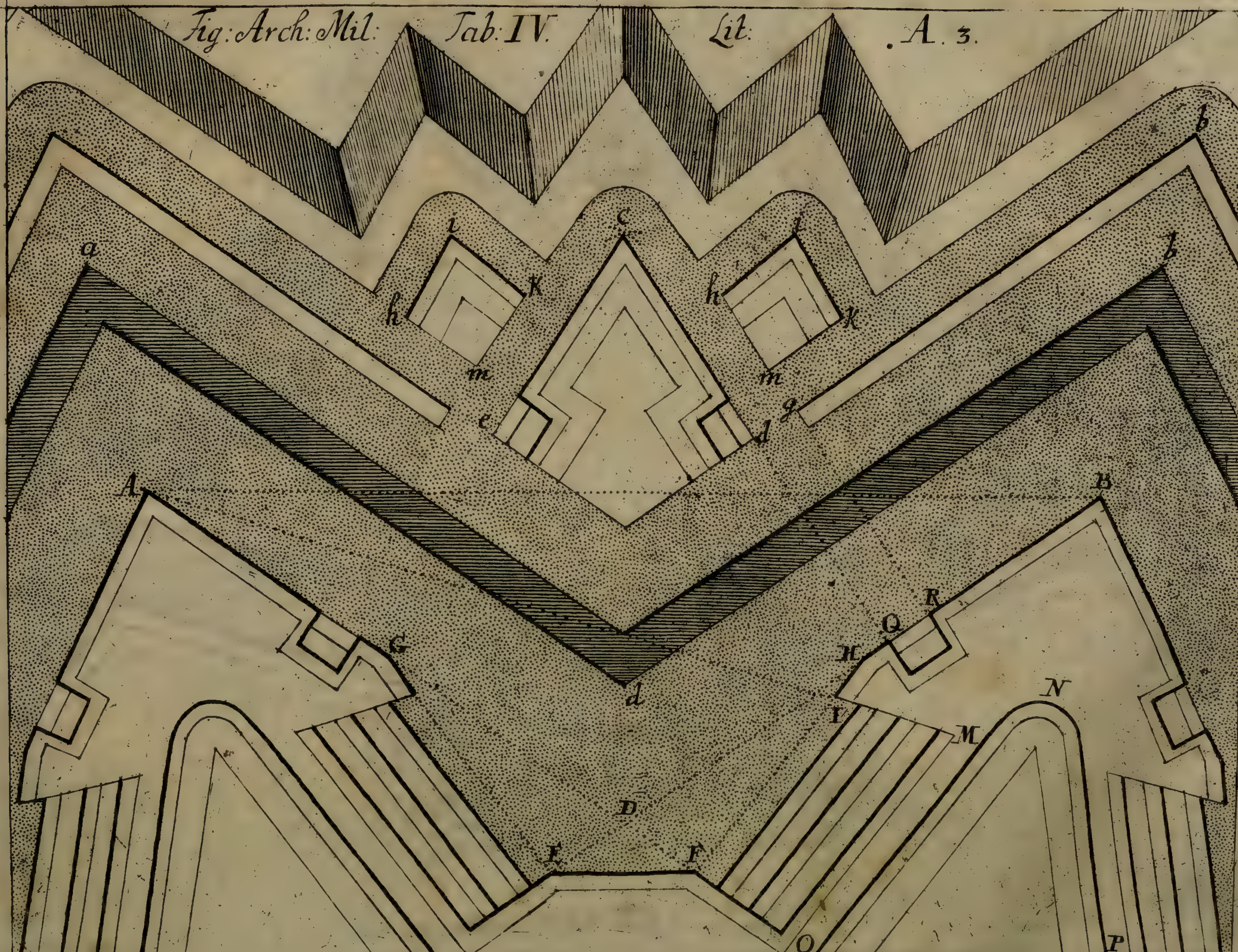

Tab: II.

Lit. E. 3.




Fig: Archit: Milit: Tab: III. Lit: B. 3.

Fig: Arch: Mil: Tab: IV. Lit. A. 3.





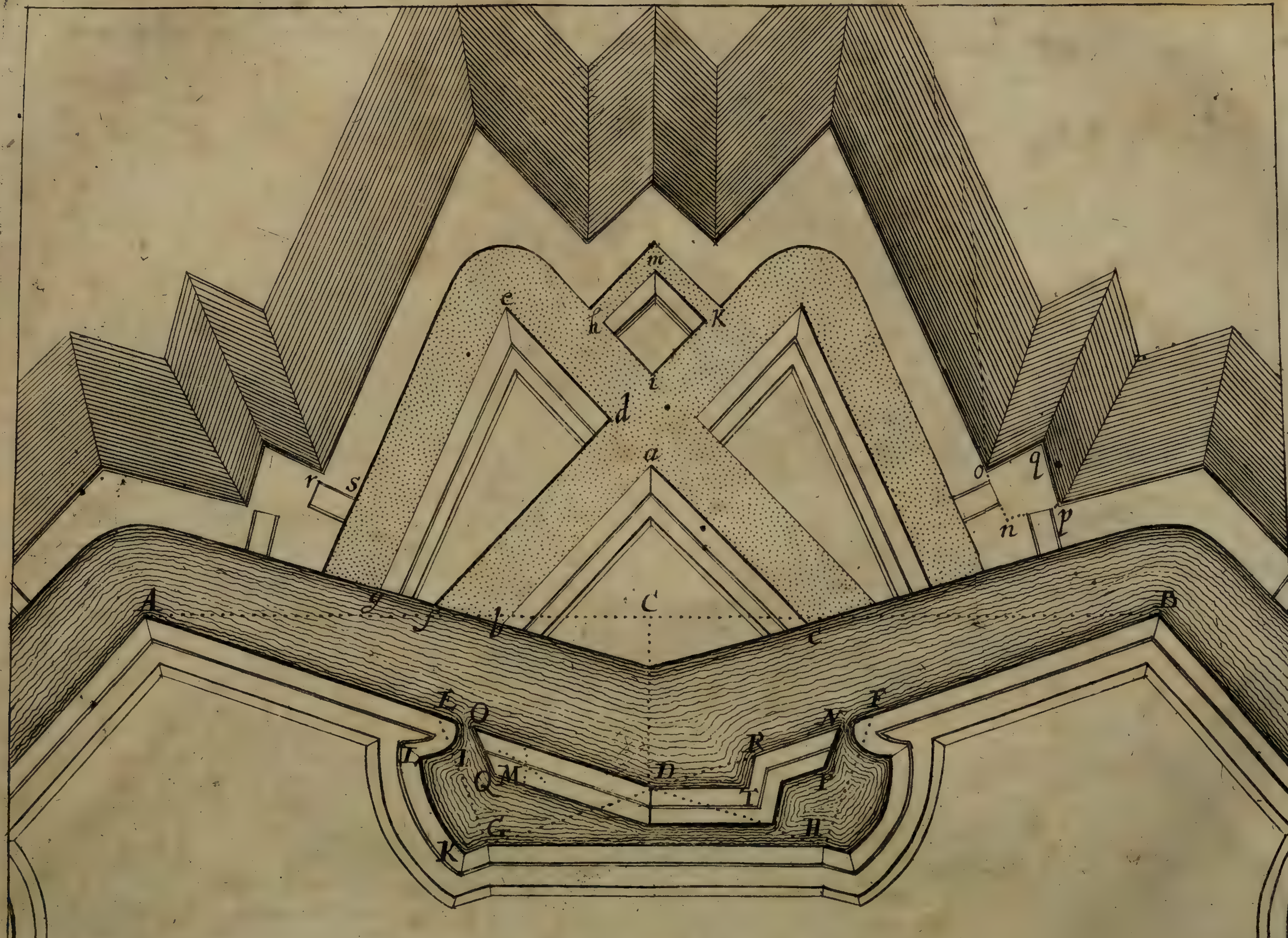
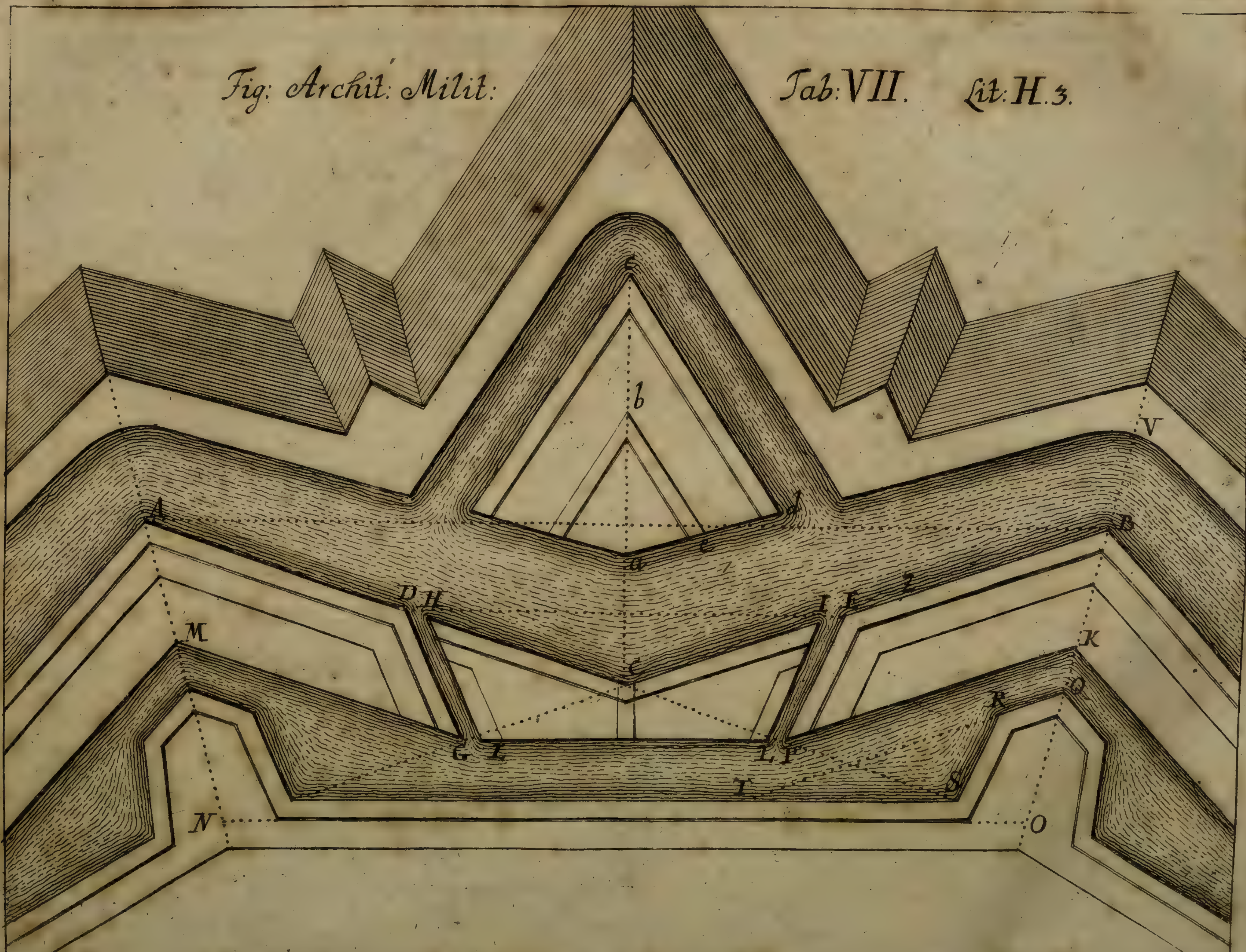



Fig: Archit: Milit: Tab: V. Lit: K. 3.

Fig: Archit: Milit: Tab: VII. Lit: H. 3.



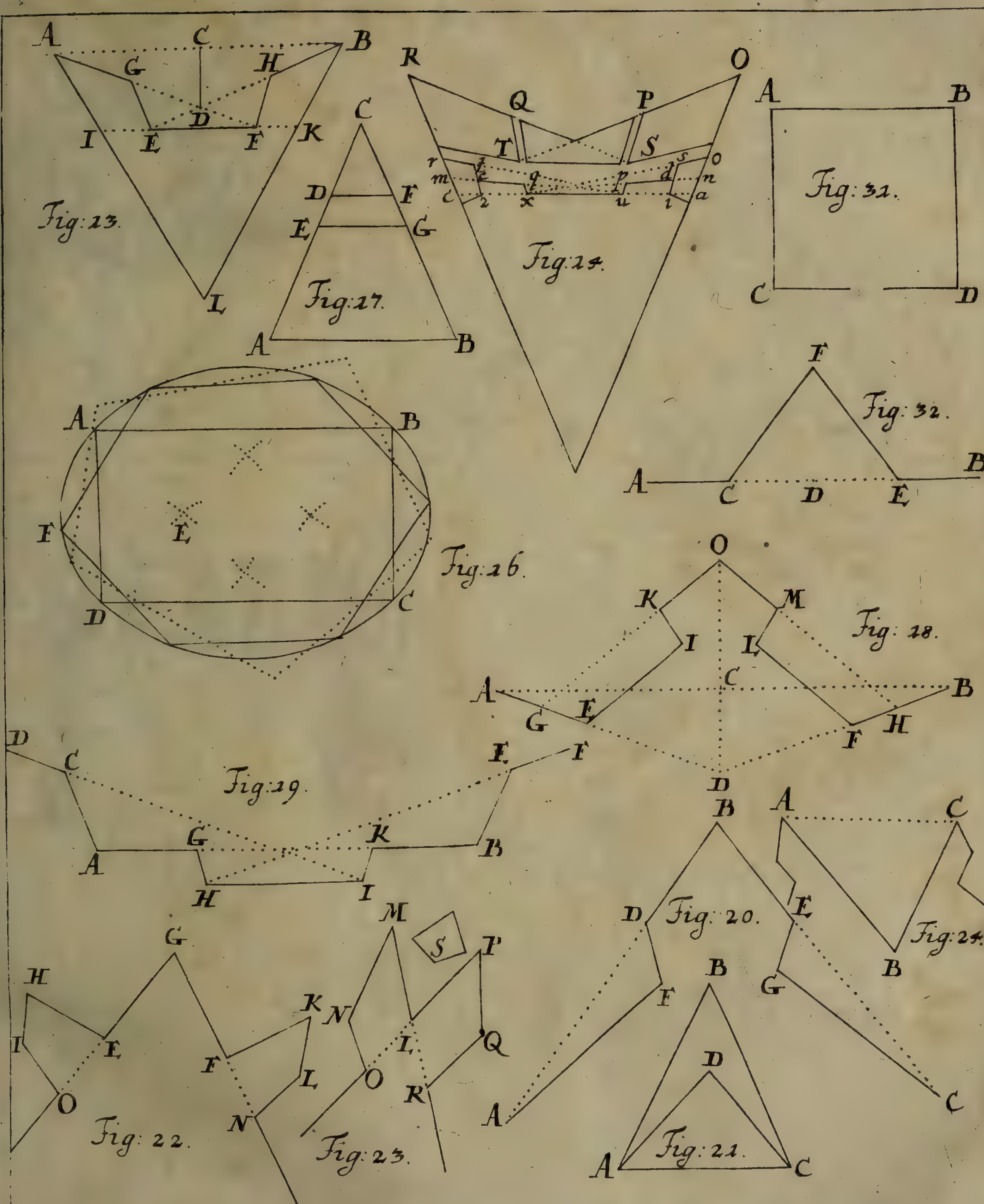



Fig: Archit: Mil: Tab. VIII. Lit: Z. 3.

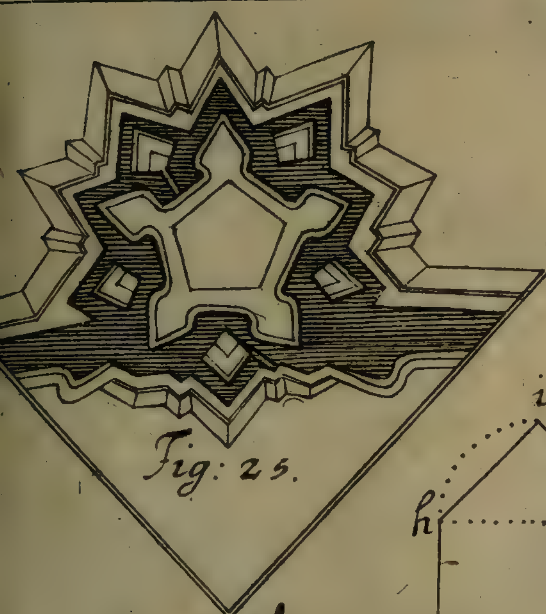


Fig: 25.

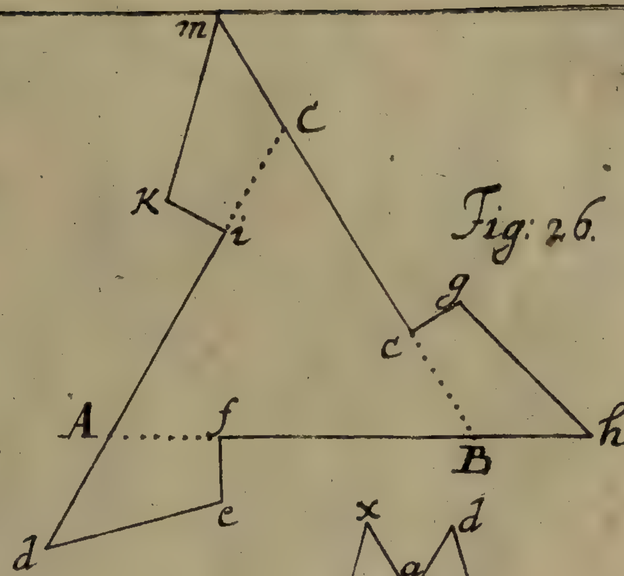



Fig: 26.

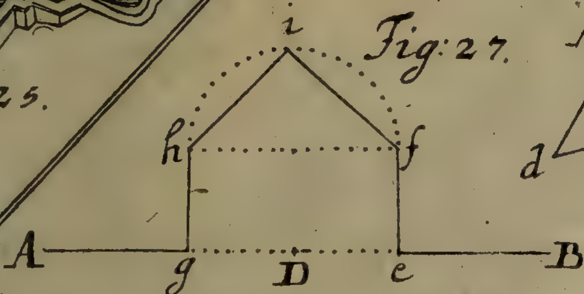



Fig: 27.

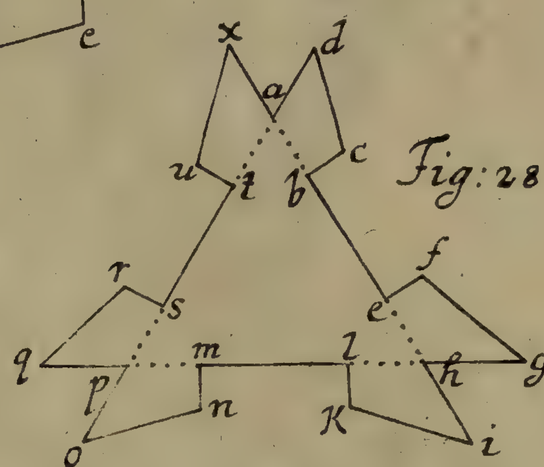



Fig: 28.

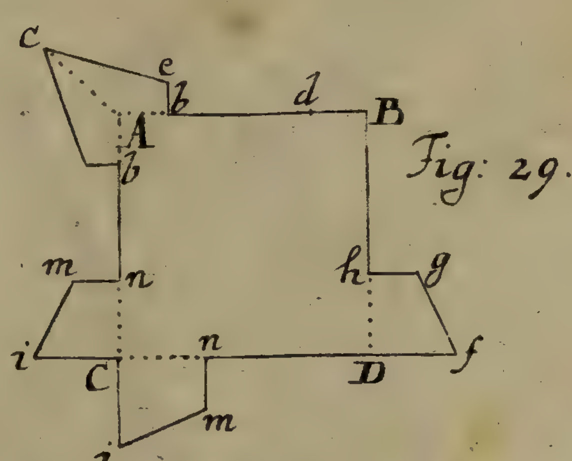



Fig: 29.

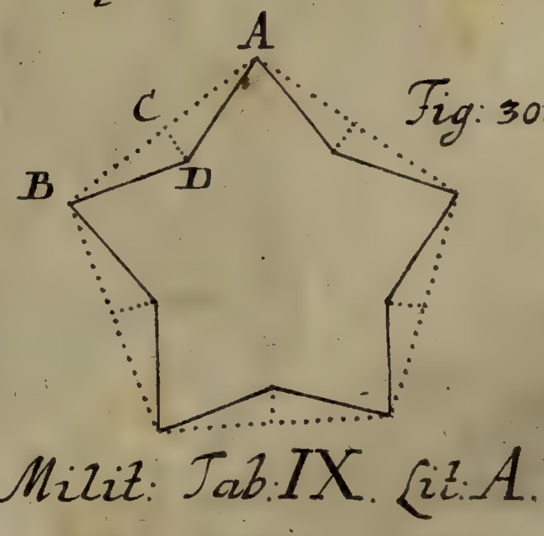



Fig: 30.

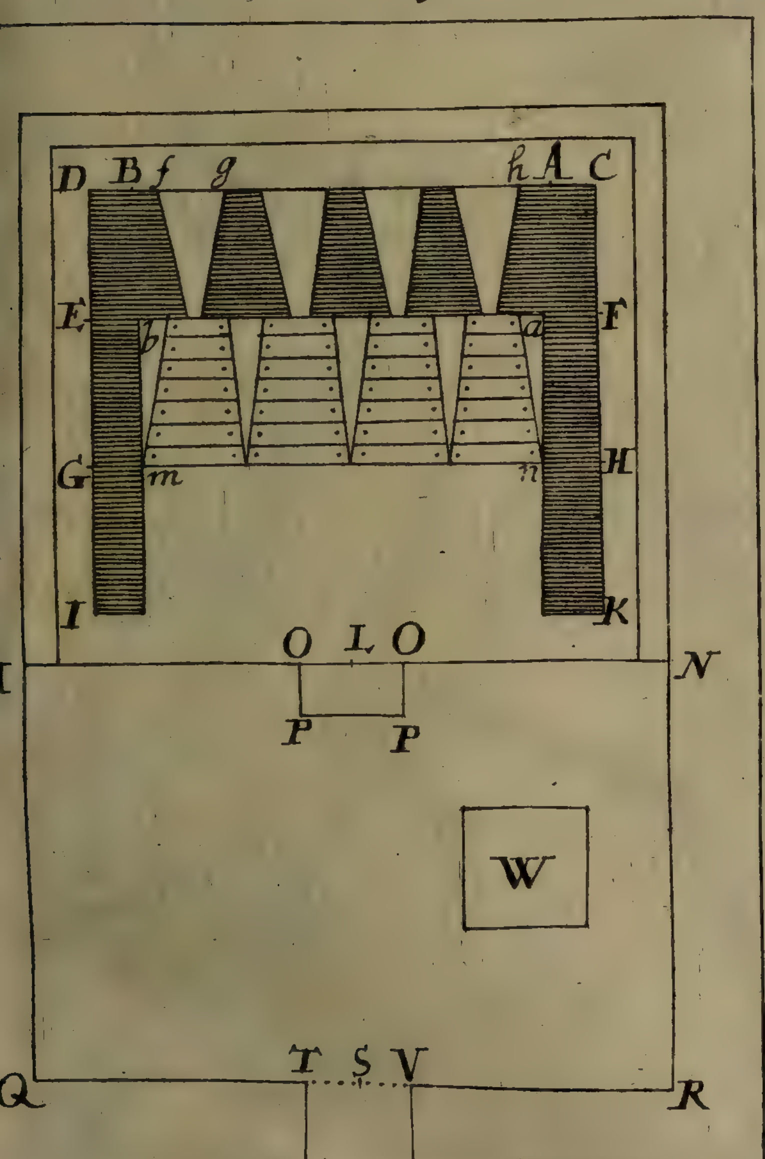



Fig: 33.

Fig: Archit: Milit: Tab. IX. Lit. A. 4.




Fig: Arch: Mil.
Tab. IX

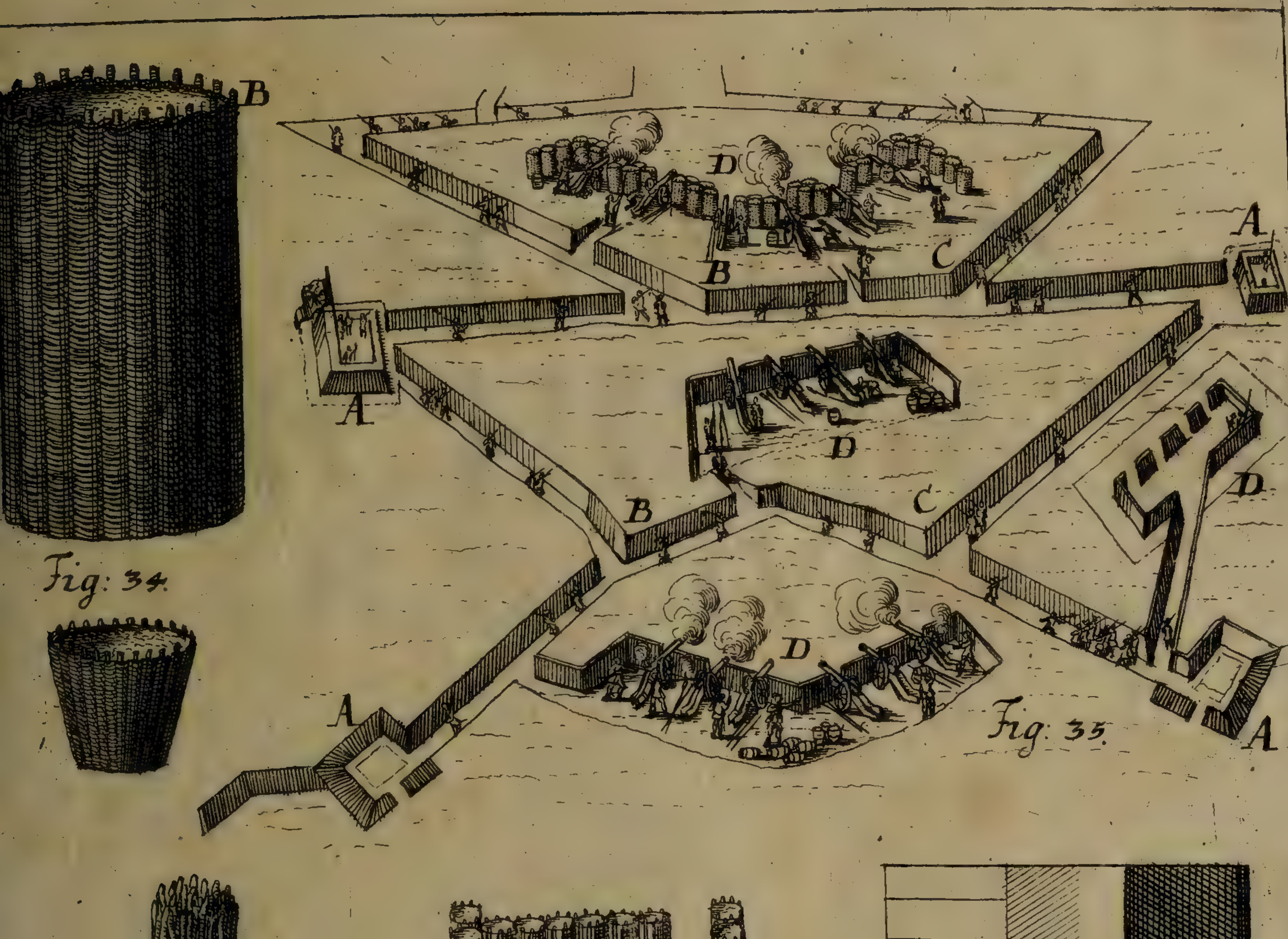


Fig: Archit: Milit: Tab: XI. Lit: B. 4.

# ELEMENTA ARCHITECTURÆ CIVILIS.

# PRÆFATIO.

CUm Architectura civilis pauca ex Matheſi ſupponat, immo tota fere ſine ulla Matheſeos cognitione addiſci poſſit; plurimi eidem vix locum inter diſciplinas Mathematicas concedunt. Quoniam tamen multum habet in vita humana uſum, adeoque digna eſt, quæ cum aliis diſciplinis in Academiis doceatur, & vulgo ad Matheſin referri ſolet, unde numeros & figuras mutuatur, & complementum perfectionis ſuæ hodienum exſpectat; non inanem operam me ſumturum eſſe credidi, ſi ejus præcepta ad rationes tolerabiles revocarem, ut ſolidior inde eorundem cognitio hauriri poſſet. Hac ratione nimirum ſatisfiet poſtulato *Vitruvii*, quod de ſingulis rationem, cur fecerit, quærentibus reddere debeat Architectus. Neque enim leges Architectonicæ ſola con-

ſuetudine nituntur; ſed ſingulæ, etiam quæ de ornatu ſtatuunt, rationes habent evidentes, quas explicare conſtitui. Intereſt autem Architecto has rationes perſpexiſſe, quoniam qui ſolis manibus exercitati ſunt, nunquam efficient, judice *Vitruvio*, ut pro laboribus habeant autoritatem. Facile nimirum continget, ut præter rationem fiant, immo contra eandem, quæ ab aliis, quorum opera ſibi imitanda proponit rationum ignarus, ſumma cum ratione facta ſunt. Neque deſunt exempla dictis fidem facientia; ſed odioſa. Accedit, quod is demum de operibus Architectorum judicium ferre poſſit, qni ſingulorum, cur ita facta ſint, rationes animo comprehendit. Atque adeo elementa noſtra Architecturæ non ſine utilitate evolvent, qui ad peregrinas oras excurrentes celebrium Architectorum opera perluſtrant. Qui vero ipſimet ideam alicujus ædificii olim concipient; eam omnibus numeris abſolutam perficient, ſi nil ſine ratione ſufficiente in eadem admittere ſtuduerint, opusque ſuum contra omnes cenſuras defendere poterunt.

ELE-

# ELEMENTA ARCHITECTURÆ CIVILIS.

## *Sectio I.*

## De REGULIS GENERALIBUS ARCHITECTURÆ CIVILIS.

### CAPUT I.

### De FUNDAMENTIS SEU PRINCIPIIS ARCHITECTURÆ CIVILIS.

*DEFINITIO I.*

I.

Architectura civilis eſt ſcientia bene ædificandi h.e. ideam ædificii animo concipiendi & juxta eam ipſum exſtruendi, ita ut ſcopo fundatoris ex aſſe ſatisfiat.

*COROLLARIUM I.*

2. Architecti adeo eſt, dato ſcopo fundatoris dataque area, in qua ædificium excitari debet, invenire formam ejus, archetypum animo conceptum delineare vel etiam formam ectypam perficere, ut fundatoris aliorumque peritorum judicio ſubmitti poſſit, ac tandem imperare opificibus atque fabris, quomodo ædificium ideæ animo conceptæ ſimile ſit exſtruendum.

*COROLLARIUM 2.*

3. Cum nulla detur cognitio ſcientifica, niſi ratio conſtet, cur aliquid ita ſit; architectus in promptu habere debet rationes, quas reddat quærentibus, cur hoc vel illud ita fecerit.

*COROLLARIUM 3.*

4. Et quoniam ædificium ſcopo fundatoris ſatisfacere debet (§. 1), omnia ita fieri debent, ut oſtendi poſſit, non alia, quam hac ratione, eidem magis ſatisfieri poſſe.

*COROLLARIUM 4.*

5. Regulæ adeo architecturæ civilis ex conſideratione finium ſingularum partium inveniuntur & inventæ eadem duce dextre applicantur: immo finium conſideratio rationes ſuppeditat, quoties de ædificio aliquo & ſingulis ejus partibus judicium fieri debet.

DE-

DEFINITIO 2.

6. *Ædificii firmitas* eſt immunitas a ruinæ periculo & deterioratione ex uſu brevi.

DEFINITIO 3.

7. *Utilitas* ſeu *commoditas ædificii* eſt ea totius ædificii & ſingularum partium diſpoſitio, qua uſus ejus perfectior redditur.

DEFINITIO 4.

8. *Perfectio ædificii* eſt convenientia adæquata cum finibus fundatoris.

DEFINITIO 5.

9. *Venuſtas* ſeu *pulchritudo* eſt perfectio ſive vera, ſive apparens, quatenus ſentitur.

COROLLARIUM 1.

10. Cum ſenſus perfectionis excitet voluptatem; venuſta placent.

COROLLARIUM 2.

11. Quoniam per præjudicium perfecta videri poſſunt, quæ non ſunt; pulchra quoque aliis haberi poſſunt, quæ ab aliis ex eorum numero excluduntur.

COROLLARIUM 3.

12. Sed quoniam collatio rei cum finibus perfectionem ejus prodit (§. 8), & talia præjudicia facile adeo evitantur; vera quoque pulchritudo ab apparente diſtingui poteſt.

COROLLARIUM 4.

13. Quoniam pulchritudo in perfectione fundatur, perfectio autem a finibus pendet (§. 8); pulchritudo arbitraria non eſt.

DEFINITIO 6.

14. *Ornatus ædificii* eſt apparatus eorum, quæ ad alliciendos prætereuntium oculos ædificio adſunt.

COROLLARIUM.

15. Nimius ergo eſſe non debet.

AXIOMA 1.

16. Omne ædificium fieri debet firmum.

AXIOMA 2.

17. Omne ædificium fieri debet utile ſeu commodum.

AXIOMA 3.

18. Omne ædificium fieri debet venuſtum.

COROLLARIUM 1.

19. Cum venuſtum non ſit, quod non placeat (§. 10), id placere autem nequeat, ubi imperfectionem quandam ſentire nobis videmur; architectus etiam firmitati ac commoditati apparenti (§. 9. 16 & 17) ſatisfacere debet.

SCHOLION.

20. *Alias enim erit præjudicio locus, cui ſenſus imperfectionis apparentis jungetur.*

COROLLARIUM 2.

21. Ornatus adeo ædificii perfectioni ejus ſive veræ, ſive apparenti, officere non debet.

DE-

*DEFINITIO* 7.

22. *Symmetria* eſt conveniens partium inter ſe & ad totum ratio.

*COROLLARIUM* 1.

23. Quoniam venuſta non cenſentur, quæ non cognoſcuntur (§ 9); rationes pulchræ non ſunt, niſi quæ oculorum judicio facile dignoſcuntur, hoc eſt, quæ ſunt ut unitas ad numerum aliquem integrum, ſed exiguum, e. gr. 1:1, 1:2, 1:3 &c. vel ut numerus integer exiguus ad integrum alium unitate majorem, e. gr. 2:3, 3:4, 4:5 &c. vel denique ut numerus integer exiguus ad alium, qui differentia exigua illum excedit, e. gr. 3:5, 5:7, 7:9 &c.

*COROLLARIUM* 2.

24. Symmetria adeo magis placet, quo quis magis fuerit exercitatus in rationibus quantitatum oculorum judicio diſcernendis (§. 9).

*SCHOLION.*

25. *Hanc ego rationem reddo, cur quædam rationes placeant magis quam aliæ: & hinc innoteſcit, non ſoli conſuetudini id eſſe tribuendum, ceu cenſet* Perraltius (a). *Veteres easdem rationes approbarunt, ſed eas vel a ſtructura corporis humani, vel ab harmonia Muſices derivarunt. Hinc enata eſt* Vitruvio (b) *regula*: ædificium ad hominis bene figurati membra exactam habere debere rationem.

*COROLLARIUM* 3.

26. Quoniam judicium oculorum vel maxime exercitatum fallere ſolet, in minutiis a rationibus pulchris illæſa pulchritudine aberratur.

*COROLLARIUM* 4.

27. Et quia oculorum judicio nulla ratio magis patet quam ſubdupla, ea quoque omnium venuſtiſſima.

*PROBLEMA* 1.

28. *In dato quolibet caſu particulari definire, quænam ratio ſit omnium optima.*

*RESOLUTIO.*

1. Quoniam rationes finibus convenire debent (§. 8); ex eorum conſideratione non modo innoteſcit, quænam dimenſio altera longior eſſe debeat, verum etiam utrum major, an minor ratio locum habeat.
2. Quare ſi pulchræ rationes conſiderentur (§. 23); haud difficulter apparebit, quænam caſui propoſito omnium maxime conveniat.

E. gr. Quæritur, quænam debeat eſſe ratio latitudinis januæ ad altitudinem ejus. Cum finis januæ ſit concedere tranſitum hominibus, ſtatura autem hominis habeat ad latitudinem rationem paulo majorem dupla; evidens inde eſt, altitudinem januæ non modo latitudinem excedere debere, ſed etiam il-



(a) in notis ad Vitruv. lib. 4. c. 1. n. 7. f. 105 & n. 12 f. 106.
(b) lib. 3. c. 1 f. m. 38.

lam ad hanc omnium optime fieri in ratione dupla (§. 23. 27).

*DEFINITIO* 8.

29. *Eurythmia* eſt ſimilitudo eorum, quæ ab utroque latere medii diſſimilis ſunt.

*COROLLARIUM* 1.

30. Quoniam experientia conſtat, eurythmiam placere; architectus autem operam dare debet, ut ædificium ſit venuſtum (§. 18), adeoque placeat (§. 10): eurythmiam quoque ſtudioſe obſervare debet in iis, quæ uno obtutu comprehendi poſſunt.

*COROLLARIUM* 2.

31. Quare quæ e longinquo integra, in vicinia ex parte conſpectui patent; in iis & totis, & in ſingulis eorum partibus eurythmiæ locus eſt.

# CAPUT II.
## De
# MATERIA.

*DEFINITIO* 9.

32. *Materia* eſt omne id, ex quo ædificium exſtruitur, ut lignum, lateres & teſtæ, lapides, arena, calx, metalla.

*COROLLARIUM* 1.

33. Quoniam ædificium firmum fieri debet (§. 16), ea quoque materia ſeligenda eſt, quæ nec facile corrumpitur, nec uſu ſtatim deteritur, & durabilior præferenda minus durabili, licet ejusdem ſpeciei.

*SCHOLION* 1.

34. *E. gr. Gradibus ſcalarum non conveniunt ſaxa, quæ vi ignis diſſiliunt.*

*COROLLARIUM* 2.

35. Ut ergo electio inſtitui poſſit, Architectus norit neceſſe eſt proprietates lignorum, laterum atque teſtarum, lapidum, arenæ & calcis.

*SCHOLION* 2.

36. *Optandum foret, ut quibus ſatis ingenii, otii & commoditatis eſt, proprietates iſtas accuratis experimentis definirent juxta eam methodum, quam in Actis Eruditorum* (c) *tradidi & alibi deinceps* (d) *uberius expoſui, quo ſingulis ſua conſtaret certitudo*

*COROLLARIUM* 3.

37. Ædificiis inimica ſunt ignis, aqua, tempeſtates, proprium pondus & uſus. Durabilitatem itaque materiæ explo-

(c) A. 1708 p. 163 & ſeq.

(d) von den Kräfften des Verſtandes c. § p.

exploraturus inquirere debet, quomodo igni, aquæ, tempeſtatibus, ponderi atque uſui reſiſtat.

### COROLLARIUM 4.

38. Quoniam ligna igne cremantur, carie ac putredine facile conſumuntur; in ædificiis perennaturis vitandus eſt ligni uſus, ſaltem nimius, & ligna meliora præferenda pejoribus.

### SCHOLION 3.

39. *Arborum has proprietates recenſet* Vitruvius (e): *Abies non eſt ponderoſa, rigore naturali contenta, non cito flectitur ab onere, ſed directa permanet in contignatione; procreat & alit termitem ab eoque vitiatur; celeriter etiam accenditur. Quercus, cum interrenis operibus obruitur, infinitam habet æternitatem, facile torquetur, & efficit opera, in quibus eſt, rimoſa. Eſculus habet in ædificiis magnas utilitates, ſed humore vitiatur. Cerus, ſuber, fagus celeriter marceſcunt. Populus alba & nigra, item ſalix, tilia, vitex, egregiam habere videntur in uſu rigiditatem & in ſculpturis commodam præſtant tractabilitatem. Alnus in paluſtribus locis infra fundamenta ædificiorum permanet immortalis ad æternitatem, & ſuſtinet immania pondera ſtructuræ & ſine vitiis conſervat: ſed extra terram non poteſt paulum tempus durare. Ulmus & fraxinus ſunt in operibus, cum fabricantur, lentæ & ſub pondere celeriter pandant; ſimul autem vetuſtate ſunt aridæ factæ aut in agro perfectæ, duriores fiunt & in commiſſuris & coagmentationibus ab lentitudine firmas recipiunt catenationes. Carpinus non eſt fragilis, ſed habet utiliſſimam tractabilitatem. Cupreſſus & pinus in operibus ſolent eſſe pandæ, ſed in vetuſtatem ſine vitiis conſervantur. Cedrus & juniperus easdem habent virtutes & utilitates. Larix a carie aut a tinea non nocetur, nec flammam ex igne recipit: ſed hoc ligni genus hodie ignotum.*

### SCHOLION 4.

40. Antonius de Leeuwenhoek (f) *contendit, lignum brevi tempore incraſſatum plerumque eſſe ſolidiſſimum, fortiſſimum, maximeque durabile, &* (g) *putrefactioni nullis præſervationibus externis præcavendæ obnoxium pronunciat, quod multorum annorum decurſu in trunco lente intus obiit.* Alberti (h) *ligna ſolidiora & ſicciora judicat, quæ in locis editis, quam quæ in humilibus & paluſtribus creſcunt.*

### THEOREMA 1.

41. *Ligna debent eſſe ſicca, antequam in opere adhibentur.*

Alias enim in opere exſiccata tabeſcunt & torquentur, & opus ipſum vitiant: quod firmitati contrarium (§. 6, 16).

### SCHOLION.

42. *E. gr. Si valvæ januarum fiant ex lignis non probe ſiccis, lumen earundem non explent: unde hieme aeri frigido in conclavia calida patet aditus. Immo interdum in medio rimas agunt. Per feneſtras ſimili in caſu ventus & aer frigidus in conclave irruit nec non pluviales aquæ facile madidant, quæ juxta eas poſita relinquuntur.*

### COROLLARIUM.

43. Ligna igitur cædenda ſunt eo tempore, quo ſucco minime abundant & an-



(e) Architect. lib. 2 c. 9 f. 32 & ſeqq.
(f) in Anatomia rerum cum animatarum, tum inanimatarum p. 245.
(g) p. 244.
(h) lib. 2 c. 7.

& antequam in opere adhibentur, exſiccanda.

*PROBLEMA 2.*

44. *Ligna cædere.*

*RESOLUTIO.*

1. Primo autumno incidatur arboris craſſitudo ad mediam medullam (i) vel circumcirca ad medullæ propemodum extimam peripheriam (k).
2. Quodſi commodum viſum fuerit, rami etiam reſecentur (l) & vulnus in faſtigio luto oblinatur.
3. Circa medium Decembris usque ad medium Februarii arbor dejiciatur.

Quoniam enim arbores non modo per radices humorem ex terra ſugunt, verum etiam pluviam & rorem imbibunt, vaporesque ex aëre attrahunt per folia & corticem, ſuccusque nutritius perinde ac ſanguis in corpore humano in iis circulatur (m); reſectione ramorum humor inutilis abigitur & inciſione trunci facta, qui ineſt, exſtillat. Et quia non modo per æſtatem ſuccum in frondes & fructus extulerunt arbores, ſed & circa medium Decembris terra calore æſtivo prorſus orbata (n) humor, quem alit, congelatur, ut in illas aſcendere nequeat; circa medium vero Februarii, Sole verſus æquatorem jam altius aſcendente, radices earundem rurſus ex terra ſuccum in ſe recipiunt; a medio Decembris usque ad medium Februarii minus humoris arboribus ineſt. Eſt igitur tempus ligna cædendi optimum (§. 43).

*PROBLEMA 3.*

45. *Ligna cæſa exſiccare.*

*RESOLUTIO.*

Congeſta in locum ſiccum, ita ut humum non contingant, contra pluvias Solisque æſtum deſuper tegantur; undiquaque autem aëri acceſſus relinquatur, donec poſt tertium fere annum lente fuerint exſiccata.

Pluviæ exſiccationem impediunt; radiis Solis expoſita ligna rimas agunt, medulla tardius exſiccata, quam pulpa exteriore: humi proſtrata humores inde attrahunt: ſi ventis acceſſus negetur, vapores exhalati aerem contentum nimis humidum reddunt, ſicque exſiccatio-

(i) Vitruvius lib. 2. c. 9. f. m. 33.
(k) Bœcklerus in Notis ad Pallad. lib. 1, c. 1 f. 4.
(l) Alberti lib. 2 c. 4.
(m) Perault in Not. ad Vitruv. lib. 2 c. 9 n. 7 f. m. 50 & Mariotte Eſſai premiere de la Vegetation des plantes p. 63 & ſeqq.
(n) Mariotte Eſſ. 3. p. 38 & ſeqq.

tionem ulteriorem impediunt lignaque ad putredinem ſæpe diſponunt.

*PROBLEMA 4.*

46. *Saxorum & cæmentorum virtutes explorare.*

*RESOLUTIO.*

Saxorum virtutes ſunt, ut oneribus ferendis parem habeant firmitatem, ut duritie vi ingenti reſiſtant, ne vi frigoris vel ignis diſſiliant, nec ab aëre atque ſalſugine maris exedantur ac diſſolvantur.

Durities ſaxorum percuſſione exploratur. An aeris injurias ſufferre poſſint, innoteſcit, ſi per biennium in locis patentibus jaceant illæſa (o), aut ſi in aquam fortem vel communem demerſum & verriculis ferreis defricatum fragmentum limoſi nihil relinquit (p). An ab igne tuta eſſe poſſint, conſtabit, ſi fragmentum igni immittatur. Saxa ab humore vitiari arbitratur *Alberti* (q), ſi aqua affuſa gravitatem auget.

*THEOREMA 2.*

47. *Saxa æſtate ex lapicidinis eximi, nec recentia ad ſtructuram adhiberi debent.*

Omnia enim ſaxa humore turgent, ubi ex lapicidina eruuntur, qui hieme congelatus cum expanditur nexum molecularum hinc inde diſſolvit. Et ſic firmitas deſtruitur. Aſt æſtate radiis Solis expoſita ſaxa ſicceſcunt & ſucceſſu temporis ſolidantur.

*SCHOLION.*

48. *Saxa recentia ſculptoribus magis parent, quia molliora.*

*PROBLEMA 5.*

49. *Lateres ducere.*

*RESOLUTIO.*

1. Ducantur lateres non ex luto arenoſo, neque calculoſo, neque ſabuloſo; ſed ex tenui ac pingui, non tamen nimis pingui, quod ante quaſi fermentavit atque probe ſubactum fuit. Cavendum autem, ne calculi, radiculæ atque vermiculi inſint: ducendique ſunt lateres tempore verno & autumali, quando nec humor frigore conglaciatur, nec æſtus Solis nimium exſiccat.
2. Lateres ducti deſuper tegantur contra pluvias Solisque æſtum, aëri tamen undiquaque ſint acceſſi, ut exſiccentur. Quodſi vero æſtate Solis æſtu fervente aut hieme gelu rigente fuerint ducti; in priori caſu ſtramine vel paleis madefactis tegantur, in poſteriori vero arena obruantur.



(o) Vitruvius lib. 2. c. 7 f. m. 27.
(p) Alberti lib. 2 c. 8 p. m. 25. (q) loc. cit.

3. Poſtquam exſiccati fuerint, in fornace excoquantur.

Nimirum lateres ex terra arenoſa ducti graves ſunt atque fragiles: quod utrumque inter vitia cenſetur (§. 6). Lutum nimis pingue lateres rimoſos efficit, dum exſiccantur; calculi vero eos inæquabiles reddunt: immo dum excoquuntur in calcem convertuntur, qui a madore contracto intumeſcens lateres diffringit. Iidem disſiliunt, ſi humor cavitates a radiculis & vermiculis vi ignis abſumtis derelictas tempore autumnali ingreſſus hieme in glaciem abit (r). Lutum fermentatione in particulas minimas reſolvitur &, dum probe ſubigitur, lateres compactiores & firmiores efficit. Si humor in nondum exſiccatis conglaciatur, iidem diſſolvuntur prorſusque inutiles evadunt. Si Sol ſummum corticem exſiccat, nucleo interiore adhuc humido, in rimas dehiſcunt.

## SCHOLION 1.

50. *Romani tantum uſi ſunt lateribus per biennium exſiccatis* (s): *ſed in noſtro climate, ubi minor eſt æſtus, coquantur opus eſt.*

## SCHOLION 2.

51. *Monet autem* Goldmannus (t), *duplam fore laterum firmitatem, ſi ſemel cocti aqua macerentur & denuo excoquantur.*

## SCHOLION 3.

52. *Nimia luti pinguedo arena admixta temperatur.*

## SCHOLION 4.

53. *Ut calculi ex luto ejiciantur, primum a pecude, deinde vero ab hominibus calcandum eſt.*

## SCHOLION 5.

54. *Ut lutum ſatis diſſolveretur, antequam lateres ex eo ducerentur; veteres id olim in fovea ſub dio per duas hiemes & æſtatem unam aſſervarunt.*

## SCHOLION 6.

55. *Quoniam lateres ex communi luto ducti calore nimio liqueſcunt, immo vitrificantur; ideo non ſolum in fornacibus fornix ex ſaxis, quæ calcinari poſſunt, conſtruitur, ut vis flammæ in iisdem infringatur, verum etiam lateres ex argilla ducti in vicinia ignis conſtituuntur, qui non liqueſcunt, cæteris autem multo graviores exiſtunt.*

## PROBLEMA 6.

56. *Laterum virtutes examinare.*

## RESOLUTIO.

Firmitas laterum ſeſe prodit, ſi pondus impoſitum ſuſtinent.

Sonus acutus ex colliſione bacilli lignei vel ferrei, aut etiam digiti atque laterum ortus indicio eſt, ipſos eſſe ſatis coctos.

Idem innoteſcit, ſi ex aqua extracti colorem non mutent.

THEO-

(r) Dieuſſart in Theat. Archit. Civil. lib. I. c. 6. f. 15.
(s) Vitruvius lib. 2. c. 3. f. 22.
(t) Architect. lib. I. c. 15 f. 61.

THEOREMA 4.

57. *Arena debet eſſe ſicca & aſpera, nec terrea.*

Cum arena cum calce commiſceatur; talis ſeligenda eſt, quæ firmiter cum ea unitur. Id autem fieri, ſi arena fuerit ſicca & aſpera, nec terram commixtam habeat, experientia conſtat.

PROBLEMA 7.

58. *Examinare virtutes arenæ.*

RESOLUTIO.

Confricetur in manu, vel in veſtimentum candidum conjiciatur. Quodſi enim in priori caſu ſtridorem fecerit ſicca erit & aſpera: ſi in eodem nihil pulveris in manu reliquerit, in poſteriori veſtimentum non inquinaverit neque terra ibidem ſubſiderit, pura erit, hoc eſt, minime terroſa.

Aquæ immiſſa agitetur: quæ enim eam turbidam reddit, terroſa eſt.

Terroſa etiam deprehenditur, quæ ſub dio jacens gramine veſtitur.

SCHOLION 1.

59. Vitruvius (u) *obſervat, arenas foſſitias in ſtructuris celeriter; quæ vero ex fluminibus eximuntur, eas difficulter ſiceſcere. Unde illa tectoriis, hæ murorum ſtructuris magis conveniunt.*

SCHOLION 2.

60. *Idem auctor eſt, foſſiciam, quæ ſub dio diu jacet, terroſam fieri.*

SCHOLION 3.

61. *Diuturna experientia deprehenſum eſſe notat* Palladius (x), *candidam omnium arenarum peſſimam eſſe. Rationem hanc reddo, quod ſuperficies aſperitate deſtituatur.*

SCHOLION 4.

62. *Marina aqua dulci lavanda, ne ſalſugine tectoria diſſolvat. Calculoſa a calculis ſeparatur, ſi per reticulum ferreum ad horizontem inclinatum trajiciatur.*

THEOREMA 5.

63. *Calx coquenda eſt ex ſaxo duriore minimeque terroſo.*

Docuit enim experientia, eandem, non aliam, mortarii efficere ac tectorii firmitatem.

SCHOLION 1.

64. Vitruvius (y) *in ſtructura utilem cenſet, quæ ex ſaxo ſpiſſo; in tectoriis autem, quæ ex fiſtuloſo coquitur.* Alberti *utrique convenire arbitratur* (z) *eam, quæ ex ſaxis molaribus coquitur, ſaxaque ex lapicidinis exemta præfert iis, quæ paſſim colliguntur. Prærogativam quoque tribuit lapicidinis in locis umbroſis ac humidis ſitis.* Palladius *vero monet* (a) *lapides ex fluminibus collectos in calcem mundam & candidam mutari.*

SCHOLION 2.

65. *Calcem ex conchis coctam omnium optimam judicat* Dieuſſart (b) *procul dubio in ſtructura murorum; ſed eandem parum probat* Goldmannus (c), *quia humoris impatiens tectoria ſub dio a muris diſcedere facit.*

SCHO-

u) lib. 2. c. 4 f. 23. x) lib. 1. c. 4. y) lib. 1. c. 5 f. 24.
z) lib. 1. c. 11. a) lib. 1. c. 5. b) lib. 1. c. 7. f. 18.
c) lib. 1. c. 17. f. 62.

### SCHOLION 3.

66. *Eſt etiam quoddam calcis foſſiciæ genus, quod humoris pariter impatiens in loco ſicco aſſervari debet & ſucceſſu temporis,* Goldmanno (d) *notante, induratur.*

### SCHOLION 4.

67. *Antequam ſaxa in fornacem immittantur, in fruſtra diffringenda ſunt: ne aer in cavitatibus, quæ ſubinde in iis dantur, conclusus vi caloris ingentis nimium expanſus eadem non ſine damno fornaci infligendo disjiciat.*

### SCHOLION 5.

68. *Calx autem vix ſatis excoquetur, niſi intervallo 60 horarum calore vehementiſſimo torreatur,* Alberto & Palladio *judicibus* e).

### PROBLEMA 8.

69. *Calcis virtutes examinare.*

### RESOLUTIO.

Calcis probe coctæ indicia tradit *Alberti* (f), ſi gravitas ſaxi ad calcem habuerit rationem ſeſquialteram; ſi calx fuerit candida, levis & ſonora; ſi exſtinctus receptaculi lateribus adhæſerit; quibus addit *Bœcklerus* (g), ſi, dum exſtinguitur, fumus copioſus aſcendat; & *Dieuſſart* (h), ſi multa aqua opus ſit, ut extinguatur.

### PROBLEMA 9.

70. *Calcem per plures annos conſervare.*

### RESOLUTIO.

1. Calx extinguatur & ſubigatur.
2. Paretur fovea intra terram, in quam per foramen in fundo receptaculi apertum defluat.
3. Quando fovea fuerit plena; arena obruta tegatur, ne exſiccetur, ſed humida perſeveret, donec ad ſtructuram vel tectorium adhibeatur.

### *Aliter.*

*Bœcklerus* (i) hanc methodum commendat, ſi per 10 & plures annos calcem conſervare volueris.

1. Fiat ex calce recens cocta ſtratum duos vel tres pedes altum.
2. Obruatur arena ſive foſſicia, ſive fluviatili ad altitudinem duorum vel trium pedum.
3. Affundatur aquæ ſufficiens copia, ut calx extinguatur, minime autem ob defectum humoris poſtquam incaluit in pulverem convertatur.
4. Quodſi arena rimas agit, fumo aſcendente, rimæ obducantur, ne vapori exitus concedatur.

Calx hæc per multos annos aſſervata inſtar lithocollæ erit.

### SCHOLION.

71. *Calcis poſterioris inſignis eſt uſus, ſi in tectorio quædam pingenda, quoniam coloribus minime nocivus.*

CA-

d] lib. 1. c. 17. f. 68. e] loc. cit. f] lib. 2. c. 11 & lib. 3 c. 4.
g] in not. ad Pallad. lib. 1. c. 5. h] lib. 1. c. 7. f. 18.
i] loc. cit.

# CAPUT III.
# De VARIIS FULCRORUM GENERIBUS ET QUINQUE ORDINIBUS.

### DEFINITIO 10.

72. *Fulcrum* dicitur, quicquid partem aliquam ædificii fundamento vel omni, vel ſatis firmo deſtitutam ſuſtentat, ne corruat.

### DEFINITIO 11.

73. *Columna* eſt fulcrum rotundum. Dicitur *parietina*, ſi tantum ejus aliqua pars extra murum prominet.

### SCHOLION.

74. *Columnarum origo debetur arboribus, quibus antiquiſſimi populi artium adhuc rudes ad fulcienda tecta utebantur. Cingebantur autem annulis ferreis cum ſuperne, tum inferne, ne ab impoſito onere finderentur: quem etiam in finem aſſer quadratus ſuperimponebatur. Ne autem ex humore terra putreſcerent, lapis quadrangularis ſupponebatur.*

### DEFINITIO 12.

75. *Pila* eſt fulcrum quadrangulum. Dicitur *parietina*, ſi tantum ejus aliqua pars extra murum prominet. Pila parietina uno nomine vocatur *Anta*.

(II.)

### DEFINITIO 13.

76. *Paraſtata* eſt anta arcum ſuſtinens.

### DEFINITIO 14.

77. *Poſtes* ſunt fulcra, quæ aperturarum ſuperliminaria ſuſtinent.

### DEFINITIO 15.

78. *Columellæ* ſunt fulcra rotunda minora pluteum ſuſtentantes.

### DEFINITIO 16.

79. *Atlantes* ſunt ſtatuæ maſculæ columnarum vices obeuntes.

### DEFINITIO 17.

80. *Caryatides* ſunt ſtatuæ fœmineæ columnarum vices obeuntes.

### SCHOLION.

81. *Rationem denominationis* Vitruvius „(k) *reddit.* Carya ſcilicet *civitas Peloponneſi capta Perſis hoſtibus contra Græciam conſenſit: poſtea Græci per victoriam glorioſe bello liberati communi conſilio* Caryatibus „*bellum indixerunt. Itaque oppido capto, viris interfectis, civitate deleta, matronas eorum in ſervitutem abduxerunt . . . . Ideo-* „*qui*



(k) lib. 1 c. 1 f. m. 3.

*„qui tunc Architecti fuerunt, ædificiis publicis „deſignaverunt earum imagines oneri ferendo „collocatas, ut etiam poſteris nota pœna peccati Caryatium memoria traderetur.*

## THEOREMA 5.

82. *Fulcra perfectiora ſunt, quæ & majorem firmitatem habent, & majorem firmitatis ſpeciem præ ſe ferunt.*

Fiunt enim ad ſuſtentandas partes ædificii, quæ alias corruerent (§. 72), adeoque firmitatis gratia (§. 6). Ergo perfectiora ſunt, quo firmiora (§. 8). *Quod erat unum.* Sed architectus etiam firmitati apparenti ſatisfacere debet (§. 19). Erunt igitur fulcra perfectiora, quæ majorem firmitatis ſpeciem præ ſe ferunt. *Quod erat alterum.*

### COROLLARIUM 1.

83. Columnæ igitur ac pilæ, immo fulcra cœtera omnia, fundamento ſolido baſique eorum latiori inſiſtere debent (§. 18 *Mechan.*).

### COROLLARIUM 2.

84. Quoniam cylindrus & priſma quadrangulare facilius e ſitu ſuo dimoventur, ut corruant, quam conus truncatus & pyramis truncata ſuper eadem baſi & ejusdem altitudinis (§. 135. 146. 18 *Mechan.*); figura columnarum non debet eſſe cylindrica, nec pilarum priſmatica; ſed tam pilæ, quam columnæ contrahi, hoc eſt, inſtar coni truncati & pyramidis truncatæ gracileſcere debent. Per eandem tamen rationem præſtat, ſi pars infima columnarum cylindrica, pilarum vero priſmatica fuerit.

### COROLLARIUM 3.

85. Per eandem adeo rationem etiam improbantur columnæ ventroſæ.

### COROLLARIUM 4.

86. Minus firma cum videantur, quæ ex pluribus partibus combinata ſunt; ne firmitatis ſpecies lædatur, columnæ annulis & coronis circumdari haud debent.

### COROLLARIUM 5.

87. Quia columnæ firmiores, ſi diameter ad altitudinem majorem rationem habet, quam ſi minorem; ratio major eligenda eſt, ubi pondus ingens ferendum; minor, ubi minus ſuſtentandum.

## DEFINITIO 19.

88. *Ordo* eſt ornatus architectonicus conſtans ex columna AB, ſtylobata BD, qua ſecuritatis gratia elevatur, & trabeatione AC, quæ pondus ſuſtentandum repræſentat. Tab. I. Fig. 1.

### COROLLARIUM 1.

89. Cum columnarum ſit ſuſtentare aliquod pondus (§. 72. 73); trabeatio nunquam abeſſe poteſt.

### COROLLARIUM 2.

90. Si columnæ in loco editiore ponantur, ut metuendum non ſit, ne a corpore quodam alio in ipſas impingen-

gente e ſitu ſuo dimoveantur; ſtylobata opus non eſt (§. 88).

## SCHOLION.

91. *Me non monente apparet, ſtylobatis locum eſſe, ſi ſecuritatis gratia etiam corpora alia fuerint elevanda, e. gr. ſtatua in hortis aut alibi collocanda.*

## DEFINITIO 20.

92. *Projectura* ſive *Projectio* eſt exceſſus latitudinis partis unius ſupra alteram.

## DEFINITIO 21.

93. Stylobata componitur ex partibus tribus, quarum media EF *truncus*, quæ columnæ potiſſimum elevandæ deſtinatur; ima FD *Baſis*, cui truncus innititur; ſumma BE *Coronis*, quæ truncum tegit.

## DEFINITIO 22.

Tab. I. Fig. I. 94. Columna ex tribus partibus itidem componitur, nempe ex *Baſi* BG, cui inſiſtit; ex *ſcapo* GH & ex *Capitulo* AH, cui trabeatio incumbit.

## COROLLARIUM 1.

95. Baſis latior eſſe debet ſcapo (§. 181 *Mechan.*) & ſumma capituli pars quadrata, ut trabs ei commodius incumbat.

## COROLLARIUM 2.

96. Baſis columnæ cum ſuper trunco EF quieſcat, ultra eam projici nequit; ſed ejusdem latitudinis fieri debet (§. 182 *Mechan.*).

## COROLLARIUM 3.

97. Atque hinc etiam non probatur, ſi tabulis exciſis truncus debilitatur.

## DEFINITIO 23.

98. *Trabeatio* quoque ex tribus partibus componitur, nempe ex *Epiſtylio* AI, quod trabem; ex *Zophoro* IK, qui trabium transverſarum capita; ex *Coronice* KC, quæ limina tecti cum ſuggrunda & colliquiis repræſentat. Tab. I. Fig. I.

## COROLLARIUM 1.

99. Epiſtylii infimum & Zophorus ultra ſcapum contractum projici nequit, utpote trabes eidem incumbentes (§. 182 *Mechan.*).

## COROLLARIUM 2.

100. Coronix KC ultra totum ordinem projicitur, utpote quæ pluviam ab eo arcere debet.

## DEFINITIO 24.

101. Ut partes ordinis ſint ornatiores, ex pluribus partibus minoribus componuntur, quæ *Membra* vocantur. Sunt autem vel *plana*, vel *curva*, eaque vel *convexa*, vel *concava*, vel *convexo-concava*.

## DEFINITIO 25.

102. Membra plana pro diverſa magnitudine diverſoque ſitu varia ſortiuntur nomina. Minima communiter dicuntur *Regulæ*: ſed in ſummo coronidis, capituli, epiſtylii,

lii, Zophori & Coronicis loco *Supercilia*. Majorum denominatio a ſitu potiſſimum pendet. Dicitur enim membrum iſtiusmodi *Quadra* in loco ſtylobatæ infimo; *Plinthus* in baſi columnæ; *Corona* in Coronide & Coronice; *Abacus* in capitulo; *Faſcia* in Epiſtylio; *Faſcia* itemque *Tænia* in Epiſtylio & Coronice.

## DEFINITIO 26.

Tab. I. Fig. 2. 103. *Torus* eſt membrum majus A convexitatem ſemicircularem habens. *Aſtragalus* ab eo nonniſi magnitudine differt.

## DEFINITIO 27.

Tab. I. Fig. 3. 104. *Echinus* eſt membrum convexitatem ſemicirculari minorem & projecturam BC altitudinis BD ſubſeſquialteram habens.

## DEFINITIO 28.

Tab. I. Fig. 4. 105. *Cymatium Doricum* eſt membrum concavitatem ſemicirculari minorem & projecturam FE altitudinis FG ſubduplam habens.

## DEFINITIO 29.

Tab. I. Fig. 5. 106. *Trochilus* eſt membrum majus concavitatem ex duobus arcubus compoſitam HKI habens.

## DEFINITIO 30.

Tab. I. Fig. 6. 107. *Cymatium Lesbium* eſt membrum concavo-convexum LMN, projecturam LO altitudinis NO ſubduplam habens.

## DEFINITIO 31.

108. *Sima* eſt membrum majus concavo-convexum PRS projectionem PQ altitudini QS æqualem habens. Tab. I. Fig. 7.

## DEFINITIO 32.

109. *Apophygis* eſt membrum majus AC concavitatem arcus habens, & vel duo membra plana, vel membrum planum parti cuidam alteri ſecundum longitudinem minimum planæ jungens. Tab. I. Fig. 8.

## COROLLARIUM.

110. Firmiora cum appareant, quæ non ex partibus combinantur; apophygis firmitatis ſpeciem largitur.

## PROBLEMA 8.

111. *Torum & aſtragalum delineare.*

## RESOLUTIO.

1. Altitudo dividatur bifariam in 1 (§. 199 *Geom.*). Tab. I. Fig. 2.
2. Ex 1 tanquam centro intervallo dimidiæ altitudinis *b* 1 deſcribatur ſemicirculus.

## PROBLEMA 9.

112. *Echinum delineare.*

## RESOLUTIO.

1. Altitudo BD dividatur in 3 partes æquales (§. 259 *Geom.*) fiatque BC = B2 (§. 104).
2. Pars media 1.2 ſubdividatur in 4 partes æquales, fiatque BE parti uni

uni quartæ ipſius 1. 2 & parti tertiæ altitudinis B. 1 æqualis.

Dico in E eſſe centrum arcus DC.

*DEMONSTRATIO.*

Eſt enim BC = $\frac{2}{3}$ BD & BE = $\frac{1}{3}$ BD + $\frac{1}{12}$ BD *per conſtruct.* = $\frac{5}{12}$ BD (§. 217 *Arithm.*), adeoque EC = $\frac{13}{12}$ BD. Sed cum $BE^2 = \frac{25}{144}$ & $BD^2 = \frac{144}{144}$; erit $ED^2 = \frac{169}{144}$ (§. 394 *Geom.*), conſequenter ED = $\sqrt{\frac{169}{144}} = \frac{13}{12}$ BD (§. 248 *Arithm.*). Eſt igitur EC = ED, conſequenter in E arcus DC centrum (§. 38 *Geom.*). *Q. e. d.*

*Aliter.*

1. Projectura BC fiat ut ante $\frac{2}{3}$ ipſius BD.
2. Ex C & D intervallo DC fiat interſectio in E.
3. Tandem ex E radio EC deſcribatur arcus CD.

*PROBLEMA 10.*

113. *Cymatium Doricum delineare.*

*RESOLUTIO.*

1. Altitudo AB dividatur bifariam in *a* (§. 199 *Geom.*) fiatque FE = F*a*.
2. Subdividatur F*a* bifariam in *b*, fiatque GD = GF + F*b* = $\frac{5}{4}$GF.
3. Ex O radio EO deſcribatur arcus per punctum E.

Dico, eundem tranſiturum per G.

*DEMONSTRATIO.*

Demittatur EM ad GO perpendicularis. Quoniam FG itidem ad GO perpendicularis (§. 216. 219 *Geom.*); erunt FG & EM parallelæ (§. 241 *Geom.*) & hinc FE = GM (§. 223 *Geom.*) = $\frac{1}{2}$ GF *per conſtr.* MO = $\frac{3}{4}$GF. Eſt ergo $EM^2 = \frac{16}{16}$, $MO^2 = \frac{9}{16}$, adeoque $EO^2 = \frac{25}{16}$ (§. 394 *Geom.*) & hinc EO = $\frac{5}{4}$ FG, conſequenter ipſi GO æqualis. *Q. e. d.*

*Aliter.*

1. Fiat projectura FE = F*a* ut ante &
2. Facta interſectione ex E & G in O, ex O intervallo GO deſcribatur arcus GE.

*PROBLEMA 11.*

114. *Trochilum delineare.*

*RESOLUTIO.*

1. Dividatur altitudo NL in tres partes æquales (§. 259 *Geom.*), ſitque NK = $\frac{1}{3}$ NL, KL = $\frac{2}{3}$ NL.
2. Fiat NH = NK & LI = KL ductaque KM ipſis LI & NH parallela = LI atque KO = NK.
3. Tandem ex O radio OK deſcribatur arcus KH, & ex M radio MK arcus KI.

*DEMONSTRATIO.*

Quoniam KO & NH ad NL perpendiculares, erunt inter ſe parallelæ (§. 241 *Geom.*). Cumque ſit NH = KO *per conſtr.* erit etiam HO ipſi NK parallela (§. 243 *Geom.*), conſequenter HO = NK (§. 223 *Geom.*) = KO (§. 79 *Arithm.*). Eſt ergo

ergo in O centrum arcus HK (§. 38 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Eodem modo oſtenditur, eſſe in I centrum arcus KI. *Quod erat alterum.*

*PROBLEMA* 12.

115. *Apophygin delineare.*

*RESOLUTIO.*

Tab. I. Fig. 8. 1. Altitudo DE dividatur in duas partes æquales in *a* fiatque projectura GE = D*a*.

2. Ducatur DI ad GD perpendicularis fiatque $\frac{5}{4}$ DE.

Dico in I eſſe centrum arcus DE radio ID deſcribendi.

*DEMONSTRATIO.*

Eadem eſt, quæ problem. 10 (§. 113).

*Aliter.*

1. Altitudo CH dividatur in tres partes æquales fiatque projectura HA = $\frac{2}{3}$ HC.

2. Pars tertia ſubdividatur in quatuor partes, ita ut tota altitudo HC diviſa intelligatur in 12 partes æquales, fiatque perpendicularis CM = $\frac{13}{12}$ HC.

Dico in M eſſe centrum arcus AC radio MA deſcribendi.

*DEMONSTRATIO.*

Eadem eſt, quæ probl. 9 (§. 112).

*PROBLEMA* 13.

116. *Cymatium Lesbium delineare.*

*RESOLUTIO.*

1. Altitudo NO dividatur bifariam in *a*, fiatque O*a* = OL.

2. Ducatur recta LN, & O*a* ulterius dividatur in 4 partes æquales, fiat OI = $\frac{1}{4}$ O*a*.

3. Producatur recta inferior in G, donec NG = IL.

Dico in I eſſe centrum arcus LM, in G vero centrum arcus MN.

*DEMONSTRATIO.*

Demittatur MK ad NG perpendicularis, erit NK = *a*M (§. 223 *Geom.*). Quare cum ſit N*a* : NO = *a*M : OL (§. 253 *Geom.*) & hinc ob *a*N = *a*O = OL *per conſtruct.* *a*M = $\frac{1}{2}$ OL; erit NK = $\frac{1}{4}$ ON = $\frac{2}{8}$ ON, conſequenter quia NG = $\frac{5}{8}$ ON *per conſtruct.* KG = $\frac{3}{8}$ ON. Eſt vero KM = *a*N = $\frac{1}{2}$ NO = $\frac{4}{8}$ ON: unde MG = $\frac{5}{8}$ ON (§. 394 *Geom.*) = GN. Eſt itaque in G centrum arcus NM. Eodem modo oſtenditur, eſſe in I centrum arcus LM. *Q. e. d.*

*Aliter.*

1. Fiat projectura OL = $\frac{1}{2}$ ON ut ante, ductaque NL dividatur bifariam in M.

2. Ex M & N intervallo NM fiat interſectio in G, & ex L atque M eodem intervallo alia in I; erit in G centrum arcus MN & in I centrum arcus LM.

*PRO-*

PROBLEMA 14.

117. *Simam delineare.*

RESOLUTIO.

1. Altitudo QS dividatur bifariam in O & ibi excitetur perpendicularis OT altitudini QS æqualis.
2. Fiat eidem projectura QP æqualis (§. 108) & OT bifariam dividatur in R.

Erit in T centrum arcus PR & in O arcus RS.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim OS=SR *per conſtruct.* Ergo in O centrum arcus RS (§. 8 *Geom*). Porro quia PQ & TO ad QO perpendiculares, *per conſtr.* erunt inter ſe parallelæ (§. 241 *Geom.*). Quare cum etiam æquales ſint, *per conſtruct.* erunt quoque PT & QO parallelæ (§. 243 *Geom.*) atque hinc æquales (§. 223 *Geom.*). Eſt ergo PT etiam æqualis ipſi TR, adeoque in T centrum arcus PR (§. 38 *Geom.*). *Q. e. d.*

SCHOLION.

118. *Germani pauca habent nomina, quæ membris imponunt. Omnia enim plana vocant* Platten / *convexa* Stäbe / *concava* Hohlkehlen / *concavo-convexa* Karnieſſe.

THEOREMA 6.

119. *Eadem membra immediate conjungi non debent.*

Cum enim varietas delectet, eorundem membrorum immediata conjunctio placere nequit, adeoque nec venuſta cenſetur (§. 10), conſequenter locum minime habet (§. 18).

COROLLARIUM.

120. Hinc inter membra curvi linea regulæ, inter plana aſtragali interponuntur vel plana apophygi junguntur (§. 109).

THEOREMA 7.

121. *Membra plana ad diverſas ordinis partes pertinentia apophygi jungi haud debent.*

Apophygis enim duo membra plana ita jungit, ut videantur unum ſolidum (§. 109). Confuſio itaq; oritur, ſi membra ad diverſas ordinis partes pertinentia apophygi junguntur.

COROLLARIUM.

122. Errant ergo (l), qui plinthum cum ſupercilio coronidis mediante apophygi jungunt.

DEFINITIO 33.

123. *Membra eſſentialia* ſunt, quæ in eadem omnium ordinum parte neceſſario adſunt.

COROLLARIUM 1.

124. Sunt adeo eſſentialia, per quæ aliquid repræſentatur, quod in ſimplici ſtructura neceſſitatem habet.

CO-

(l) conſentiente Perraltio in opere de Columnis part. 2, c. 8 f. 120.

*COROLLARIUM* 2.

125. Ergo in baſi ſtylobatæ eſſentialis eſt quadra (§. 93) & in coronide corona vel minimum ſupercilium (§. *cit.*).

*COROLLARIUM* 3.

126. In ſcapo limbus & cincta, ſeu limbus ſuperior (§. 74) eſſentiales ſunt cum apophygi (§. 109).

*COROLLARIUM* 4.

127. In baſi columnæ plinthus (§. 95) & in capitulo abacus (§. 74) eſſentialis eſt.

*COROLLARIUM* 5.

128. In epiſtylio eſſentialis eſt faſcia (§. 98) & in Coronice Corona & Sima cum ſupercilio (§. 98. 100).

*THEOREMA* 8.

129. *Coronidi, capitulo & coronici conveniunt Cymatia Lesbia & Dorica, echinus atque ſima; ſed non torus & trochilus.*

In illis enim ordinum partibus projectura continuo creſcit: adeoque ipſis conveniunt membra, in quibus projectura ſimiliter creſcit, qualia ſunt utrumque cymatium, echinus & ſima (§. 104 & ſeq.); ſed eædem partes abhorrent ab iis, quæ efficerent, ut projectura mox creſceret, mox decreſceret, quales ſunt torus & trochilus.

*THEOREMA* 9.

130. *Baſibus columnæ & ſtylobatæ conveniunt omnia membra præter echinum.*

In iis enim projectura continuo decreſcit ab imo verſus ſuperiora, adeoque ipſis conveniunt membra, quæ hoc decrementum non impediunt. Sed ſi cymatium utrumque atque ſima fuerint inverſa, projectura ab imo verſus ſuperiora decreſcit: nec huic decremento contrariantur torus atque trochilus (echino autem inverſo non eſt opus, quia torus eſt itidem membrum mere convexum). Hæc ergo membra præter echinum baſibus columnæ ac ſtylobatæ conveniunt.

*DEFINITIO* 34.

131. Præter membra ſuperius delineata in ornatum Architectonicum recepere Architecti Græci & cum iis Romani *Volutas & folia acanthina cum cauliculis* tanquam ornatum capitulorum; *antepagmenta & triglyphos cum guttis* tanquam ornatum epiſtyliorum; *mutulos* cum *ſimplices*, tum *compoſitos* & *denticulos* tanquam ornatum Coronidum: quorum omnium ratio ex mox tradendis deſcriptionibus plenior conſtabit. Cæterum intervallum inter duos triglyphos, mutulos & denticulos, dicitur *Metopa*.

*SCHOLION.*

132. *Originem horum ornatuum refert* Vitruvius (m). *Scilicet cum Dianæ fanum conderent*

m) lib. 4. c. 1. f. 60 & ſeq.

*derent Græci, columnæ diametrum ad altitudinem in ea ratione conſtituerunt, qua eſt pedis ad altitudinem fœminæ. Hinc capitulo volutas adjecerunt, ut capillamento con riſpatos cincinnos prapendentes dextra ac ſiniſtra immutarentur; quemadmodum etiam trunci totius ſtriis ſtolarum tunc temporis uſitatarum plicas imitati. De foliorum acanthinorum ornatu ita* Vitruvius: *Virgo civis Corinthia jam matura nuptiis implicita morbo deceſſit. Poſt ſepulturam ejus, quibus ea viva poculis delectabatur, nutrix collecta & compoſita in calatho pertulit ad monumentum, & in ſummo collocavit: & uti ea permanerent diutius ſub dio, tegula texit: is calathus fortuito ſupra acanthi radicem fuerat collocatus. Interim pondere preſſa radix acanthi media folia & cauliculos circa vernum tempus profudit, cujus cauliculi ſecundum calathi latera creſcentes & ab angulis tegulæ ponderis neceſſitate expreſſi flexuras in extremas partes volutarum facere ſunt coacti. Tum* Callimachus *- - - præteriens hoc monumentum - - delectatus genere & formæ novitate ad id exemplar columnas apud Corinthios fecit. Triglyphi repræſentant tabellas, quas olim fabri lignarii contra tignorum præciſiones ad lineam & perpendiculum parietum ſactas in fronte fixerunt; mutuli vero canteriorum ab iisdem projectorum prominentias ſinuatas* (n). *Sunt autem Canterii, interprete* Philandro, *ligna tecti oblonga, a columine ad extremum tectum ducta, quæ ubi longius prominent, efficiunt ſuggrundam, id eſt, tecti partem porrectiorem, ubi fit ſtillicidium. Denique denticuli ex projecturis aſſerum habent imitationem; unde Architecti Græci, teſte* Vitruvio, *putantes, quod non poteſt in veritate fieri, id in imaginibus factum non poſſe certam rationem habere, ſub mutulo denticulos non conſtituerunt.*

### *PROBLEMA* 15.

133. *Volutam delineare.*
(II)

### *RESOLUTIO.*

1. Altitudo AB dividatur in 8 partes æquales, erit quinta OP diameter oculi. Tab. II. Fig. 33.
2. Ex centro itaque C radio CP deſcribatur circulus, qui erit oculus volutæ, ductaque CD ad BA perpendiculari, circulo inſcribatur quadratum.
3. Latera quadrati per rectas 1. 3 & 2. 4 dividantur bifariam & ipſæ lineæ 1. 3 & 2. 4 in 6 partes æquales.
4. Tandem ex punctis 12, 11, 10, 9, 8 &c. deſcribantur quadrantes ON, NM, ML, LK &c.

*Aliter.*

1. Dividatur denuo altitudo AB in 8 partes æquales & quinta QP pro diametro aſſumta ex centro G dimidia GP deſcribatur circulus, qui erit oculus volutæ. Tab. III.
2. Radii circuli GP & GQ dividantur bifariam in 1 & 4 & partes dimidiæ G. 1 & G. 4 ſubdividantur in tres partes æquales.
3. Super recta 1. 4 conſtruatur quadratum 1. 2. 3. 4, cujus latus unum 2. 3 continuetur in D, alterum 3. 4 in E, tertium 1. 2 in C.
4. Porro ex G ducantur rectæ G. 2 & G. 3 in tres partes æquales dividendæ.
5. Per 6 & 10 agantur ipſi 2. D parallelæ 6. I & 10. N; per 11 au-

Eee eee tem

(n) Vitruvius lib. 4. c. 2. f. 63. 64.

tem & 7 ipſi 3. E parallelæ 11. O & 7. K, tandemque per 5 & 9 ipſi 1. C parallelæ 5. H & 9 M.

6. Tandem ex 12, 11, 10, 9, 8 &c. ducantur quadrantes PO, ON, NM, ML, LK &c.

### *SCHOLION.*

134. *Voluta prior eſt* Palladiana; *poſterior* Goldmanniana, *ſeu* Vitruviana *per temporum injuriam amiſſa, a* Goldmanno *feliciter reſtituta* (o). *Poſteriorem priori præferunt* Blondellus (p) & Davilierius (q) *aliique. Triglyphorum, mutulorum & denticulorum delineationem docemus infra.*

### *PROBLEMA* 16.

135. *Partes ordinum ex membris & ex partibus ordines integros componere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Ordo primum ex partibus eſſentialibus componatur (§.125 & ſq.).
2. In qualibet parte deinde ſigillatim membra eſſentialia combinentur cum acceſſoriis, tot combinationibus factis, quot commode fieri poſſunt (§.129.130).
3. Quodſi partes ſimplices jungantur & ornatiores itidem connectantur; ordines integri prodibunt.

E. gr. Stylobata componitur ex trunco, quadra in baſi, & corona vel ſaltem ſupercilio in coronide tanquam eſſentialibus. Si ſimplices combinationes fieri debent; in coronide ſupercilium combinari poteſt vel cum corona & apophyge; vel cum cymatio Dorico, vel cum cymatio Lesbio, vel cum ſima, vel cum echino (§.102 & ſeqq.): contra in baſi combinanda eſt quadra vel cum faſcia & apophyge, vel cum cymatio Dorico inverſo, vel cum cymatio Lesbio inverſo, vel cum Sima inverſa, vel cum Toro. Si compoſitio ex tribus fieri debet, jungantur ſupercilium, corona cum apophyge & cymatium Doricum; ſupercilium, corona cum apophyge & cymatium Lesbium; ſupercilium, Sima & corona & ita porro. Eodem modo combinentur membra quatuor & plura, tandemque rejiciantur, quæ minus venuſta judicantur.

### *SCHOLION.*

136. *Nullum eſt dubium, hac methodo detegi poſſe, quicquid in hoc genere reperire licet. Sed mihi hac via progredi jam non datur. Sufficit aliis monſtratam eſſe viam, qua ſit eundum. Quomodo olim Græci ad ordines Architectonicos pervenerint,* Vitruvius [r] *enarrat. Nimirum primum inventus eſt ordo Doricus, quem vocant, cum* Apollini Panjonio *ædes excitaretur. Dimenſi tum ſunt virilis pedis veſtigium & cum inveniſſent pedem ſextam partem eſſe altitudinis in homine, columnam cum baſi & capitulo in altitudinem ſex diametrorum extulerunt. Poſtea* Dianæ

(o) Vid. Vitruvius a Joan. de Laet editus f. 266 & ſeqq.
(p) Cours d' Archit. Tom. f.
(q) Cours d' Archit. p. 54.
(r) lib. 4. c. 1.

næ *templum excitaturi, altitudinem columnæ diametri octuplam effecere, gracilitatem muliebrem expreſſuri & hinc etiam capitulum volutis exornavere* (§.132). *Hicque ordo Jonicus eſt appellatus. Tertius* Callimachus *invento Capitulo Corinthio* (§ cit.) *ordinem Corinthium excogitavit, virginalem teneritatem imitatus. Ordo Doricus ab initio fuit ſimpliciſſimus atque poſtea nomen Tuſcanici adeptus; elaboratior vero Dorici nomen retinuit. Tandem Romani capitulum ex Jonico & Corinthio compoſuerunt & novum inde ordinem condiderunt, qui* Romanus *itemque* Compoſitus *appellatur.*

### *DEFINITIO* 33.

137. *Ordo Tuſcanus* eſt ſimpliciſſimus omnium, cujus capitulum & volutis, & apud pleroſque etiam omni cymatio caret, Zophorus vel nudus, vel antepagmentis ornatus.

### *DEFINITIO* 34.

138. *Ordo Doricus* eſt, cujus capitulum volutis caret, ſed cymatia admittit, Zophorus vero triglyphis cum guttis diſtinguitur.

### *DEFINITIO* 35.

139. *Ordo Jonicus* eſt, cujus capitulum volutas habet octo, ſed foliis caret.

### *SCHOLION.*

140. Angeli *tamen* Buonaruotti *diſcipulus* J. del Duca *capitulo Jonico præter morem reliquorum unam foliorum ſeriem in imo addidit* (s).

### *DEFINITIO* 36.

141. *Ordo Romanus* ſeu *compoſitus* eſt, cujus capitulum duabus foliorum ſeriebus & octo volutis diſtinguitur.

### *SCHOLION.*

142. Franciſcus *tamen* Borromini *numerum volutarum Jonicarum in capitulo Romano duplicavit, ita ut idem ſedecim exornaverit.*

### *DEFINITIO* 37.

143. *Ordo Corinthius* eſt, cujus capitulum tribus foliorum ſeriebus, cauliculis atque volutis ſedecim exornatur.

### *COROLLARIUM* 1.

144. Eſt adeo Corinthius ordo omnium ornatiſſimus, cui proximus Romanus (§. 141), inde ſequitur Jonicus (§. 139), tandem Doricus (§. 138) & Tuſcanus (§. 137).

### *COROLLARIUM* 2.

145. Patet hinc, quando ordini unicuique locus in ædificiis aliisque operibus architectonicis concedatur.

### *DEFINITIO* 38.

146. *Modulus* eſt ſemidiameter columnæ in 30 particulas æquales diviſa, ut ſecundum eam altitudo ſingularum partium in ordinibus & ſingulorum membrorum in partibus ſingulis una cum proje-



(s) Vid. Dominici de Roſſi Architecturæ civilis ſtudium in ornamentis portarum &c. Tab. 6.

ĉturis & ecphoris eorundem determinari poſſit. Particulæ trigeſimæ vocantur *Minuta*.

DEFINITIO 39.

147. *Ecphora* dicitur recta inter axem columnæ continuatum & membri cujuslibet extremum intercepta.

PROBLEMA 17.

148. *Determinare altitudines membrorum.*

RESOLUTIO.

Quoniam ſymmetriæ habenda eſt ratio (§. 23); omnium membrorum cum inter ſe, tum ad totum conveniens eſſe debet ratio (§. 22). Quod obtinetur (§. 23), ſi altitudines intra terminos in ſequente tabula comprehenſos contineantur.

| Nomina membrorum | Altitudo max. | Altitudo min. |
|---|---|---|
| Regula | 1 | 2 |
| Supercilium | $1\frac{1}{2}$ | 4 |
| Faſcia | 3 | 10 |
| Faſcia epiſtylii | 8 | 15 |
| Corona | 6 | 10 |
| Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | 3 |
| Torus | 4 | 8 |
| Echinus | 3 | 6 |
| Trochilus | $2\frac{1}{2}$ | 5 |
| Cymatium Doricum | 2 | 5 |
| Cymatium Lesbium | 2 | 5 |
| Sima | 5 | 10 |

COROLLARIUM.

149. Datis altitudinibus, facile determinantur projecturæ (§.104 & ſeqq.), modo notetur, regularum projectionem eſſe altitudini, faſciarum vero projecturam projectioni regularum æqualem.

PROBLEMA 18.

150. *Determinare rationem altitudinis columnæ & ſingularum partium ad modulum ſeu ſemidiametrum columnæ.*

RESOLUTIO.

Quoniam ordines Architectonicos ſecundum *Goldmannum* repræſentare decrevimus; notandum eſt, ordines ab eo diſtingui in humiles & in elatos. Humiles ſunt Tuſcanus, Doricus & Jonicus; elati vero Romanus & Corinthius. Humilium altitudo eſt 26, excelſorum 30 modulorum. Nimirum ſtylobata ubique quinque; ſcamillus, qui ſupponitur ad columnam elevandam, unius; trabeatio quatuor, & columna humilis 16, elatus 20 modulorum.

Eſt adeo in ordinibus humilibus trabeatio $\frac{1}{4}$, ſtylobata paulo ultra $\frac{1}{3}$, in elatis illa $\frac{1}{5}$, hic $\frac{1}{4}$ altitudinis columnæ: quæ rationes tanquam venuſtæ admittendæ ſunt (§. 23. 26).

Altitudines ſingularum partium una cum ecphoris earundem juxta *Goldmannum* ſequens tabula exhibet

Alti-

| Altitudo | Tuſcan. | Doric. | Jonic. | Roman. | Corinth. |
|---|---|---|---|---|---|
| Baſis Stylobatæ | $1\frac{1}{2}$ Mod. | $1\frac{1}{2}$ Mod. | $1\frac{1}{2}$ Mod. | $1\frac{1}{2}$ Mod. | $1\frac{1}{2}$ Mod. |
| Trunci | $2\frac{3}{4}$ | $2\frac{3}{4}$ | $2\frac{3}{4}$ | $2\frac{3}{4}$ | $2\frac{3}{4}$ |
| Coronidis | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{4}$ |
| Baſis Columnæ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Scapi | 14 | 14 | 14 | $16\frac{2}{3}$ | $16\frac{2}{3}$ |
| Capituli | 1 | 1 | 1 | $2\frac{1}{3}$ | $2\frac{1}{3}$ |
| Epiſtylii | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ |
| Zophori | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{15}$ | $1\frac{1}{15}$ | $1\frac{1}{15}$ |
| Coronicis | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{3}{5}$ | $1\frac{3}{5}$ | $1\frac{3}{5}$ |
| | | Ecphoræ | | | |
| Baſis ſtylobatæ | $1\frac{31}{40}$ | $1\frac{31}{40}$ | $1\frac{31}{40}$ | $1\frac{31}{40}$ | $1\frac{31}{40}$ |
| Trunci | $1\frac{3}{8}$ | $1\frac{3}{8}$ | $1\frac{3}{8}$ | $1\frac{3}{8}$ | $1\frac{3}{8}$ |
| Coronidis | $1\frac{7}{8}$ | $1\frac{7}{8}$ | $1\frac{7}{8}$ | $1\frac{7}{8}$ | $1\frac{7}{8}$ |
| Baſis Columnæ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ |
| Scapi | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Capituli | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{7}{10}$ | $1\frac{2}{3}$ | $1\frac{2}{3}$ |
| Epiſtylii | $\frac{9}{10}$ | $\frac{29}{30}$ | 1 | $1\frac{1}{30}$ | $1\frac{1}{12}$ |
| Zophori | $\frac{4}{5}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{5}{6}$ | $\frac{5}{6}$ |
| Coronicis | $2\frac{2}{5}$ | $2\frac{2}{5}$ | $2\frac{2}{5}$ | $2\frac{13}{30}$ | $2\frac{13}{30}$ |

### *SCHOLION* 1.

151. *Aliter Autores alii has rationes determinant.* E. gr. Vignola *ſtylobatam facit conſtanter* $\frac{1}{3}$, *trabeationem* $\frac{1}{4}$ *altitudinis totius columnæ. Eſt autem columnæ Tuſcanæ altitudo* 12, *Doricæ* 16, *Jonicæ* 18 *Romanæ & Corinthiæ* 20 *modulorum. Unde apparet,* Goldmannum *elegiſſe altitudines meliores* 16 & 20 *modulorum.*

### *COROLLARIUM* 1.

152. Quodſi ergo altitudo data dividatur in 30 vel in 26 partes æquales; modulus ſeu diameter columnæ erit una earundem, nempe ſi in priori caſu columna excelſa cum ſtylobata, in poſteriori autem humilis itidem cum ſtylobata erigenda.

### *COROLLARIUM* 2.

153. Quodſi vero columna ſine ſtylobata conſtituenda; altitudo dividatur in 25 vel in 21 partes æquales, ut in priori caſu habeatur modulus excelſæ, in poſteriori humilis.

### *COROLLARIUM* 3.

154. Si altitudo ſtylobatæ dividatur per 20, & quotus ducatur ſigillatim in 6, 11 & 3; prodibunt altitudines baſis, trunci & coronidis.

## *COROLLARIUM* 4.

155. Si altitudo trabeationis Tuſcanæ & Doricæ dividatur in tres partes æquales, prodibunt altitudines epiſtylii, Zophori & Coronicis.

## *COROLLARIUM* 5.

156. Si altitudo trabeationis Jonicæ, Romanæ & Corinthiæ dividatur per 15 & quotus multiplicetur per 5, 4 & 6: prodibunt altitudines Epiſtylii, Zophori & Coronicis.

## *SCHOLION* 2.

157. *Altitudines & ecphoræ ſingulorum membrorum ſequentes tabulæ exhibent.*

Ordo Tuſcanus

| | Nomina membrorum | Altitudines | | Ecphoræ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Quadra | 1 Mod. | 0 | 1 | 23 |
| Stylobatæ Baſis | Torus | | 4 | - | - |
| | Regula | | 1 | 1. | 21 |
| | Sima inverſa | | 6 | - | - |
| | Regula | | 1 | 1. | 15 |
| | Cymatium Doric. | | 3 | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | Truncus | 2. | $22\frac{1}{2}$ | 1. | 11 |
| Coronis | Cymatium Doric. | | 3 | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | 15 |
| | Echinus | | 5 | 1. | $18\frac{1}{3}$ |
| | Corona | | 6 | 1. | 23 |
| | Regula | | 1 | 1. | 24 |
| | Faſcia cum | | 2 | 1. | 25 |
| | Apophyge | | 2 | Rad. | 2 |
| | Supercilium | | $2\frac{1}{2}$ | 1. | 26 |

| | Nomina membrorum | Altitudines | | Ecphoræ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Scamillus | 1. | 0 | 1. | 1 |
| Baſ. Col. | Plinthus | | 15 | 1. | 1 |
| | Torus | | 15 | - | - |
| Scapus | Limbus | | 3 | 1. | $2\frac{1}{2}$ |
| | Apophygis | | 5 | Rad. | $6\frac{1}{4}$ |
| | Scapus contract. | | - | | 24 |
| | Apophygis | | 4 | Rad. | 4 |
| | Cincta | | 2 | | 27 |
| | Annulus | | 6 | | - |
| Capitulum | Hypotrachelium | | 9 | | 24 |
| | Regula infima | | 1 | | 2 |
| | Regula media | | 1 | | 26 |
| | Regula ſuprema | | 1 | | 27 |
| | Echinus | | 8 | 1. | 2 |
| | Abacus cum | | 6 | 1. | 3 |
| | Apophyge | | 2 | Rad. | 2 |
| | Supercilium | | 2 | 1. | 4 |
| Epiſtylium | Faſcia prima | | 15 | | 24 |
| | ſecunda | | 20 | | 2 |
| | Regula | | 1 | | 26 |
| | Supercilium | | 2 | | 27 |
| | Zophorus | 1 | 4 | | 24 |
| | Supercilium | | 4 | | 29 |
| Coronix | Cymatium Doric. | | 4 | | 26 |
| | Regula | | 1 | | 28 |
| | Echinus | | 6 | 1. | 2 |
| | Cymatium Doric. | | 3 | 1. | $4\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | 6 |
| | Corona | | 9 | 2. | 2 |
| | Regula | | 1 | 2. | 3 |
| | Faſcia | | 3 | 2. | 4 |

| Nomina membr. | Altitud. | | Ecphoræ | |
|---|---|---|---|---|
| Sima | | 8 | | |
| Supercilium | | 2 | 2. | 12 |

158 Ordo Doricus

| Nomina membr. | Altitud. | | Ecphoræ | |
|---|---|---|---|---|
| Quadra | 1. | 0 | 1. | 23 |
| Torus | | 4 | - | - |
| Regula | | 1 | 1. | 21 |
| Sima inverſa | | 6 | 1. | 15 |
| Regula | | 1 | - | - |
| Cymatium Lesbium inverſum | | 3 | 1.<br>1. | 14<br>$12\frac{1}{2}$ |
| Truncus | 2. | $22\frac{1}{2}$ | 1. | 11 |
| Cymatium Lesbium | | 3 | 1.<br>1. | $12\frac{1}{2}$<br>14 |
| Regula | | 1 | 1. | 15 |
| Echinus | | 5 | 1. | $18\frac{1}{3}$ |
| Corona | | 6 | 1. | 23 |
| Cymat. Doricum | | 2 | 1. | 24 |
| Faſcia cum | | 1 | 1. | 25 |
| Apophyge | | 2 | Radius | $2\frac{1}{2}$ |
| Supercilium | | $2\frac{1}{2}$ | 1. | 26 |
| Scamillus | 1. | 0 | 1. | 11 |
| Plinthus | | 10 | 1. | 10 |
| Torus | | 8 | - | - |
| Regula | | 1 | 1. | 6 |
| Trochilus | | 4 | - | - |
| Regula | | 1 | 1. | 4 |
| Torus ſuperior | | 6 | - | - |
| Limbus | | 2 | 1. | 3 |
| Apophygis | | 6 | Rad. | $7\frac{1}{2}$ |
| Scapus contract. | | - | | 24 |
| Apophygis | | 4 | Rad. | $4\frac{1}{6}$ |
| Ciacta | | 2 | | 27 |
| Annulus | | 6 | - | - |

| | Nomina membrorum | Altitudi- | | Ecphoræ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Capitulum | Hypotrachelium | | 10 | | 24 |
| | Cymatium Lesbium | | 3 | | $24\frac{1}{2}$<br>26 |
| | Regula | | 1 | | 27 |
| | Echinus | | 6 | 1. | 1 |
| | Abacus | | 5 | 1. | $1\frac{1}{2}$ |
| | Cymatium Lesbium | | 3 | 1.<br>1. | 2<br>$3\frac{1}{2}$ |
| | Supercilium | | 2 | 1. | 4 |
| Epiſtylium | Faſcia inferior | | 1 | | 24 |
| | Faſcia ſuperior usque ad guttas | | 15 | | 25 |
| | Guttæ | | 4 | | 27 |
| | Regula guttarum | | 1 | | 27 |
| | Cymatium Doric. | | 2 | | 28 |
| | Supercilium | | 3 | | 29 |
| Zophorus | Altitudo ſtriarum externa | 1. | 4 | | |
| | interna | 1. | 2 | | |
| | Latitudo ſtrigis | | | | 4 |
| | Latitudo ſtriæ ſeu femoris | | | | 4 |
| | triglyphus totus | 1. | 6 | | |
| | Supercilium | | 4 | | 28 |
| Coronix | Cymatium Lesbium | | 3 | <br>1. | 29<br>$\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | 3 |
| | Tænia | | 5 | 1. | 6 |
| | Regula | | 1 | 1. | 7 |
| | Echinus | | 4 | 1. | $9\frac{2}{3}$ |
| | Cymatium Doricum | | 1 | 1. | 10 |
| | Regula | | 1 | 1. | $10\frac{1}{2}$ |
| | Corona | | 9 | 2. | $1\frac{1}{2}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Cymatium Doric. | | 3 | 2. | $2\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 2. | 4 |
| | Sima | | 8 | - | - |
| | Supercilium | | 3 | 2. | 12 |

**159 Trabeatio Dorica ſecunda**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Epiſtylium | Faſcia prima | | 19 | | 24 |
| Epiſtylium | Faſcia altera uſque ad guttas | | 10 | | $25\frac{1}{4}$ |
| Epiſtylium | Guttæ | | $3\frac{3}{4}$ | | $27\frac{1}{4}$ |
| Epiſtylium | Regula | | $1\frac{1}{4}$ | | $27\frac{3}{4}$ |
| Epiſtylium | Cymat. Doricum | | 2 | | 29 |
| Epiſtylium | Supercilium | | 3 | 1. | 0 |
| Zophorus | Altitudo interna ſtrigum | 1. | 10 | | |
| Zophorus | externa | 1. | $12\frac{1}{2}$ | | |
| Zophorus | Latitudo ſtrigis dimidiæ | | | | $2\frac{1}{2}$ |
| Zophorus | Latitudo ſtriæ ſeu femoris | | | | 5 |
| Zophorus | Triglyphus totus | 1. | 15 | | |
| Zophorus | Supercilium | | 5 | | 28 |

Coronix eadem quæ ante

**160 Trabeatio Dorica tertia**

Epiſtylium idem cum præcedente.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Zophorus | Altitudo interna ſtrigum | 1. | 5 | | |
| Zophorus | externa | 1. | 7 | | |
| Zophorus | Latitudo ſtrigis dimidiæ | | | | 1 |
| Zophorus | Latitudo ſtriæ | | | | 3 |
| Zophorus | Triglyphus totus | 1. | 10 | | |
| Zophorus | Supercilium | | 5 | | 25 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Coronix | Cymatium Leſbium | | 4 | 1. / 1. | 0 / 2 |
| Coronix | Regula | | 1 | 1. | 3 |
| Coronix | Echinus | | 5 | 1. | $6\frac{1}{3}$ |
| Coronix | Faſcia inferior | | $2\frac{1}{2}$ | 1. | $7\frac{7}{12}$ |
| Coronix | Faſcia ſuperior | | 5 | 2. | $8\frac{1}{4}$ |
| Coronix | Cymatium Leſbium | | $3\frac{1}{4}$ | 1. / 1. | $10\frac{3}{24}$ / $11\frac{21}{24}$ |
| Coronix | Corona | | 9 | 2. | 14 |
| Coronix | Cymatium Doric. | | 3 | 2. | $14\frac{1}{2}$ |
| Coronix | Regula | | 1 | 2. | 16 |
| Coronix | Sima | | 8 | - | - |
| Coronix | Supercilium | | $2\frac{3}{4}$ | 2. | 24 |

Faſciæ exornantur pſeudomutulis quorum latitudo inferior eſt moduli unius & 10 minutorum, metopa $22\frac{1}{2}$ minutorum.

**161 Ordo Jonicus**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Baſis Stylobatæ | Quadra | | 27 | 1. | 23 |
| Baſis Stylobatæ | Torus | | 4 | - | [illegible] |
| Baſis Stylobatæ | Regula | | 1 | 1. | 21 |
| Baſis Stylobatæ | Sima inverſa | | 6 | 1 | [illegible] |
| Baſis Stylobatæ | Aſtragalus | | 2 | - | [illegible] |
| Baſis Stylobatæ | Regula | | 1 | 1. | [illegible] |
| Baſis Stylobatæ | Cymatium Leſbium | | 4 | 1. / 1. | 14 / [illegible] |
| | Truncus | 2. | $22\frac{1}{2}$ | 1. | [illegible] |
| Coronis | Cymatium Leſbium | | 4 | 1. / 1. | [illegible] / [illegible] |
| Coronis | Regula | | 1 | 1. | [illegible] |
| Coronis | Aſtragalus | | 2 | - | [illegible] |
| Coronis | Echinus | | 5 | 1. | [illegible] |
| Coronis | Corona | | 5 | 1. | [illegible] |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Cymatium Lesbium | 3 | 1. | $23\frac{3}{4}$ |
| | | | 1. | $25\frac{1}{4}$ |
| | Supercilium | $2\frac{1}{2}$ | 1. | 25 |
| | Scamillus | 1 | 1. | 11 |
| Baſis columnæ | Plinthus | 10 | 1. | 10 |
| | Torus | 8 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | 63 |
| | Trochilus | 4 | - | 2 |
| | Regula | 1 | 1. | $4\frac{1}{2}$ |
| | Torus | 6 | - | - |
| Scapus | Aſtragalus | 3 | - | - |
| | Limbus | 2 | 1. | $1\frac{1}{2}$ |
| | Apophygis | 3 | Rad. | 10 |
| | Scapus contractus | | | 24 |
| | Apophygis | 4 | Radius | 3 |
| | Cincta | 2 | | 27 |
| | Annulus | 6 | - | - |
| Capitulum | Sima | $7\frac{1}{2}$ | - | - |
| | Regula | $1\frac{1}{2}$ | 1. | 0 |
| | Aſtragalus | 3 | 1. | $1\frac{1}{2}$ |
| | Echinus | 6 | 1. | $5\frac{1}{6}$ |
| | Abacus cum | 4 | 1. | 10 |
| | Apophyge | 3 | 1. | $11\frac{1}{2}$ |
| | Regula | $1\frac{1}{4}$ | 1. | 13 |
| | Echinus | $3\frac{3}{4}$ | 1. | 15 |
| Epiſtylium | Faſcia infima | $7\frac{1}{2}$ | | 24 |
| | Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | - | - |
| | Faſcia media | 10 | | $24\frac{3}{4}$ |
| | Aſtragalus | 2 | | - |
| | Faſcia ſuperior | $12\frac{1}{2}$ | | $25\frac{3}{4}$ |
| | Cymatium Lesbium | 4 | | $26\frac{3}{4}$ |
| | | | | $28\frac{3}{4}$ |
| | Supercilium | $2\frac{1}{2}$ | 1 | 0 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Zophorus cum | 24 | | 24 |
| | Apophyge | $5\frac{1}{3}$ | Rad. | $6\frac{2}{3}$ |
| | & Supercilio | $2\frac{2}{3}$ | | $26\frac{2}{3}$ |
| Coronix | Cymatium Lesbium | 4 | | $27\frac{2}{3}$ |
| | | | | $29\frac{2}{3}$ |
| | Regula | 1 | 1. | $\frac{2}{3}$ |
| | Echinus | 5 | 1. | 4 |
| | Faſcia cum mutulis | 11 | 1. | 5 |
| | Mutulus | 10 | | 15 |
| | Metopa | | | 20 |
| | Cymatium Lesbium | 3 | 1. | $5\frac{1}{2}$ |
| | | | 1. | 7 |
| | Corona | 9 | 2. | $\frac{1}{3}$ |
| | Cymatium Lesbium | 3 | 2. | $1\frac{1}{3}$ |
| | | | 2. | 3 |
| | Regula | 1 | 2. | 4 |
| | Sima | 8 | - | - |
| | Supercilium | 3 | 2. | 12 |

162 Ordo Romanus

Tab. VII.

| | Nomina membrorum | Altitudines | Ecphoræ | |
|---|---|---|---|---|
| Stylobata | Quadra | 25 | 1. | $23\frac{1}{4}$ |
| | Torus inferior | 5 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | $20\frac{3}{4}$ |
| | Sima | 6 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | $14\frac{3}{4}$ |
| | Trochilus | 2 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | $13\frac{3}{4}$ |
| | Torus ſuperior | 4 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | $12\frac{1}{4}$ |
| | Apophygis | 3 | Rad | $3\frac{3}{4}$ |

| | Nomina membrorum | Altitudines | Ecphoræ |
|---|---|---|---|
| | Truncus | 2. $18\frac{1}{2}$ | I. $11\frac{1}{4}$ |
| Coronis | Cymatium Lesbium | 4 | I. 12 / I. 14 |
| | Regula | 1 | I. 15 |
| | Aſtragalus | 2 | - - |
| | Echinus | 5 | I. $18\frac{1}{3}$ |
| | Corona | $4\frac{1}{2}$ | I. $23\frac{3}{4}$ |
| | Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | - - |
| | Cymatium Lesbium | $2\frac{1}{2}$ | I. 24 / I. $25\frac{1}{4}$ |
| | Supercilium | 2 | I. $26\frac{1}{4}$ |
| | Scamillus | 1 | I. $11\frac{1}{4}$ |
| Baſis Columnæ | Plinthus | 10 | I. 10 |
| | Torus inferior | 6 | - - |
| | Aſtragalus | 3 | I. 7 |
| | Regula | 1 | I. $5\frac{1}{2}$ |
| | Trochilus | 4 | - - |
| | Regula | 1 | I. $2\frac{1}{2}$ |
| | Torus ſuperior | 5 | - - |
| Scapus | Aſtragalus | 3 | - - |
| | Limbus | 2 | I. $1\frac{1}{2}$ |
| | Apophygis | 3 | Rad. $3\frac{3}{4}$ |
| | Scapus contract. | 0 | 25 |
| | Apophygis | $2\frac{1}{2}$ | Rad. $3\frac{1}{8}$ |
| | Cincta | 2 | $27\frac{1}{2}$ |
| | Annulus | $2\frac{1}{2}$ | - - |
| Capitulum | Ahenum cum | 10 | - - |
| | Apophygi | $7\frac{1}{2}$ | Rad. 15 |
| | & Supercilio | $1\frac{1}{2}$ | 1 1 |
| | Diviſiones folior. | ex figura patent. | |
| | Annulus | 3 | - - |
| | Echinus | 6 | I. 5 |

| | Nomina membrorum | Altitudines | Ecphoræ |
|---|---|---|---|
| | Abacus cum | 4 | I. 10 |
| | Apophygi | 3 | Rad. $3\frac{3}{4}$ |
| | Regula | $1\frac{1}{4}$ | I. $12\frac{1}{2}$ |
| | Echinus | $3\frac{1}{4}$ | I. 15 |
| Epiſtylium | Faſcia infima | $7\frac{1}{2}$ | 25 |
| | Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | |
| | Faſcia media | 10 | $25\frac{3}{4}$ |
| | Cymatium Lesbium | 2 | $26\frac{1}{4}$ / $27\frac{1}{4}$ |
| | Faſcia ſuprema | $12\frac{1}{2}$ | $27\frac{3}{4}$ |
| | Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | - - |
| | Cymatium Lesbium | 3 | $28\frac{1}{2}$ / I. 0 |
| | Supercilium | 2 | I. 1 |
| | Zophorus | $29\frac{1}{4}$ | 25 |
| | Aſtragalus | 2 | - - |
| | Cymatium Lesbium | 4 | 26 / 28 |
| | Regula | 1 | - 29 |
| | Aſtragalus | $1\frac{2}{3}$ | - - |
| | Echinus | 5 | I. $2\frac{1}{3}$ |
| | Faſcia cum | $4\frac{5}{12}$ | I. $19\frac{2}{3}$ |
| | Mutulis minoribus | $3\frac{1}{3}$ | I. $20\frac{1}{8}$ / I. $20\frac{2}{3}$ |
| | Cymatium Lesbium | $1\frac{2}{3}$ | |
| | Faſcia cum | 5 | I. $21\frac{1}{8}$ |
| | Mutulis majoribus | 5 | |
| | Aſtragalus | $1\frac{1}{4}$ | - - |
| | Cymatium Lesbium | $2\frac{1}{2}$ | I. $21\frac{3}{4}$ / I. 23 |
| | Corona | 7 | 2. $2\frac{1}{9}$ |

| | Nomina membrorum | Altit. | Ecphoræ | |
|---|---|---|---|---|
| | Regula | 1 | 2. | $3\frac{1}{9}$ |
| | Echinus | $3\frac{1}{3}$ | 2. | $5\frac{1}{3}$ |
| | Regula | 1 | 2. | $6\frac{1}{3}$ |
| | Sima | $6\frac{2}{3}$ | - | - |
| | Supercilium | 2 | 2. | 13 |
| 163 | Ordo Corinthius | | | |
| Baſis ſtylobatæ | Quadra | 25 | 1. | $23\frac{1}{4}$ |
| | Torus inferior | 4 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | $21\frac{1}{4}$ |
| | Sima | 5 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | $16\frac{1}{4}$ |
| | Trochilus | $1\frac{1}{2}$ | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | 15 |
| | Torus ſuperior | 3 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | $14\frac{3}{4}$ |
| | Cymatium Leſbium | $2\frac{1}{2}$ | 1. | $13\frac{3}{4}$ |
| | | | 1. | $12\frac{1}{2}$ |
| | Truncus | 2, $22\frac{1}{2}$ | 1. | $11\frac{1}{4}$ |
| Coronis | Cymatium Leſbium | 4 | 1. | $12\frac{1}{4}$ |
| | | | 1. | $14\frac{1}{4}$ |
| | Regula | 1 | 1. | $15\frac{1}{4}$ |
| | Aſtragalus | 2 | - | - |
| | Echinus | 5 | 1. | $18\frac{1}{2}$ |
| | Corona | 4 | 1. | $23\frac{1}{4}$ |
| | Aſtragalus | 1 | 0 | |
| | Cymatium Leſbium | 2 | 1. | $23\frac{3}{4}$ |
| | | | 1. | $24\frac{3}{4}$ |
| | Cymatium Doric. | 2 | 1. | $25\frac{1}{4}$ |
| | Supercilium | $1\frac{1}{2}$ | 1. | $26\frac{1}{4}$ |
| | Scamillus | I. 0 | 1. | $11\frac{1}{4}$ |

| | Nomina membrorum | Altit. | Ecphoræ | |
|---|---|---|---|---|
| Baſis columnæ | Plinthus | 10 | 1. | 10 |
| | Torus inferior | 6 | - | - |
| | Aſtragalus | 2 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | 7 |
| | Trochilus | 3 | - | - |
| | Regula | 1 | 1. | 6 |
| | Aſtragalus | 2 | - | - |
| | Torus ſuperior | 5 | 1 | $3\frac{1}{2}$ |
| Scapus | Aſtragalus | 3 | - | - |
| | Limbus | 1 | 1. | 2 |
| | Apophygis | 4 | Rad. | 5 |
| | Scapus contract. | | | 25 |
| | Apophygis | 5 | Rad. | $6\frac{1}{4}$ |
| | Cincta | 2 | | |
| | Annulus | 5 | | $27\frac{1}{2}$ |
| Capitulum | Ahenum cum | | 1. | $17\frac{1}{2}$ |
| | Apophyge | $7\frac{1}{2}$ | Rad. | 15 |
| | & Supercilio | 3 | 1. | 1 |
| | Abacus cum | 4 | 1. | 12 |
| | Apophyge | $1\frac{1}{2}$ | Radius | 2 |
| | Regula | $1\frac{1}{4}$ | 1. | $13\frac{1}{8}$ |
| | Echinus | $3\frac{3}{4}$ | 1. | 15 |
| Trabeatio | Faſcia infima | $6\frac{5}{6}$ | | 25 |
| | Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | | - |
| | Faſcia media | 9 | | $25\frac{3}{4}$ |
| | Cymatium Leſbium | $2\frac{1}{4}$ | 0. | $26\frac{1}{4}$ |
| | | | 0. | $27\frac{1}{4}$ |
| | Faſcia ſumma | 12 | | 28 |
| | Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | - | - |
| | Cymatium Leſbium | 3 | 0. | $28\frac{1}{4}$ |
| | | | | $29\frac{3}{4}$ |
| | Cymat. Doricum | $2\frac{1}{2}$ | 1. | $1\frac{1}{4}$ |

Tab. VIII.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Supercilium | $1\frac{1}{2}$ | 1. | $2\frac{1}{2}$ |
| Zophorus cum | $26\frac{1}{3}$ | | 25 |
| Apophyge | $2\frac{2}{3}$ | Rad. | $3\frac{1}{3}$ |
| & Supercilio | 1 | | $26\frac{1}{4}$ |
| Aſtragalus | 2 | | $27\frac{1}{4}$ |
| Cymatium Lesbium | 4 | | $29\frac{1}{4}$ |
| Regula | 1 | 1. | $\frac{1}{4}$ |
| Aſtragalus | $1\frac{1}{4}$ | - | - |
| Echinus | 5 | 1. | $3\frac{2}{3}$ |
| Faſcia cum | $9\frac{1}{4}$ | 1. | 5 |
| Mutulis & | $8\frac{1}{4}$ | - | - |
| Metopis | | 1. | 20 |
| Cymatium Les- | | 1. | $20\frac{1}{2}$ |
| bium | 3 | | |
| Cymatium Dori- | | 1. | $22\frac{1}{2}$ |
| cum | $1\frac{1}{2}$ | 2. | 3 |
| Corona | 8 | - | - |
| Aſtragalus | $1\frac{1}{4}$ | - | - |
| Cymatium Les- | | 2. | 4 |
| bium | $3\frac{1}{3}$ | 2. | $5\frac{3}{4}$ |
| Regula | 1 | 2. | $6\frac{1}{3}$ |
| Sima | $6\frac{2}{3}$ | | |
| Supercilium | 2 | 2. | 13 |

## *SCHOLION* 1.

164. Goldmannus *fractiones evitaturus modulum in* 360 *ſcrupula dividit: ſed cum diviſio in* 30 *minuta ſit uſitatior, eam* Goldmannianæ *præferendam eſſe duxi.*

## *SCHOLION* 2.

165. *Quodſi membra quædam omittere libuerit; eorum altitudo diſtribuenda eſt convenienter inter reliqua.*

## *PROBLEMA* 19.

166. *Delineare ſcalam ad delineandos ordines neceſſariam.*

### *RESOLUTIO.*

1. Modulus AB dividatur in 3 partes æquales. Tab. III.
2. In A erigatur perpendiculum AC & in 10 partes æquales dividatur. Fig. 9.
3. Per ſingula diviſionum puncta ducantur ipſi AB parallelæ (§. 223 *Geom.*).
4. Tandem puncta 30 & 20, 20 & 10, 10 & 0 connectantur rectis 30. 20, 20. 10, 10. 0; erit 1. 1 $= \frac{1}{30}$, 2. 2 $= \frac{2}{30}$, 3. 3 $= \frac{3}{30}$ &c.

### *DEMONSTRATIO.*

Eadem eſt quæ problem. 23 (§. 262 *Geom.*).

### *SCHOLION.*

167. *Quodſi in ſcala Geometrica* 3 *perticæ pro modulo aſſumantur; pedes erunt moduli minuta. Si* 3 *pedes pro modulo aſſumantur; digiti erunt minuta.*

## *PROBLEMA* 20.

168. *Chartam ſuper tabula expandere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Charta tabulæ ſuperimpoſita aqua maceretur, ut diducatur: quo facto. Tab. III. Fig. 10.
2. Priſmatibus ABDC concludatur: ita nimirum ſicceſcens ſine rugis expandetur.

*PRO-*

### *PROBLEMA* 21.

169. *Regulam ad delineandum ordines atque ædificia utilem conſtruere.*

### *RESOLUTIO.*

Tab. II. Fig. 1. 1. Paretur regula AB diagonali tabulæ æqualis.
2. Firmetur ad angulos rectos trabeculæ tranſverſæ CD.
3. In B aptetur cochlea ferrea ad CD perpendicularis.
4. Indatur trabecula alia B alteri CD ſimilis, circa cochleam ferream mobilis, & ope cochleæ fœminæ orichalceæ firmanda.

Ope hujus regulæ in delineationibus architectonicis per unicum punctum datum ducitur recta.

### *DEMONSTRATIO.*

In iſtis delineationibus plerumque juxta longitudinem & latitudinem chartæ ducuntur rectæ cum inter ſe parallelæ, tum ad ſe invicem perpendiculares.

Quoniam itaque latera tabulæ tanquam parallelogrammi rectanguli ad ſe invicem perpendicularia; trabecula CD ad latus unum AC applicata & regula ad punctum datum promota, ducetur linea ad latus datum normalis, alteri vero parallela (§. 205. 241 *Geom.*). Contra ſi trabecula mobilis B ad latus tabulæ datum applicetur & regula AB circa cochleam vertatur, donec ejus alterum extremum lineæ datæ congruat, dehinc ope cochleæ firmata regula ad punctum datum promoveatur per ipſum juxta regulam ducetur linea priori parallela (§. 240 *Geom.*). *Q. e. d.*

### *PROBLEMA* 22.

170. *Ordines Architectonicos delineare.*

### *RESOLUTIO.*

1. In charta ſuper tabula expanſa ducantur ad margines duæ lineæ rectæ ſe mutuo ad angulos rectos ſecantes AB & BC. Tab. IX. Fig. 12.
2. Ex D in 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9 transferantur altitudines membrorum, e. gr. ſtylobatæ & utrinque ex F verſus B & C in 1. 2. 3. 4 ecphoræ eorundem.
3. Per ſingula puncta diviſionum 1. 2. 3. 4. 5. 6 &c. ducantur ad rectam AB perpendiculares, quæ inter ſe parallelæ erunt (§. 241 *Geom.*).
4. Regula ad puncta diviſionum 1. 2. 3. 4 rectæ BC applicata linearum ante ductarum longitudines, hoc eſt, membrorum ecphoræ determinentur & membra plana juxta ductum regulæ terminentur.
5. Tandem quoque membra curvilinea, ſi majora fuerint, per problemata ſuperiora (§. 111 & ſeqq.); ſin minora, libero manus ductu delineentur.

## SCHOLION.

171. *Voluta in capitulis una cum foliis libero manus ductu deſignantur ab artis delineandi perito.*

## PROBLEMA 23.

172. *Ordinem ſub forma valde exigua delineare.*

## RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 13. 1. In rectam AB transferantur ſingulorum membrorum altitudines B 4, 4. 3 &c.
2. Super eadem recta conſtruatur triangulum æquilaterum ACB.
3. Ex C in D atque in E transferatur altitudo e. gr. ſtylobatæ: erit DE eidem æqualis (§. 259 *Geom.*).
4. Tandem ex C in ſingula diviſionum rectæ AB puncta 1. 2, 3, 4 ducantur rectæ C. 1, C. 2, C. 3, C. 4: erunt E. 4, E. 3, E. 2, E. 1 &c. altitudines membrorum deſideratæ (§. *cit.*).
5. Eodem modo determinentur ecphoræ eorundem membrorum.

## PROBLEMA 24.

173. *Triglyphos cum guttis delineare.*

## RESOLUTIO.

Tab. IX. Fig. 14. 1. Quoniam axis columnæ continuatus triglyphum bifariam ſecat; in lineam ecphorarum AB, quam axis in E ſecat, transferantur utrinque 1 dimidia latitudo ſtriarum, 2. bis dimidia latitudo ſtrigum, 3. latitudo ſtriarum, 4. dimidia latitudo ſtrigum.
2. In lineam altitudinum AC transferatur altitudo exterior & interior ſtrigum, una cum altitudine triglyphi totius & ſub regula altitudo guttarum. Ita
3. Integer triglyphus delineabitur (§. 170).
4. Facta metopæ latitudine altitudini triglyphi æquali, triglyphus alter delineetur ut ante.

## PROBLEMA 25.

174. *Denticulos delineare.*

## RESOLUTIO.

1. Quoniam axis columnæ continuatus denticulum unum bifariam ſecat, in lineam ecphorarum transferatur utrinque ex puncto, ubi ab axe ſecatur, primum dimidia denticuli latitudo; dehinc alternatim latitudines metoparum 2′ & denticulorum 3′; in fine autem faſciæ dupla denticuli latitudo 6. Tab. III. Fig. 15.
2. In lineam altitudinum transferatur altitudo denticuli cum interna, tum externa.
3. Tandem delineatio fiat ut ſupra (§. 170).

## PROBLEMA 26.

175. *Mutulos ſimplices delineare.* Tab. III. Fig. 16.

## RESOLUTIO.

1. Quia axis continuatus columnæ mu-

mutulum bifariam ſecat; in lineam ecphorarum transferatur primum utrinque dimidia latitudo mutuli, deinde alternatim latitudo metoparum 20 & latitudo mutuli 10.

2. In lineam altitudinum transferatur altitudo mutuli (§. 161) & mutulus delineetur ut ſupra (§. 170).

3. Cymatii Lesbii in Jonico, & præterea Dorici in Romano projectura determinetur, ut ex figura apparet.

PROBLEMA 27.

176. *Mutulos compoſitos delineare.*

RESOLUTIO.

1. Delineetur ut ante (§. *præced.*) mutulus ſuperior: quo facto
2. inferior facile additur.

Vel inferiori delineato per methodum præcedentem ſuperior facile jungitur.

DEFINITIO 40.

177. *Columnæ conjugatæ* dicuntur, quarum partes maximam habentes ecphoram ſe mutuo tangunt.

COROLLARIUM 1.

178. Quoniam in Ordine Tuſcano & Dorico major eſt ecphora baſeos quam capituli (§. 157. 158); columnæ Tuſcanæ & Doricæ conjugatæ ſecundum baſes ſe mutuo tangunt.

COROLLARIUM 2.

179. Contra cum in Ordine Jonico, Romano & Corinthio ecphora capituli major ſit projectura baſeos (§. 161 & ſeqq.); columnarum Jonicarum, Romanarum & Corinthiarum conjugatarum capitula ſe mutuo contingunt.

COROLLARIUM 3.

180. Ecphora coronidis major eſt ecphoris baſium columnarum atque capitulorum (§. 157 & ſeqq.): columnæ adeo conjugatæ vel nulli ſtylobatæ imponuntur, vel eidem ſtylobatæ inſiſtunt, trunco in latitudinem producto, quantum opus fuerit.

COROLLARIUM 4.

181. Quoniam columnæ conjugatæ non magis fulciunt epiſtylium quam ſolitariæ (§. 132 *Mechan.*); veteres architecti eas admittere haud potuerunt (§. 132).

COROLLARIUM 5.

182. Sed quia Statices imperitis, adeoque plurimis, epiſtylium magis fulcire videntur, nec ullo modo obſunt, quin potius ſplendorem augere cenſentur; tolerari poſſunt, quando a recentioribus adhibentur.

SCHOLION.

183. *Diffiteri tamen nequit, potiori ratione conjugationem columnarum veteribus improbatam eſſe, quam recentioribus probari.*

DEFINITIO 41.

184. *Intercolumnium* eſt diſtantia axium duarum columnarum juxta ſe invicem collocatarum.

### SCHOLION.

185. Vitruvius (a) *vocat columnarum diſtantiam* intercolumnium : *unde ejus intercolumnia a noſtris duobus modulis differunt.*

### DEFINITIO 42.

186. Veteres columnas quintuplici ratione coordinabant & inde quinque genera ædificiorum conſtituebant. Opus nempe *Pycnoſtylon* habebat intercolumnium quinque modulorum ; *Syſtylon* modulorum ſex ; *Euſtylon* $6\frac{1}{2}$; *Diaſtylon* octo, & denique *Aræoſtylon* decem.

### SCHOLION.

187. *Non opus eſt, ut in his intercolumniis veterum acquieſcamus, cum majora interdum aſſumi ratio ſuadeat. Sunt tamen venuſta ob eorum ad modulum rationem* (§. 23).

### PROBLEMA 28.

188. *Invenire, utrum trabeatio data operi dato conveniat, nec ne.*

### RESOLUTIO.

1. Latitudo triglyphi, mutuli, vel denticuli addatur metopæ ejusdem.
3. Per ſummam dividatur intercolumnium operis dati.

Quodſi facta diviſione nihil reſidui fuerit ; trabeatio data operi dato convenit, & quotus indicat numerum triglyphorum, mutulorum vel denticulorum eidem intercolumnio reſpondentium.

### COROLLARIUM 1.

189. Aggregatum ex latitudinibus mutuli atque metopæ in ordinibus Jonico, Romano & Corinthio eſt unius moduli ; convenit adeo omni operi trabeatio Jonica, Romana & Corinthia, cujus intercolumnium modulus metitur, conſequenter omnibus veterum operibus præter euſtylon.

### SCHOLION.

190. *Quodſi in euſtylo intercolumnium fieret 7 modulorum ; eædem trabeationes ad hoc quoque opus quadrarent.*

### COROLLARIUM 2.

191. Latitudo denticuli atque metopæ ſimul ſumtorum eſt 5 minutorum (§. 174), adeoque modulum, qui eſt minutorum 30 (§. 146), metitur, conſequenter etiam omnia intercolumnia, quæ modulus metitur. Trabeatio adeo denticulis inſtructa omnibus intercolumniis, quæ modulus metitur, reſpondet : nec abhorret ab iis, quæ præter modulos integros adhærentem habent dimidium. Unde adhiberi poteſt in omni opere veterum (§. 186).

### COROLLARIUM 3.

192. In trabeatione Dorica prima aggregatum ex latitudine triglyphi atque metopæ eſt 2 modulorum ; in ſecunda idem minutorum 75, in tertia minutorum 7 : adeoque primum metitur intercolumnia 4, 6, 8, 10 ; ſecundum intercolumnium 5 & tertium inter-

(a) lib. 3. c. 1. f. 40.

intercolumnium 7 modulorum. Trabeatio adeo prima adhibetur in intercolumniis 4, 6, 8, 10 &c modulorum, ſecunda in intercolumnio modulorum 5; tertia in intercolumnio modulorum 7.

### THEOREMA 10.

193. *Intercolumnium prope portas & januas majus fieri debet lateralibus.*

Ratio gemina eſt, nempe ut aditus liber pateat ad januam, nec poſtium adſpectus obſtruatur: deinde ut eurythmiæ ſatisfiat, quæ medium a lateribus diſtingui præcipit (§. 29).

### COROLLARIUM.

194. Cum ratio omnium venuſtiſſima ſit dupla (§. 27. 28); intercolumnium medium duplum eſſe debet lateralium.

### SCHOLION 1.

195. Goldmannus (a) *intercolumniis lateralibus quartam columnæ ac trabeationis partem tribuit, ſi nulli adfuerint ſtylobatæ: his vero præſentibus, unus inſuper adjicitur modulus. Cum adeo ordinum humilium altitudo absque ſtylobatis ſit* 20, *elatorum* 24; *intercolumnium in priori caſu eſt* 5, *in poſteriori* 6 *modulorum. Præſentibus vero ſtylobatis idem in caſu priori eſt* 6, *in poſteriori* 7 *modulorum. Abſentibus igitur ſtylobatis trabeationi Doricæ ſecunda; iisdem præſentibus tertia locus eſt* (§. 192).

### SCHOLION 2.

196. *Aliter intercolumnia pro diverſitate columnarum diſtribuunt Architecti alii.* E.gr. Vignolæ *intercolumnium Toſcanum eſt* $6\frac{1}{2}$ *modulorum*; *Doricum* $7\frac{1}{2}$; *Jonicum* $6\frac{1}{3}$; *Corinthium* $6\frac{2}{3}$; *Romanum* itidem $6\frac{2}{3}$.

### DEFINITIO 43.

197. *Incumba* eſt paraſtatæ capitulum.

### SCHOLION.

198. *Membra, ex quibus juxta* Goldmannum *in ſingulis ordinibus componitur, una cum eorum altitudinibus & projecturis tabula ſequens exhibet. Notandum vero, gulam a ſima nonniſi projectura differre.*

**Incumba Tuſcanus**

| Nomina membrorum | Altitudines | Projectura |
|---|---|---|
| Regula | 2 | 2 |
| Aſtragalus | 4 | |
| Abacus cum | 2 | |
| Apophyge | 6 | Radius $7\frac{1}{2}$ |
| Regula | 1 | 3 |
| Gula | $7\frac{1}{2}$ | Radius 4 |
| Regula | 1 | 6 |
| Corona | 9 | 1 |
| Regula | 1 | 1 |
| Supercilium | $2\frac{1}{2}$ | 1 |

**Incumba Doricus**

| Nomina membrorum | Altitudines | Projectura |
|---|---|---|
| Regula | 2 | 2 |
| Aſtragalus | 4 | |
| Abacus cum | 3 | |
| Apophyge | 5 | Rad. $6\frac{1}{4}$ |
| Regula | 1 | $2\frac{1}{2}$ |

(II.) Ggg ggg Gula

(a) lib. 2. c. 14.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Gula | $7\frac{1}{2}$ | Rad. | 4 |
| Regula | 1 | | 6 |
| Corona | $7\frac{1}{2}$ | | 1 |
| Cymatium Doric. | 3 | | 1 |
| Supercilium | 2 | | $1\frac{1}{2}$ |
| **Incumba Jonicus** | | | |
| Regula | 2 | | 2 |
| Aſtragalus | 4 | | |
| Abacus cum | 4 | | |
| Apophyge | 4 | Rad. | 5 |
| Regula | 1 | | 2 |
| Aſtragalus | $2\frac{1}{2}$ | | |
| Gula | $7\frac{1}{2}$ | Rad. | 4 |
| Regula | 1 | | 1 |
| Corona | 5 | | 5 |
| Cymatium Lesb. | 3 | | 3 |
| Supercilium | 2 | | 2 |
| **Incumba Romanus** | | | |
| Regula | 2 | | 2 |
| Aſtragalus | 4 | | |
| Abacus cum | $3\frac{1}{2}$ | | |
| Apophyge | 4 | Rad. | 5 |
| Regula | 1 | | 2 |
| Aſtragalus | $2\frac{1}{2}$ | | |
| Gula | $7\frac{1}{2}$ | Rad. | 4 |
| Regula | 1 | | 6 |
| Corona | 4 | | 1 |
| Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | | - |
| Cymatium Lesbium | 3 | ( | $\frac{3}{4}$ / $1\frac{1}{2}$ |
| Supercilium | 2 | | $\frac{3}{4}$ |
| **Incumba Corinthius** | | | |
| Regula | 2 | | 2 |
| Aſtragalus | 4 | | |
| Abacus cum | 3 | | |
| Apophyge | $4\frac{1}{2}$ | Rad. | $5\frac{1}{2}$ |
| Regula | 1 | | $2\frac{1}{4}$ |
| Aſtragalus | $2\frac{1}{2}$ | | |
| Gula | 7 | Rad. | 4 |
| Regula | 1 | | 6 |
| Corona | 4 | | 1 |
| Aſtragalus | 1 | | |
| Cymatium Lesbium | 2 | ( | $\frac{1}{2}$ / 1 |
| Cymatium Doricum | $1\frac{1}{2}$ | | $\frac{1}{2}$ |
| Supercilium | 2 | | $\frac{3}{4}$ |

*In Sapo cujuslibet paraſtata altitudo apophygis eſt 4, radius 2.*

### PROBLEMA 29.

199. *Arcum inter columnas delineare.* Ta. XI

### RESOLUTIO.

1. Fiat altitudo AB, abſentibus ſtylobatis, in ordinibus humilibus 16, in elatis 20; ſtylobatis vero præſentibus in iſtis 20, in his 24 modulorum; latitudo vero CD altitudinis dimidia.
2. Dividatur altitudo AB in quatuor partes æquales & ex E radio EA deſcribatur ſemicirculus & cum eo alii concentrici radiis majoribus. Tribuuntur nempe arcui eadem membra, quæ epiſtylio, niſi quod juxta *Goldmannum* nunquam niſi duæ faſciæ admis-

mittantur, prout ex ſubjecta tabula liquet.

3. Fiat A*e* & A*f* moduli dimidii & regula ad centrum E punctaque *e* & *f* applicata ducantur rectæ *eg* & *fh*, ut cuneus *eghf* determinetur, membris abaci & ſculptura in ordinibus præſertim ornatioribus exornandus.

4. Incumbæ delineentur (§.198) & ſi ſtylobatæ abfuerint, duo ſcamilli, quorum uterque ſimul eſt 2 modulorum, ſuperior vero inferioris ſubduplus, tum columnis, tum paraſtatis ſupponantur.

5. Quodſi vero ſtylobatæ adfuerint, minores plerumque fieri debent ſupra exhibitis, prout ex ſubſequentibus patet, atque baſis paraſtatæ ſimilis fieri debet baſi ſtylobatæ.

6. Intervallum columnarum laterale diverſimode determinatur, prout vel columnæ conjugantur, vel alii arcus minores a latere junguntur, vel feneſtræ aut tabernaculo inter binas columnas locus conceditur.

Reliqua ex intuitu ſchematis atque ſuperioribus patent.

## SCHOLION I.

200. *En tabulam, in qua latitudo membrorum in arcubus Goldmannianis exhibetur.*

| Arcus Tuſcan. | | Arcus Doric. | |
|---|---|---|---|
| Faſcia prima | 1 0 | Faſcia prima | 1 0 |
| altera | 1 5 | altera | 1 5 |
| Regula | 1 1 | Cymat. Doric. | 3 |
| Supercilium | 1 4 | Supercilium | 2 |
| **Arcus Jonicus** | | **Arcus Roman.** | |
| Faſcia prima | 9 | Faſcia prima | 8 |
| Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | Cymat. Lesb. | 2 |
| Faſcia altera | $13\frac{1}{2}$ | Faſcia altera | 1 2 |
| Cymat. Lesbium | $3\frac{3}{4}$ | Aſtragalus | 2 |
| | | Cymat. Lesb. | 4 |
| Supercilium | $2\frac{1}{4}$ | Supercilium | 2 |

| Arcus Corinthius | | | |
|---|---|---|---|
| Faſcia prima | 8 | Cymat. Lesbium | 1 1 |
| Cymat. Lesbium | 2 | Cymat. Doricum | $1\frac{1}{2}$ |
| Faſcia altera | 1 2 | Supercilium | 2 |
| Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | | |

## SCHOLION 2.

201. *Stylobatas minores, quos diximus, ſequens tabula repræſentat.*

| Stylobata Tuſcanus | | | |
|---|---|---|---|
| | Nomina membrorum | Altitudo | Ecph. |
| Baſis | Quadra | 1. Mod. 4 | 1. $14\frac{1}{2}$ |
| | Regula | 1 | 1. $13\frac{1}{2}$ |
| | Cymatium Doric. | 5 | 1. 11 |
| | Truncus | 2 Mod. | 1. 10 |
| | Cymat. Doricum | 5 | 1. 11 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Coronis | Regula | | 1 | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | Corona cum | | 8 | 1. | $14\frac{1}{2}$ |
| | Apophyge | | 3 | Rad. | $4\frac{1}{8}$ |
| | Supercilium | | 3 | | $15\frac{1}{2}$ |
| | **Stylobata Doricus** | | | | |
| Baſis | Quadra | 1. | 4 | 1. | $15\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | $14\frac{1}{2}$ |
| | Cymatium Lesbium | | 5 | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | | | | 1. | 11 |
| | Truncus | 2. | 0 | 1. | 10 |
| Coronis | Cymatium Lesbium | | 5 | 1. | 11 |
| | | | | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | $14\frac{1}{2}$ |
| | Corona | | 8 | 1. | 16 |
| | Cymatium Doric. | | 4 | 1. | 17 |
| | Supercilium | | 2 | 1. | 19 |
| | **Stylobata Jonicus** | | | | |
| Baſis | Quadra | 1. | 4 | 1. | $15\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | $14\frac{1}{2}$ |
| | Cymatium Lesbium | | 5 | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | | | | 1. | 11 |
| | Truncus | 2. | 0 | 1. | 10 |
| Coronis | Cymatium Lesbium | | 5 | 1. | 11 |
| | | | | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | $14\frac{1}{2}$ |
| | Corona | | 8 | 1. | 16 |
| | Cymatium Lesbium | | 4 | 1. | $16\frac{1}{2}$ |
| | | | | 1. | $18\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 2 | 1. | 19 |
| | **Stylobata Romanus** | | | | |
| Baſis | Quadra | 1. | 4 | 1. | $15\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | $14\frac{1}{2}$ |
| | Cymatium Lesbium | | 5 | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | | | | 1. | 11 |
| | Truncus | 2. | 0 | 1. | 10 |
| Coronis | Cymatium Lesbium | | 5 | 1. | 11 |
| | | | | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | 14 |
| | Corona | | $7\frac{1}{2}$ | 1. | 16 |
| | Aſtragalus | | $1\frac{1}{2}$ | - | - |
| | Cymatium Lesbium | | 3 | 1. | $16\frac{1}{2}$ |
| | | | | 1. | $18\frac{1}{2}$ |
| | Supercilium | | 2 | 1. | 19 |
| | **Stylobata Corinthius** | | | | |
| Baſis | Quadra | 1. | 4 | 1. | $15\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | $14\frac{1}{2}$ |
| | Cymatium Lesbium | | 5 | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | | | | 1. | 11 |
| | Truncus | 2. | 0 | 1. | 10 |
| Coronis | Cymatium Lesbium | | 5 | 1. | 11 |
| | | | | 1. | $13\frac{1}{2}$ |
| | Regula | | 1 | 1. | $14\frac{1}{2}$ |
| | Corona | | 6 | 1. | 16 |
| | Aſtragalus | | 1 | | |
| | Cymatium Lesbium | | 3 | 1. | $16\frac{1}{2}$ |
| | | | | 1. | 18 |
| | Cymatium Doricum | | 2 | 1. | $18\frac{1}{2}$ |
| | Supercilium | | 2 | 1. | $19\frac{1}{2}$ |

## SCHOLION.

202. *Aliter autores alii arcus condunt: ſed noſtri inſtituti non eſt, omnem eorum varietatem explicare.*

DE-

### *DEFINITIO* 44.

Tab. IX. Fig. 17. 203. *Frontiſpicium* KLM repræſentat figuram tecti, quam cantherii in fine ejus efformant.

### *COROLLARIUM* 1.

204. Frontiſpicium adeo triangulare fieri debet: in operibus tamen exiguis, veluti tabernaculis, arcuatum fieri poteſt, quia iſtiusmodi opera tecto arcuato inſtruere licet.

### *COROLLARIUM* 2.

205. Nullibi frontiſpicium fieri debet, niſi in pluviæ arcendæ ſpeciem factum videatur (§. 132).

### *COROLLARIUM* 3.

206. Frontiſpicia non debent deſuper eſſe aperta, nec figuris tecto parum convenientibus deformari (§. *cit.*).

### *COROLLARIUM* 4.

207. Quoniam nec cantherii, nec aſſeres contra faſtigiorum frontes diſtribuuntur, mutuli autem cantheriorum (§. 132) & denticuli aſſerum projecturas deſignant (§. *cit.*); nec mutulis, nec denticulis locus in frontiſpicio conceditur.

### *SCHOLION.*

208. *Optime hoc obſervarunt Architecti Græci*, Vitruvio (a) *teſte: alii tamen ſine ratione multa admittentes contra hanc regulam impingunt magno numero.* Goldmannus *noſter cum Græcis ſentit.*

### *COROLLARIUM* 5.

209. Quia tectorum altitudo variat pro diverſa tempeſtatum in diverſis climatibus ratione, vi inferius oſtendendorum, tum etiam pro diverſitate materiæ, ex qua ſtruuntur; altitudo tympani EC pro ratione altitudinis tectorum variari debet. Tab. III.

### *SCHOLION.*

210. Scamozzi (b) *maxime probat altitudinem tympani, ſi fuerit* $\frac{2}{9}$ *latitudinis totius coronicis ſeu ſupercilii ejusdem: qua uſi ſunt Architecti Romani in Pantheo. Eandem reliquis præfert* Blondellus (c). Serlius *dividit latitudinem coronicis AB bifariam in C & erecta perpendiculari CD ipſi CB æquali ex centro D intervallo DB deſcribit arcum BEA, atque CE pro altitudine tympani aſſumit.* Goldmannus *altitudinem tympani Tuſcani facit 5, Dorici, Jonici & Romani 6, Corinthii denique 7 modulorum, niſi circumſtantiæ ſingulares contrarium ſuaſerint.* Tab. III. Fig. 18.

### *PROBLEMA* 30.

211. *Frontiſpicium delineare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Delineetur coronix (§. 170) & Tab. IV. Fig. 17.
2. Diviſa regula ſub Sima AB bifariam in E, erigatur ibidem perpendicularis EC altitudini frontiſpicii æqualis.
3. Extremitates ſupercilii utrinque cum puncto C connectantur rectis &
4. Intervallo reliquorum coronicis mem-



(a) lib. 4. c. 2. f. m. 65.
(b) lib. 6. c. 12.
(c) Cours d' Architecture part. 2. lib. 7. c. 2 f. 138.

membrorum, faſciis mutulorum & denticulorum exceptis (§. 207) ducantur iisdem parallelæ.

Quodſi frontiſpicium arcuatum deſignare volueris, inveniatur centrum circuli per punctum C & extremitates ſupercilii deſcribendi (§.279 *Geom.*) & ex eo deſcribantur arcus concentrici intervallis, quæ altitudinibus membrorum æquantur, a ſe invicem diſtantes.

*SCHOLION 1.*

212. *In Coronice ſub frontiſpicio Sima cum ſupercilio omittitur, quia ſtillicidium refert, cui ibidem non eſt locus* (§.132).

*SCHOLION 2.*

213. *Ut arcuum diſpoſitio facilius intelligatur, ad eam neceſſaria ſequenti laterculo comprehenſa exhibemus,*

| Abſentibus Stylobatis | Tuſcan. | Doric. | Jonic. | Rom. | Corinth. |
|---|---|---|---|---|---|
| Alt. Columnæ | 16 M. | 16 M. | 16 M. | 20 M. | 20 M. |
| Scamilli | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Arcus | 16 | 16 | 16 | 20 | 20 |
| Latit. Arcus | 8 | 8 | 8 | 10 | 10 |
| Paraſtatæ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Altit. Paraſt. | 12 | 12 | 12 | 15 | 15 |
| Intercolumnium | 12 | 12 | 12 | 14 | 14 |
| **Præſentibus Stylobatis** | **Tuſcan.** | **Doric.** | **Jonic.** | **Rom.** | **Corin.** |
| Alt. Stylobatæ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Arcus | 20 | 20 | 20 | 24 | 24 |
| Paraſtatæ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Latit. Arcus | 10 | 10 | 10 | 12 | 12 |
| Alt. Paraſt. | 15 | 15 | 15 | 18 | 18 |
| Intercolumnium | 14 | 14 | 14 | 16 | 16 |

*PROBLEMA 31.*

214. *Columnas ſuper columnis erigere.*

*RESOLUTIO.*

Reſolutio hujus problematis maximis difficultatibus implicatur. Si enim firmitatis habenda ratio (§. 16); columna ſuperior ita collocanda eſt ſuper inferiore, ut utriusque axis ſit in directum poſitus, &

& plinthus ſuperioris ultra ſcapum contractum inferioris non projiciatur (§. 83). Sed cum hac ratione ſemidiameter columnæ ſuperioris nimis exigua evadat; aut columnæ ſuperiores erunt retrahendæ verſus interiora ædificii, ita ut axis ſuperioris non amplius in directum jaceat axi inferioris, ſed eidem ſaltem ſit parallelus, aut plinthus ultra ſcapum contractum projiciendus. Prius placuit Architectis Theatri Coloſſei, cujus adhuc hodie rudera Romæ cernuntur (d), nec non Architecto templi S. Ludovici Patrum Societatis Jeſu in platea S. Antonii Pariſiis (e): ſed plerisque diſplicet, quod viſum offendat hæc columnarum diſpoſitio. Plinthum igitur ultra ſcapum contractum projiciunt, vel ita ut ejus ecphora æquetur modulo columnæ inferioris, nec ultra ſcapum ejus nondum contractum projiciatur: vel ut modulus columnæ ſuperioris æqualis fiat ſemidiametro ſcapi contracti inferioris. Sunt tamen etiam, qui plinthum ultra ſcapum contractum non projiciunt, etiamſi columna ſuperior non retrahatur.

Alii modulum ſuperiorem faciunt $\frac{4}{5}$ vel $\frac{3}{4}$ inferioris, ſtylobatis præſentibus; ſed $\frac{4}{5}$ vel $\frac{3}{4}$ ſcapi contracti, ipſis abſentibus. Sed ne triglyphorum, mutulorum & denticulorum diſpoſitio pervertatur; intercolumnium inferioris in minuta redactum metiatur neceſſe eſt modulus ſuperior in ſcrupula itidem moduli inferioris redactus. E. gr. Sit intercolumnium 8 modulorum ſeu 240 minutorum; quoniam hic numerus dividi poteſt per $\frac{4}{5}$ moduli ſeu 24 minuta, modulus ſuperior $\frac{4}{5}$ inferioris fieri poteſt. Quoniam vero idem intercolumnium per $\frac{3}{4}$ diviſum producit $10\frac{2}{3}$; quotus indicat, modulum ſuperiorem non exacte fieri poſſe $\frac{3}{4}$ inferioris. Totum adeo intercolumnium dividitur in 11 partes æquales, eritque earum una modulus quæſitus. Illud vero per ſe patet, columnas ornatiores ſuperimponendos eſſe robuſtioribus (§. 145).

## SCHOLION.

215. *Ex his regulis ſeligat unusquisque eam, quæ ipſi præ cæteris placuerit: aut potius nunc hac, nunc alia utatur, prout commodum viſum fuerit.*

Sectio

(d) Vid. Edifices antiques de Rome par desgodetz f. 206.

(e) Blondell. Cours d' Archit. Tom. 3. tit. 4. c. 1. f. 275.

*Sectio II.*

De

# REGULIS SPECIALIBUS ARCHITECTURÆ CIVILIS.

## CAPUT I.

De

# FUNDAMENTIS ÆDIFICIORUM.

### *DEFINITIO* 1.

216. *Fundamentum* eſt infima pars ædificii, cui omnis reliqua moles ſuperſtruitur.

### *COROLLARIUM* 1.

217. Ne igitur ſolum moli ſuperſtructæ cedat, ipſumque ædificium rimas agat, totumque corruat; fundamentum firmum fieri debet (§. 16), niſi ſolum fuerit natura ſatis ſolidum.

### *COROLLARIUM* 2.

218. Quia fundamentum moli ſuperſtruendæ reſiſtere debet (§. 27), ipſius ponderi proportionanda eſt ejus magnitudo.

### *SCHOLION.*

219. *Equidem communiter craſſities fundamenti proportionatur craſſitiei muri inſiſtentis; hoc modo autem ſæpius Architectum inanes ſumtus profundere jam agnovit* Perrault (a), *cum pondus muri non modo a craſſitie, verum etiam a materiæ gravitate, a tecti pondere & arcubus inſiſtentibus aliisque geminis pendeat.*

### *COROLLARIUM* 3.

220. Fundamento antiquo ædificium novum haud quaquam ſuperſtruendum, niſi conſtiterit, utrum ſit ſatis firmum, nec ne.

### *COROLLARIUM* 4.

221. Cumque ſoli conditio non eadem prorſus eodem ſemper in loco; antequam fundamentum paretur, omni cum cura exploranda.

### *PROBLEMA* 1.

222. *Inquirere utrum fundamentum antiquum ædificio novo ferendo par ſit futurum nec ne.*

### *RESOLUTIO.*

Ope regularum ſtereometricarum inveſtigetur pondus tam ædificii antiqui, quam novi: quodſi utrumque idem fuerit, aut certe pon-

(a) in Notis ad Vitruv. lib. 1. c. 5. n. 2. f. 19. 20.

pondus novi non nimis excedat pondus antiqui, nullum eſſe dubium, quin fundamentum ſit ſatis firmum, per ſe patet.

*Aliter.*

1. Inquiratur in profunditatem, latitudinem cæterasque conditiones fundamenti antiqui.
2. Per regulas ſtereometriæ æſtimetur pondus ædificii ſuperſtruendi.

Quodſi enim conſtiterit, quale fundamentum parari debeat, ut eidem ferendo par ſit; nec amplius latebit, utrum antiquum firmitatem decentem habeat, nec ne.

*SCHOLION.*

223. *Deſiderantur regulæ geometricæ determinandi conditionem fundamenti ex pondere ædificii ſuperſtruendi dato: ſufficit adeo, ſi pondus ædificii futuri atque conditio fundamenti conferatur cum pondere ædificii cujusdam alterius atque conditione fundamenti ipſius.*

*PROBLEMA 2.*

224. *Conditionem ſoli explorare.*

*RESOLUTIO.*

Fodiendum eſt ſolum &, ſi ſolidum reperiatur, etiam in ſolido ulterius fodiendum, ut appareat, an etiam ſubſequens ſit æque firmum. Vel pertica in cuſpidem deſinens paſſim vi adigatur, noteturque intervallum, ad quod in terram penetrat a ſingulis ictibus.

*PROBLEMA 3.*

225. *Fundamentum ponere in loco congeſtitio & paluſtri.*

*RESOLUTIO.*

1. Sublicæ machinis adigantur pali robuſtei uſtulati in loco congeſtitio, ſed minime paluſtri.
2. Locus paluſtris primum exinaniatur & iisdem machinis pali alnei uſtulati, immo oleo rancido aut reſina liquefacta illiti, adigantur.
3. In utroque autem caſu tanto confertiores figantur opus eſt, quo majus fuerit pondus ædificii ſuperſtruendi.
4. Intervalla palorum carbonibus, ſilicibus, arena, pilis &c. expleantur.

*SCHOLION 1.*

226. *In loco congeſtitio longitudinem palorum* 6 *vel* 7 *pedum, craſſitiem digitorum* 10; *in paluſtri vero illam pedum* 10 *vel* 12, *hanc digitorum* 10 *vel* 12 *fieri jubet* Bœcklerus (b). *Longitudinem palorum* 3, 4, 8, *immo* 24 *pedibus, craſſitiem vero* 6, 8, *immo* 18 *digitis definit* Hartmannus (c).

*SCHOLION 2.*

227. *Pali circumdentur annulo ferreo, ne ictu mallei findantur. Annulus vero iterum removeatur, ubi in terram adacti fuerint, ne ſumtus inanes fiant.*

*SCHOLION 3.*

228. *In ſolo ſabuloſo pali in cuſpidem ferream deſinant, ut facilius defigantur.*



(b) in Not. ad Pallad. c. 8. lib. I.
(c) in Archit. Civili f. 34.

### *COROLLARIUM.*

229. Ut terra arcte ambiat palos defixos, poſt annuum demum ſpatium ſubſtructio fiat.

### *PROBLEMA 4.*

230. *Craticulam ad firmitatem fundamenti parare.*

### *RESOLUTIO.*

1. Pali ad diſtantiam 7 pedum juxta longitudinem fundamenti ſublicæ machinis adigantur, capitibus prominentibus.
2. Capita palorum B attenuentur, ut intra crenas trabium longiorum AA immitti poſſint. Tab. XII. Fig. 19.
3. Trabes AA decuſſatim compaginentur cum aliis transverſis minoribus C, & clavis ligneis firmentur.
4. Trabes transverſæ C ulterius coagmententur ope trabis EE extremis AA parallelæ.
5. In areis quadratis G defigantur pali ut ſupra (§. 225).

### *SCHOLION 1.*

231. *In terræmotibus hac ratione partium diſſociatio impeditur. Uſum quoque habet inſignem craticula, ſi ad fluvium ædificaveris, vel ſi infra fundamentum fuerint fontes.*

### *SCHOLION 2.*

232. *Trabium craſſities in loco ſicco trium vel quatuor; in aquoſo & paluſtri 6, 7, immo 8 digitorum eſſe debet.*

### *SCHOLION 3.*

233. *Quoniam in argilla & luto pali minus commode defiguntur; ſola trabes decuſſatim compaginari poſſunt.*

### *THEOREMA 1.*

234. *Structuræ fundamenti baſis inferior CD latior eſſe debet ſuperiori AB.* Tab. III. Fig. 20.

Quo enim baſis latior eſt, eo firmius ædificium conſiſtit (§. 181 *Mechan.*). Accedit, quod pondus, quod alias premeret ſpatium FG, ſi quidem baſis inferior ſtructuræ eſſet ſuperiori AB æqualis, tunc diffundatur per amplius CD, adeoque perinde ſit, ac ſi ædificii pondus minus exiſteret: immo quod ſuperficies obliqua terræ frigore vel humore intumeſcenti melius reſiſtat, quam perpendicularis.

### *SCHOLION.*

235. *Ratio ipſius AB ad CD ex conditione ſoli, in quo fundamentum paratur, & pondere ædificii ſuperſtruendi definienda* (§. 218. 220). Scamozzi *minorem non admittit niſi* 4 : 5, *nec majorem quam* 6 : 7, *exceptis turribus, ubi fieri jubet AB : CD* = 1 : 3. Palladius *commendat rationem ſubduplam,* Philibertus de Lorme *ſubſeſquialteram.*

### *PROBLEMA 5.*

236. *Fundamentum ſtructura implere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Fiat ex cruſtis lapideis ſtratum & ei ſuperfundatur mortarium.
2. Hinc murus ex lateribus atque ſaxis ope mortarii coagmentandis ſuperſtruatur.

*Aliter.*

*Aliter.*

Quodſi ſaxa majora defuerint; *Bæcklerus* (d) ſubſtructionem in fundamentis majoribus ita fieri jubet.

1. Præparetur maſſa ex arena fluviatili, ſaxo non minore, quam quod manum implere poſſit, atque calce recente.
2. Ea impleatur fundamentum ad pedis dimidii altitudinem & pala exæquetur.
3. Injiciantur ſaxa quotcunque quantæcunque molis, ita tamen ut neutrum alterum contingat.
4. Addatur maſſæ antea præparatæ quantitas nova, exæquanda ut ante.
5. Atque hæc ita alternentur, donec omne fundamentum fuerit adimpletum.

*COROLLARIUM.*

237. Quoniam fundamentum exſiccari debet, antequam murus eidem imponatur; vere ſubſtructio fiat, ut per æſtatem exſiccetur.

*SCHOLION 1.*

238. *Si murus fundamentalis arcubus diſtinguitur; ſpiſſior fiat neceſſe eſt.*

*SCHOLION 2.*

239. *Mortarium optimum judicat* Hartmannus (e), *quod ex calce nondum reſtincta præparatur, ut arena calenti admiſceatur.*

*PROBLEMA 6.*

240. *Fundamentum in loco aquoſo parare.*

*RESOLUTIO.*

1. Sublicæ machinis adigantur pali A B fiſſuris inſtructi, intra quas latera contiguorum attenuata recipiantur. Tab. XII. Fig. 21.
2. Spatium inter duas palorum ſeries intermedium expleatur arena vel argilla navibus advecta.
3. Ex ſpatio palis concluſo aqua exhauriatur (§. 90 & ſeqq. *Hydr.*).
4. Reliqua fiant ut ſupra (§. 236).

*SCHOLION.*

241. *Qui palis parcunt, rariores ad aliquot pedum diſtantiam defigunt & intra crenas aſſeres ſpiſſiores aptant. Quodſi vero ſoli pali confertiores adigantur, non opus eſt ut ſpatium aliquod argilla explendum relinquatur.*



(d) in Not. ad Palladii lib. 1. c. 7. f. 21.
(e) in Archit. Civili f. 35.

# CAPUT II.
## De
# MURIS EORUMQUE TECTORIO.

### *THEOREMA 2.*

242. *Muri ædificiorum ad perpendiculum exſtruendi.*

Si enim ad horizontem inclinarentur; minus firmiter conſiſterent (§. 181 *Mechan.*); ſi vero reclinarentur, pulvis facile adhærens accedente humore immundos redderet. Debent itaque ad perpendiculum exſtrui.

### *THEOREMA 3.*

243. *In ſingulis contignationibus ædium muri contrahi debent.*

Inferiores enim majus pondus ſuſtinent ſuperioribus, adeoque ſpiſſiores ſint neceſſe eſt.

### *SCHOLION 1.*

244. *Illa gradatim facta contractura murorum ponderi ſingularum contignationum per fundamentum æqualiter diſtribuendo inſervit.*

### *SCHOLION 2.*

245. *Ut tecti oneri ferendo par ſit murus, in ſummo bipedalem fieri jubent* Vitruvius, *iſumq; ſecuti Architecti alii: in contignatione ſumma ſpiſſitudo eſſe debet* $2\frac{1}{2}$, *in ea, quæ ſequitur 3 pedum & ita porro.*

### *SCHOLION 3.*

246. *Aliter muri contrahuntur, ſi columnis vel pilis exornantur: prout ex ſuperioribus facile colligitur* (§. 212).

### *PROBLEMA 7.*

247. *Muros exſtruere.*

### *RESOLUTIO.*

Communiter fiunt vel ex ſaxis quadratis regularibus, vel ex lateribus alternis juncturis mediante mortario coagmentatis: vel ex cæmentis mediocribus mortario largiori alligandis, interpoſitis hinc inde majoris firmitatis gratia lateribus.

Poteſt etiam utraque muri facies ex lapidibus vel lateribus more conſueto excitari, ſpatiumque intermedium cæmentis atque mortario expleri. Firmitatis gratia lateres more ordinario coagmentantur in triplici ſerie, quando altitudo ſtructuræ trium evaſerit pedum.

Huic murorum generi agnati ſunt muri fuſiles. Conſtruitur nempe alveus ex binis aſſerum ſeriebus atque mortario & lapidibus mediocribus expletur. Ubi murus exſiccatus fuerit, aſſeres denuo removentur.

### *SCHOLION.*

248. *Varia murorum genera apud Græcos olim*

*olim uſitata deſcribit* Vitruvius (f) ; *ſed adeo obſcure, ut in eo interpretando non conveniant interpretes. Ea igitur lubentes prateriimus.*

### PROBLEMA 8.

249. *Mortarium præparare.*

### RESOLUTIO.

Tres partes arenæ foſſiciæ & una calcis, ſeu duæ partes arenæ fluviaticæ & una calcis extinctæ confundantur & materia maxima vi pinſetur.

Hac ratione mortarium admodum firmum obtineri *Vitruvius* autor eſt (g).

### PROBLEMA 9.

250. *Muros tectorio veſtire.*

### RESOLUTIO.

1. Cum muri probe fuerint exſiccati, tectorium ex calce & arena præparatum per diverſa coria inducatur, ne rimas agat & mox a conjunctione muri ſeparetur. Calx autem diu eſt maceranda & vectibus ligneis arena permixta pinſanda, nec coria nimis tenuia fieri debent, ſi quidem & firmitatem, & ſplendorem, & ad vetuſtatem permanentem virtutem habere debent (h).
2. Tectorii coria tria ex opere arenato confecta ubi fuerint exſiccata, ſucceſſive inducantur alia tria tenuiora ex calce & arena ſubtiliori vel etiam ex calce atque marmore in pulverem contuſo, vel denique ex gypſo.

### SCHOLION 1.

251. *Cum paries cratitius tectorio veſtiendus, totus luto inquinetur & lignis transverſariis figantur cannæ perpetuæ, moxque iterum luto inducto, arrectariis, ac inde demum tectorium inducatur : ita nimirum erit perpetuum nec rimam ullam aget* (i).

### SCHOLION 2.

252. *Si in tectoriis pingere volueris ; colores inducendi ſunt in udo, non in ſicco, ut ſint perpetui : ubi autem ſemel exſiccata fuerit pictura, nihil amplius in ea corrigendum, ne maculam contrahat.*

### DEFINITIO 2.

253. *Opus ruſticum* dicitur, ſi muri exterior ſuperficies tectorii loco ſaxis veſtitur quoad juncturas exacte dedolatis, ſed quoad frontem aſperis ; quamvis etiam frons dedolari poſſit.

### COROLLARIUM.

254. Convenit adeo hoc opus ædificiis, quæ injuriis tempeſtatum valde exponuntur.

### SCHOLION 1.

255. *Hinc utiliter adhibetur in portis urbium*



(f) lib. 2. c. 14.
(g) lib. 2. c. 5. & lib. 7. c. 3.
(h) Vitruvius lib. 7. c. 2. & 3.
(i) Idem loc. cit. f. 133 & ſeq.

*bium, in infima contignatione ædium nobilium rure exſtructarum &c.*

SCHOLION 2.

256. *In ædificiorum quoque urbanorum contignatione infima ex calce & arena imitari ſolent opus ruſticum, colore obſcuriore inducto, ut ſaxeam molem mentiatur.*

# CAPUT III.
## De
# JANUIS ATQUE FENESTRIS.

### DEFINITIO 3.

257. *Janua* eſt apertura muri, per quem vel in ædes, vel in conclavia ædium patet aditus.

### COROLLARIUM 1.

258. Ut adeo juſtæ ſtaturæ homo erecto corporis habitu tranſire poſſit; altitudo non minor eſſe debet quam ſex pedum.

### COROLLARIUM 2.

259. Et quoniam latitudo corporis humani brachiis in anſam extenſis ad altitudinem ſubduplam fere rationem habet; ratio latitudinis januæ ad altitudinem ejus ſubdupla fieri debet (§. 28).

### COROLLARIUM 3.

260. Quia partium ad totum conveniens ratio eſſe debet (§. 22. 23); altitudines januarum in ædificiis majoribus majores fieri debent quam in minoribus.

### SCHOLION 1.

261. *Minima altitudo januæ cum ſit 6 pedum, ſi fiat ut altitudo minima conclavis ad 6 pedes, ita altitudo conclavium majorum ad altitudinem januarum ipſis convenientium: dimenſiones januarum facile definiuntur. Illud vero per ſe patet; januam, per quam acceſſus ad ædificium patet, majorem fieri debere.*

### SCHOLION 2.

262. *Dimenſiones nonnulli has tradunt. In ædificiis minoribus latitudo januæ* 4 *vel* $4\frac{1}{2}$, *in mediocribus* 5 *vel* 6, *in majoribus* 7 *vel* 8; *in conclavibus primorum* 3, $3\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{4}$ *vel* 4; *ſecundorum* 4 *vel* $4\frac{1}{2}$, *tertiorum* 5 *vel* 6 *in templis* 5 *vel* 8; *in portis* 9, 10 *vel* 12 *pedum; unde altitudo facile definitur* (§. 259), *niſi quod in portis urbium fieri debeat* $\frac{4}{5}$ *latitudinis, in portis ædium* $13\frac{1}{2}$ *pedum, ne in nimiam excreſcat.*

### COROLLARIUM 4.

263. Commodioris tranſitus gratia figura januarum fit parallelogrammum rectangulum, niſi latitudo major (qualis eſt portarum) limen arcuatum requirat (§. 17).

SCHO-

### SCHOLION.

264. *In portis urbium arcus fit ſemicircularis; in portis autem ædium altitudo 16 digitorum arcui ſufficit.*

### COROLLARIUM 5.

265. Ne pedem facile quis offendat, aut limen prorſus abſit, aut altitudinem digiti unius non ſuperet (§. 17).

### DEFINITIO 4.

266. *Feneſtra* eſt apertura, per quam lumen intra ædificium immittitur.

### COROLLARIUM 1.

267. Ea igitur ratione conſtruendæ ſunt feneſtræ, ut tanta luminis copia per eas illabatur, quanta negotiis in unoquoque conclavi peragendis ſufficit (§. 17).

### COROLLARIUM 2.

268. Quare cum nec ſingulis diebus anni, nec ſingulis horis ejusdem diei eadem ſit cœli claritas, nimia vero luminis claritas ſipariis facile arceatur; ea ratione conſtruendæ ſunt, ut maxima luminis quantitas per eas in conclavia illabatur.

### COROLLARIUM 3.

269. Ut adeo lumen per totum conclave diffundi poſſit, ſuperficies murorum lateralium ad planum feneſtrarum debent eſſe inclinatæ, ita ut cum lumine earum efficiant angulos obtuſos.

### COROLLARIUM 4.

270. Orbes etiam feneſtrarum vitrei non ſolum claritate præſtare debent, ſed etiam majores ſeligendi, ne plumbum nimium luminis arceat (§. 268).

### COROLLARIUM 5.

271. Similiter cruces ligneæ feneſtrarum teneriores & priſmata, quibus orbes vitrei continentur, intra conclavia declivia fieri debent (§. *cit.*).

### THEOREMA 4.

272. *Feneſtræ altitudo major eſſe debet latitudine.*

Cum enim lumen deſuper delabatur, majorem ejus quantitatem admittet feneſtra altior, quam altera latior eidem æqualis. Præterea altiores a laqueari minori intervallo abſunt & hinc lumen per laquear totum diffunditur. Denique feneſtræ minus latæ firmiores ſunt latioribus, quoniam minorem muri molem ſuſtentant. Altitudo itaque latitudinem excedere debet (§. 28. 268).

### SCHOLION.

273. *Hinc quæ in caſu neceſſitatis latiores, quam altiores fiunt feneſtræ, noſtris* Baſtard-Fenſter *ſeu* feneſtræ ſpuriæ *appellantur. Eſt autem altitudo earum* $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ *vel* $\frac{4}{5}$ *latitudinis. Figura earum fit vel quadrangularis, vel elliptica, raro eadem fiunt circulares.*

### THEOREMA 5.

274. *Si per feneſtram ſpatium cœli puri vel exiguum, vel prorſus nullum videri posſit, parietes conclavium pariter atque ædium oppoſitarum dealbari debent.*

Cum

Cum enim in hoc caſu negetur lumini directo acceſſus; nonniſi reflexum in conclave illabetur. Quare cum corpora alba copioſius lumen reflectant aliis obſcuris vel coloratis; parietes, unde lumen reflectitur, dealbari debent (§. 268).

COROLLARIUM.

275. Quodſi per reflexionem non ſufficiens luminis quantitas, aut nulla prorſus haberi queat, obſtacula pertundantur, & ita lumen immittatur.

THEOREMA 6.

276. *Si latitudo feneſtrarum non fuerit nimia, figura earum eſt rectangulum parallelogrammum: in caſu oppoſito deſuper arcuati fiunt.*

Cum enim feneſtra rectangula majorem luminis quantitatem in conclave intromittat quam arcuata ejusdem altitudinis; rectangula, ſi poſſit, fieri debet (§. 268). Si tamen ob nimiam latitudinem firmitas obſtet, arcuata ſtruitur (§. 16).

THEOREMA 7.

277. *Latitudo feneſtrarum non minor eſſe debet, quam ut commode duos ex iisdem in plateam proſpicientes una admittat.*

Poſtulat hoc commoditatis ratio (§. 17).

COROLLARIUM I.

278. Feneſtræ igitur in ædificiis plebis minus latæ fieri debent, quam in ædificiis hominum honoratioris conditionis.

SCHOLION I.

279. *Non facile probatur latitudo minor quam 3 pedum; nec major, quam pedum ſex.*

COROLLARIUM 2.

280. Unde ratio latitudinis ad altitudinem ſit vel 1:2, vel 2:3 (§. 23).

SCHOLION 2.

281. Palladius (k) *in contignatione inferiore addit duplæ latitudini partem ſextam;* Blondellus (l) *nunc duodecimam, nunc octavam, immo in caſu neceſſitatis dimidiam.*

THEOREMA 8.

282. *Feneſtræ ſuperiores eandem latitudinem habere debent, quam habent inferiores.* Tab. XII. Fig. 22.

Sit enim feneſtra inferior latior ſuperiore, pars igitur aliqua muri *cabd* fundamento firmo deſtituitur quod fieri haud debet (§. 16). Latiores fieri nequeunt ſuperiores, tum quia liberior luminis ad easdem affluxus, tum quia altitudo minor potius, quam æqualis conceditur.

THEOREMA 9.

283. *Si feneſtræ fuerint rectangulæ,*

(k) lib. I. c. 25.
(l) Cours d' Archit. part. 4 f. 465.

*læ, murus tamen ſuper iisdem debet fieri arcuatus.*

Poſtulat hoc firmitatis ratio, quia ſuperliminare totam muri incumbentis molem ſuſtentare nequit.

### *PROBLEMA* 10.

284. *Feneſtram & januam exornare.*

### *RESOLUTIO.*

Ornatus ſimpliciſſimus eſt, ſi membra epiſtylii cum lateribus feneſtrarum atque januarum parallela circumducantur. Si ornatiores deſideraveris, addendus eſt Zophorus cum coronice, vel etiam Zophorus cum coronice atque frontiſpicio: immo januæ ædium columnas admittunt.

### *DEFINITIO* 5.

285. *Modulus* in ornatu feneſtrarum & januarum, abſentibus columnis, eſt $\frac{1}{6}$ vel $\frac{1}{5}$ latitudinis. Dividitur in 30 minuta.

### *SCHOLION.*

286. *Coronices, quæ ad exornandas feneſtras atque januas adhibentur, differunt nonnihil a coronicibus ordinum, quia locus non adeo amplus iisdem conceditur, quemadmodum ex tabulis ſequentibus apparet.*

Ornatus aperturarum Tuſcanicus.

| | Nomina membrorum | Altit. | Projecturæ |
|---|---|---|---|
| Poſt. & ſuperl. | Faſcia prima (II.) | 10 | 10 |
| | Faſcia altera | 15 | 15 |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Supercilium | 4 | 4 |
| | Zophorus | 24 | ul.lum.25 |
| Coronix | Cymatium Doric. | $3\frac{3}{4}$ | $\frac{5}{8}$ |
| | Regula | 1 | $1\frac{7}{8}$ |
| | Faſcia | 5 | 3 |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Echinus | $4\frac{1}{2}$ | 3 |
| | Corona | $6\frac{3}{4}$ | $17\frac{1}{2}$ |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Faſcia | 3 | 1 |
| | Sima | 6 | - |
| | Regula | 1 | 6 |
| | Supercilium | 3 | 1 |

Ornatus Doricus

| | | | |
|---|---|---|---|
| Poſt & ſuperl. | Faſcia prima | 10 | 10 |
| | Faſcia altera | 15 | 15 |
| | Cymatium Doricum | 3 | 3 |
| | Supercilium | 2 | 2 |
| | Zophorus | 24 | ul.lum.25 |
| Coronix | Cymatium Lesbium | $3\frac{3}{4}$ | $\frac{5}{8}$ $1\frac{7}{8}$ |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Denticuli | 5 | 3 |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Echinus | $4\frac{1}{2}$ | 3 |
| | Corona | $6\frac{3}{4}$ | 16 |
| | Cymat. Doricum | 3 | $\frac{3}{4}$ |
| | Regula | 1 | $1\frac{1}{2}$ |
| | Sima | 6 | - |
| | Regula | 1 | 6 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Supercilium | 3 | 1 |

**Ornatus Jonicus**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Poſt. & ſuperl. | Faſcia prima | 9 | 9 |
| | Aſtragalus | 1½ | 1½ |
| | Faſcia altera | 13½ | 13½ |
| | Cymatium Lesbium | 3¾ | 3¾ |
| | Supercilium | 2¼ | 2¼ |
| | Zophorus cum | 21 | 24 |
| | Apophyge | 2 Rad. | 2½ |
| | & Supercilio | 1 | 1 |
| Coronix | Cymatium Lesbium | 4 | 1, 2 |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Denticuli | 5 | 3 |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Aſtragalus | 1½ | - |
| | Echinus | 4½ | 3 |
| | Corona | 6¾ | 15 |
| | Cymatium Lesbium | 3 | ½, 1½ |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Sima | 6 | - |
| | Supercilium | 2¼ | 6 |

**Ornatus Romanus**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Poſt. & ſuperl. | Faſcia prima | 8 | 8 |
| | Cymatium Lesbium | 2 | 2 |
| | Faſcia altera | 12 | 12 |
| | Aſtragalus | 2 | 2 |
| | Cymatium Lesb. | 4 | 4 |
| | Supercilium | 2 | 2 |
| | Zophorus | 20½ | 22 |
| Coronix | Aſtragalus | 2 | 1 |
| | Cymatium Lesbium | 4 | 1, 2 |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Torus | 5 | 3 |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Aſtragalus | 1½ | - |
| | Echinus | 4½ | 3 |
| | Corona cum | 6¾ | 17¼ |
| | Apophyge | ½ Rad. | ¾ |
| | Regula | 1 | ¼ |
| | Echinus | 3 | 2 |
| | Regula | 1 | 1 |
| | Sima | 6 | - |
| | Supercilium | 2¼ | 6 |

**Ornatus Corinthius**

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Faſcia prima | 8 | 8 |
| | Cymatium Lesbium | 2 | 2 |
| | Faſcia altera | 12 | 12 |
| | Aſtragalus | 1½ | 1½ |
| | Cymatium Lesbium | 3 | 3 |
| | Cymatium Doric. | 1½ | 1½ |
| | Supercilium | 2 | 2 |
| | Zophorus cum | 17½ | 22 |
| | Apophyge | 2 Rad. | 2½ |
| | Supercilio | 1 | 1 |
| | & Aſtragalo | 2 | - |
| | Cymatium Lesbium | 4 | 1, 2 |
| | Regula | 1 | 1 |

Tænia

| | | |
|---|---|---|
| Tænia | 5 | 3 |
| Regula | 1 | 1 |
| Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | - |
| Echinus | $4\frac{1}{2}$ | 3 |
| Corona | $6\frac{1}{4}$ | $15\frac{1}{4}$ |
| Aſtragalus | $1\frac{1}{2}$ | - |
| Cymatium Lesbium | 3 | $\frac{3}{4}$ / $1\frac{1}{2}$ |
| Regula | 1 | 1 |
| Sima | 6 | - |
| Supercilium | $2\frac{1}{4}$ | 6 |

### SCHOLION 1.

Tab. XII. Fig. 23. 287. *Interdum adhibentur ancones AB, majoris ornatus gratia, tumque coronix evadit latior.*

### SCHOLION 2.

288. *Superliminaria atque poſtes ornari ſolent verſuris tam ſimplicibus, quam compoſitis: quarum delineationem in ſequentibus problematibus docemus.*

### PROBLEMA 11.

Tab. XIII. Fig. 24. 289. *Verſuras ſimplices delineare.*

### RESOLUTIO.

1. Ducantur duæ rectæ AB & BC ſe invicem ad angulos rectos in B ſecantes.
2. Ex I in E transferatur dimidia feneſtræ vel januæ latitudo, ex D vero in D altitudo integra.
3. Ex D in 1. 2. 3. 4 transferantur ulterius utrinque altitudines ſingulorum membrorum ſuperliminari convenientium (§. 286) &
4. Ex E in 1. 2. 3. 4, itidemque ex 1 in 5. 6. 7. 8 eædem altitudines ſeu projecturæ eorundem membrorum (§. 286).
5. Per ſingula puncta diviſionum agantur rectæ ad BC & BD perpendiculares (§. 169): quarum interſectione verſuræ ſimplices prodibunt.

### PROBLEMA 12.

290. *Verſuras compoſitas delineare.* Tab. XIII. Fig. 25.

### RESOLUTIO.

Fiant omnia ut in probl. præced. niſi quod etiam ex E verſus I transferantur projecturæ membrorum in 1. 2. 3. 4.

### THEOREMA 10.

291. *Janua ſit in medio ædium & numerus feneſtrarum æqualium utrinque æqualis & æqualibus intervallis a poſtibus ejus atque angulis ædium removeantur. Si numerus utrinque fuerit impar, feneſtra media ornatu a cæteris diſtinguenda, ita tamen ut media verſus dextram ſit ſimilis mediæ verſus ſiniſtram; quod & de cæteris notandum. Denique ſi numerus feneſtrarum fuerit major, e. gr. novem, janua cum duabus feneſtris proximis ultra murum reliquum projici quodam exiguo intervallo poteſt: quod idem ſubinde ab utroque latere fieri debet in ædibus latioribus.*

Patet horum omnium ratio ex eurythmia (§. 30).

SCHOLION.

292. *Eadem eurythmia docet, quomodo ornatus feneſtrarum eleganter varietur.*

THEOREMA 11.

293. *Si juxta januam primariam fuerint aliæ; primaria major fieri mediumque locum occupare, reliquæ minores ab utroque latere æqualibus intervallis diſtare debent.*

Ratio denuo eſt ab eurythmia petenda (§. 30).

THEOREMA 12.

294. *Murus, in quo ſunt feneſtræ, minorem craſſitiem habere debet, quam inter feneſtras intermedius.*

Alias enim non commodus eſt proſpectus & arcus ſuper feneſtris inutili pondere gravatur, ſumtusque inanes profunduntur. Poſtulat ergo firmitas & commoditas, ut craſſities minor fiat (§. 16. 17).

DEFINITIO 6.

295. Per *Podium* intelligimus ſtructuræ quoddam genus ante feneſtram excitatum, ut tubicines inter prandium in eo conſiſtere poſſint, vel etiam ut inde detur proſpectus.

COROLLARIUM 1.

296. Feneſtra igitur cum podio non convenit niſi palatiis magnatum, atque ædificiis in hortis excitatis.

COROLLARIUM 2.

297. Podium vel ſolido muro, vel columnis inniti, non facile penſile fieri debet (§. 16).

COROLLARIUM 3.

298. Feneſtra cum podio cum aliam ſimilem juxta ſe non habeat, medium ædificii locum occupare, adeoque ſuper janua exſtrui (§. 291) & magis ornari cœteris debet ad inſtar januæ etiam cum frontiſpicio atque pilis parietinis.

COROLLARIUM 4.

299 Ut tubicines tuto in podio conſiſtere queant, podium vel murulo continenti, vel columellis circumdari debet, utroque in caſu ornatu a ſtylobata petito.

SCHOLION.

300. *Solet etiam lorica quadam ex ferramento parari, præſertim ſi podium penſile, ne nimis graventur trabes ipſum ſuſtentantes.*

CA-

# CAPUT IV.
# De
# CONCLAVIBUS ÆDIFICIORUM.

### *THEOREMA* 13.

301. *Figura omnium conclavium quadrangularis & rectangula eſſe debet.*

Ita enim commodior eſt eorundem uſus, cum menſæ, ſcamna, lectus, ciſtæ &c. convenientius in iis locentur, quam ſi figura alia quæcunque admitteretur (§. 17). Præterea integra area, cui ædificium ſuperſtruitur, eandem figuram habere debet, præſertim in urbibus, ubi ædes contiguæ fiunt. Talis autem figura omnium optime rurſus in parallelogramma rectangula minora diſtribuitur.

### *THEOREMA* 14.

302. *In cubiculo una minimum ſit feneſtra; in hypocauſto ſint minimum duæ, ad ſummum tres; in æcis minoribus tres, in majoribus quinque.*

Primum per ſe patet, cum alias lumen non poſſet admitti in cubiculum (§ 266). Hypocauſto conveniunt feneſtræ duæ vel tres, quia hac ratione optime ſecundum regulas eurythmiæ exornari poſſunt (§. 29): quemadmodum experientia docet. Sed oeci plures feneſtras requirunt, pauciores enim ob nimiam earum diſtantiam ad loca quædam lumen non tranſmittunt. Et eurythmia numerum imparem pari præferri jubet, ſi plures fuerint duabus (§. 29).

### *COROLLARIUM* 1.

303. Quoniam latitudo atque diſtantia feneſtrarum in ædificiis majoribus major eſt, quam in minoribus; latitudo conclavium in illis major erit, quam in his, etiamſi idem feneſtrarum numerus utrobique retineatur.

### *COROLLARIUM* 2.

304. Data latitudine feneſtrarum una cum diſtantia earundem, datur etiam latitudo conclavis, cum eurythmia poſcat feneſtras a parietibus intergerinis æqualiter utrinque diſtantes.

### *COROLLARIUM* 3.

305. Cum longitudo conclavium nimia impediat, ne lumen & hiberno tempore calor per tota æqualiter diffundatur; latitudo ad longitudinem non nimis exiguam rationem habere debet. Conveniunt itaque 1:1, 2:3, 3:4, 3:5, 4:5, 4:7, 8:9, & in œcis, 1:3 (§. 23).

### COROLLARIUM 4.

306. Dato numero feneſtrarum juxta latitudinem ædium, & ſcopo fundatoris, quot & qualia conclavia in eo haberi poſſint, facile judicatur.

### THEOREMA 15.

307. *Altitudo conclavium nec nimis magna, nec nimis exigua fieri debet.*

Altitudo enim major officit hieme eorum calefactioni & ob feneſtras altiores æſtate æſtus intolerabilis. Minor aerem non ſatis purum conſervat, quia exhalationes corporum non ſufficienter diſſipantur: id quod ſanitati officit.

### COROLLARIUM.

308. Quoniam altitudo conclavis ex altitudinibus feneſtræ, (h. e. muri ſub feneſtra) & arcus ſuper eadem componitur; altitudo autem loricæ, ne minus commodus fiat proſpectus, non ultra 3 pedes menſuram habere debeat; de ratione altitudinis ad latitudinem ac longitudinem conclavis definienda non multum laborandum eſt, cum ſponte ex illis altitudinibus determinatis reſultet.

### SCHOLION 1.

309. *Accedit ratio alia, quæ idem ſuadet, nempe quod eadem altitudo per omnia conclavia ejusdem contignationis ſit retinenda.*

### SCHOLION 2.

310. *Opera tamen danda eſt, ut altitudo feneſtrarum & januarum ad altitudinem conclavium habeat rationem venuſtam.* Talis *eſt quam* Scamozzi *aſſignat, pro feneſtris quidem* 4 : 7, *pro januis* 2 : 3 : *unde altitudines facile determinantur ex datis januarum & feneſtrarum altitudinibus* (§. 258. 279. 280).

### SCHOLION 3.

311. Blondellus (m) *in ædificiis minimis requirit altitudinem* $8\frac{1}{2}$ *vel* 9 *pedum; in conclavibus quadratis altitudinem latitudini æqualem; ſi latitudo* 1, *longitudo* $1\frac{1}{4}$; *erit juxta eundem altitudo* $1\frac{1}{8}$: *ſi latitudo* 1, *longitudo* $1\frac{1}{2}$; *tum altitudo* $1\frac{1}{4}$, *ſi latitudo* 1, *longitudo* $1\frac{3}{4}$; *tum altitudo* $1\frac{3}{8}$: *ſi latitudo* 1, *longitudo* 2; *altitudo* $1\frac{1}{2}$.

### THEOREMA 16.

312. *Ea conclavia inter ſe communicare debent, quorum uſus eſt connexus.*

Ratio a commoditate petenda (§. 17): e. gr. muſæum contiguum ſit cubiculo, quia a lucubrationibus cubitum itur.

### THEOREMA 17.

313. *Is ædium locus conclavi unicuique convenit, ubi pauciora ſunt negotiorum in eo expediendorum impedimenta, plures vero circumſtantiæ favorabiles.*

Poſtulat hoc denuo commoditas (§. 17. 7). E. gr. Muſæum non debet eſſe vicinum hypocauſto, in quo liberi degunt, quorum ſtrepitus ſtudiis inimicus: feneſtræ non pateant in plateam, ubi per integrum

(m) Cours d' Archit. part. 3. c. 9. f. 269.

grum diem ingens ſtrepitus; eædem reſpiciant orientem, quia Sol oriens Muſis amicus, noſtrisque in oris ventus ab oriente flans ſiccitate ſua favet bibliothecis.

# CAPUT V.
## De
# PAVIMENTIS, LAQUEARIBUS ET FORNICIBUS.

*THEOREMA* 18.

314. *Pavimentum in hypocauſtis & cubiculis ſternendum eſt aſſeribus abiegnis; in œcis & atriis lapidibus vel lateribus quadratis, aut ruderatio fieri debet.*

Habenda enim eſt ratio commoditatis (§. 17), adeoque in hypocauſto & cubiculo præferuntur aſſeres ſaxis atque lateribus, quia hieme minus frigeſiunt. In œcis vero & atriis frigus moleſtum non eſt, adeoque durabilius antefertur minus durabili. Cæterum aſſeres abiegni præſtant reliquis, quia rigiditatem ſervant (§. 39).

*SCHOLION.*

315. *Lateres debent fieri & latiores, & tenuiores iis, ex quibus muri ſtruuntur.*

*THEOREMA* 19.

316. *Si ſaxa vel lateres figuram regularem habere debent, aut triangula, aut quadrata, aut hexagona ſint neceſſe eſt.*

Anguli enim in eodem puncto concurrentes circulum complere, hoc eſt, quatuor rectis æquales eſſe debent. Quare cum ſex anguli trigoni regularis (§. 228 *Geom.*), quatuor quadrati (§. 94 *Geom.*) & tres hexagoni (§. 328 *Geom.*), quatuor rectis æquales ſint; tres autem pentagoni a quatuor rectis deficiant, quatuor pentagoni & tres heptagoni, multoque magis tres anguli polygoni cujuscunque plurium laterum quatuor rectos excedant; nonniſi ſaxa triangularia, quadrata & hexagona pavimento ſternendo inſerviunt.

*SCHOLION.*

317. *Equidem pavimenta ſterni poſſunt ſaxis diverſarum figurarum: ſed non opus eſt, ut in his evolvendis multum operæ inſumamus, cum pavimenta elegantiſſima mira varieta-*

*te fieri queant ex ſolis quadratis bicoloribus ſeu potius per diagonalem in duo triangula diverſi coloris reſoluta, quemadmodum per leges artis combinatoriæ docuit* Truchet (n).

### *PROBLEMA* 13.

318. ***Ruderationem perficere in planitie terræ.***

### *RESOLUTIO.*

1. Si locus fuerit congeſtitius, fiſtucationibus cum magna cura ſolidetur, ne ſolo ſubſidente rudus rimas agat.
2. Fiat ſtratum e ſaxis non minoribus, quam quod poſſint manum implere, mortario ex calce & arena confecto jungendis: quod *Vitruvius* (o) ſtatumen appellat.
3. Inducatur ſtatumini rudus ex lapillis minutioribus calci permixtis. Si lapilli fuerint novi, rationem ad calcem habeant triplam; ſi ex muris aut pavimentis antiquis eruti ut 5 ad 2.

### *Aliter.*

*Vitruvius* in hybernaculis commendat pavimenti quoddam genus quo Græci ſunt uſi (p) & quod his verbis deſcribit:

1. Fodiatur intra libramentum triclinii altitudo circiter pedum binum & ſolo fiſtucato inducatur rudus aut teſtaceum pavimentum ita faſtigatum, ut in canali habeat nares.
2. Congeſtis & ſpiſſe calcatis carbonibus, inducatur ex ſabulone, calce & favilla mixta materies, craſſitudine ſemipedali ad regulam & libellam.
3. Summum libramentum cote deſpumetur: ita reddetur ſpecies nigri pavimenti, ubi quod poculis & ſputiſmatis effunditur ſimul atque cadit ſicceſcit, nec qui nudis pedibus fuerint, frigus inde recipiunt.

### *PROBLEMA* 14.

319. *Super laquearia lignea ruderationem perficere.*

### *RESOLUTIO.*

1. Laquear fiat ex duplici aſſerum ſerie, quorum ſuperiores transverſim imponantur inferioribus, ſinguli vero binis clavis affigantur ſingulis tignis. Aſſeres *Vitruvius* commendat vel eſculinos, vel quernos.
2. Ne calx officiat ligno, laquear filice vel palea obſtruatur.
3. Reliqua fiant ut ſupra.
4. Poteſt etiam nucleus induci ex parvis cruſtis ſive triangularibus, ſive quadratis, ſive hexagonis (§. 316).

*PRO-*

(n) Memoir. de l' Acad. Roy. des Sciences A. 1704. p. 363. & ſeq.
(o) lib. 7. c. 1. f. 127. (p) lib. 7. c. 4.

*PROBLEMA* 15.

320. *Ruderationem ſub dio perficere.*

*RESOLUTIO.*

1. Fiat duplex aſſerum combinatio ut ante (§. 319).
2. Statumen & rudus inducantur ad pedis altitudinem eodem, quo ſupra, modo (§. 318).
3. Sternatur nucleus e teſſeris grandibus utrinque declivis, ut aqua pluvialis & nix liquefacta defluere queant.
4. Juncturæ expleantur calce oleo, vitro & lateri contuſo ac per cribrum coacto, itemque limaturæ Martis probe contuſæ, ſubacta.

*SCHOLION.*

321. *Teſſeræ, ex quibus nucleus paratur, æſtu ſolis calefactæ illinantur cera, terebinthina atque reſina liquefactis & invicem commixtis, ne humorem imbibant.*

*PROBLEMA* 16.

322. *Laquear ligneum conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

1. Trabes transverſæ imponantur parietibus oppoſitis, ita tamen ut ſolido, non aperturis incumbant.
2. Trabibus clavis affigantur aſſeres dedolati.
3. Planum dividatur in areas, ita ut media habeat latera lateribus conclavis parallela & in eadem ratione, in qua iſta exiſtunt. (II.) Nempe ſi conclave fuerit quadratum, area quoque media quadrata fieri debet; ſi illud oblongum, hæc quoque oblonga fieri debet. In priori tamen caſu quadrato etiam circulus, in poſteriori ellipſis ſubſtitui poteſt.
4. Areæ laterales non modo æquales & ſimiles eſſe debent (§. 30); verum etiam latera earundem convenire debent lateribus intermediæ, e. gr. ſi latera intermediæ fuerint convexa, latera lateralium iis oppoſita concava eſſe debent & contra &c.
5. Tandem ubi laquear parietibus incumbit, coronice ornetur.

*PROBLEMA* 17.

323. *Laquear ex gypſo perficere.*

*RESOLUTIO.*

1. Trabibus affigantur tigna contigua &
2. Tignis arundines mediante filo ferreo connectendæ, ne e ſitu ſuo dimoveri poſſint.
3. Gypſus inducatur & diviſio arearum fiat ut ante (§. 322).

*Aliter.*

1. Intra trabes figantur ligna transverſa.
2. Inducatur lutum ſtramini permixtum &
3. antequam ſiccefcat, paſſim infigantur fruſtula laterum anguloſa.
4. Ubi exſiccatum fuerit lutum gypſus

pſus inducatur & reliqua fiant ut ante (§. 322).

*PROBLEMA* 18.

324. *Fornicem conſtruere.*

*RESOLUTIO.*

1. Fiant ex aſſeribus arcus ejus latitudinis ac altitudinis, quam fornix habere debet, atque ſuper pilis, & muris, quibus fornix incumbere debet, erigantur arcus, trabeculisque transverſis colligentur.
2. Arcubus affigantur aſſeres figuram fornicis exhibentes: ipſi vero arcus cuneis eleventur, ut, quando fornix ſicceſcit, remotis cuneis demittantur.
3. Fornix ex lateribus ſtruatur inſtar murorum, vel etiam ex lapidibus ſingulari artificio cæſis.
4. Ut vero pilæ eidem ferendo pares ſint, earum craſſities ita determinetur.
   a) Arcus ACDB dividatur in tres partes æquales. Tab. XIII. Fig. 26.
   b) Chorda DB producatur in E, donec BE = DB.
   c) In B erigatur perpendicularis BG &
   d) Ex E demittatur perpendicularis EF, quæ erit craſſities muri.

*SCHOLION* 1.

325. *Regula illa pilarum craſſitiem determinandi non eſt demonſtrativa; vulgo tamen ab Architectis traditur, ut adeo experientia comprobata cenſeatur.*

*SCHOLION* 2.

326. *Artificium illud cadendi lapides, cujus meminimus, exponunt* Desargues *in peculiari libro, quem inter Autores commemeramus aliique ibidem laudati.*

# CAPUT VI.
## De
# FORNACIBUS, CAMINIS ET FOCIS.

*PROBLEMA* 19.

327. *Efficere, ut calor ſubito per fornacem in hypocauſtum penetret.*

*RESOLUTIO.*

1. In fornace excitetur craticula ex virgis ferreis priſmatis triangularis figuram habentibus, ſed adeo arctis, ut nonniſi cinis per crenas intermedias decidere poſſit.
2. Pars fornacis ſuperior multo altior, ſed eadem quoque anguſtior fiat inferiore.

3. Ligna

3. Ligna fere ad perpendiculum ſuper craticula erigantur, ut flamma aſcendens per totam longitudinem ſerpat.
4. Fumus denique per ſingulares meatus ex fornace in fumarium deducatur.

Ita nimirum ligna ſubito in flammam conjicientur, ob aëris liberum acceſſum continuo duraturam, donec fuerint conſumta. Fumus præterea maximam caloris partem deponet, antequam ex fornace egredietur & calor coarctatus in conclave cito penetrabit.

### COROLLARIUM 1.

328. Levi mutatione facta fornaces apud nos uſitatæ in eam transmutari poſſunt formam.

### COROLLARIUM 2.

329. Quoniam nonniſi cinis per craticulam delabi poteſt (§ 327); hac ratione una impeditur, ne carbones cineribus obruti exſtinguantur & ſic materia, quæ flammam alere poteſt, tota reſolvitur.

### SCHOLION.

330. *Aer ad flammam alendam non ex hypocauſto in fornacem deduci debet, alias enim per rimas feneſtrarum & januarum frigidus in ejus locum irruit. Atque hæc ratio eſt, cur calor in hypocauſto non diu perſeveret.*

### PROBLEMA 20.

331. *Efficere, ut calor fere omnis in hypocauſtum penetret.*

### RESOLUTIO.

Quoniam experientia loquitur, maximam caloris partem cum fumo ex fornace egredi; fumus per longos anfractus atque meatus deducendus, ut calorem deponat, antequam in fumarium deferatur.

### PROBLEMA 21.

332. *Efficere, ut aer per totum hypocauſtum calefiat & idem purior reddatur.*

### RESOLUTIO.

Intra fornacem aptentur tubi utrinque in hypocauſtum hiantes, ita nimirum aer calore flammæ ad parietes extus allidentis rarefactus egredietur & frigidus in ejus locum ſuccedet, atque aer ex toto hypocauſto per tubos iſtos circulabitur ibidemque calefiet.

Quodſi vero tubi altero ſui extremo foras hient atque aeri ex hypocauſto in fornacem pateat aditus; intus contentus cum fumo egredietur, externus vero in tranſitu per tubos calefactus in ejus locum ſuccedet. Hoc vero in caſu tubi ſunt occludendi, quamprimum flamma exſpiraverit.

### PROBLEMA 22.

333. *Fornacem ita aptare, ut duo conclavia una calefiant.*

### RESOLUTIO.

In pariete intergerino, ſi con-

 cla-

clavia in eadem fuerint contignatione, vel in laqueari, ſi in diverſa, duæ fiant aperturæ, altera prope fornacem vel ſuper eadem, altera vero in loco oppoſito: ita nimirum aer ad fornacem calefactus, dum rarefit, in conclave frigidum penetrabit & per aperturam oppoſitam frigidus cedet. Calor itaque per utrumque conconclave propagabitur.

*Aliter.*

Si conclave alterum fuerit exiguum; fornax in eo conſtruatur variis meatibus inſtructa,& per tubum ex fornace hypocauſti fumus in eandem deducatur: qui cum calorem in iſta deponat, aër quoque in conclavi minori calefiet.

## SCHOLION.

334. *Vulgo per unicam aperturam aerem calidum ex uno conclavi in alterum deducere ſolent; ſed ſucceſſu minime optato, quia circulatio aeris ex uno in alterum locum non habet.*

## PROBLEMA 23.

335. *Caminum exſtruere.*

## RESOLUTIO.

Tab. XIV. Fig. 27. 1. Latitudo A B ad altitudinem aperturæ BD fiat in ratione 3:2, vel 3:4, ad profunditatem vero in dupla. Eſt autem latitudo in conclavibus minoribus 3, in majoribus 5, in cubiculis 4, in œcis minoribus $5\frac{1}{2}$, in majoribus 6 pedum; ſed altitudo nunquam excedere debet $2\frac{1}{2}$, ne fumus in conclave penetret.

2. Juxta focum fiat apertura, quando e re fuerit, occludenda, ut aer externus ad flammam accedere poſſit: alias enim vel internus non ſufficit ad arcendum fumum, ſicque fumus in conclave penetrat, vel per rimas januarum & feneſtrarum frigidus continuo irruit.

3. Ubi aër in fumarium ingreditur aptetur lamina ferrea, qua demiſſa, ipſum occluditur, ne igne exſtincto aeri frigido in conclave pateat acceſſus.

4. Ornatus idem propemodum eſt, qui januarum & feneſtrarum latitudinis aperturæ AB parte ſexta, ſeptima vel octava pro modulo aſſumta. Reliqua ex figura patent & ad arbitrium Architecti variari poſſunt.

## SCHOLION 1.

336. *Quodſi caminus inſtar fornacis conclave aliquod calefacere debet; vi principiorum ſuperius traditorum variæ ejus formæ excogitari poterunt* (§. 326 & ſeqq.).

## SCHOLION 2.

337. *Firmitati optime conſulitur, ſi ſolido fundamento inſiſtat caminus: quod quidem facile obtinetur, ſi camini ſuperiorum contignationum caminis inferiorum inſiſtant.*

## SCHOLION 3.

338. *Sed ne ædificium inutili pondere gravetur, trabeationes nimis compoſitæ vitandæ.*

PRO-

*PROBLEMA* 24.

339. *Focum exſtruere.*

*RESOLUTIO.*

1. Fiat altitudo foci $2\frac{1}{2}$ pedum, ne moleſtum fiat brachia ſuper eodem huc illucque movere, prout uſus poſtulaverit.

2. Latitudo in ædificiis communibus fiat pedum 3 vel 4; in majoribus 5 vel 6; longitudo vero in iſtis $4\frac{1}{2}$, ad ſummum 6; in his 6, ad ſummum 8. Ea nempe latitudo & longitudo fieri debet, ut ſpatium cibis una præparandis ſufficiens obtineatur.

3. Ut undiquaque accedere ad focum liceat, nonniſi latere uno minorum muro adhæreat, & ne ignis nocere poſſit, murus iſte ex ſaxis vel lateribus, vitato omnis ligni uſu, ſtruendus.

4. Ut focus tandem mundus ſervetur, ſub eo fiat receptaculum cinerum & alicubi apertura lamina ferrea occludenda, per quam cineres, igne exſtincto, in ipſum demittantur.

*PROBLEMA* 25.

340. *Fumarium exſtruere.*

*RESOLUTIO.*

In fumarii exſtructione præcipua eſſe debet cura, ne fumum in culinam aut atria remittat. Quare

1. ea fieri debet amplitudo, ut fumum aſcendentem omnem capere poſſit, nempe latitudo minimum 10, longitudo 15 digitorum. Ut vero fumus aſcendat, liber aeri ad ignem affluxus concedatur opus eſt.

2. Quoniam impetus, quo elevatur fumus, continuo decreſcit, ut aer aſcendenti minus reſiſtat, ad quoslibet 20 altitudinis pedes integro digito latior fieri debet. Cavitas nempe fumarii pyramidis truncatæ inverſæ figuram habet.

3. Altitudo fumarii major ſit quam tecti, ne radii ſolares aerem circa tectum rarefacientes, nec venti ab eodem reflexi fumum repellant.

4. Sed ne ventorum vi dejiciantur, in faſtigio tecti demum educi atque ſub tecto, ſi opus ſit, inclinari debet: quæ inclinatio etiam hunc uſum habet, ne fumus tam facile repellatur. Habenda autem hic eſt eurythmiæ ratio (§. 30).

5. Ne fumus impetuoſior tardiorem repellat, aut contrarii æque fortes aſcenſum mutuum impediant; ex duobus focis, fornacibus vel caminis in idem fumarium minime deducendus eſt fumus, niſi diaphragmate diſtinguatur, ut non confundatur, niſi eadem directione uterque gaudeat.

6. Ope-

6. Opera denique danda eſt, ne fumaria conclavia deforment: unde ſæpius conſultum eſt, ut intra caminos in atriis exſtructos (§. 335) abſcondantur.

# CAPUT VII. De SCALIS ET TECTIS.

### *DEFINITIO* 5.

341. *Scala* dicitur, per quam ex una contignatione in aliam aſcendimus vel deſcendimus.

### *COROLLARIUM* 1.

342. Scala igitur primaria ſtatim in oculos incurrere debet, quamprimum ædificium intramus, ne eam quærere moleſtum ſit (§. 17).

### *COROLLARIUM* 2.

343. Atque ob eandem rationem ab imo usque ad tectum continua ſit.

### *COROLLARIUM* 3.

344. Ne inferiores contignationes inhabitantes quicquam incommodi ſententiant ab iis, qui vel aſcendunt, vel deſcendunt, neque etiam atriorum uſus tollatur; ſcala extra atrium ponatur, ita tamen ut in eurythmiam non impingatur (§. 30).

### *COROLLARIUM* 4.

345. Commodus cum eſſe debeat aſcenſus atque deſcenſus per ſcalas (§. 17); lumine ſufficiente illuminentur & quidem ubique æqualiter, ne viſus alicubi confundatur.

### *COROLLARIUM* 5.

346. Eadem commoditatis ratio poſtulat, ne gradus ſint juſto altiores, neque etiam nimis depreſſi, 6 circiter, ad ſummum 7 digitorum; ut latitudo ſit minimum 10, ad ſummum 15 digitorum.

### *COROLLARIUM* 6.

347. Ubi plures una aſcendunt vel deſcendunt, longitudo graduum ſeu latitudo ſcalæ major fieri debet, quam ubi tantum unus aſcendit; nempe in priori caſu ad ſummum 9, in poſteriori minimum $3\frac{1}{2}$ pedum.

### *COROLLARIUM* 7.

348. Ut denique ſcalæ partes ſingulæ commodius illuminari queant, nec lapſus per eam adeo periculoſus exiſtat, variaque utenſilia commodius per eam deportari poſſint; minimum poſt 6 vel 9, ad ſummum poſt 11 vel 13 gradus area quædam plana quadrata fieri debet.

CO-

### COROLLARIUM 8.

349. Si altitudo contignationis in digitos redacta dividatur per numerum digitorum altitudini gradus unius convenientium (§. 346); quotus numerum graduum ſcalæ indicat.

### SCHOLION 1.

350. *Poſtquam numerus graduum per calculum fuerit determinatus, pertica lignea altitudini contignationis æqualis in tot partes æquales dividatur, quot ſunt gradus & juxta has diviſiones gradus erigantur, alias enim facile fieri poteſt, ut gradius ſummus vel juſto altior, vel humilior fiat.*

### SCHOLION 2.

351. *Ornatus graduum ſunt aſtragalus & regula cum apophyge.*

### PROBLEMA 26.

Tab. XIV. Fig. 28. 352. *Scalam delineare.*

### RESOLUTIO.

E gr. Sit delineanda ſcala cum duabus areis, ea quidem conditione, ut prima pars habeat gradus 7, ſecunda 5, tertia denuo 7, & longitudo gradus ſeu ſcalæ latitudo ſit 6 pedum.

1. Ducantur more conſueto duæ lineæ rectæ A B & B D ſe mutuo ad angulos rectos in B ſecantes.
2. Ex H in G latitudo gradus ſepties, ex G in A & ex C in F longitudo ejus, ex F in E latitudo quinquies & tandem ex E in D longitudo ejusdem transferatur.
3. Regula ſucceſſive ad ſingula diviſionum puncta applicata ducantur rectæ *aa*, *gg*, *hf*, *ed*, *fa* ea una cum cæteris, quæ ſcalas diſtinguunt.

### DEFINITIO 6.

353. *Cochlidium* eſt ſcala, cujus gradus circa cylindrum erectum in gyrum redeunt.

### COROLLARIUM.

354. Quoniam gradus cochlidii prope peripheriam juſto latiores, prope axem vero nimis arcti; nonniſi per medium commode aſcenditur deſcenditurque, adeoque nonniſi in caſu neceſſitatis adhibendum, præſertim cum etiam rebus apportandis ac deportandis minus ſit commodum & lapſus per ipſum admodum periculoſus.

### PROBLEMA 27.

355. *Cochlidium delineare.*

### RESOLUTIO.

1. Semidiametro axis deſcribatur circulus & aucta eadem integra longitudine gradus alius concentricus. Tab. XIV. Fig. 29.
2. Peripheria dividatur in tot partes æquales, quot habet cochlidium gradus, & regula ad centrum atque ſingula diviſionum puncta applicata inter peripherias ducantur rectæ gradus diſtinguentes.

### SCHOLION.

356. *Interdum in palatiis Principum ſcalæ ſine gradibus fiunt; ſed cum longitudo altitu-*

*titudinis quintupla minimum eſſe debeat, nimis amplum ſpatium requirunt.*

## THEOREMA 4.

357. *Tecta nec alta nimis, nec nimis humilia fieri debent.*

Tecta enim nimis alta inutili pondere gravant muros, quibus incumbunt, & ob ligni abundantiam incendium majus periculi habet: nimis vero humilia ſufficiente declivitate deſtituuntur, unde aqua pluvialis & quæ ex ſoluta nive colligitur in eodem ſtagnat, ſicque lateres corrumpuntur. Obeſt adeo firmitati cum altitudo, tum humilitas nimia.

## SCHOLION.

Tab. XII. Fig. 30. 358. *Noſtris in oris altitudo commode fit latitudinis ſubdupla &, ſi ſuper latitudine AE ſemicirculus deſcriptus in quatuor partes æquales dividatur, ſubtenſæ AB, BC, CD & DE ſectionem tecti exhibent ob amplitudinem ſpatii, quo alterius generis tecta deſtituuntur, commendari ſoliti.*

## THEOREMA 5.

359. *Tecta vel tegulis, vel laminis cupreis tegenda.*

Poſtulat id firmitatis ratio (§. 16): ſcandulæ enim nec igni, nec pluviæ aliiſque aeris inclementiis reſiſtunt, quemadmodum lateres atque laminæ cupreæ.

## SCHOLION.

360. Tegulæ *triplicis ſunt generis, vel* hamatæ, *quibus his in oris potiſſimum utimur; vel* imbrices *canaliculi formam habentes; vel denique* tegulæ imbricatæ, *quæ inſtar hamatarum plana ſunt, ſed margines habent imbricum inſtar in canaliculum effigiatos. Illæ tectis venuſtatem; iſti firmitatem; hæ & firmitatem & decorem pariunt; illæ vero in incendiis facile dant damna ad reſtinguendam flammam accedentibus; iſti ſumtus tecti extruendi augent & ingenti pondere ædificium gravant; hæ denique nulli iſtorum incommodo ſubjectæ ſunt.*

## PROBLEMA 28.

361. *Tectum exſtruere.*

### RESOLUTIO.

1. Secundum muri longitudinem collocentur *catenæ* AB. Tab. XII. Fig. 31.
2. Super iis erigantur *cantherii* AC in angulum coëuntes.
3. Cantherii transverſim connectantur *tranſtris* DE; iidem vero & tranſtra *capreolis* GE.
4. Tranſtra CD fulciantur columine perpendiculari.
5. Cantheriis affigantur *templa* & iis tegulæ appendantur: vel iisdem affigantur aſſeres, quibus ulterius laminæ cupreæ affigendæ.
6. Feneſtræ fiant inter cantherios minores numeroque pauciores, quam habet ædificium, quia tanta luminis copia ſub tecto non requiritur, quam in conclavibus ac præterea liberior luminis ad tectum affluxus. Latitudo earum fit $\frac{2}{3}$ vel $\frac{5}{6}$ latitudinis feneſtrarum ædificii. Cæterum ſecundum eurythmiam per tectum diſponendæ (§. 30).

CA-

# CAPUT VIII.

## De

# ICHNOGRAPHIA ET ORTHOGRAPHIA ÆDIUM.

*DEFINITIO 9.*

362. *Ichnographia* eſt ſectio transverſa ædificii exhibens perimetrum totius ædificii ſingulorumque conclavium in data contignatione, una cum murorum & parietum intergerinorum craſſitie, januarum & feneſtrarum latitudine, columnarum, pilarum &c. projecturis, & cætera, quæ in illa ſectione veſtigia ſui relinquerent.

*DEFINITIO 10.*

363. *Orthographia externa* eſt delineatio faciei externæ ædium exhibens parietem primarium cum ſuis aperturis, tecto atque ornatu, & quicquid ulterius in oculos incurrit coram ædificio ſtanti.

*DEFINITIO 11.*

364. *Orthographia interna* eſt delineatio ædium, quales apparituræ, ſi murus primarius externus removeretur.

*SCHOLION.*

365. *Addunt aliqui* Scenographiam, *quæ eſt delineatio ædium ex dato loco viſarum ſecundum regulas perſpectivæ ſuo loco jam explicatas.*

*PROBLEMA 29.*

366. *Ichnographiam ædificii perficere.* Tab. XV.

*RESOLUTIO.*

1. Charta ſuper tabula delineatoria expanſa (§. 168) ducantur rectæ AB & AD ſe mutuo ad angulos rectos in A ſecantes.
2. In rectam AB transferantur ex medio C dimidia januæ latitudo, latitudo feneſtræ, diſtantia feneſtarum a ſe invicem & ita porro.
3. Ex E verſus D in rectam AD transferantur craſſities muri primarii, longitudo conclavis, craſſities parietis intergerini & ita porro.
4. Regula ad ſingula diviſionum puncta utriusque lineæ AB & AD decenter applicata ducantur rectæ (§. 169), quarum communes interſectiones dabunt ichnographiam deſideratam.

*PROBLEMA 30.*

367. *Orthographiam ædificii perficere.* Tab. XVI.

*RESOLUTIO.*

1. Recta AB eadem ratione dividatur,

datur, qua in problemate præcedente (§. 366).

2. In rectam AD transferantur altitudines ſingularum partium in facie ædium externa conſpicuarum, e. gr. januæ, feneſtrarum, tecti, fumariorum &c.

3. Regula ad ſingula diviſionum puncta applicata ducantur rectæ, quarum communibus interſectionibus orthographia externa determinabitur.

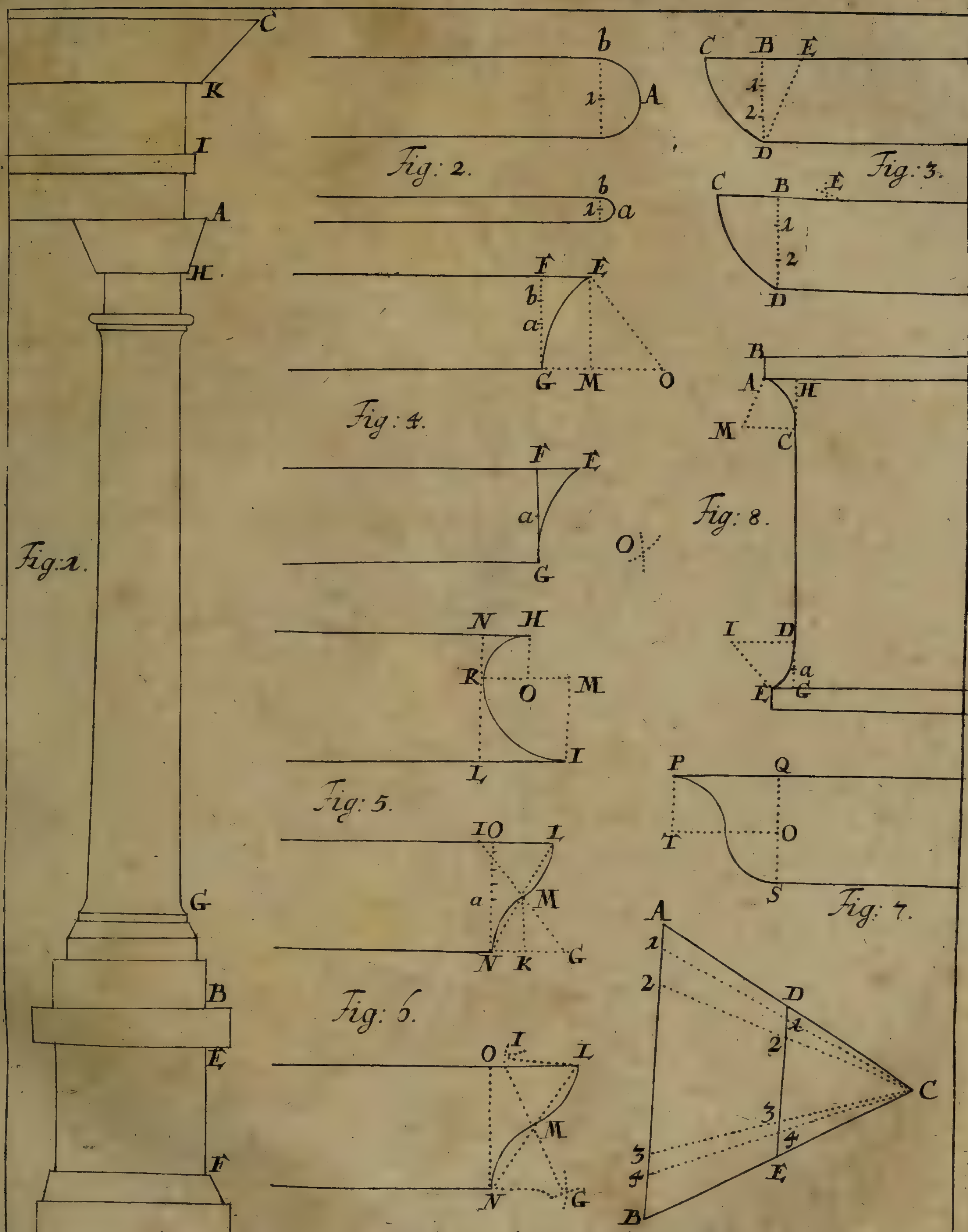
### *PROBLEMA* 31.

367. *Orthographiam ædium internam perficere.* Tab. XVII.

### *RESOLUTIO.*

Artificium delineationis prorſus idem, quo in problemate præcedente uſi ſumus: plus tamen operæ requirit hoc delineationis genus, quia plura repræſentanda ſunt, quam in orthographia externa. Quænam vero dimenſiones in utramque lineam AB & AD transferri debeant, ex figura, quam apponimus, manifeſtum eſt.

*FINIS Elementorum Architecturæ Civilis.*




Figur: Archit: Civil: Tab: I. Lit: X. 2.

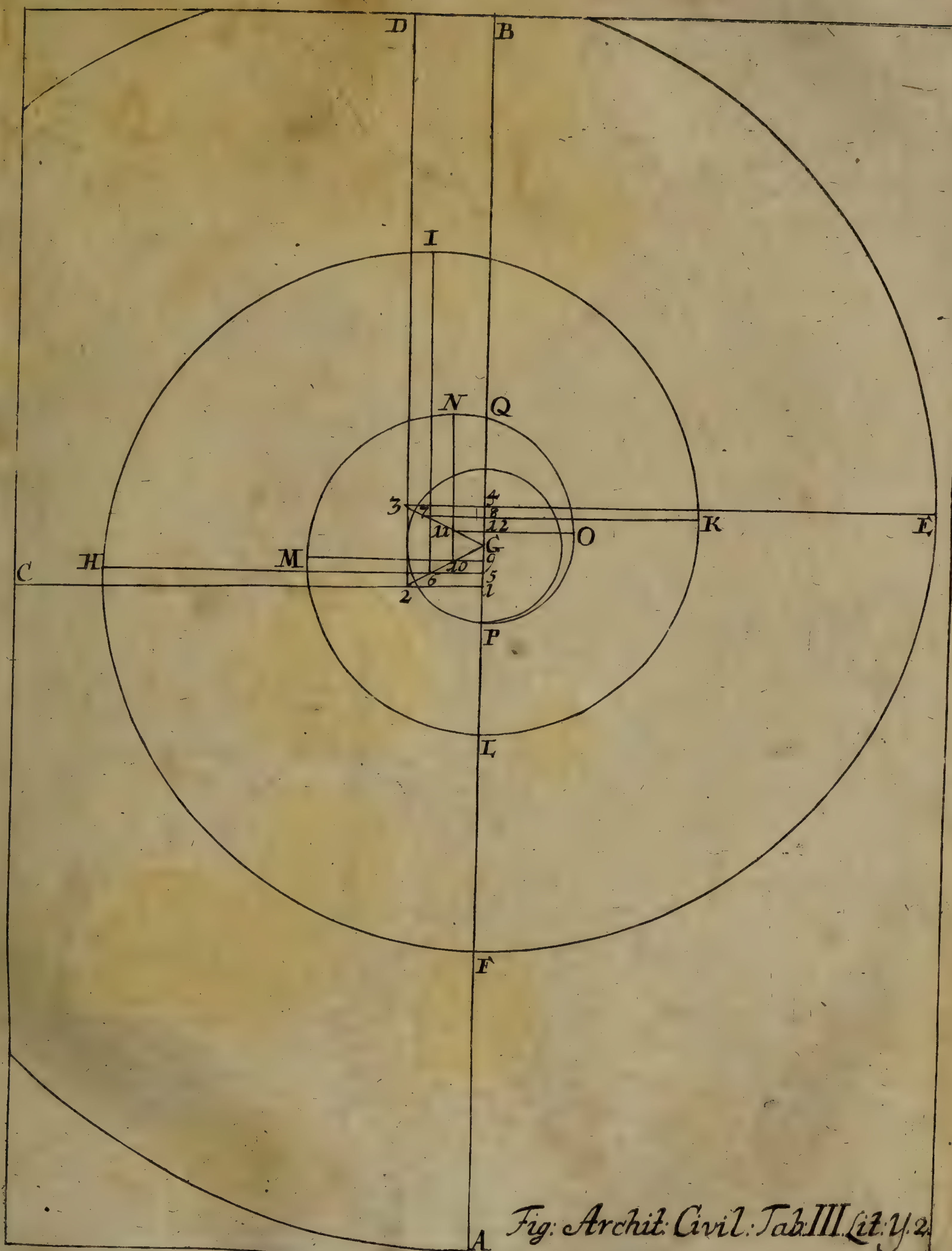



Fig: Archit: Civil: Tab. III. Lit: Y. 2.

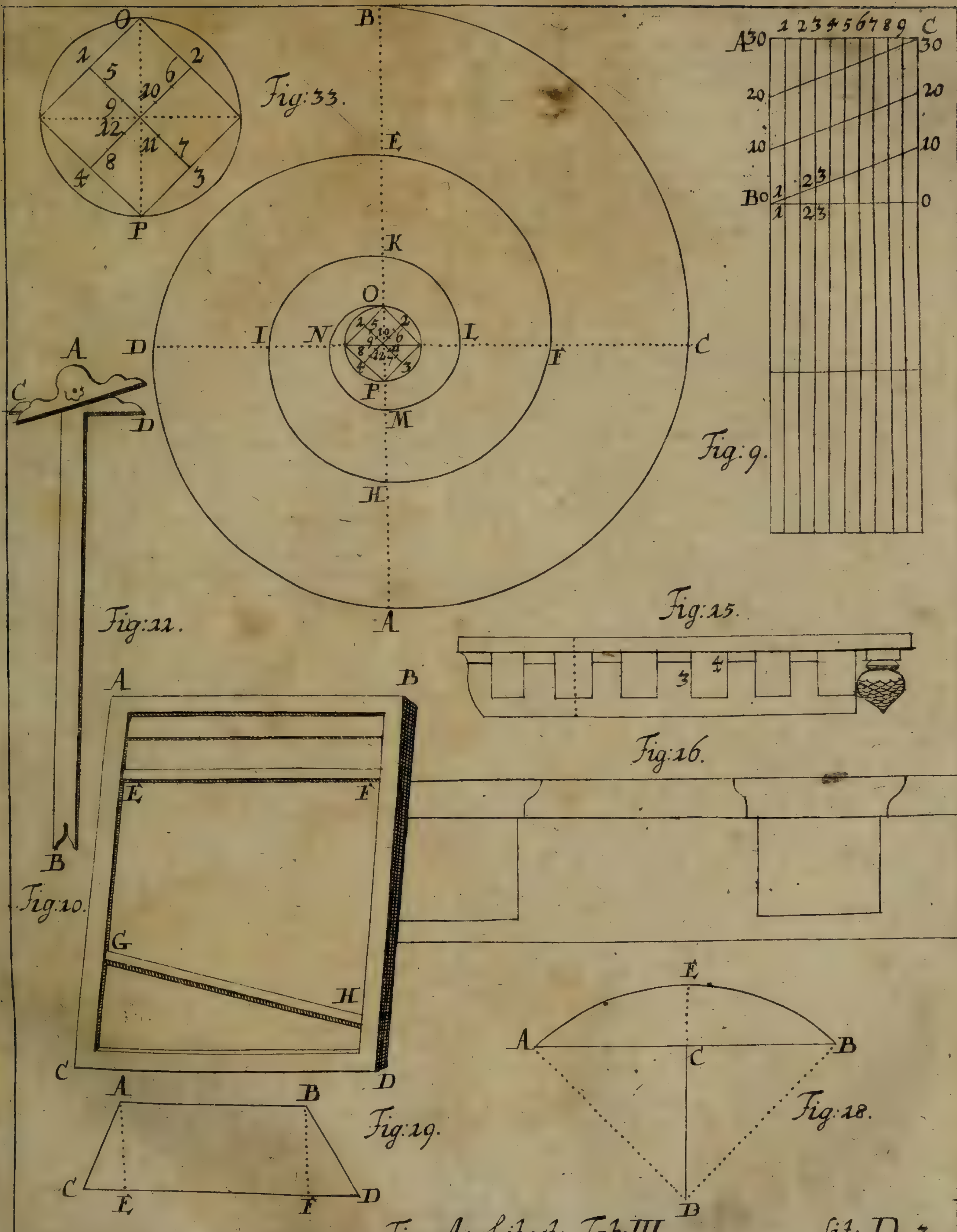



Fig: Architect: Tab: III.

Lit: D. 3.

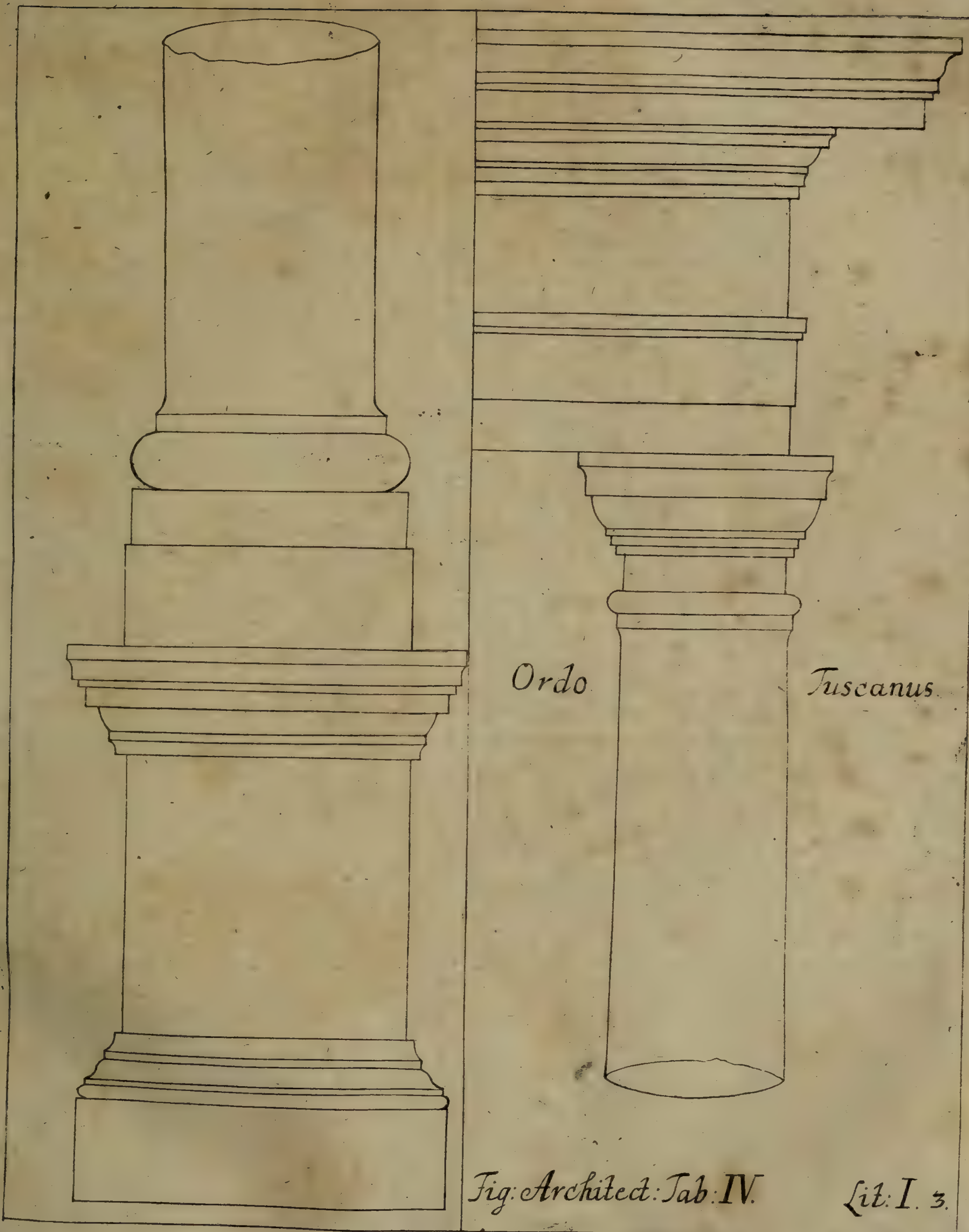



Fig: Architect: Tab: IV. Lit: I. 3.

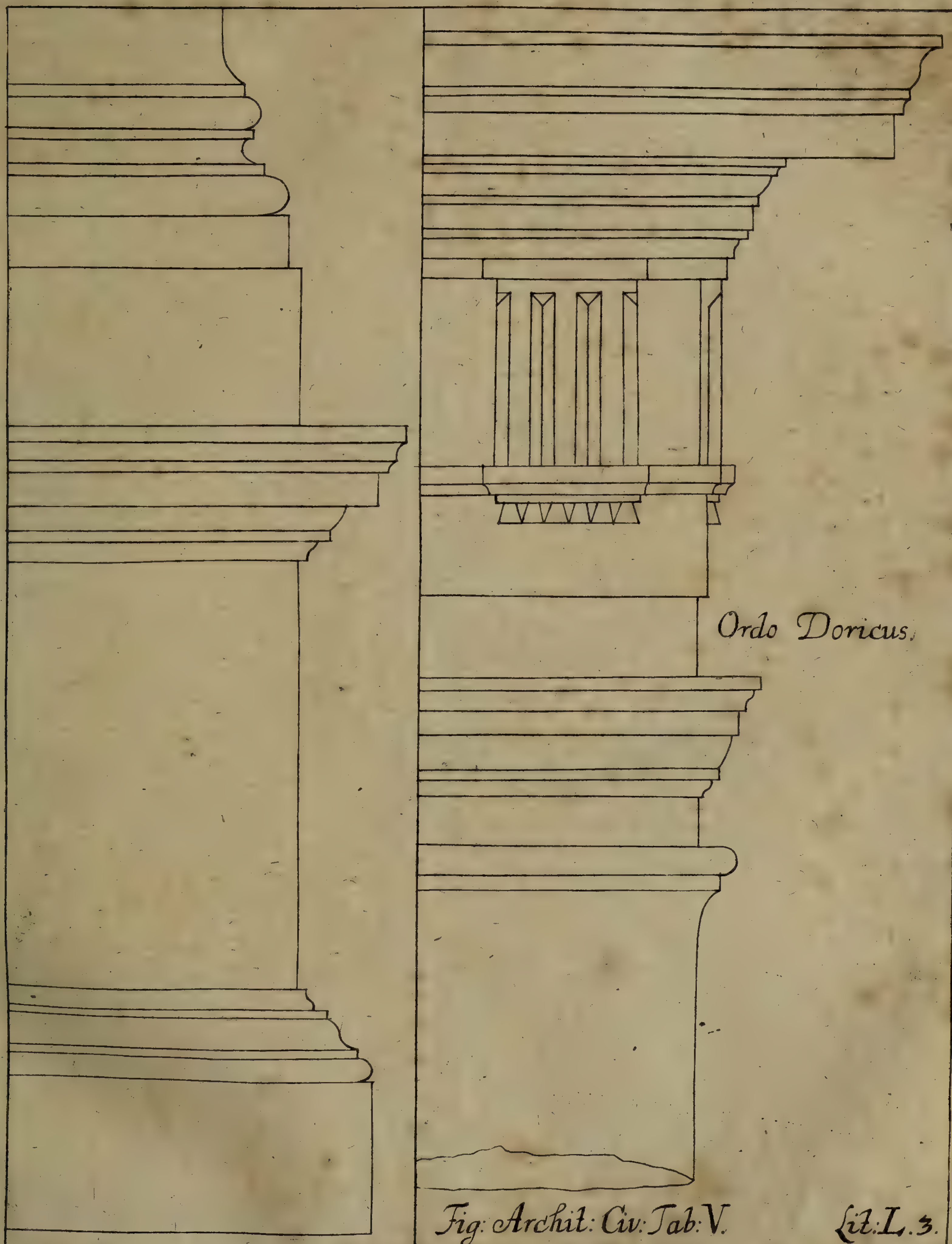



Fig: Archit: Civ: Tab: V.

Lit: L. 3.

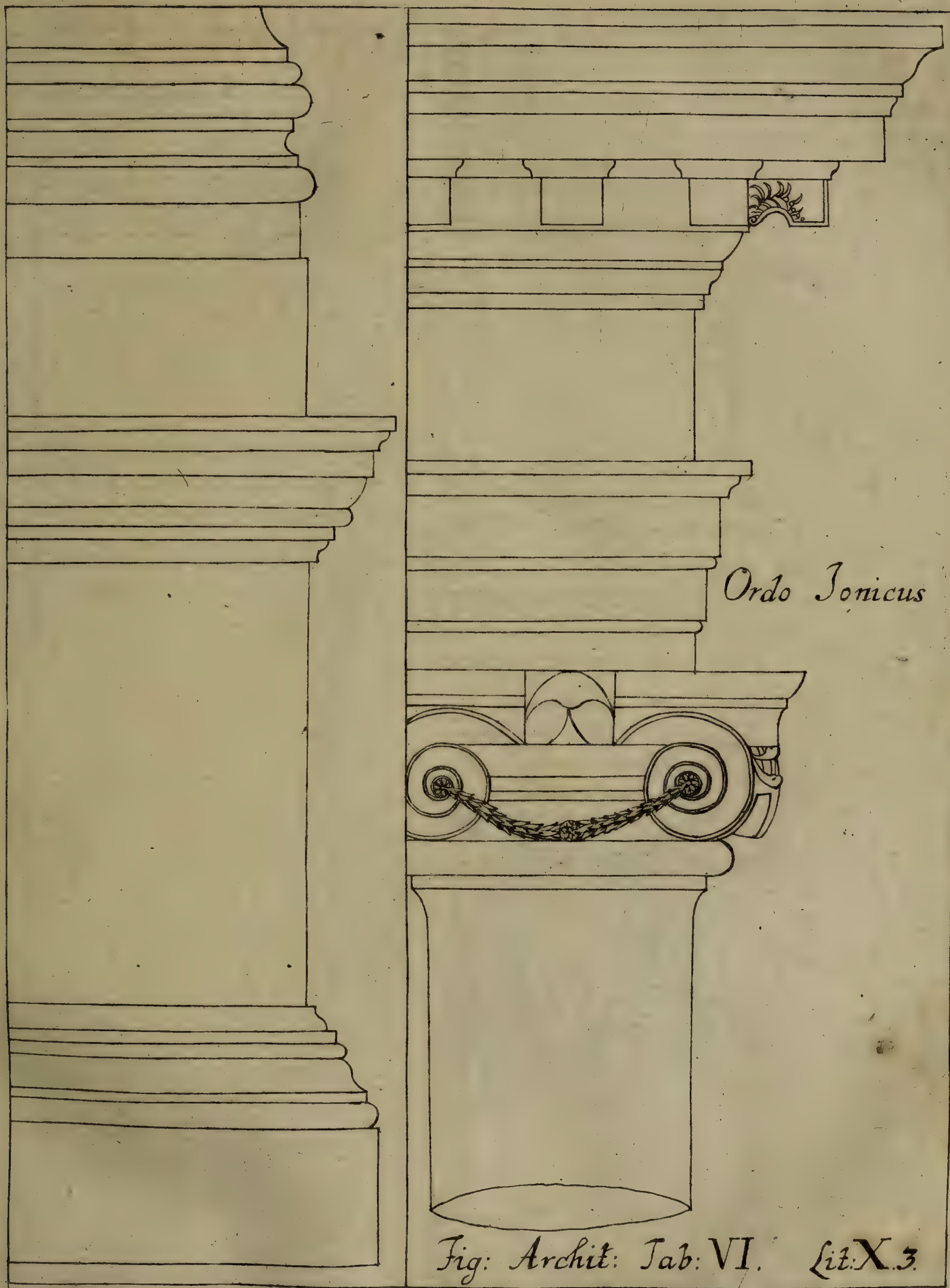


Fig: Archit: Tab: VI. Lit: X. 3.

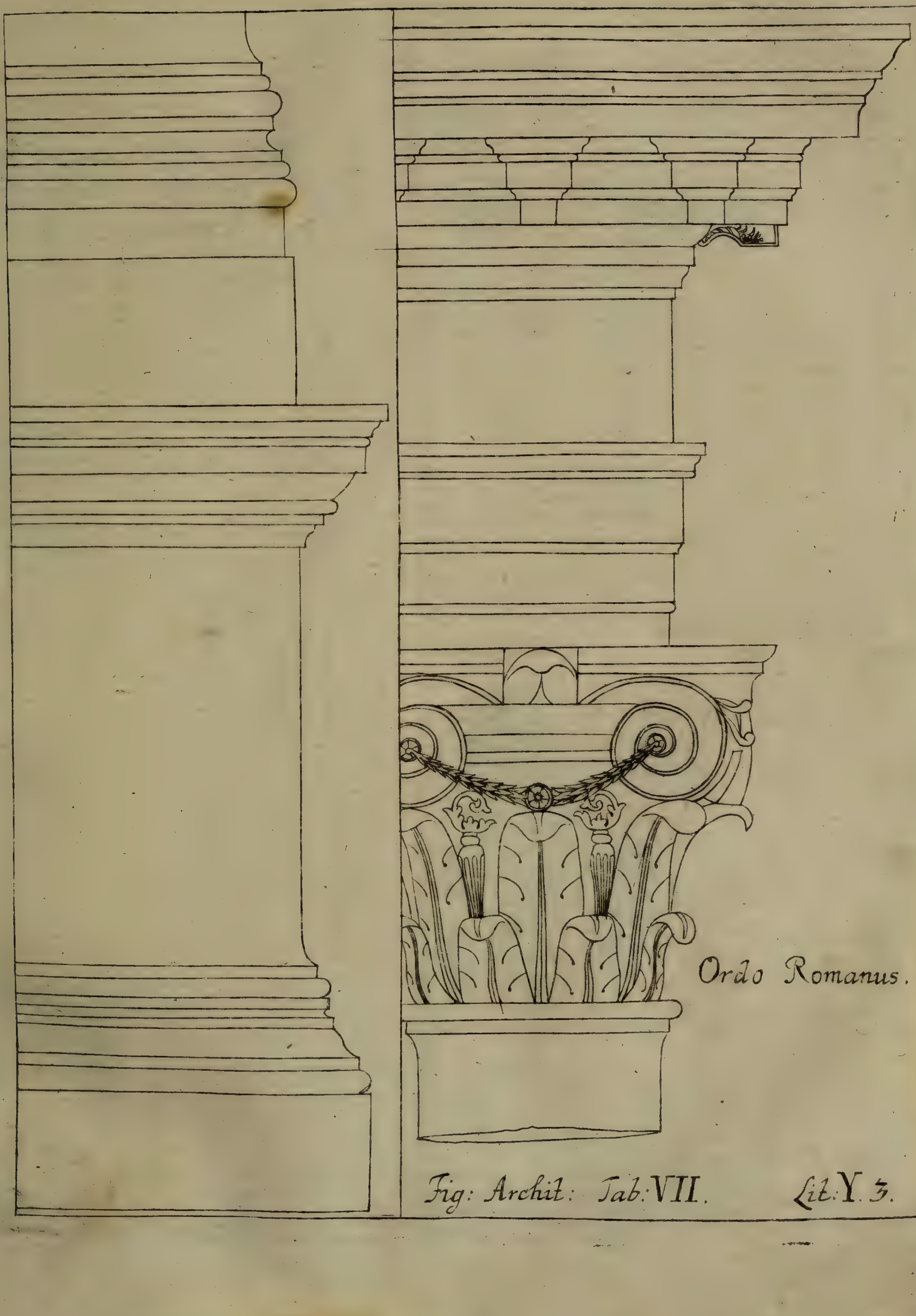
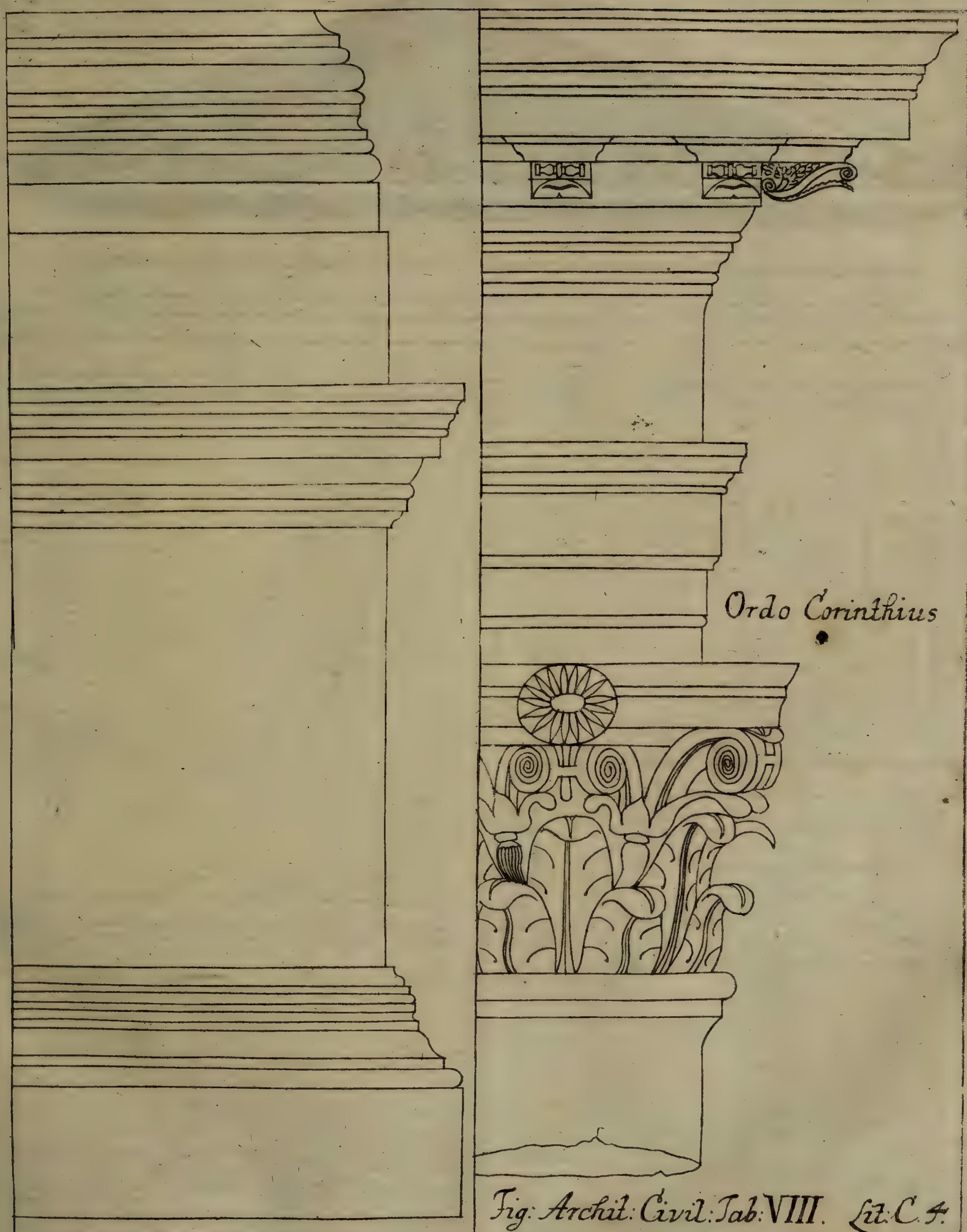



Fig: Archit: Tab: VII.

Lit. Y. 3.


Ordo Corinthius
Fig: Archit: Civil: Tab: VIII. Lit: C. 4.

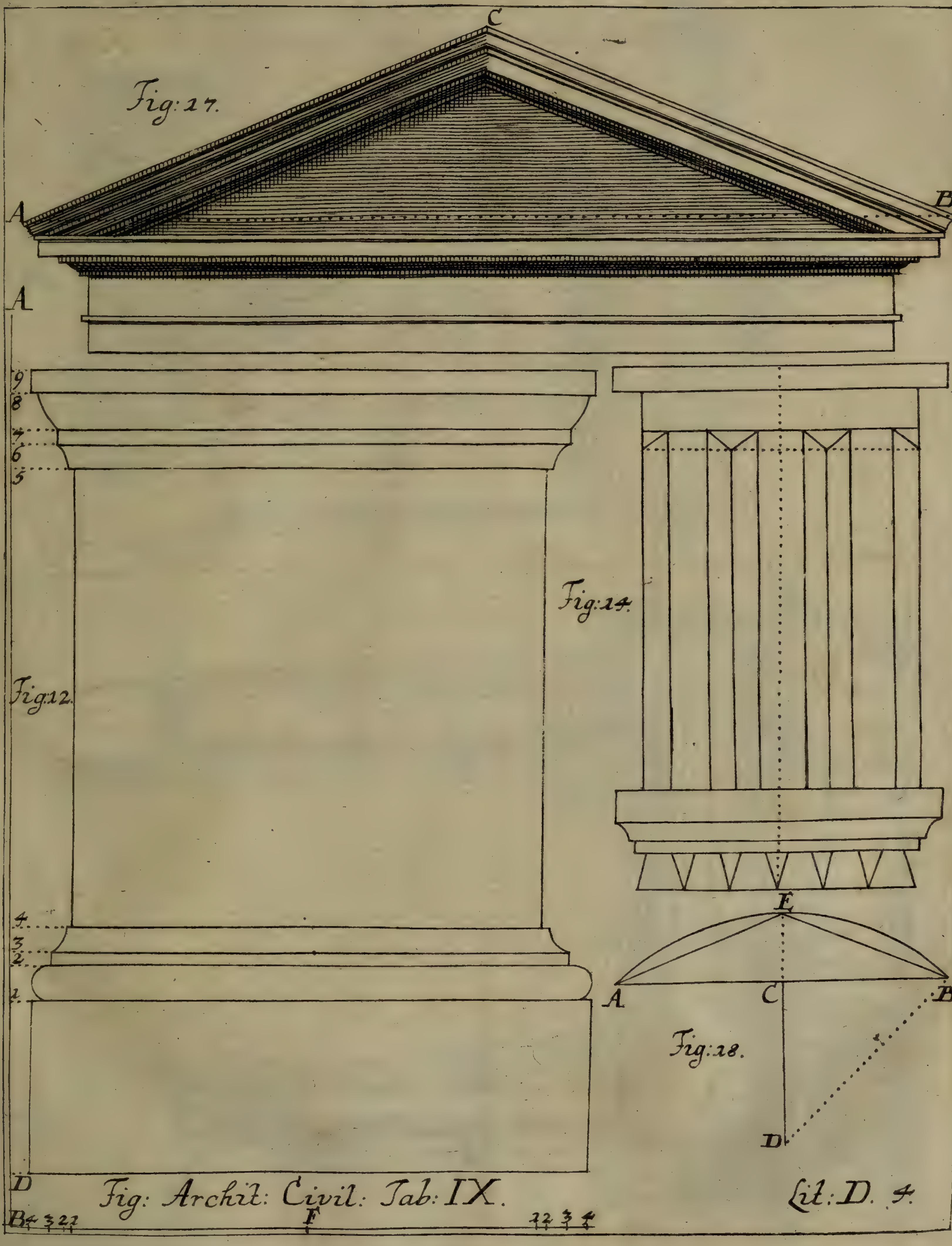



Fig: Archit: Civil: Tab: IX.

Lit: D. 4.



Fig: Archit: Tab: X.

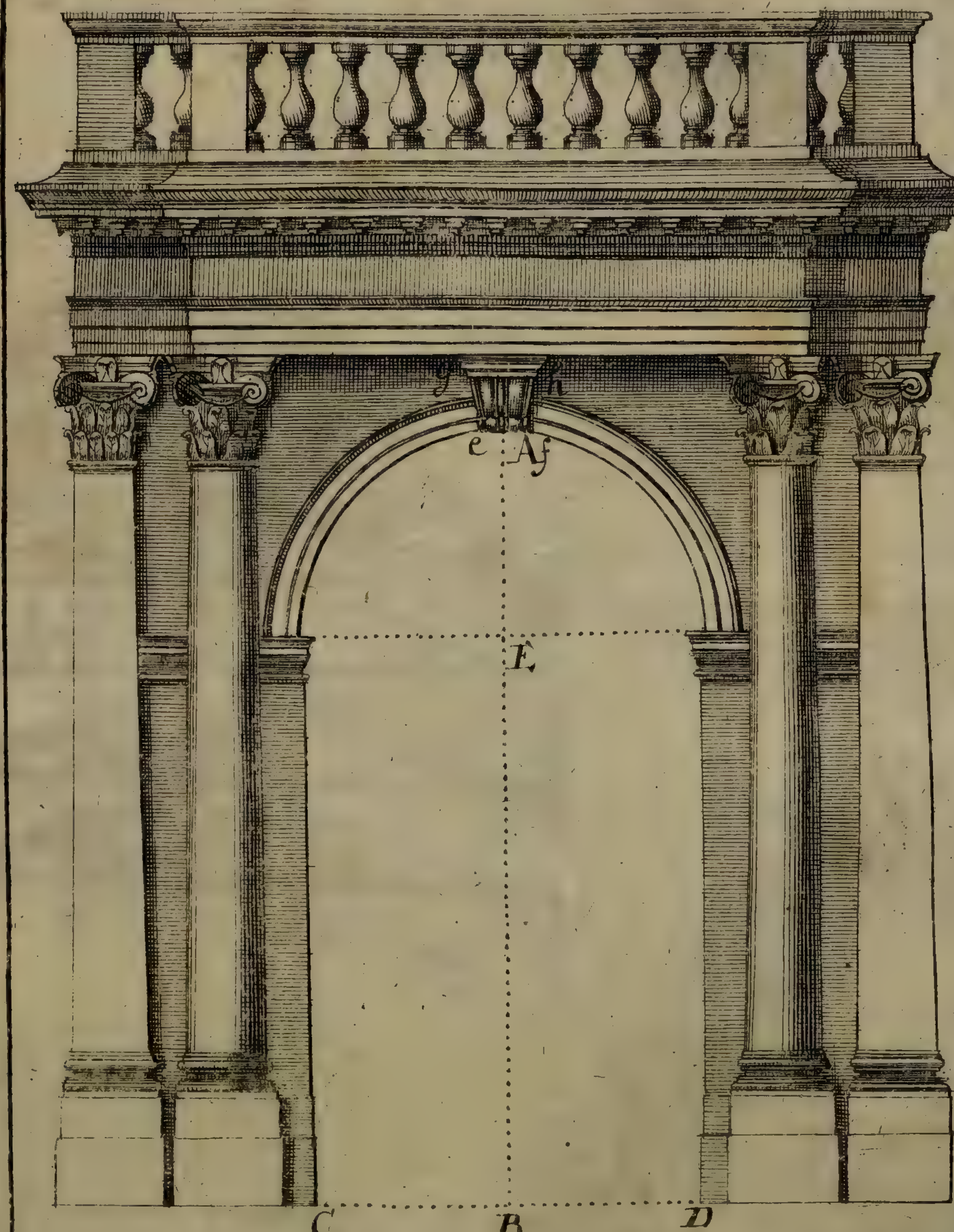



Fig: Archit: Tab: XI. Lit: N. 3.

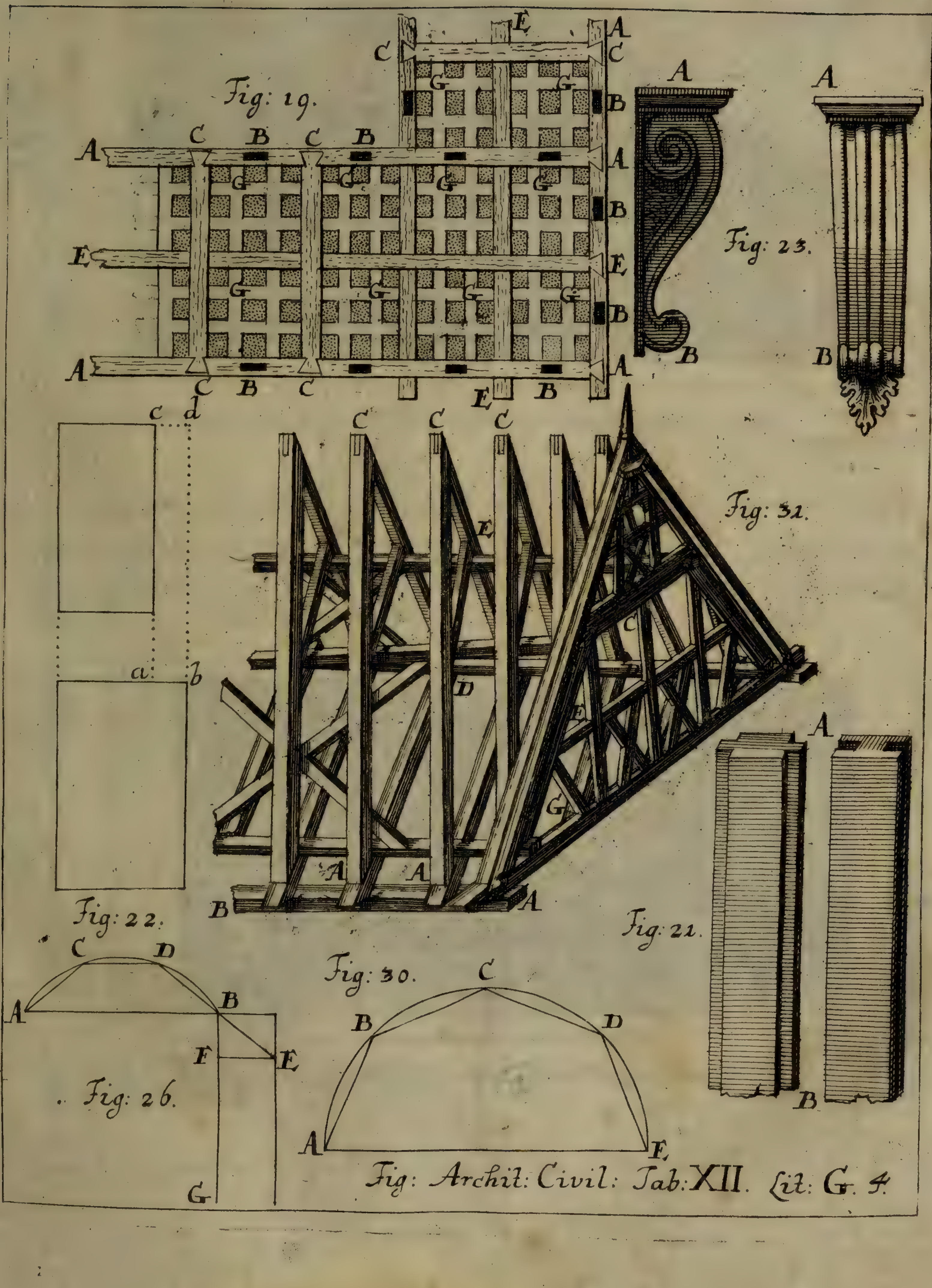



Fig: Archit: Civil: Tab: XII. Lit: G. 4.



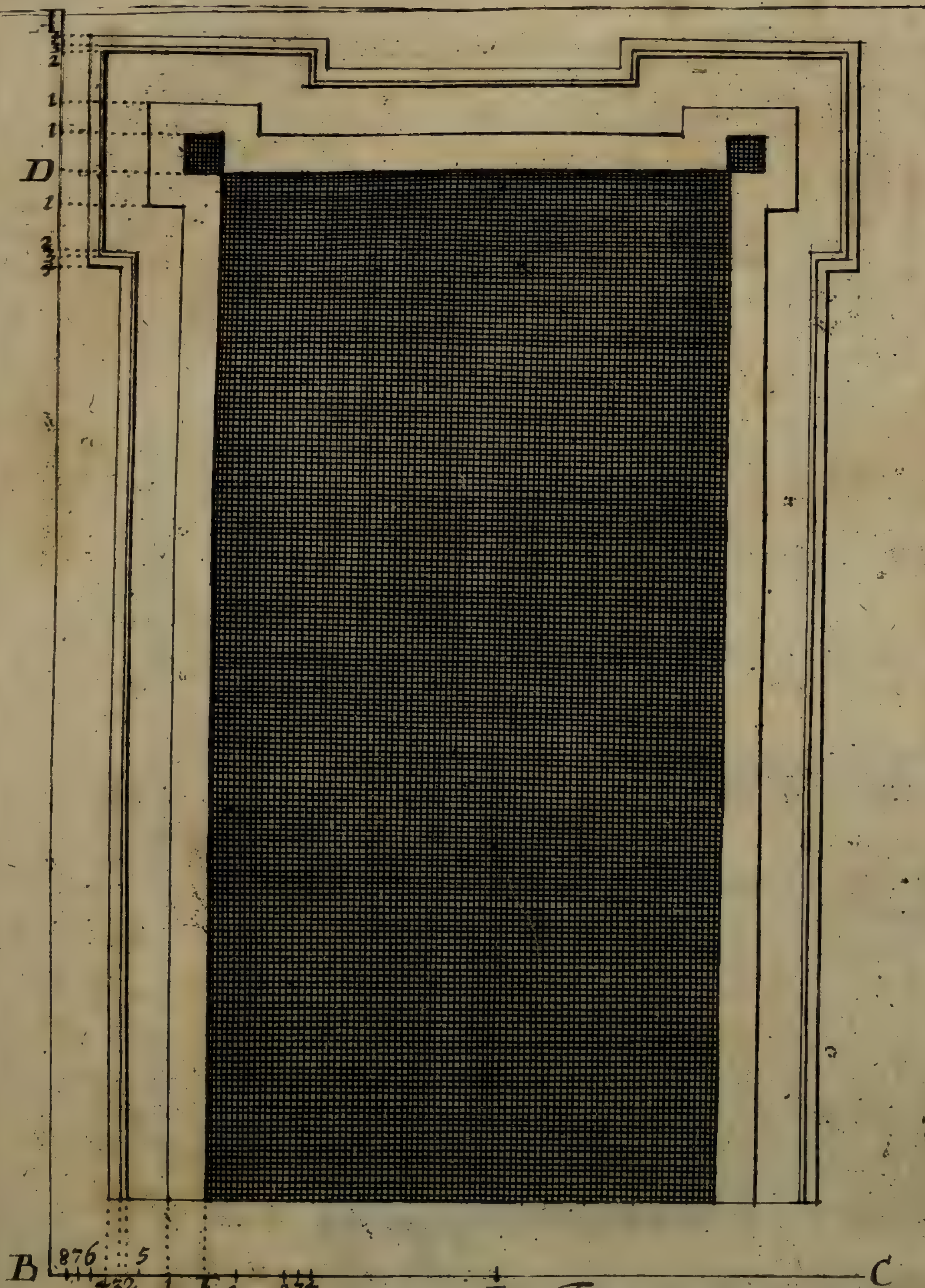



Fig: 25.

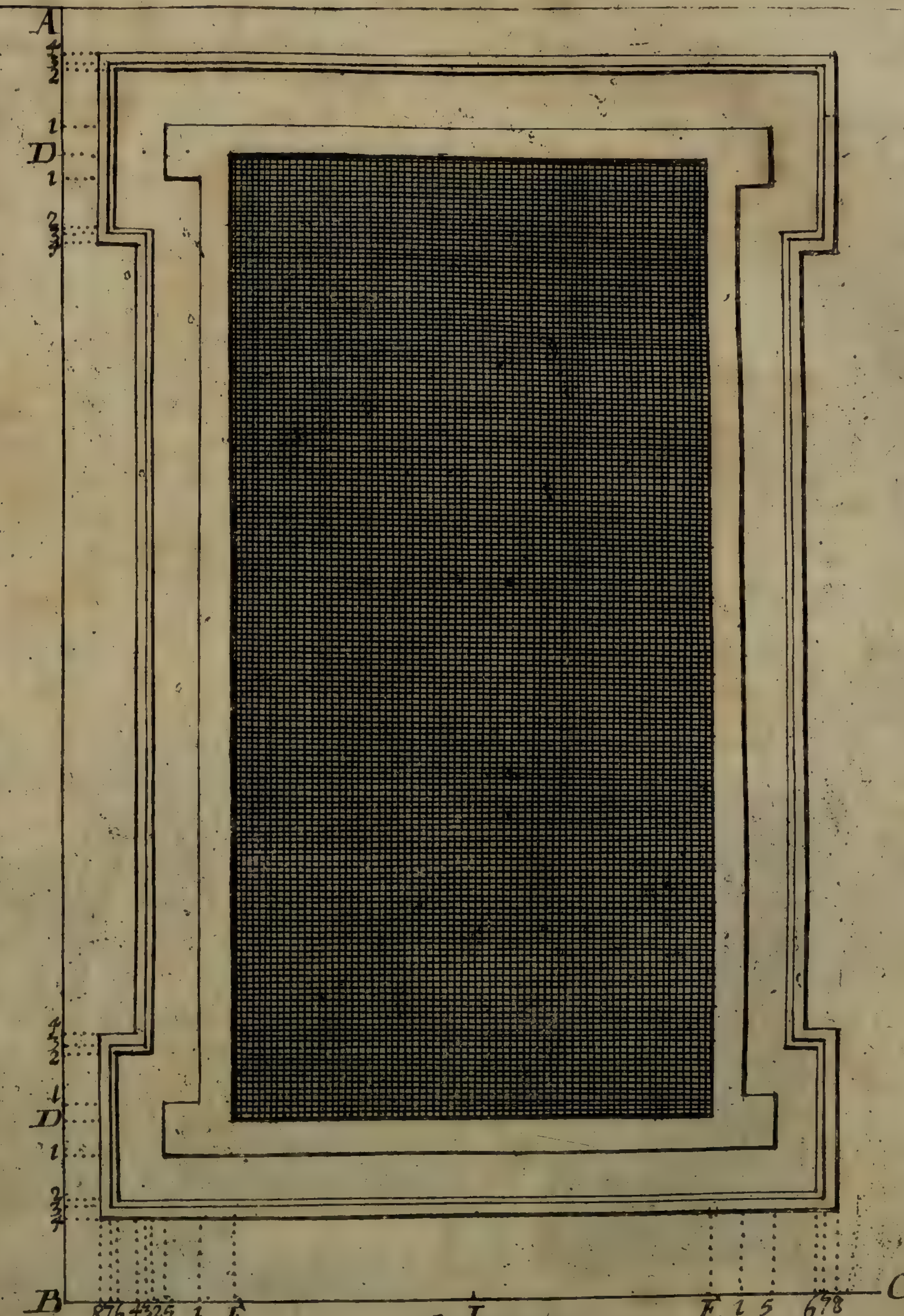
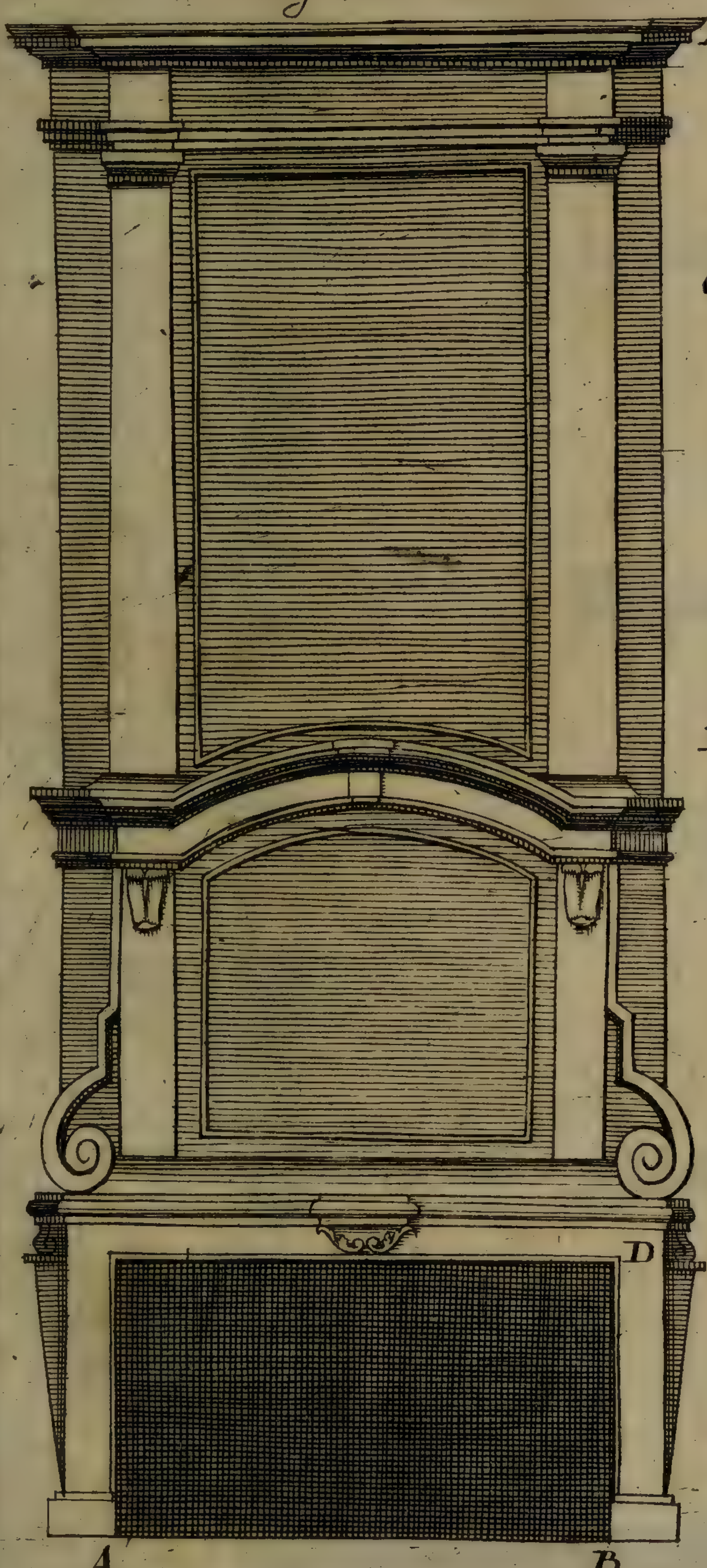



Fig: 24.

Fig: Arch: Civ: Tab: XIII.

Lit. O. 3.

Fig: 27.



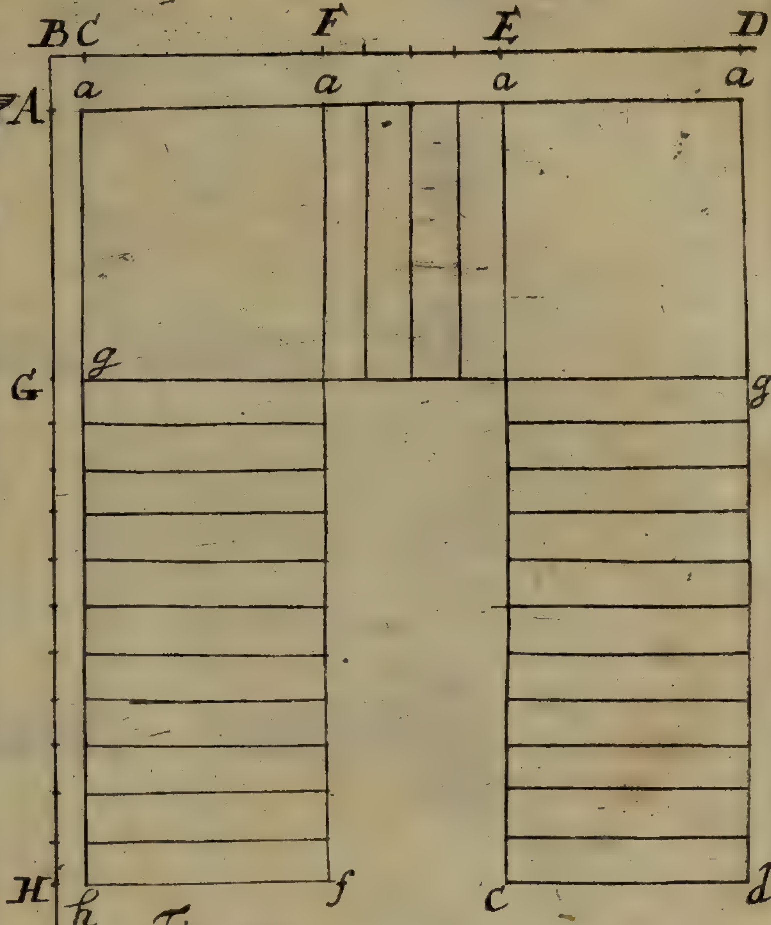




Fig: 28.

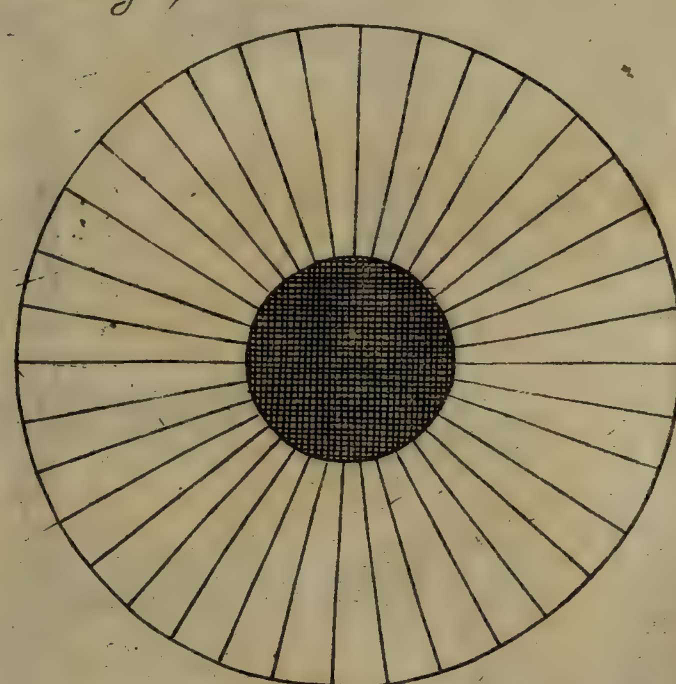
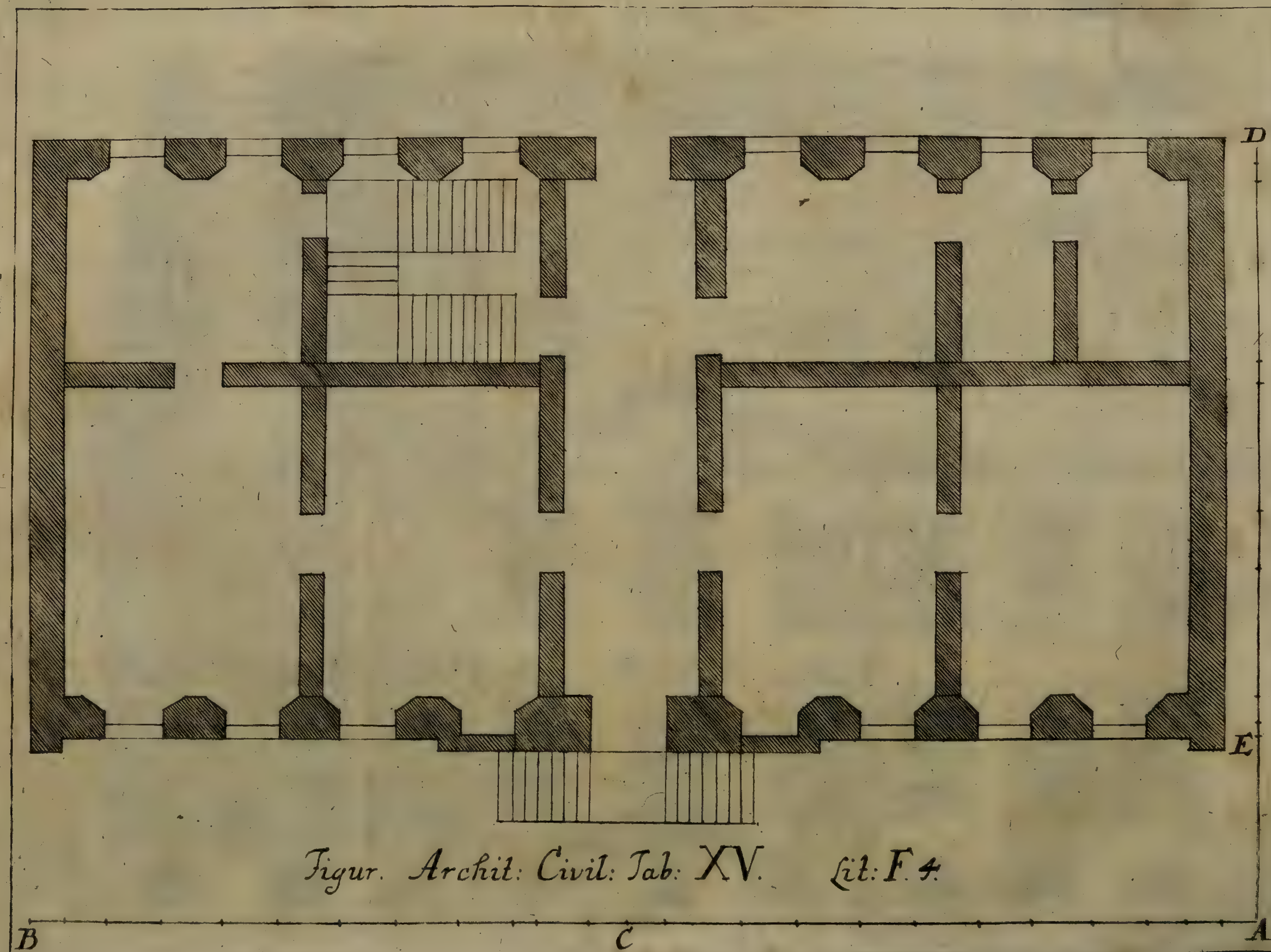


Fig: 29.

Fig: Archit: Civil: Tab. XIV. Lit. E. 4.




Figur. Archit: Civil: Tab: XV. Lit: F 4.


Tab: XVII.
Lit: H. 4.
Tab: XVI.



# DE
# PRÆCIPUIS SCRIPTIS
# MATHEMATICIS
# BREVIS COMMENTATIO.

# De PRÆCIPUIS SCRIPTIS MATHEMATICIS BREVIS COMMENTATIO.

## CAPUT I. De CURSIBUS, OPERIBUS ATQUE LEXICIS MATHEMATICIS.

§. 1.

PRimus Curſum Mathematicum Latino & Gallico idiomate edidit *Petrus Herigonius* Pariſiis 1644 in 8 (10 Alph. 2 plag.). Conſtat Tomis ſex. Primo continentur 1. Elementa *Euclidis* XV, 2. Data *Euclidis*, 3. *Apollonii Pergæi* de determinata ſectione Geometria a *Willebrodo Snellio* reſtituta, 5. ejusdem *Apollonii* inclinationum Geometria a *Marino Ghetaldo* reſtituta, 6. ejusdem *Apollonii* Tactionum Geometria a *Franciſco Vieta* reſtituta, 7. Doctrina Sectionum angulorum. Tomus ſecundus complectitur 1. Arithmeticam practicam, & 2. Algebram tum vulgarem, tum ſpecioſam una cum ratione componendi ac demonſtrandi per regreſſum ſive repetitionem veſtigiorum Analyſeos. Tomus tertius exhibet 1. conſtructionem Canonum ſinuum atque Tangentium & Logarithmorum 2. ipſos hos Canones, 3. Trigonometriam planam, 4. Geometriam practicam, 5. Architecturam militarem, 6. Tractatum de militia Græcorum, Romanorum & hodierna, 7. Mechanicam. Tomus quartus continet 1. doctrinam de ſphæra mundi, 2. Geographiam tam veterem, quam novam, 3. Hiſtiodromiam ſeu Artem navigandi. In Tomo quinto extant 1. Optica *Euclidis* aucta & novis demonſtrationibus illuſtrata, 2. Catoptrica *Euclidis*, 3. Dioptrica, 4. Perſpectiva, 5. *Theodoſii* Sphæricorum libri tres, quibus additur quartus de triangulis ſphæricis & trigonometria ſphærica, 6. Theoricæ planetarum, 7. Gnomonica, 8. Muſica *Euclidis*. Denique Tomus ſextus ſupplementis deſtinatur 1. in Algebram, 2. in Perſpectivam, 3. in Theoriam Planetarum: quibus additur introductio in Chronologiam. Apparet adeo, præter

inventa recentiora, quæ Autor ſuo tempore tradere nondum potuit, deſiderari adhuc 1. theoremata Archimedea, 2. Doctrinam Conicorum, 3. Staticam, 4. Hydroſtaticam, 5. Hydraulicam, 6. Architecturam civilem, 7. Pyrotechniam. Quæ vero de ſingulis diſciplinis monenda ſunt, ea inferius ſuo loco annotabimus. Nunc in genere obſervamus, Autorem ubique accurata uti demonſtrandi methodo eaque nova per notas reales & univerſales, ita ut demonſtrationes ipſius ab eo, qui notarum vim animo comprehendit, citra uſum cujuscunque idiomatis intelligi poſſint. Sed cum ſigna ſint Autori peculiaria & diverſa ab iis, quibus hodie in caſibus ſimilibus utimur; nonnihil difficultatis facesſunt ſub initium lectionis, aliis præſertim ſignis jam adſueto. Ubi tamen ſigna familiaria evaſerint, multum facilitatis habet hæc demonſtrandi methodus; quia integra demonſtratio uno obtutu haud difficulter comprehenditur & una ſingulæ ejus partes diſtincte exhibentur. Cæterum *Herigonius* theoriam magis, quam praxin cordi habet, & ab ejus tempore pleræque diſciplinæ mathematicæ multum mutationis ſubierunt, ad altius faſtigium evectæ.

§. 2. A. 1662 *Caſparus Schottus*, e Societate Jeſu, CurſumMathematicum edidit Herbipoli in fol. recuſum Francofurti ad Mœnum A. 1674 & denuo Bambergæ A. 1677 in fol. (7 Alph. 19 plag. una cum 2 Alph. 4 plag. figurarum æri inciſarum). Conſtat opus libris 28, quorum primus iſagogen continet ad Matheſin, in qua problemata facillima Geometriæ practicæ explicantur; ſecundus Arithmeticam, tertius libros VI priores Elementorum *Euclidis*, quartus & quintus Trigonometriam, ſextus Geometriam practicam ſecundum pantometron *Kircheri*, ſeptimus elementa Aſtronomiæ, octavus theoricas planetarum, nonus problemata Aſtronomiæ practicæ, decimus Aſtrologiam judiciariam, undecimus Chronographiam, duodecimus Geographiam, decimus tertius Hydrographiam, decimus quartus Horographiam, decimus quintus Mechanicam, decimus ſextus Staticam, decimus ſeptimus Hydroſtaticam, decimus octavus Hydrotechniam, decimus nonus Opticam, vigeſimus Catoptricam, vigeſimus primus Dioptricam, vigeſimus ſecundus & tertius Architecturam militarem, vigeſimus quintus Muſicam, vigeſimus ſextus Algebram, vigeſimus ſeptimus Logarithmorum doctrinam, vigeſimus octavus Synopſin Matheſeos tradit. Deſiderantur adeo Pyrotechnia, Architectura civilis & Ars navigan-

vigandi; pleræque diſciplinæ nimis breviter pertractantur nec demonſtrativa methodus ubique adhibetur: deſunt etiam recentiora inventa, nec ſublimiora attingit Autor, ipſius præſertim ævo parum trita. Non ergo ſatisfacit noſtro tempore iis, qui ad ſolidam Mathematum notitiam adſpirant

§. 3. A. 1681 Londini in 4. idiomate Anglico prodiit *Jonæ Moore* Novum ſyſtema Mathematicum (*A new Syſteme of the Mathematicks*). Conſtat Tomis duobus, quorum primo continentur 1. Arithmetica tum decadica, tum decimalis, tum ſpecioſa, 2. ſex libri priores Elementorum *Euclidis* una cum undecimo & duodecimo atque Geometria practica, 3. Trigonometria plana & Sphærica, 4. Coſmographia, 5. Ars navigandi, 6. doctrina Sphærica ſecundum hypotheſin terræ motæ; in altero autem extant tabulæ aſtronomicæ, ſinuum, tangentium, ſinuum verſorum & logarithmorum, atque Geographia ſeu deſcriptio præcipuarum Regionum. Eorum potiſſimum conatibus inſervit hoc opus, qui Artem navigandi ſolidioribus fundamentis ſuperſtructam addiſcere geſtiunt. Commendatur quoque doctrina Sphærica talia continens, quæ alibi fruſtra quæſiveris.

§. 4. *Claudius Franciſcus Milliet Dechales*, Camberienſis e Societate Jeſu, A. 1674 edere cœpit Curſum ſeu Mundum Mathematicum tribus Tomis; ſed cum novam editionem multo auctiorem meditatus ante diem obiiſſet, *Amatus Varcinus* ex eadem Societate A. 1690 editionem ex MSC. Autoris auctam & emendatam dedit Lugduni Gallorum in fol. (32 Alph.). Editio poſthuma in 4 Tomos digeſta, quorum primo continentur 1. Tractatus de progreſſu Matheſeos & de illuſtribus Mathematicis, 2. *Euclidis* Elementa XIV, 3. *Theodoſii* Sphærica, 4. Tractatus de ſectionibus Conicis, 5. Arithmetica practica, 6. Trigonometria, 7. Algebra, 8. Hypotheſium Carteſianarum refutatio; ſecundo 1. Geometria practica, 2. Mechanica, 3. Statica, 4. Geographia, 5. Tractatus de Magnete, 6. Architectura civilis, 7. Ars tignaria, 8. Tractatus de lapidum ſectione; tertio 1. Architectura militaris, 2. Hydroſtatica, 3. Tractatus de fontibus & fluviis, 4. Hydraulica, 5. Ars navigandi, 6. Optica, 7. Perſpectiva, 8. Catoptrica, 9. Dioptrica; quarto denique 1. Muſica, 2. Pyrotechnia, 3. Aſtrolabium, 4. Gnomonica, 5. Aſtronomia, 6. Aſtrologia, 7. Tractatus de Meteoris, 8. Calendarium. Autor in Matheſi pura antiqua & vulgaria bene explicat; recentiora vero inventa & ſublimiora

ra non attingit. De diſciplinis ad Matheſin mixtam ſpectantibus dicemus ſuo loco, id unice nunc annotaſſe contenti ſumus, quod ad diſcurſus phyſicos ſæpius digrediatur. In demonſtrando rigori veterum perſpicuitatem jungit. Curſuum Mathematicorum, quæ hactenus lucem publicam adſpexerunt, abſolutisſimus eſt.

§. 5. A. 1690 *Wilhelmus Leyborn*, Anglus, patrio idiomate publicavit Curſum Mathematicum ſub titulo: *Mathematical Sciences in Nine Books*, Londini in fol. (11. Alph. Tab. æn. 43). Liber primus explicat Arithmeticam, vulgarem pariter ac decimalem cum logarithmica; ſecundus Geometriam elementarem (cui appendicis inſtar ſubjungitur brevis ad Algebram ſpecioſam introductio) tertius doctrinam de primo mobili; quartus Coſmographiam, Geographiam & Chronologicam doctrinam de epochis; quintus Trigonometriam planam & Sphæricam; ſextus uſum inſtrumentorum geometricorum in Geodæſia, planimetria & Architectura tam civili, quam militari; ſeptimus Artem navigandi; octavus Gnomonicam; nonus librum ſecundum Inſtitutionum Aſtronomicarum *Nicolai Mercatoris* de theoria planetarum. Plurimas diſciplinas Mathematicas in hoc curſu deſiderari ſtatim apparebit, ſi quidem eam cum curſu præcedente conferre libuerit.

§. 6. *Abrahamus de Graaf*, Batavus, idiomate patrio Amſtelodami A. 1694 in 4 (1 Alph. 21 plag. Tab. æn. 94) ſub titulo *de geheele Matheſis of Wiskonſt* publici juris fecit Curſum Mathematicum, in quo reperiuntur 1. tractatus brevis de Proportione, 2. Arithmetica practica, 3. Geometria elementaris, 4. Trigonometria plana & ſphærica, 5. Aſtronomia, 6. Ars agrimenſoria cum ſtereometria doliorum, 7 Ars navigandi, 8. Architectura militaris, 9. Gnomonica, 10. Perſpectiva, 11. Dioptrica cum Catoptrica, 12. Mechanica, 13. Algebra. In plerisque nimis brevis, Algebra excepta.

§. 7. A. 1697 *Ozanam*, Gallus, vir variis ſcriptis Mathematicis ſuo loco commendandis celebris, in publicum emiſit Curſum Mathematicum quatuor Tomis comprehenſum ſub tit. *Cours de Mathematique* Pariſiis in 8vo, recuſum Amſtelodami (quamvis Pariſiorum nomen præ ſe ferat) A. 1699 (4 Alph. 14 plag. Tabb. æn. 155). Tomus primus complectitur Elementa *Euclidis* ſex priora una cum undecimo & duodecimo atque Arithmetica litterali; ſecundus Trigonometriam planam & Sphæricam cum Tabulis Sinuum, Tangentium atque Logarithmorum; tertius Geometriam

triam practicam; quartus Mechanicam atque Perſpectivam; quintus Geographiam & Gnomonicam. Deſunt adeo diſciplinæ quam plurimæ. Cæterum in demonſtrando rigorem veterum pulchre obſervat Cl. Autor.

§. 8. Jac. *Taylor* in Theſaurario Mathematicæ, quod A. 1707. W. *Alingham* Londini in 8. recudi fecit (1. Alph. 12. plag. Tabb. æn. 18.) ſermone Anglico explicantur præcipua problemata Arithmeticæ, Geometriæ practicæ, Trigonometriæ utriusque, Aſtronomiæ Sphæricæ, Geographiæ, Navigationis, Geodeſiæ, Stereometriæ, Gnomonicæ, Architecturæ militaris & Pyrothechniæ, ſuppoſitis terminorum definitionibus & demonſtrationibus ſepoſitis. Adduntur Tabulæ Logarithmorum & Tabulæ Sinuum atque Tangentium.

§. 9. Cum ſub finem A. 1706. munus docendi publice Matheſin in Academia Halenſi in me translatum eſſet; ſtatim animadverti, me eidem ex voto ſatisfacere non poſſe, quamdiu deſit liber, multiplici ſtudioſorum ad celeberrimam hanc Muſarum ſedem undiquaque confluentium ſcopo conveniens. Univerſæ igitur Matheſeos Elementa idiomate patrio conſcripſi & quatuor Tomis Halæ 1710. in 8. evulgavi (5. Alph. 10. plag. Tabb. æn. 111.). Tomus primus continet Commentationem de Methodo mathematica, Arithmeticam, Geometriam, Trigonometriam & Architecturam civilem; ſecundus Pyrotechniam, Architecturam militarem, Mechanicam, Hydroſtaticam, Aërometriam & Hydraulicam, tertius Opticam, Catoptricam, Dioptricam, Perſpectivam, Trigonometriam Sphæricam, Aſtronomiam, Chronologiam, Geographiam & Gnomonicam: quartus denique Algebram communem, Analyſin infiniteſimalem Illuſtris *Leibnitii* & appendicem de præcipuis ſcriptis mathematicis. Theoretica parcius expoſui, quantum ad praxes, quas uberius tradidi, demonſtrandas ſufficere deprehendi, reliquis in parte quarta per Analyſin erutis. Non inutilem fuiſſe huncce laborem, tum propria experientia me quotidie adhuc edocet, tum alii publice confeſſi ſunt. Videantur Acta Eruditorum A. 1711. p. 279. A. 1713. p. 222. 428. & A. 1714. p. 250. Quid me impulerit, ut Elementa Matheſeos Latina a Germanicis diverſa ederem, in præfatione Tomi primi expoſui. An finem mihi propoſitum fuerim conſecutus, aliorum eſto judicium.

§. 10. *Conradus Daſipodius*, Mathematum Profeſſor Argentoratenſis, Argentorati A. 1573. edidit Dictionarium Mathematicum Græce atque Latine conſcriptum in 8.



(plag.

(plag. 12.) Continentur in eo definitiones ac diviſiones Arithmeticæ, Logiſticæ, Geometriæ, Geodeſiæ, Aſtronomiæ & Harmonicæ. Non ordinem alphabeti ſequitur Autor, ſed diſciplinarum. In iis etiam diſciplinis, quas attingit, opera ejus eſt admodum imperfecta.

§. 11. *Hieronymi Vitalis*, Capuani, Clerici Regularis Theatini, Lexicon Mathematicum Pariſiis 1668. in 8. prodiit (1. Alph. 18. plag.) In eo tamen nonniſi voces Geometriæ elementaris, Aſtronomiæ & Aſtrologiæ explicantur. Idem A. 1690. Romæ in 4. recuſum & ex omnibus fere diſciplinis Mathematicis inſigniter auctum, multis inutilibus paſſim reſciſſis. (6. Alph. 3. plag.)

§. 12. *Ozanam* ſupra laudatus Lexicon Mathematicum ſecundum ordinem diſciplinarum diſpoſuit, editum Pariſiis A. 1691. in 4. (4. Alph.) Explicat Cl. Autor terminos Arithmetiæ, Algebræ, Geometriæ ſpeculativæ & practicæ, Coſmographiæ, Aſtronomiæ, Navigationis, Geographiæ tum aſtronomicæ, tum naturalis, tum hiſtoricæ, Opticæ, Perſpectivæ, Gnomonicæ, Catoptricæ, Dioptricæ, Artis pictoriæ, Mechanicæ, Staticæ, Hydroſtaticæ, Architecturæ civilis & militaris, atque Muſicæ.

§. 13. J. *Harris* in Lexico Technico magno, cujus Tomus primus Londini 1704. alter ibidem 1710. in fol. prodiit, præter alios terminos Artium & Scientiarum non modo Mathematicos terminos, verum etiam res ipſas explicat. Titulus operis eſt: An univerſal engliſh Dictionary of Arts and Sciences, explaining not only the Terms of Arts, but them ſelves.

§. 14. Mox lucem publicam adſpiciet Lexicon Mathematicum, quod nonnullorum precibus fatigatus idiomate vernaculo ſecundum ordinem alphabeticum ita digesſi, ut non modo ſingulos terminos in diſciplinis Mathematicis paſſim obvios explicuerim, verum etiam Autores citaverim, qui vel primi res iisdem notatas invenerunt, vel optima ratione expoſuerunt, ac præterea præcipua dogmata recenſuerim, ſingulorumque uſum indicaverim, ut ſcilicet uſui ſit illis, qui vel hiſtoricam Matheſeos cognitionem affectant, vel in lectione Autorum ob voces non intellectas hærent, vel denique ducem in cognoſcendo aliquo argumento deſiderant.

§. *Simon Stevinus* varia opera Mathematica conſcripſit, quæ ſub titulo: Les Oeuvres Mathematiques de *Simon Stevin* de Bruges Lugduni Batavorum in fol. publicavit A. 1634. *Albertus Girardus* (1. Alph. 19. plag.) Continentur in iisdem 1. Arith-

Arithmetica tam rationalium, quam irrationalium cum regulis Algebræ; 2. Sex libri *Diophanti Alexandrini*, quorum quatuor priores opera *Stevini*, duo poſteriores a *Girardo* traducti, 3. Uſurarum computus, Logiſtica decimalis & incommenſurabilium doctrina, ubi ſimul Elementum *Euclidis* decimum illuſtratur; 4. Trigonometria plana & ſphærica, 5. Geographia, 6. Aſtronomia, 7. Geometria practica, 8. Statica, 9. Optica, 10. Caſtrametatio, 11. Ratio muniendi per cataractas, 12. Architectura militaris. Autor & in theoria, & in praxi cum laude verſatus.

§. 16. *Chriſtophori Clavii*, Bambergenſis, e Societate Jeſu, Opera Mathematica in quinque Tomos diſtributa & ab Autore ipſo correcta plurimisque locis aucta prodiere Moguntiæ A. 1612. in fol. (40. Alp. 9. plag. ) Tomus primus complectitur XVI. Elementa *Euclidis* & Libros tres Sphæricorum *Theodoſii* cum Commentariis *Clavii* in utrumque Autorem, Sinuum Tangentium & Secantium rationem & Canones; Tractationem triangulorum, tum rectilineorum, tum Sphæricorum: Tomus ſecundus Geometriam practicam; Arithmeticam & Algebram, una cum refutatione Cyclometriæ *Joſephi Scaligeri:* Tomus tertius *Joannis de Sacro Boſco* libellum de Sphæra cum prolixo Commentario *Clavii* in eundem atque libros tres de Aſtrolabio: Tomus quartus Gnomonicam, Fabricam & uſum inſtrumenti ad horologiorum deſcriptionem peropportuni; Horologiorum novam deſcriptionem, Compendium breviſſimum deſcribendorum horologiorum horizontalium ac declinantium, cum notis in idem: Tomus denique quintus Romani Calendarii a *Gregorio* XIII. P. M. reſtituti explicationem, Novi Calendarii Romani Apologiam adverſus Michaëlem Mæſtlinum & Appendicem ad Novi Calendarii Romani Apologiam, in qua *Joſephus Scaliger*, *Georgius Germanus* & *Franciſcus Vieta*, qui Calendarium aliter inſtaurandum eſſe contenderunt, ſeorſim ſinguli confutantur. *Clavius* inſtar veterum, *Euclidis*, *Archimedis* & *Apollonii*, demonſtrator rigidus.

§. 17. *Franciſci Vietæ*, Galli, Opera Mathematica in unum volumen congeſta Lugduni Batavorum in fol. A. 1646. edidit *Franciſcus à Schooten*, Leydenſis in Academia patria Mathematum Profeſſor (6. Alph.) Continentur in iisdem 1. Iſagoge in Artem analyticam, 2. ad Logiſticen Speciosam Notæ priores, 3. Zeteticorum libri quinque, 4. de æquationum

recognitione & emendatione Tractatus duo, 5. de numeroſa poteſtatum ad exegeſin reſolutione, 6. Effectionum Geometricarum Canonica recenſio, 7. Supplementum Geometriæ, 8. Pſeudo-Meſolabum & alia quædam adjuncta capitula, 9. Theoremata ad ſectiones angulares, 10. Reſponſum ad problema, quod omnibus Mathematicis totius orbis conſtruendum propoſuit *Adrianus Romanus*, 11. Apollonius Gallus, 12. Variorum de rebus Mathematicis Reſponſorum Liber VIII, 13. Munimen adverſus nova Cyclometrica, 14. Ratio Calendarii vere Gregoriani, 15. Calendarium Gregorianum perpetuum, 16. Adverſus Chriſtophorum Clavium Expoſtulatio.

§. 18. *Philippi Lansbergii* Opera omnia prodiere, Middelburgi in Selandia A. 1663. in fol. (10. Alph.) Continentur in iisdem 1. Triangulorum Geometriæ libri quatuor, 2. Cyclometriæ novæ libri duo, 3. Uranometriæ libri tres, 4. in quadrantem tum Aſtronomicum, tum Geometricum, nec non in Aſtrolabium Introductio, 5. Horologiographia plana, 6. Commentationes in motum Terræ diurnum & annuum, & in verum adſpectabilis coeli typum, 7. Tabulæ motuum Cœleſtium perpetuæ, cum novis motuum cœleſtium Theoricis & Aſtronomicarum Obſervationum theſauro, 8. Chronologiæ Sacræ libri tres, in quibus annorum mundi ſeries ab orbe condito ad everſa per Romanos Hieroſolyma nova methodo oſtenditur.

§. 19. In Opuſculis Mathematicis *Guilielmi Oughtred*, quondam Collegii Regalis in Cantabrigienſi Academia Socii, Oxonii 1677. in 8. editis, habentur 1. Inſtitutiones Mechanicæ, 2. De variis corporum generibus gravitate & magnitudine comparatis Tractatus ex Marini Ghetaldi Archimede promoto excerptus, 3. Tractatus alius de Avtomatis 4. quæſtionum *Diophanti Alexandrini* Libri tres, 5. de triangulis planis rectangulis, 6. de diviſione ſuperficierum Tractatus, 7. Muſicæ Elementa, 8. Architectura militaris, 9. Tractatus de ſectionibus angularibus (15. plag.)

§. 20. *Andreæ Tacquet*, Antverpienſis, e Societate Jeſu, Opera Mathematica Antverpiæ A. 1669. in fol. publicavit *Simon Laurentius Veteranus* ex Comitibus *Montis Calvi*, e Societate Jeſu (9. Alph. 15. plag. Tabb. æn. 88.) Extant in iisdem 1. Aſtronomiæ libri octo cum Appendice, 2. Geometriæ practicæ libri tres, 3. Opticæ libri tres, 4. Catoptricæ libri tres, 5. Architecturæ militaris liber unus, 6. Cylindricorum & Annularium libri quinque, 7. Diſſertatio Phy-

Phyſico-Mathematica de Circulorum volutionibus.

§. 21. A. 1692. prodiit Pariſiis in 12. Synopſis Tractatuum Mathematicorum, qui neceſſarii eſſe poſſunt Nobilibus terra marive operam militiæ daturis, auctore P. *Hoſto*, e Societate Jeſu Mathematum Profeſſore Tulonenſi. Titulus operis: Recueil des Traités de Mathematique, qui peuvent être neceſſaires à un Gentilhomme, pour servi par mer ou par terre. (Plag. 26. Tab. æn. 67.) Conſtat hæc ſynopſis tribus Tomis, quorum primus Elementa *Euclidis*, Arithmeticam & Trigonometriam; ſecundus Geometriam practicam, Sphæricam, Mechanicam, Artem muniendi & Pyrotechniam; tertius denique Artem navigandi complectitur.

§ 22. A. 1693. munificentia *Ludovici* Magni, Galliarum Regis, Pariſiis in fol. reg. lucem adſpexerunt Veterum Mathematicorum Opera, Græce & Latine pleraque tum primum edita. (4. Alph. Fig. æn. 174.) Continentur in iſtorum numero *Athenæus* de machinis; *Apollodori* Poliorcetica; *Philonis* liber quartus de telorum conſtructione, & quintus de rationibus tolerandæ inſtituendæque obſidionis; *Biton* de conſtructione machinarum bellicarum & catapultarum; *Heronis* Belopœeca, ſpiritalia & Avtomata; *Julii Africani* Ceſti; Anonymi liber de toleranda obſidione. Adduntur *Bernardini Baldi* ſcholia in *Heronis* Belopœecam & nonnulla alia.

§. 23. Ex eadem typographia Regia A. 1693. in fol. prodiere Varia Opera Mathematica & Phyſica, Autoribus Academicis Regiis ſcientiarum. Titulus operis: *Divers ouvrages de Mathematique & de Phyſique par Meſſieurs de l' Academie Royale des ſciences* (*Plag.* 108.) Reperies in hoc Volumine 1. *Freniclii* Tractatum de Excluſionibus, 2. ejusdem compendium Combinationum, 3. ejusdem Tractatus de quadratis magicis; 3. *Robervalli* obſervationes ſuper compoſitionem motuum, quam ad tangentes curvarum ducendas applicat; 4. Delineatio libri Mechanici de motu compoſito; 5. de recognitione æquationum liber; 6. Tractatus de indiviſibilibus; 7. Liber de Trochoide; 8. epiſtola ad *Merſennum* de *Torricellii* quibusdam propoſitionibus; 9. *Torricellii* litteræ ad *Robervallium* miſſæ occaſione præcedentis epiſtolæ, 10. *Robervallii* epiſtola, qua ſua ſibi inventa contra *Torricellium* aliosque Italos vindicat; 11. *Hugenii* opuſculum de cauſa gravitatis. 12. Æquilibrii in libra demonſtratio; 13. Potentiarum fila funesque trahentium vires; 14. Nova vis movens ope pulve-

veris pyrii & aëris; 15. Conſtructio ingenioſa loci ad hyperbolam per aſymptotos; 16. Regula *Fermatii* de maximis & minimis demonſtrata & ad mirabilem brevitatem perducta; 17. Problema Opticum ſive 39. Prop. lib. 5. *Albazeni*, aut 22. lib. 6. *Vitellionis* conſtructum. 18. *Picardi* praxis magnorum ſciatericorum per calculum abſolvenda; 19. Schediaſma de menſuris; 20. Menſuræ ab originalibus deſumtæ; 21. de menſura liquidorum & aridorum; 22. de proportione aquarum effluentium; 23. experimenta circa aquas effluentes, 24. Fragmenta dioptrica de vitrorum potiſſimum focis determinandis; 25. DN. *Auzout.* Tractatus de micrometro; 26. *Mariotti* Regulæ de aquæ jactibus. 27. *Ræmeri* Regulæ de craſſitie & viribus tuborum in aquæductibus ſecundum diverſas fontium altitudines diverſasque tuborum diametros; 28. ejusdem experimenta circa altitudines & amplitudines projectionis corporum gravium.

§. 24. *Franciſci Maurolyci*, Abbatis Meſſanenſis, opuſcula Mathematica, Venetiis 1575. in 4. edita (1. Alph. 18½ plag.) complectuntur 1. de ſphæra librum unum, in quo termini in hac doctrina obvii explicantur: 2. Computum eccleſiaſticum: 3. Tractatum inſtrumentorum Aſtronomicorum, nempe de Quadrato Geometrico, Quadrante, Aſtrolabio, Armillis, Sphæra Solida. 4. De lineis horariis Tractatum Gnomonicum: 5. Propoſitiones libri decimi tertii Elementorum *Euclidis*: 6. Muſicæ traditiones, continentes epitomen Muſicæ *Boëtianæ* & paucas de Muſica regulas: 7. de lineis horariis libros tres, Gnomonicæ uberiora fundamenta exponentes: 8. Arithmeticorum libros duos.

§. 25. Opuſcula Mathematica *Thomæ Cevæ*, e Societate Jeſu, Mediolani 1699. in 8. typis deſcripta (plag. 4.) conſtant ex nonnullis demonſtrationibns de ratione æquilibrii, de ſectione Geometrico-harmonica & arithmetica; de ſectione anguli rectilinei in quotvis partes tum organice, tum per quasdam lineas curvas, Cycloides ſcilicet anomalas; de parabola conſideranda inſtar ellipſis maximæ atqve inſtar hyperbolæ habentis tranſverſam diametrum infinitam; de lineis phantaſticis & flexilineis. Adduntur quædam excerpta ex *Vincentii Viviani* Exercitatione mathematica, cui titulus *Formatione di tutti cieli*, & ex idea univerſali Matheſeos Cl. *Ozanami*.

§. 26. *Johannis Walliſii*, SS. Theol. D. & Geometriæ Profeſſoris Saviliani in Academia Oxonienſi celleberrimi, Opera Mathematica tribus voluminibus proſtant.

ſtant. Volumen primum editum Oxonii A. 1665. in fol. (11. Alph. 17. plag.) continet 1. Orationem inauguralem A. 1649. d. ultimo Octobris habitam, cum publicam Profeſſionem auſpicaretur: 2. Matheſin univerſalem ſeu Arithmeticum opus integrum, tam philologice, quam mathematice traditum: Tractatum elenchticum adverſus Marci Meibomii de Proportionibus Dialogum: 4. Tractatum de Sectionibus Conicis nova methodo expoſitis: 5 Arithmeticam infinitorum: 6. Tractatus duos de Cycloide & Ciſſoide ac corporibus inde genitis, & de curvarum tum linearum εὐθύνσει, tum ſuperficierum πλατυσμῷ: 7. obſervationem eclipſis ſolaris A. 1654. d. 2. Aug. Oxonii viſæ: 8. Mechanicam, ſive de motu Tractatum Geometricum. Volumen ſecundum, quod ibidem A. 1693. in fol. prodiit. (10. Alph. 17. plag.) complectitur, 1. Tractatum Hiſtoricum & practicum de Algebra, 2. de combinationibus, alternationibus & partibus aliquotis, 3. de Sectionibus angularibus, 4. de angulo contactus & ſemicirculi, 5. defenſionem ejusdem Tractatus, 6. diſceptationem Geometricam de poſtulato quinto & quinta definitione lib. 6. *Euclidis*, 7. Cono-Cuneum, ſeu Corpus partim Conum, partim Cuneum repræſentans Geometrice conſideratum, 8. de gravitate & gravitatione diſquiſitionem Geometricam, 9. de æſtu maris hypotheſin novam, 10. Commercium epiſtolicum de quæſtionibus quibusdam Mathematicis, 11. *Joh. Caſwelli* Trigonometriam planam & Sphæricam. In tertium denique volumen, quod 1699. in fol. lucem adſpexit (14. Alph.) congeſta ſunt 1. *Claudii Ptolemæi, Porphyrii* & *Manuelis Briennii* Harmonica; 2. *Archimedis* Arenarius & dimenſio circuli cum *Eutocii* Aſcalonitæ in hanc Commentario; 3. *Ariſtarchi Samii* liber de magnitudinibus & diſtantiis Solis & Lunæ; 4. Fragmentum libri ſecundi Collectionis Mathematicæ *Pappi Alexandrini* deſideratum; 5. Collectio epiſtolarum quarundam *Collinii, Leibnitii, Newtoni, Walliſii, Flamſtedii* rem mathematicam ſpectantium, 6. opera quædam miſcellanea, nimirum Tractatus de loquela, Grammatica linguæ Anglicanæ, Inſtitutio Logica ad communes uſus accommodata, Mens ſobria ſerio commendata in concione Latine habita, Epiſtolæ ad Titum expoſitio aliaque nonnulla Theologica, quæ hujus non ſunt loci.

§. 27. Ad præſentem ſcriptorum claſſem etiam referimus *Caſparis Schotti*, ſupra laudati, Organon Mathematicum & Magiam Univerſalem Naturæ & Artis. Organon

non Mathematicum editum eſt, Herbipoli A. 1688. in 4. (5. Alph. Fig. æn. 1. Alph. 7. plag.) Ope tabularum quarundam Mathematicarum problemata Arithmetica, Geometrica, Architecturæ militaris, Chronologiæ, Gnomonicæ, Aſtronomiæ, Aſtrologiæ judiciariæ, Steganographiæ & Muſicæ facilia redduntur tyronibus. Magia in quatuor partes diviſa Bambergæ 1677. in 4. lucem adſpexit (14. Alph. Tab. æn. 89.) In Tomo primo continentur Optica, Catoptrica & dioptrica; in ſecundo Acuſtica & Muſica; in tertio Mechanica, Statica, Hydroſtatica, Hydrotechnica, Aërotechnica, Arithmetica, Geometrica: in quarto denique Cryptographica, Pyrotechnica, Magnetica, Sympathica, Medica, divinatoria, Phyſiognomica & Chiromantica.

§. 28. In eundem cenſum veniunt *Danielis Schwenteri* Mathematum & Linguarum orientalium in Academia Altorffina Profeſſor, Deliciæ Phyſico-Mathematicæ, Norinbergæ 1636. in 4. primum editæ (3. Alph. 4. plag.) & poſtea a *Philippo Harſdorffero* duobus Tomis auctæ (10. Alph. 8. plag.) Continentur in iisdem ludicra varia, nonnulla etiam utilia, ex Arithmetica, Geometria, Stereometria, Muſica, Optica, Catoptrica, Aſtronomia, Aſtrologia, Gnomonica & Thaumatopoëtica, Statica, Mechanica, Pyrobolia, Pneumatica, Hydraulica, Arte ſcriptoria, Architectura & Chymia.

§. 29. Majorem ſelectum in ſimili ſcripto fecit *Ozanam*, quod ſub titulo *Recreations de Mathematique & de Phyſique* Pariſiis 1696. in 8. reg. edidit (3. Alph. 7. pl. Tabb. æn. 44.)

## CAPUT II.

## De

# ARITHMETICA.

§. 1.

Arithmetica veterum ab Arithmetica hodierna prorſus erat diverſa. Veteres enim in eadem nonniſi varias numerorum diviſiones conſiderabant. Videre hoc eſt ex duobus Arithmetices libris, quos tertio Urbis conditæ ſeculo conſignavit *Nicomachus*, editis Pariſiis 1538.

Eum

Eum ſequitur preſſo pede ſexto a Chriſto nato ſeculo *Anitius Manlius Severinus Boëthius* in Arithmetica ſua.

§. 2. Compendium Arithmeticæ veterum compoſuit nono poſt Chriſtum natum ſeculo *Pſellus*, a *Guilielmo Xylandro* ex Græco idiomate in Latinum translatum, annotationibus auctum & Baſileæ 1556. in 8. in lucem publicam emiſſum. Recentius ſimile Compendium conſcripſit *Jodocus Willichius*, ſub titulo: *Arithmeticæ libri tres* editum Argentorati 1540. in 8. (plag. 8.)

§. 3. Prolixius hoc Arithmeticæ genus illuſtrarunt duodecimo poſt Chriſtum natum ſeculo *Jordanus* in duodecim de Arithmetica libris & *Jacobus Faber Stapulenſis* in Commentario in eosdem A. 1480. edito.

§. 4 Arithmeticam theoreticam, quæ numerorum proprietates expendit, illuſtravit *Euclides* Elementorum libro VII. VIII. & IX. Sed de his elementis dicemus plura in ſequente capite.

§. 5. Exactam theoriam ad demonſtrandas operationes communes Arithmeticæ practicæ cum in numeris integris, tum fractis ſive vulgaribus, ſive ſexagenariis dedit *Barlaamus Monachus* in Logiſtica, quam Latine reddidit & ſcholiis illuſtratam Pariſiis A. 1600. in 4. edidit *Joannes Chamberus*, Collegii Etonenſis apud Anglos ſocius. (1. Alph. 3. plag.) Sed captum tyronum tranſcendit, quibus nimia accuratio inutilis, immo ridicula videtur.

§. 6. *Frater Lucas de Burgo S. Sepulchri* Ordinis Minorum, Sacræ Theologiæ Magiſter, idiomate Italico A. 1523. edidit opus in fol. (6. Alph. 10. plag.) de Arithmetica & Geometria. Maxima operis pars Arithmeticæ impenditur & in ea non modo diviſiones numerorum ex *Nicomacho* & proprietates ex *Euclide*, traduntur; verum etiam Algorithmus cum in integris, tum in fractis, una cum extractionibus radicum, regulis proportionum & progreſſionum, nec non regula falſi & Algebræ explicatur.

§. 7. *Michaël Stifelius*, Paſtor Eccleſiæ Holtzdorffianæ, A. 1544 in 4. edidit Arithmeticam integram (1. Alph. 13. plag.) in qua multa tradit de numerorum cum rationalium, tum irrationalium, immo etiam Coſſicorum praxi, quæ alibi fruſtra quæſiveris, ſed ſine demonſtrationibus.

§. 8. Arithmeticæ practicæ opus abſolutum anno 1556. dedit *Nicolaus Tartaglia*, Venetus, in duas partes diviſum, quarum prima arithmeticam practicam ad uſum vitæ humanæ applicatam, altera vero Algebræ fundamenta explicat.

§. 9. *Franciſcus Maurolycus* in ſuis Arithmeticæ libris ſupra laudatis (§. 24. C. 1.) doctrinam de numeris figuratis promovit & algorithmum cum extractionibus radicum atque aliis Arithmeticæ practicæ regulis rigoroſe demonſtravit: Sed ejus demonſtrationes non ſunt ad cujusvis captum accommodatæ.

§. 10. *Georgius Heniſchius* in Arithmetica perfecta & demonſtrata (Auguſtæ Vindelicorum 1609. in 4. 2. Alph. 6. plag.) omnem praxin de numero vulgari, Coſſico & aſtronomico demonſtrat, & id ſigulare habet, quod demonſtrationes in ſyllogiſmos reſolverit.

§. 11. *Andreas Tacquet* in Theoria & praxi Arithmetices ſæpius recuſa (e. gr. Amſtelodami 1704. in 8. plag. 34. Tabb. 8.) elementa *Euclidis* Arithmetica facilius demonſtrat & praxes arithmeticas ſuis quoque demonſtrationibus munit. Unde non immerito commendatur hoc opus.

§. 12. Demonſtrationes in arithmetica practica etiam affert *Dechales* (§. 4 c. 1) Sed negligunt *Clavius*, *Herigonius*, *Vicentius Leotaudus* e Societ. Jeſu, qui Inſtitutionum arithmeticarum libros quatuor compoſuit, *Schottus*, & plerique alii (§. 5. *& ſeqq. cap. cit.*) *Walliſius* calculū litteralem cum numerorum algorithmo conjunxit & illius ope regulas fractorum, proportionum & extractionum radicum demonſtravit: ex quo compendium dedit *Eduardus Wells* ſub titulo Elementorum Arithmeticæ, 1698 in 8. tyronibus Calculi utriusque commendandum.

§. 13. Omittimus Autores alios, qui ſolam praxin tradiderunt, quamvis ad uſum communem commendari mereantur *Gemma Friſius* in Methodo facili Arithmeticæ practicæ (Vitebergæ 1544. in 8. plag. 11.) & *Adrianus Metius* in Arithmetica duobus libris comprehenſa (Hafniæ 1640. in 4.)

§. 14. *Samuel Morlandus* Londini A. 1673. in 12. (plag. $6\frac{1}{2}$) idiomate Anglico emiſit deſcriptionem duorum inſtrumentorum, quorum ope additio, ſubtractio & multiplicatio motu quorundam orbium abſolvitur. Utrumque A. 1666. *Carolo II.* Regi exhibuit. Sed multo ingenioſiorem machinam Arithmeticam in juventute ſua dudum invenit illuſtris *Leibnitius*, de qua in Miſcellaneis Berolinenſibus p. 394 nonnulla leguntur. Aliam utut minus perfectam, ingenioſam tamen dedit Cl. *Joannes Polenus* in Miſcellaneis Venetiis A. 1709. in 4. editis (plag. 8. Tab. 9.)

§. 15. Logiſticam decimalem prolixe ac perſpicue peculiari libro expoſuit *Johannes Hartmannus Bayerus*, D. Medicinæ, A. 1619. Fran-

Francof. ad Moenum vernaculo idiomate in 4. edito (1. Alph. 6.) plag.) Arithmeticam Logarithmicam vero optime explicuit in peculiari itidem volumine, de quo inter ſcripta Trigonometrica plura dicemus, *Briggius.*

§. 16. Virgulas ſuas quibus magnorum numerorum multiplicationem ac diviſionem facilitavit, *Joannes Neperus*, Baro *Merchiſtonius*, *Scotus*, in Rhabdologia (Edinburgi 1617. in 12. plag. 6.) deſcripſit. *Johannes* vero *Georgius Herwart* ab *Hohenburg*, V. J. Doct. ex Aſſeſſore ſummi tribunalis imperatorii & Cancellario ſupremo Bavariæ Ducis ejusdem conſiliarius intimus, Præſes provinciæ Schvabæ & inclytorum utriusque Bavariæ Statuum Cancellarius, Monachii A. 1610. in fol. reg. evulgavit Tabulas Arithmeticas προσθαφαιρέσεως univerſales, quarum ſubſidio numerus quilibet ex multiplicatione producendus per ſolam additionem & quotiens quilibet e diviſione eliciendus per ſolam ſubtractionem etiam ab eo, qui Arithmetices non admodum ſit gnarus, exacte & celeriter invenitur. (11. Alph. 9 plag.) *Neperum* imitatus *Samuel Reyherus*, Mathem. *Prof.* Kilonienſis, Bacillos ſexagenales Kilonii 1688. in 4. publicavit, quorum ope Logiſtica ſexagenaria facile exercetur.

## CAPUT III.
## De
# GEOMETRIA.

§. 1.

Geometria eſt vel theoretica, vel practica: theoretica vel elementaris, vel ſublimior.

§. 2. Geometriam elementarem conſcripſit *Euclides*, cujus Elementa a variis in lucem edita fuere. Textum Græcum cum verſione Latina A. 1703. Oxoniæ in fol. (7. Alph. 17. plag.) ſub titulo Ευκλείδου τὰ σωζόμενα, h. e. *Euclidis*, quæ ſuperſunt, omnia, edidit *David Gregorius*, Aſtronomiæ Profeſſor Savilianus. A. 1530. in priora ſex Elementa Commentarium edidit *Orontius Finæus*, in quo mentem *Euclidis* tantummodo explicat, qualem etiam A. 1557. dedit *Jacobus Peletarius*. In elementa omnia 15 commentati ſunt circa idem tempus *Nicolaus Tartaglea*, aliqua etiam de ſuo addens, & A. 1578. *Franciſcus Fluſſates Candalla*, nobilis Gallus, qui ad elementa decimum ſextum, ſeptimum & octavum de ſolidorum

rum corporum comparatione & inſcriptionibus variis adjecit. Elementa *Euclidis* pariter ac *Fluſſatis* cum commentario prolixo edidit *Clavius*. Sæpius recuſa prodiere inter alia Franc. ad Mœn. 1654. in 8. duobus Tomis (Tom. I. 2. Alph. 4. plag. & Tom. II. 1. Alph. 20. plag.) atque etiam inter Opera ejus extant (§. 16 c. 1.) Bene quoque *Euclidem* integrum explicarunt *Dechales* (§. 4 c. 1.) *Herigonius* (§. 1 *cap. cit.*) & inprimis concinna brevitate *Iſaacus Barrowius*, Matheſeos olim in Academia Cantabrigienſi Profeſſor. Sed quoniam integer *Euclides* tyronibus parum utilis; ideo, complures ſex tantum priora Elementa ediderunt & ad ſummum undecimum & duodecimum adjecerunt. Prolixum nimis foret ſingulas recenſere editiones: ſufficit eas nominaſſe, quæ præ aliis commendari merentur. In hunc ergo cenſum referimus Elementa *Euclidis* Gallica, quæ *Dechales* ſigillatim edidit, & Elementa Geometriæ planæ & ſolidæ *Andreæ Tacquet*. Præſtantiſſima illorum editio eſt Pariſina A. 1709. in 12. reg. (12. plag. Tab. æn. 16.) horum vero Cantabrigienſis A. 1703. in 8. (plag. 16. Tab. 7.) quorum illam debemus *Ozanamo*, hanc vero *Guilielmo Whiſtono*, tunc temporis Mathematum Profeſſori Cantabrigienſi.

§. 3. *Joannes Scheubelius*, in Academia Tubingenſi *Euclidis* Profeſſor, exiſtimans præter inſtitutum *Euclidis* in deſignandis demonſtrationum momentis literarum figuras uſurpari, atque hac ratione & docentibus laborem ac moleſtiam augeri, & diſcentium intelligentiam impediri, A. 1550. novo conſilio elementa ſex priora ita demonſtravit, ut literis remotis ſua unum quodq; propria appellatione deſignarit. Prodiit opus Baſileæ in fol. præmiſſa brevi Algebræ deſcriptione. (3. Alph. 5. plag.) Alio conſilio A. 1565. *Chriſtianus Herlinus* & *Conradus Daſypodius* demonſtrationes *Euclideas* in ſyllogiſmos reſolverunt: qui labor hunc uſum habere poteſt, ut appareat, quomodo ex plurium Syllogiſmorum concatenatione tandem demonſtratio completa enaſcatur. Idem opus utrique debetur ex parte.

§. 4. Ordo *Euclidis* diſplicuit *Petro Ramo*, quemadmodum ex iis intelligitur, quæ in Scholis Mathematicis lib. 6. & ſeqq. contra *Euclidem* paſſim diſputat. Prodiere hæ Scholæ Francofurti ad Moenum opera *Lazari Schoneri* A. 1599. in 4. (2 Alph. 17 plag.) continentes 1. exhortationem ad artes mathematicas, 2. diſputationes de præcipuis quibusdam capitibus Arithmeticæ & 3. diſcurſus de quindecim libris *Euclidis*. Confer etiam lib. 3. p. 94.

&

& *ſeqq. Ramus* itaque alia Geometriæ elementa conſcripſit libris 23. comprehenſa ſecundum ordinem Scholæ, a *Schonero* A. 1599. edita & *Euclideis* prælata. Enim vero qui primus tale quid auſus eſt, ſtatim exemplo ſuo docuit (quod ſupra §. 57 *Meth. Math.* annotatum eſt) accuratam demonſtrandi methodum cum ordine Scholæ ſubſiſtere non poſſe.

§. 5. Idem apparet etiam ex cœterorum ſcriptis, qui poſt *Ramum* idem conſilii ceperunt. Pertinent huc 1 Elementa Geometriæ *Ignatii Gaſtonis Pardies* e Societate Jeſu, quartum Hagæ Comitum A. 1680 in 12 (plag. 8) recuſa & a ſumme Reverendo Abbate *Schmidio*, Helmſtadienſium Theologo celeberrimo, cum adhuc Jenæ Matheſin & Philoſophiam profiteretur, ex Gallico ſermone in Latinum tranſlata. 2. Nova Elementa Geometriæ *Arnaldi*, ſuppreſſo nomine, A. 1667 Pariſiis primum edita, dein A. 1685 ibidem & A. 1690 Hagæ Comitum in 8 recuſa (plag. 21) idiomate Gallico. 3. Elementa Geometriæ Gallica R. P. *Bernhardi Lamy* A. 1685 Pariſiis in 12 primum edita & A. 1710 ibidem multo auctiora recuſa, ita ut nunc ſingulæ *Euclidis* propoſitiones, exceptis elementis ſeptimo, octavo & nono de numeris agentibus, in iisdem contineantur una cum introductione ad ſectiones Conicas (plag. 21). 4. Elementa Geometriæ Sereniſſimi Burgundiæ Ducis Gallice conſcripta (Trevoltii 1705 in 4 reg. 1 Alph. 7 plag.) concinna brevitate maxime neceſſaria methodo *Arnaldiana* evolventia.

§. 6. Integrum quoque *Euclidem* alio ordine digeſſit & novis paſſim demonſtrationibus munivit Cl. *Petrus Polynier*, Medicus Pariſienſis, in Elementis Geometriæ, quæ una cum Elementis Arithmeticæ ſub titulo *Elemens des Mathematiques* Pariſiis 1704. in 12 reg. (1 Alph. 4 plag.) edidit. Contra quæ ex *Euclide* cognitu minus neceſſaria ſunt, omiſit & neceſſaria alio ordine digeſſit, aliterque ſubinde demonſtravit Cl. *Angelus de Marchettis* in Piſana Univerſitate Mathematum Profeſſor in *Euclide*, quem vocat, *Reformato* (Liburni 1709 in 4. 1 Alph. 10 plag.).

§. 7. Quæ in *Euclide* de circuli, ſphæræ, & cylindri dimenſione defuere; ea ſupplevit *Archimedes* in duobus de ſphæra & cylindro libris & de circuli dimenſione libello unico: ex quibus ſelecta theoremata ad faciliorem tyronum intelligentiam propoſuit *Tacquetus* ſub finem Geometriæ ſupra laudatæ (§. 2). Idem *Archimedes* libros alios de Spiralibus, de Conoidibus & Sphæroidibus & de Quadratura Parabolæ ſcripſit. O-

Nnn nnn 3 pera

pera ejus una cum Conicis *Apollonii* & Sphæricis *Theodoſii* edidit facilioribus cum demonſtrationibus *Iſaacus Barrovius* Londini 1675 in 4to (Opera *Archimedis* conſtant 24 plag. Tab. æn. 13, *Apollonii* 14 plag. Tabb. 12 & *Theodoſii* plag. 6. Tab. 3). Præter vero Geometrica in operibus *Archimedis* una continentur libri de æquiponderantibus & inſidentibus humido: Arenarium tamen ejus omiſit *Barrowius*, qui in alia editione una comparet, quæ Panormi A. 1685 in fol. prodiit & cujus ſingularia fata in Actis Eruditorum A. 1687 p. 543 & 544 recenſentur. Germanicam operum *Archimedis* verſionem (libris de inſidentibus humido exceptis) dedit *Joh. Chriſtoph. Sturmius* (Norimbergæ 1670 in fol. 6 Alph. 2. plag.).

§. 8. Archimedea promovere ſtuduit *Johannes Keplerus* in Nova Stereometria doliorum vinariorum, inprimis Auſtriaci (Lincii 1615 in fol. plag. 28), quæ una continet ſupplementum ad Archimedem de Stereometria figurarum Conoidibus & Sphæroidibus proxime ſuccedentium. Ex Latino in Germanicum verſam eandem anno ſequenti edidit, ſed paſſim mutatam, alicubi etiam practicis nonnullis auctam. Ejus exemplo excitatus *Bonaventura Cavalerius*, ordinis S. Hieronymi, olim Mathematum Profeſſor Bononienſis (quemadmodum ipſe in præfatione fatetur) adhuc ulterius progreſſus pluriumquam *Archimedes* & *Keplerus* ſolidorum per revolutionem ſectionum conicarum circa axem aut rectas alias dedit nova methodo indiviſibilium, quam vocat, a *Keplero* part. 1. theor. 2 Stereom. indicata, in Geometria indiviſibilibus continuorum nova quadam ratione promota (Bononiæ 1653 in 4. 3 Alph. 1 plag.). Similiter *Archimedea* illuſtravit atque promovit *Evangeliſta Torricellius*, magni Hetruriæ Ducis Mathematicus, in operibus Geometricis de Solidis ſphæralibus, de motu, de dimenſione parabolæ, de ſolido hyperbolico cum appendicibus de cycloide & cochlea (Florentiæ 1644 in 4. 2 Alph.).

§. 9. Præter ea, quæ *Archimedes* ad ſublimiorem Geometriam ſpectantia tradidit, Veteres inprimis ad eandem ſectionum conicarum doctrinam referebant, de quibus opus abſolutum 8 libris comprehenſum compoſuit *Apollonius Pergæus*, quorum quatuor priores ſæpius editi. Inter optimas editiones refertur, quam cum Commentariis prolixis A. 1655 in fol. (5 Alph. 19 plag. & Tab. æn. 30) Antverpiæ in lucem emiſit *Claudius Richardus*, e Societate Jeſu, quales etiam in *Euclidis* Elementa

15 A. 1645 in fol. dederat integro volumine comprehenſos. Quintum, ſextum & ſeptimum, quipro amiſſis habebantur, ex Arabico MSC. *Abalphati Aſphahanenſis* opera *Abrahami Ecchellenſis Maronitæ*, Linguarum Orientalium Profeſſoris Romani, in vertendis uſus Florentiæ 1641 in fol. (4 Alph. 21 plag.) cum libro Aſſumtorum *Archimedis* in lucem protraxit *Joh. Alphonſus Borellus*, in Academia Piſana Matheſeos Profeſſor. Antequam vero iidem prodirent, *Vincentius Viviani*, Magni Hetruriæ Ducis Mathematicus, ex deſcriptione *Pappi* librum quintum feliciter reſtituit & ſub titulo Divinationis Geometricæ in quintum Conicorum *Apollonii Pergæi* adhuc deſideratum Florentiæ 1659 in fol. in lucem emiſit: quo ſucceſſu felici permotus ex intervallo A. 1701 addidit de locis ſolidis ſecundam divinationem Geometricam in quinque libros injuria temporum amiſſos *Ariſtæi* ſenioris Geometræ (Florentiæ in fol. 3 Alph. 15 plag.). Scripta *Viviani* uſui eſſe poſſunt illis, qui methodo demonſtrandi veterum in Geometria ſublimiori delectantur. Præſtantiſſimam operum Apollonii editionem dedit Celeberrimus *Hallejus* A. 1710 in fol. (5 Alph. 16 plag.). Acceſſere eidem *Sereni* libri duo de Sectione Cylindri & Coni, qui primi Græce editi & *Apollonii* liber octavus ab *Hallejo* reſtitutus.

§. 10. Inter recentiores doctrinam Conicam illuſtrarunt varii. Commendari meretur opus de Sectionibus Conicis *Claudii Mydorgii* A. 1632 Pariſiis in fol. publicatum, in quo & proprietates earundem demonſtrantur, & deſcriptiones variæ docentur. Huic præferendus *Gregorius a S. Vincentio*, e Societate Jeſu, qui in Opere Geometrico Quadraturæ circuli & Sectionum Coni 10 libris comprehenſo ad inventa recentiora viam ſtravit, ita ut *Leibnitius* in Actis Eruditorum A. 1691 p. 438 fateatur, ſibi in interiori Geometria hoſpiti, cum opus hoc *Gregorii* a S. *Vincentio* una cum *Hugenii* libro de Horologio oſcillatorio & *Dettonvillæi* (hoc eſt, *Paſcalii*) epiſtolis legeret, ſubito affulſiſſe lucem & ſibi & aliis inexpectatam. Prodiit opus inſigne Antverpiæ 1647 in fol. (14 Alph.) & præter conica in eodem continentur variæ linearum inter ſe proportiones, triangulorum novæ proprietates, rectangulorum proportiones, progreſſionum Geometricarum, etiam in infinitum progredientium, miræ proprietates, multa de circulo alibi minus obvia, doctrina de ductu plani in planum, de proportionalitatibus Geometricis theoria nova, ungularum item, conoidum & ſphæroidum do-

doctrina. Abſolutum quoque Sectionum conicarum opus debemus induſtriæ *Philippi de la Hire* (Pariſ. 1685 in fol. 2 Alph. 18 plag.) in quo præter *Apolloniana* plurima alia methodo veterum demonſtrantur: ex quo in gratiam tyronum compendium fecit *Jacobus Milnes* impreſſum Oxonii A. 1702 in 8 (12 plag. & 19 Tab. Fig.) & recuſum emendatius atque auctius ibidem 1712 in 8 (15 plag. Tab 19) ſub titulo: *Elementa Sectionum Conicarum nova methodo demonſtrata.*

§. 11. Ipſe etiam celeberrimus *de la Hire* in eorundem gratiam Elementa Sectionum Conicarum Pariſiis A. 1679. in 12. in lucem emiſit una cum conſtructione locorum geometricorum & æquationum, de qua in capite ſubſequente. Titulus opuſculi: *Noueaux Elemens des ſections coniques, les lieux Geometriques, la conſtruction des Equations.* (plag. 21). Similis iisdem eſt Tractatus *Ozanami* Gallicus de lineis primi generis, locis geometricis & conſtructione æquationum (Pariſ. 1687. in 4. 1. Alph. 15. plag. Tab. æn. 35.) Nominandus hic quoque eſt Tractatus de Sectionibus cylindri & Coni in ſolido & plano conſideratis, cum demonſtrationibns ſimplicibus ac novis, quem ſermone Gallico Pariſiis A. 1704 in 8. edidit *Poivre* (5 plag. & 8 Tab. æn.). De aliis Conicorum ſcriptoribus dicemus capite ſequente.

§. 12. Præter Conica apud veteres in Geometria ſublimiori celebre fuit Problema Deliacum de duplicando cubo, ſeu, quod eodem recidit (§. 582 *Anal. fin.*), de inveniendis duabus mediis continue proportionalibus inter duas datas: quem in finem excogitatæ ſunt variæ lineæ curvæ a *Pappo Alexandrino* in collectionibus Mathematicis conſervatæ. Earum duo libri priores hactenus deſiderantur. Sex poſteriores Bononiæ 1659. in fol. editi continent ſolutiones varias problematis Deliaci, triſectionem anguli, iſoperimetrorum doctrinam, ſphærica nonnulla & quædam ad Mechanicam ſpectantia. Varia etiam ſcripta Geometrarum veterum recenſet *Pappus.*

§. 13. Inter præcipua inventa Geometrica ſuperioris ſeculi refertur methodus centrobaryca *Pauli Guldini*, e ſocietate Jeſu, de qua diximus in Mechanica & Statica (§. 164). Prodiit ejus liber primus de centro gravitatis una cum Tabulis numerorum quadratorum & cubicorum decies millium, Viennæ Auſtriæ 1635. in fol. (4. Alph. 21. plag.). Acceſſere libri ſecundus, tertius & quartus A. 1640. (4. Alph. 14. plag.) Libro primo adjuncta eſt diſſertatio de

de motu terræ ex mutatione centri gravitatis ipſius proveniente.

§. 14. Curvarum doctrinam univerſalius pertractavit & multis novis inventis auxit *Iſaacus Barrowius* ſupra laudatus in egregio opere Lectionum Geometricarum (Londini 1674. in 4. plag. 21. Tab. 13). Elementa curvarum in uſum tyronum hactenus deſiderantur.

§. 15. Alia ſcripta particularia ad Geometriam theoreticam ſpectantia nimis longum foret hic recenſere. Talia ſunt *Chriſtiani Hugenii* liber de circuli magnitudine, (Hagæ comitum 1644. in 4.), *Ludolphi a Ceulen*, Hildesheimenſis, de Circulo & Adſcriptis liber, ex vernacula in Latinam translatus & annotationibus illuſtratus a *Willebrordo Snellio* (Lugd. Bat. 1619. in 4. plag. 8); Ejusdem Fundamenta Arithmetica & Geometrica cum eorundem uſu in variis problematis Geometricis partim ſolo linearum ductu, partim per numeros irrationales & tabulas ſinuum & Algebram ſolutis, a *Snellio* itidem Latine verſa (Lugd. Bat. 1615. in 4. 1. Alph. 16. plag.) Les dix livres des Theoremes Geometriques du Comte de Pagan (A Paris 1654. in 8. 1 Alph. 5. plag.), in quibus de lineis 4 proportionalibus, de ſectionibus conicis, de theoria planetarum elliptica, de munitionibus regularibus & de navigatione agit: *Iſmaelis Bullialdi* de Lineis ſpiralibus demonſtrationes novæ (Pariſ. 1657. in 4. plag. 18). Ejusdem Exercitationes Geometricæ circa demonſtrationes per inſcriptas & circumſcriptas figuras, circa conicarum ſectionum quasdam propoſitiones, & de porismatibus (Pariſiis 1657. in 4 plag. 6.): *Franciſci Schooten* Exercitationum mathematicarum libri quinque (Lugd. Batav. 1657 in 4), in quibus habentur varia tum ad Geometriam elementarem, tum ſublimiorem ſpectantia una cum tractatu de ſectionum conicarum in plano deſcriptione, qui ſigillatim prodiit (Lugd. Batav. 1646. in 4. plag. 17): *Jacobi de Billy*, e Societate Jeſu, tractatus de proportione harmonica, A. 1658. editus, in quo varia problemata ejus ope ſolvuntur: *Antonii Laloveræ*, e Societate Jeſu, Geometria veterum promota, ſeu libri ſeptem de Cycloide (Toloſæ 1660), quibus multa continentur ad Geometriam ſublimiorem ſpectantia; *Ferdinadi Erneſti Comitis ab Herberſtein* Diatome Circulorum ſeu ſpecimen Geometricum, quo Lunularum, Curvilineorum aliorumque ſpatiorum propoſitiones demonſtrat (Pragæ 1710. in 8. 1. Alph. Tab. 1.): *Vincentii Viviani* Exercitatio mathematica de formatione & menſura fornicum (Florentiæ 1692. in 4. plag. 6): *Joh. Baptiſtæ Palmæ* in Geometriam Exercitationes (Neapoli 1689. in 4. plag. 16.

16.) 100. propoſitiones, quæ ad Geometriam elementarem pertinent cotinentes. Huc etiam referri poſſunt *Apollonii Pergæi* de ſectione rationis libri duo ex Arabico Latine verſi & de ſectione ſpatii libri duo reſtituti ab *Edmundo Halley* (Oxonii 1706 in 8 1. Alph. 3. plag.)

§. 16. Ad Geometriam quoque ſpectat Sphæricorum doctrina, quæ circulorum in ſuperficie Sphæræ deſcriptorum & ſeſe mutuo interſecantium proprietates explicat. Eam olim tribus libris comprehendit *Theodoſius*, quos Tomo primo Curſus Mathematici exhibet *Dechales* ut ſupra monuimus (§. 4) Eosdem nova methodo illuſtravit & ſuccincte demonſtravit *Iſaacus Barrowius* atque Londini 1675. in 4. (plag. 6. Tab. æn. 3.) edidit, ſubjunctos operibus *Archimedis* & *Apollonii*. Aliqua hujus doctrinæ etiam attingit *Pappus* libro ſeptimo collectionum Mathematicarum.

§. 17. Geometriam practicam omnium abſolutiſſimam, ſed ſine demonſtrationibus dedit *Malletus*, quatuor Tomis idiomate Gallico conſcriptis comprehenſam (Pariſ. 1702. in 8. reg. Tom. I. plag. 23. Tom. II. plag 26. Tom. III. plag 24. Tom. IV. plag. 18). In Geodeſia declaratur uſus ſemicirculi, quadrati Geometrici, circini proportionum, Aſtrolabii, pixidis magneticæ, baculi Jacobi & menſulæ geometricæ. Singula folia Figuris elegantibus, ſed ad rem parum facientibus exornantur.

§. 18. Germanico idiomate Geometriam practicam conſcripſit *Daniel Schwenterus*, Profeſſor olim Mathematum Altorfinus, cum notis *Johannis Bœckleri*, Norimbergæ 1667. in 4. (4. Alph. 18 plag.) recuſam. Praxis in charta cum demonſtrationibus docetur: in campo ſolus baculorum & menſulæ geometricæ uſus oſtenditur. Stereomeria deſideratur. Unde inſtar ſupplementi eſſe poteſt *Johannis Hartmanni Beyeri*, Med. D. Stereometria, quam ſub titulo: Eine neue und ſchöne Art der vollkommenen Viſir-Kunſt / Franc. ad Mœn. 1603. in 4. (1. Alph. 7. plag.) edidit. Autor inprimis Stereometriam doliorum plenius explicat quam ab aliis factum. Cum tamen doliorum non plenorum ſtereometriam non attigiſſet; A. 1619. addidit Conometriam Mauritianam vernaculo itidem ſermone conſcriptam. (Franc. in 4 plag. 11), in qua ſtereometria doliorum tam plenorum, quam non plenorum traditur. Cæterum idem Autor de virgula pithometrica conficienda ibidem A. 1620. plagulam unam adjecit.

§. 19. Ante *Schwenterum* in uſum agrimenſorum *Bernhardus Cantzlerus* edidit tractatum geodeticum ſub titulo: Kurtzer und leichter Bericht

richt von Feldmeſſen/ quem *Abdias* Trew Matheſ. Prof. Altorfinus multis annotationibus auxit, ita ut ſub titulo: *Summa Geometriæ practicæ* A. 1673. Norimberg. in 8. (plag. 33 Tab. æn. 55.) edi meruerit.

§. 20. Nomen Autoris commendat ſcholam agrimenſorum, quam *Phil. de la Hire* ſub titulo *l'Ecole des Arpenteurs* Pariſ. 1689. in 8. edidit, nobis quidem non viſam. Nec minus laudem merentur *Clavii* (§. 16) *Tacqueti, Ozanami* Geometriæ practicæ (§. 7. 20.) hujusque *Methode facile pour arpenter, ou meſurer toutes ſortes de ſuperficies & pour toiſer exactement.* Solet etiam vulgo inſtitutionibus architecturæ militaris præmitti Geometria practica.

§. 21. *Eraſmus Reinholdus* in Geodeſia ſua, quæ ſub titulo gründlicher Bericht vom Feldmeſſen Franc. 1615 in 4. (1. Alph. 17 plag.) recuſa, Geometriam quoque ſubterraneam explicat: de qua opus peculiare conſcripſit *Nicolaus* Voigtel/ decimarum e Mansfeldenſibus metallifodinis Receptor, Islebiæ A. 1688 in fol. (plag. 32 Tab. 9) excuſum & itidem A. 1713 auctius (2 Alph 10 plag. Tab. æn. 10) recuſum, unicum ſane in hoc genere.

§. 22. Circinum proportionis a *Juſto Byrgio* multo ante inventum deſcripſit *Levinus Hulſius* Tractatu tertio inſtrumentorum Mechanicorum vernaculo idiomate Francof. ad Mœnum A. 1603 edito (plag. 4.) Poſtea A. 1607. *Gallilæus*, alienum inventum ſibi attribuens, de eodem librum Italicum ſub titulo *Le Operationi del compaſſo Geometrico & militari* publicavit. Omnium maxime commendari in hoc genere meretur *Nicolai Goldmanni* de circino proportionis Tractatus (Lugd. Batav. 1679 Latine & Germanice in fol. (1 Alph. Tab. 16) editus, ex quo ſua deſcripſit *Michael Scheffelt* in tractatu Germanico Unterricht von dem *Proportional Circul* (Ulmæ 1697 in 4 plag. 18 Tab. 12). Proſtat quoque Tractatus Gallicus Cl. *Ozanami* de uſu circini proportionum (Pariſiis 1688 in 8).

## CAPUT IV.
## De
# SCRIPTIS ANALYTICIS.

§. 1.

Scripta veterum analytica recenſet *Pappus* in præfatione ad librum ſeptimum collectionis mathematicæ. Sunt nempe Datorum *Euclidis* liber unus, (§. 2.) *Apollo-*

*nii* de Sectione Rationis libri duo ab *Hallejo* editi, & de ſectione ſpatii libri duo ab eodem reſtituti. (Oxon. 1706 in 8. 1 Alph. 6 plag.), *Apollonii* de Tactionibus libri duo, de Inclinationibus duo, de locis planis duo, Conicorum octo, *Euclidis* Poriſmatum tres, & de locis ad ſuperficiem duo, *Ariſtæi* de locis ſolidis quinque, *Eratoſthenis* de mediis proportionalibus duo: quorum aliqui extant (§. 9. Cap. 3.) aliqui deſiderantur, ſed a recentioribus Geometris reſtituti, (§. 2. cap. 1 & §. 9 cap. 3. ) Sed Analyſis veterum ab analyſi recentiorum longe fuit diverſa.

§. 2. Ad analyſin recentiorum potiſſimum ſpectat Algebra, de qua olim exempla tredecim libris comprehenſa dedit *Diophantus*. Hodie nonniſi 6 proſtant, a *Xylandro* Latine verſi & A. 1575 in fol. primum editi, poſtea cum Commentariis *Caſparis Bacheti*, A. 1621. recuſi. Illuſtrat autem *Diophantus* artem ſolvendi problemata arithmetica indeterminata.

§. 3. Antequam *Diophantus* in publicum proſtaret, *Lucas Paciolus* ſeu (ut vulgo vocatur) *Lucas de Burgo S. ſepulchri* in ſumma Arithmeticæ & Geometriæ ſupra laudata (§. 6. cap. 2.) lib. 8 Algebram explicat, prout eam acceperat ab Arabibus. Nimirum ultra æquationes ſimplices & quadraticas non progreditur. Nec longius progreſſi *Stifelius* in Arithmetica integra (§. 7. c. 2.) *Heniſchius* in Arithmetica perfecta (§. 10. c. cit.) aliique. Sed *Scipio Ferreus* addidit regulas reſolvendi æquationes cubicas, a *Cardano* in Arte Magna, quam vulgo Coſſam ſeu Regulam Algebræ vocant, A. 1545. primum publicatas; Cl. *Ludovicus Ferrarienſis* oſtendit methodum reducendi æquationes biquadraticas, quam A. 1579. Algebræ ſuæ inſeruit *Raphaël Bombelli*. Ulteriores progreſſus Algebra ſtricte ſic dicta nondum vidit.

§. 4. Circa annum Chriſti 1590. *Franciſcus Vieta* Gallus arithmeticam litteralem invenit & ad Algebram applicavit, quam & methodo ingenioſa extrahendi radices ex æquationibus quibuscunque per approximationem locupletavit. (§. 17. cap. 1.) Ejus inventa explicat iisdemque utitur *Guilielmus Oughtred*, Anglus, in Clave Mathematica, A. 1631. primum, ſed A. 1693. Oxonii quinta vice edita (plag. 12).

§. 5. *Thomas Harriot*, itidem Anglus, qui Londini 1621. obiit, in Artis Analyticæ Praxi ad æquationes algebraicas nova, expedita & generali methodo reſolvendas, a *Walthero Warnero* A. 1631. in fol. Londini (2 Alph. 2 plag.) edita Arithmeticam *Vietæam* ad commodiorem formam reduxit, eam nempe, qua nunc utimur, & æquationum indo-

indolem ac reductionem plenius explicavit.

§. 6. A. 1637. *Carteſius* Geometriam, quam vocat, idiomate Gallico publicavit, quam poſtea Latine vertit & prolixis Commentariis auxit *Franciſcus a Schooten.* Utor ego editione Amſtelodamenſi A. 1659. (in 4. 5. Alph. 8 plag.) Continentur in eadem præter *Carteſii* Geometriam (plag. 12.) *Florimundi de Beaune* Notæ breves & *Franciſci a Schooten* Commentarii in eandem; *Joh. Huddenii* epiſtola de reductione æquationum; ejusdem epiſtola de maximis & minimis. *Eraſmi Bartholini* Principia Matheſeos univerſalis ſeu introductio ad Geometriæ methodum *Carteſii*; *Florimundi de Beaune* tractatus poſthumi de natura & conſtitutione atque de limitibus æquationum; *Joh. de Witt* libri duo de Elementis Curvarum, & *Franc. a Schooten* tractatus de concinnandis demonſtrationibus geometricis ex calculo algebraico. *Carteſius* Arithmeticam litteralem & regulas Algebræ deſcripſit ex *Harrioto*, & quemadmodum *Oughtredus* in Clave, atque *Marinus Ghetaldus* in libris 5. de Reſolutione & Compoſitione mathematica (Romæ 1630. in fol. 2 Alph. 15. plag.) arithmeticam *Vietæam* ad Geometriam elementarem applicarunt & conſtructiones æquationum ſimplicium ac quadraticarum dederunt, ita ipſe *Harrioteam* ad Geometriam ſubliminorem transferens curvarum naturam per æquationes algebraicas explicare cœpit & conſtructionem Cubicarum atque biquadraticarum æquationum, immo etiam ſuperiorum, docuit. Opus hoc inprimis utile ad Algebram ſpecioſam addiſcendam.

§. 7. Regulam *Carteſii* conſtruendi æquationes cubicas & biquadraticas uberius expoſuit *Thomas Baker* in Clave Geometrica catholica (Londini 1684 in 4. 1. Alph. 10 plag. 10. Tabb. æn.) aſt verum harum Conſtructionum fundamentum monſtravit *Renatus Sluſius* Tomo ſecundo Meſolabi A. 1668 in 4 (plag. 24) Leodii excuſi cum variis Miſcellaneis, in quibus algebra ad quadraturas Curvarum, ad quæſtiones de maximis & minimis, ad methodum inveniendi punctum flexus contrarii, ad methodum centrobarycam *Guldini* &c. applicatur. Idem fecere *Fermatius* in Operibus Mathematicis (Toloſæ 1679. in fol.) *Robervallius* (§. 23. c. 1). & *Barrowius* (§. 14. cap. 3)

§. 8. *Johannes Kerſey*, A. 1671 Londini in fol. edidit Elementa Algebræ idiomate Anglico (Alph. 10 plag. 10) In iis explicatur arithmetica litteralis & æquationum natura, præceptaque exemplis plu-

rimis illuſtrantur: Totus *Diophantus* enucleatur, & de reſolutione & compoſitione mathematica ex *Gethaldo* multa exhibentur. Idem fere inſtitutum apud Gallos fuit *Joh. Preſtet*, cujus nova Matheſeos elementa Tomo integro ſecundo anctiora Pariſiis 1694 in 4 (6 Alph. 3 plag.) Gallice prodierunt. In iis omnia dogmata arithmetica una cum problematibus *Diophanti* atque *Vietæ* per analyſin recentiorem reſolvuntur. Similiter *Ozanam* in Elementis Gallicis Algebræ (Amſtel. 1703. in 8 reg. 1. Alph. 21 plag.) præter calculum litteralem & æquationum doctrinam artem quoque Diophanteam reſolvendi problemata numerica egregie illuſtrat, in qua inprimis excellit hic Autor. Quanti autem fieri debeat analyſis *Diophantea*, vulgo a *Carteſianis* neglecta, docuit illuſtris *Leibnitius* in Actis Erudit. A. 1702 p. 219. Compendium *Preſteti* dedit *Bernhardus Lamy*, quod ſub titulo Elemens de Mathematique, *Pariſiis* A. 1704 in 12 reg. (1. Alph. 7. plag.) auctius recuſum tyronibus ob perſpicuitatem commendari meretur. Artificia analyſeos *Diophanteæ* non attingit.

§. 9. Hi tamen autores applicationem Algebræ ad Geometriam inſuper habent: quem defectum ſupplent *Ozanam* in Tractatu Gallico de locis Geometricis (plag. 8. Tab. 12.) & altero de conſtructione æquationum (plag. 12. Tab. 9.) Tractatui de lineis primi generis (§. 11. c. 3.) ſubjuncto; *de la Hire* in gemino Tractatu ejusdem nominis & argumenti (§. *cit.* c. 3.) & inprimis *Guiſnée* in Applicatione Algebræ ad Geometriam Gallice Pariſ. 1704. in 4 (1 Alph. 19 plag. Tab. xn. 6) edita, atque Illuſtris Marchio *de l' Hoſpital* in Tractatu Analytico de ſectionibus Conicis & eorum uſu (Pariſ. 1707. in 4. reg. 2. Alph. 12½. plag. Tab. 32. Gall.)

§. 10. Algebræ quoque præcepta, ſed ſine exemplis, perſpicue explicat *Gerard Kinckhuyſen* in Algebra ſermone Batavo Harlemi 1661. in 4. edita, (plag. 14.) & idem in Fundamento Geometriæ (*Grondt der Meetkonſt.*) Harlemi 1684. in 4. plag. 12.) ſectionum Conicarum palmarias proprietates per analyſin eruit; in Geometria vero (Harlemi 1663. in 4. plag. 22.) conſtructiones Geometricas problematum per Algebram ſolutorum elegantes affert. Singula quoque *Abrahamus de Graaf* in Algebra ſua (§. 6. c. 1.) cum laude exequitur. Celeberrimus *Newtonus* in Arithmetica univerſali, quam *Guil. Whiſton* Cantabrigiæ 1707. in 8. (1. Alph.) edidit, exempla habet ſingularia & regulas varias a ſe inventas.

§. 11. *Joſephus Raphſon* in Analyſi æqua-

æquationum univerſali, quæ (ſi titulo credimus) ſecunda vice Londini 1702. in 4. prodiit una cum Conamine metaphyſico de Spatio reali ſeu ente infinito (plag. 20.) extractiones radicum ex æquationibus per approximationem facilitavit: *Rollius* in Tractatu Gallico de Algebra (Pariſ. 1690. in 4. plag. 12.) ſubſidia non contemnenda ad radicum extractionem ſuppeditat, ſed more ſuo terminis inſvetis utitur.

§ 12. Exemplo *Paſcalii* in Triangulo Arithmethico Pariſiis 1654. Gallice edito, *Hugenii* in Tractatu de Ludo aleæ, qui ſub finem Exercitationum Geometricarum *Schootenii* legitur, aliorumque *Remundus de Monmort* in tentamine Gallico Analyſeos de ludis eventus fortuiti Pariſiis 1708. in 4. reg. (1. Alph. 14. plag.) excuſo & ibidem 1714. auctius recuſo ad Sortem in ludis diverſis determinandam analyſin applicavit: qui combinationum doctrinam egregie illuſtrat & inſignia artificia analytica edocet. Idem præſtitit *Jacobus Bernoulli* in opere poſthumo Artis Conjectandi (Baſil. 1713. in 4. Alph. 20. plag.) Acceſſit huic operi Tractatus de ſeriebus infinitis, mox commendandus.

§. 13. *Ægidius Franciſcus de Gottignes*, e Societate Jeſu, in Logiſtica univerſali (Neap. 1687. in fol. 5. Alph. 14. plag. Tab. 5.) principia Algebræ labefactare aggreſſus eſt; ſed nodum in ſcirpo quærit & per ambages eo tendit, quo recta pertingere datur. *Hugo de Omerique* in Analyſi Geometrica (Gadibus 1968. in 4. plag. ) methodo communi Algebraicæ, quæ per æquationes procedit, aliud ſubſtituit per rationes argumentandi genus: quod tamen non adeo late patet, quam illa. Applicat illud ad problemata, per Algebram ab aliis jam ſoluta & parum difficultatis habentia.

§. 14. Methodum *Cavallerii* ad calculum aptare ſtuduit *Johannes Walliſius* in Arithmetica infinitorum A. 1655 primum edita (§. 26 c. 1.) in qua per ſummationes ſerierum infinitarum quadraturas curvarum & cubationes ſolidorum determinare agreſſus eſt: Sed cum inductione uteretur, quæ minus demonſtrativa videri poterat, *Iſmaël Bullialdus* per maximas ambages veterum Geometrarū hoc arithmeticæ genus demonſtravit in Opere novo Arithmeticam infinitorum libris 6. comprehenſo. (Pariſ. 1682 in fol. 4 Alph. 16 plag.).

§. 15. Sed felicius id præſtitit Illuſtris *Leibnitius* invento calculo differentiali & integrali, quem primum in Actis Eruditorum A. 1684 p. 467. publicavit, cum dudum ante A. 1677. eundem in litteris cum celeberrimo *Newtono* communicaſſet, qui in

in eandem circa idem tempus inciderat: quemadmodum apparet ex litteris *Leibnitii* atque *Newtoni*, quæ leguntur apud *Walliſium* Operum Tomo tertio, fol. 634. 648.

§. 16. Calculi differentialis leges expoſuit & problematibus ex quiſitis illuſtravit illuſtris Marchio *de l' Hoſpital* [in] egregio Opere Gallico Analyſeos infinite parvorum (Pariſ. 1696 in 4. reg. 1 Alph. 2 plag. Tab. 11.). omnibus Geometriæ ſublimioris Studioſis maximopere commendando. Calculi integralis faciliores regulas dedit & exemplis illuſtravit *Carré* in ſcripto Gallico: *Methode pour la meſure des ſurfaces, la dimenſion des ſolides, leurs centres de peſanteur, de percusſion & d' oſcillation par l' application du calcul integral.* (Pariſ. 1700 in 4 reg. plag. 15 Tabb. 4): Sed longius progreſſus *Gabriel Manfredius* in Opere eximio de conſtructione æquationum differentialium primi gradus (Bononiæ 1707. in 4. 1 Alph. 2 plag. Tabb. 7.) & vir ſummus *Newtonus* in Tractatu de quadraturis Curvarum, qui Opticæ ſubjungitur, præclara dedit.

§. 16. Poſtquam *Nicolaus Mercator*, Holſatus, in Logarithmotechnia (Lond. 1668. in 4. plag. cum *Michaëlis Angeli Riccii* Exercitatione Geometrica edita) prop. 17. p. 31 ſeqq. quadraturam hyperbolæ per ſeriem infinitam dediſſet; ſerierum doctrinam per extractionem radicum inſigniter promovit & ad curvarum quadraturas & rectificationes applicavit vir ſummus *Iſaacus Newtonus*: cujus Analyſin per quantitatum ſeries, fluxiones ac differentias cum enumeratione linearum tertii ordinis, varios tractatus analyticos a viro celeberrimo diu ante compoſitos continentem, Londini 1711. in 4. (plag. 16. Tab. 2) edidit *Guil. Jones*. Quemadmodum vero hoc opus ad ſerierum doctrinam perdiſcendam multum commendari meretur; ita recondita de hoc argumento ſuperaddi debent ex celeberrimi *Bernoullii* diſſertationibus de ſeriebus infinitis (§. 12.)

§. 18. Serierum doctrinam ex inventis *Mercatoris*, *Newtoni*, *Leibnitii* atque *Johannis Bernoullii* exhibuit quoque *Georgius Cheynæus* in Methodo Fluxionum inverſa (Londini 1703. in 4. reg. plag. 6). Inveniuntur quoque huc ſpectantia apud *Davidem Gregorium* in Exercitatione Geometrica de dimenſione figurarum. (Edimburgi 1684. in 4.)

§. 19. Quæ apud *Hoſpitalium* in Analyſi infinite parvorum, *Carreſium*, ſive *Quadratum*, *Cheynæum*, *Gregorium* & *Craigium* in Methodo figurarum lineis rectis & curvis comprehenſarum Quadraturas determinandi (Londini, 1685. in 4. plag.

plag. 6 Tab. 1.) & in Tractatu de Quadraturis figurarum Curvilinearum & locis Geometricis (Londini 1693 in 4. plag. 11 Tab. 1) occurrunt; ea in unum volumen congeſſit & perſpicue explicavit *Carolus Hayes* in opere Anglico, quod ſub titulo *Traitiſe of Fluxions or introduction to mathematical and mechanical Philoſophy* Londini 1704 in fol. (3. Alph. 3 plag.) prodiit.

§. 20. Regulas Algebræ Communis atque Analyſeos *Leibnitianæ*, hoc eſt, calculi differentialis & ſummatorii uno opere complexus eſt *Carolus Reynau.* (Pariſ. 1708 in 4 reg. Alph. 5 plag. 7. Tabb. æn. 5) ſed in exemplis parcior videri poterat, quam ut tyronibus inſervire poſſit, provectioribus tamen commendandus.

§. 21. Integram Matheſin puram una cum Algebra & calculo differentiali ſuccincte explicavit *Wilhelmus Jones* in Synopſi palmariorum Matheſeos, Anglice A. 1706 Londini in 8 (plag. 20) edita; ſed ſine interprete a tyronibus vix intelligetur.

§. 22. Equidem *Bernhardus Nieuwentiit* in Conſiderationibus circa Analyſeos ad quantitates infinite parvas applicatæ principia & calculi differentialis uſum in reſolvendis problematibus Geometricis (Amſtel. 1694. in 8 plag. 3) & in Conſiderationibus ſecundis circa calculi differentialis principia (Amſtel. 1696 in 8. plag. 3) contra calculum differentialem nonnulla dubia movit, & hinc in Analyſi Infinitorum (Amſtelod. 1695. in 8. plag. 20 Tab. 21) methodum aliam ſubſtituit; ſed non modo *Leibnitius* atque *Bernoullius* in Actis Eruditorum A. 1695 p. 310 & ſeqq. it. p. 369. & ſeqq. & A. 1697 p. 125. & ſeqq. verum etiam Cl. *Jacobus Hermannus*, nunc Mathematum Profeſſor Francofurtanus, in Reſponſione ad illas conſiderationes ſecundas (Baſileæ 1700 in 8. plag. 4) iisdem abunde ſatisfecerunt. Analyſi tamen infinitorum *Nieuwentiitiana* in rem ſuam uti norunt intelligentes.

§. 23. Cœterum multa ad calculum differentialem & integralem ſpectantia peti debent ex Actis Eruditorum, ex Hiſtoria & Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, qui quotannis Pariſiis prodeunt & Amſtelodami recuduntur, ex Transactionibus Anglicanis & ex Miſcellaneis Berolinenſibus. Inter Algebraiſtas inprimis quoque nominari debebant *Johannes Faulhaberus* ex textore Mathematicus inſignis, & *Juſtus Byrgius Wilhelmi* Haſſiæ Landgravii Mechanicus, ſed eorum ſcripta videre hactenus non licuit.

# CAPUT V.
## De
# TRIGONOMETRIA.

§. 1.

Trigonometria in gratiam Aſtronomiæ primum inventa: unde *Ptolemæus* ſub initium operis ſui Aſtronomici tantum hujus doctrinæ exponit, quantum ſcopo ſuo ſufficere viſum eſt, & recentiores Aſtronomi paſſim inſtitutionibus Aſtronomicis Trigonometriæ præcepta præmiſerunt.

§. 2. Magis hanc ſcientiam excoluit *Johannes de Regio Monte* in Libris quinque de Triangulis omnimodis A. 1464 conſcriptis & Norimbergæ, mortuo Autore, a *Schonero* A. 1533 in fol. (2 Alph. 11 plag.) editis. Idem quoque Canonem Sinuum novum condidit aſſumto radio pro unitate eoque in fractiones decimales diviſo, cum ante idem in 60 ſcrupula divideretur. Eum in plerisque ſequitur *Clavius* (§.16.c. 1).

§. 3. Canonem Sinuum ad radium 1000000000000000 & ad dena quæque ſcrupula ſecunda Quadrantis ſupputavit *Joachimus Rheticus*, quem mortuo Autore una cum Sinibus primi & poſtremi gradus ad eundem radium & ad ſingula ſecunda ſcrupula Quadrantis edidit *Bartholomæus Pitiſcus* Francofurti ad Mœnum 1613 in fol. (3 Alph. 21 plag.) qui adjecit principia Sinuum ad radium 1000000000000000000000 ſupputata & ſinus decimorum, triceſimorum & quinquageſimorum quorumque ſcrupulorum ſecundorum per prima & poſtrema 35 ſcrupula prima ad radium 1000000000000000000000. Hujus Canonis uſus inprimis eſt in corrigendis Tabulis Sinuum atque Tangentium vulgaribus.

§. 4. Multum nimirum Trigonometriæ perficiendæ incubuit *Rheticus*, Mathematum Profeſſor Wittebergenſis, ſed qui relicta Profeſſione ad *Copernicum* profectus & apud eum egit: quemadmodum ex Opere Palatino de Triangulis apparet, quod ab ipſo cœptum conſummavit L. *Valentinus Otho*, Principis Palatini Friderici IV Electoris Mathematicus. Prodiit A. 1616 in fol. (21 Alph. 17 plag.). Continentur in eo 1. *Rhetici* libri tres de fabrica Canonis doctrinæ triangulorum & 2. ejusdem liber quartus de triangulis globi: 3. *Othonis* libri quinque de triangulis glo-

globi ſine angulo recto: 4. prolixus Canon triangulorum.

§. 5. *Pitiſcus* vero & ipſe Trigonometriam egregie illuſtravit editis quinque de eadem libris A. 1599, quorum editio tertia auctior prodiit Francof. A. 1612 in 4 (2 Alph. 15 plag.). Libris iſtis ſubjicitur Canon Sinuum, tangentium & ſecantium una cum libris undecim, in quibus trigonometriæ uſus in ſolutione problematum Geodæticorum, altimetricorum, architectonicorum, geographicorum, gnomonicorum & aſtronomicorum oſtenditur, quæ a nobis ſuis in locis per eandem ſoluta.

§. 6. Non minus commendari merentur *Willebrordi Snellii* doctrinæ Triangulorum Canonicæ libri quatuor, quibus Canonis ſinuum, tangentium & ſecantium conſtructio, triangulorum tam planorum, quam ſphæricorum expedita dimenſio breviter ac perſpicue traditur una cum Canone Secantium. Poſt mortem Autoris eos edidit *Martinus Hortenſius*, Delfenſis (Lugd. Bat. 1627 in 8. plag. 29) & tractatus problematum geodæticorum & ſphæricorum adjecit, quibus utriusque Trigonometriæ uſus edocetur.

§. 7. Inſignis ad Trigonometriam acceſſio facta eſt, Logarithmis a *Johanne Nepero*, Barone *Merchiſtonii* Scoto in eandem introductis. Prodiit Mirifici Logarithmorum Canonis deſcriptio ejusque uſus in utraque Trigonometria & omni Logiſtica Mathematica explicatio Edinburgi 1614 in 4. (plag. 21) & opera filii parente mortuo recuſum eſt opus auctius A. 1619. Acceſſere nempe tractatus aliqui de logarithmorum conſtructione poſthumi. In eodem opere continetur regula generalis facilius ſolvendi triangulorum ſphæricorum rectangulorum caſus omnes, cui ſimilem nos quoque dedimus in Elementis noſtris. Cæterum logarithmi iſti ab iis, quibus nunc utimur, ſunt diverſi: ſuppoſuit enim *Neperus* in prima eorundem conſtructione logarithmum Sinus totius ſeu radii o, ut multiplicationem & diviſionem in trigonometria plerumque prorſus evitaret, nec additionem vel ſubtractionem ſubſtituere opus haberet.

§. 8. Canonem *Neperi* ad ſingula minuta prima quadrantis conſtructum ad dena ſecunda extendit *Benjamin Urſinus*, Mathematicus Electoralis Brandenburgicus, & cum Canonis tam naturalis, quam artificialis conſtructionem, tum trigonometriam utramque & quidem ſphæricam juxta *Neperum* explicavit in Trigonometria Coloniæ A. 1625 in 4. edita (conſtat liber 1 Alph. 12 plag. & Canon 2 Alph. 11 plag.).

9. Poſtquam *Keplerus* hoc logarithmorum genus a *Juſto Byrgio* ſupra laudato (§.23. c.4) inventum, ſed illo reprehendente in Rudolphinis f. 11. in privatos tantum uſus reſervatum, ad Aſtronomiam tranſtulerat; ipſius gener *Jacobus Bartſchius* Canonem *Urſini* reduxit, reſectis tribus ultimis cyphris, & particulam antilogarithmorum exactiorum ad ſingula bina ſecunda, Tabulamque logarithmorum indicis proſtaphæreſeos ſupputavit atque Heptacoſiadem *Keplerianam* ad ſingula ſcrupula ſecunda dilatavit. Has tabulas ſub ſoceri *Kepleri* auctoritate Sagani edidit A. 1630; ſed ob earum uſum in calculo *Rudolphino* inſignem ſub titulo *Joh. Kepleri & Jacobi Bartſchii Tabulæ Manuales Logarithmicæ* A. 1700 Argentorati in 8 (1 Alph. 17 plag.) recudi fecit *Joh. Caſpar Eiſenſchmid*, Med. D.

§. 10. Ex conſilio *Neperi* logarithmorum formam immutavit *Henricus Briggius*, Profeſſor Geometriæ Oxonienſis, ita ut logarithmus unitatis fieret 0, quemadmodum nos expoſuimus in Elementis Arithmeticæ cap. ult. Conſtruxit Canonem Logarithmorum numerorum vulgarium ab 1 usque ad 20000 & a 90000 usque ad 100000, quem in Arithmetica Logarithmica una cum methodo inveniendi di logarithmos & uſu eorundem exhibuit A. 1624 in fol. Sed mox Goudæ A. 1628 in fol. (9 Alph. 7 plag.) eandem recudi fecit *Adrianus Vlacq*, Goudanus, qui logarithmos Briggianos 4 numeris minuit, lacunam inter 20000 & 90000 explevit, ut 100 logarithmorum chiliades exhibuerit, Canonem triangulorum ſeu tabulam ſinuum & tangentium artificialium ad radium 10000000000 & ad ſingula ſcrupula prima quadrantis adjecit, in deſcriptione vero *Briggiana* quædam hic illic immutavit, quædam omiſit, quædam adjunxit. Idem poſtea A. 1633 Canonem Sinuum atque Tangentium artificialium extendit ad ſingula dena ſecunda & ſub titulo Trigonometriæ artificialis ſeu Magni Canonis triangulorum Logarithmici, Goudæ in fol. (5 Alph. 3 plag.), adjectis Chiliadibus viginti Logarithmorum pro numeris naturali ſerie creſcentibus *H. Briggii*, edidit.

§. 11. Inchoaverat idem *Briggius* Canonem Sinuum & tangentium artificialem pro gradibus graduumque centeſimis; ſed morte præpeditus non abſolvit. Quæ adeo deficiebant, ſupplevit *Henricus Gellibrand* & A. 1633 ſub nomine *Trigonometriæ Britannicæ* publicavit. Prodiit Goudæ in fol. (3 Alph. 7 plag.).

§. 12. Sub eodem Trigonometriæ Britannicæ nomine, ſed Anglico

glico idiomate opus trigonometricum præclarum edidit *Johannes Newton* (Londini 1658 in fol. 5 Alph. 19 plag.), in quo continentur 1 conſtructio & uſus Canonis Sinuum & tangentium naturalis, atque artificialis, 2. ſolutio triangulorum tam planorum, quam ſphæricorum, 3. chiliades centum logarithmorum pro numeris vulgaribus, 4. Canon logarithmorum pro ſinibus & tangentibus ad ſingulos gradus & partes graduum centeſimas, 5. Canon logarithmorum pro ſinibus & tangentibus ad tres primos Quadrantis gradus & partes graduum milleſimas.

§. 13. A. 1643. Bononiæ in 4 (1 Alph. 1 plag.) *Bonaventuræ Cavallerii* Trigonometria plana & ſphærica, linearis & logarithmica, cum canone duplici Trigonometrico & chiliade numerorum abſolutorum ab 1 usque ad 10000 eorumque logarithmis ac differentiis, opus Autore ſuo dignũ prodiit. Eodem uſus eſt *Geminianus Rondelli*, Mathem. Profeſſor Bononienſis, qui A. 1705 Bononiæ in 4 (2 Alph. 12 plag.) Trigonometriam univerſalem, linearem & logarithmicam, Italico idiomate edidit, cum canone ſinuum, tangentium & ſecantium, atque logarihmorum ſinuum & tangentium & decem chiliadibus logarithmorum pro numeris vulgaribus.

§. 14. *Sethi Wardi* Idea Trigonometriæ demonſtratæ, quæ cum Prælectione de Cometis & Inquiſitione in *Bullialdi* Aſtronomiæ Philolaicæ fundamentum Oxonii 1654 in 4 (plag 3) prodiit, eſt admodum conciſa & characteribus expreſſa. Ejusdem vero indolis eſt Trigonometria *Wilhelmi Oughtredi*, quæ cum canone ſinuum, tangentium & ſecantium Londini 1657 in 4 lucem adſpexit (1 Alph. 13 plag.)

§. 15. *Richardus Norwood* in Trigonometria, quæ Anglico ſermone Lond. 1651. in 4. recuſa, (2. Alph. 3. plag.) præter Trigononometriam planam & ſphæricam logarithmorum doctrinam explicat & omnia trigonometriæ ſphæricæ problemata per duo axiomata fundamentalia *Neperi* ſolvit. Adjiciuntur canones ſinuum & tangentium naturalium atque artificialium cum 10 chiliadibus logarithmorum pro numeris vulgaribus.

§. 16. Compendium Trigonometriæ planæ & ſphæricæ non contemnendum Leodii 1704 in 8. (12 ½ plag.) edidit *Jacobus Gooden*, e Societate Jeſu, in quo regulæ accurate demonſtrantur & exemplis utilibus ex Geodæſia, Aſtronomia & Geographia petitis illuſtrantur. Adjiciuntur palmaria ex *Euclide* theoremata cum Canonibus ſinuum, tangentium & logarithmorum contractis.

§. 17. In curſibus Trigonometriam bene explicant *Dechales* atque *Ozanam* (§. 4. 7. cap. 1). Tabulæ ſinuum

nuum & tangentium itemque Logarithmorum ſeparatim editæ commendantur *Ulacci*, quæ Hagæ Comitum A. 1665 prodierunt, & *Ozanami*, quæ juxta eas correctæ. Quid nos in noſtris præſtiterimus, quæ Halæ A. 1711 (plag. 20) prodierunt, ex præfatione iisdem præfixa intelligi poteſt.

## CAPUT VI.
## De
# STATICA ET MECHANICA.

§. 1.

Theoria Staticæ atque Mechanicæ apud veteres fuit valde imperfecta, nec quicquam ea de re extat, niſi quod *Archimedes* in duobus de æquiponderantibus libris de centro gravitatis figurarũ planarũ & de ſtatices palmario fundamento, *&* *Pappus* lib. 8 Collect. Mathemat. de quinque Potentiis mechanicis vecte, axe in peritrochio, trochlea, cochlea & cuneo demonſtrat.

§. 2. Neque ulterius progrediuntur Autores recentiores, qui inſtitutiones Mechanicas ediderunt: immo plerique Archimedea de centro gravitatis, quæ non ſunt ad palatum tyronum, nec ad praxin directe tendunt, omittunt. Pertinent huc *Guidi Ubaldi* liber Mechanicorum A. 1577 editus, *Simonis Stevini* Statica (§. 15. cap. 1) *Jac. Rohault* Tractatus de Mechanica, qui inter poſthuma habetur (Hagæ 1690. in 12. reg. 1. Alph. 22. plag.) & nonnullis editionib9 Phyſicæ ejus in Latinum verſæ ſubjungitur; *Ignatii Gaſtonis Pardies* Statica Gallice Hagæ comitum 1692. in 12. (10 ½ plag.) tertia vice recuſa & vitioſiſſime in Latinam linguam translata; *Bernhardi Lamy* Tractatus Gallicus de Mechanica (Pariſ. 1687 in 12 plag. 12), cui acceſſit plagula una continens Novam methodum demonſtrandi præcipua theoremata Elementorum Mechanicorum. *Guil. Oughtred* Inſtitutiones Mechanicæ (§. c. 1), *Pauli Caſati* Mechanicorum libri octo (Lugduni Gallorum A. 1684 in 4 (4 Alph. 7 plag.) & *And.* Jungenickels / ex vitriario primũ militis gregarii, deinde Suggeſtuum tormentorũ Præf. Clavis Machinarum, Germanice conſcripta & Norimbergæ A. 1661 in 4 (2 Alph. 3 plag.) edita. Hos inter *Stevinus* atque *Caſatus* multa ad praxin profutura afferunt; *Rohal-*

*Robaltius* atque *Lamy* ob perſpicuitatem tyronibus commendandi: *Jungenickelius* iis ſatisfacit, qui in Geometria non multum verſati fundamenta mechanica populari modo cognoſcere capiunt.

§. 3. Ulterius progreſſus *Gallilæus Gallilæi* in diſcurſibus & demonſtrationibus Mathematicis circa duas novas ſcientias, pertinentes ad Mechanicam & motum localem, una cum Dialogis ejus de ſyſtemate mundi Lugduni Bat. 1699 in 4 editis, (Dialogi de motu conſtant 1 Alp. 14 plag.). In iis enim reſiſtentiam ſolidorum conſiderare aggreſſus eſt, quamvis parum feliciter, uſus nimirum principiis parum genuinis, & de motu cum generalia tradidit, tum in ſpecie motum gravium tam libere, quam ſuper plano inclinato deſcendentium vel aſcendentium; atq; motum projectorum & pendulorum feliciſſime evolvit.

§. 4. Inventa *Gallilæi* expolivit diſcipulus ejus *Torricellius* in libris duobus de motu gravium naturaliter deſcendentium & projectorum, qui inter opera ejus Geometrica habentur (§. 8. c. 1.) immutavit *Joh. Baptiſta Balianus* in Tractatu de motu naturali gravium (Genuæ 1646 in 4). & doctrinam de motu pendulorum ulterius promovit *Chriſtianus Hugenius* in inſigni Tractatu de Horologio oſcillatorio (Pariſ. 1673 in fol. 2 Alph.), cujus etiam parte tertia de linearum curvarum evolutione & dimenſione Geometria ſublimior novis inventis illuſtratur. Illuſtris *Leibnitius* de reſiſtentia ſolidorum certiora dedit in Actis Eruditorum A. 1684. p. 319. & eandem doctrinam celeberrimus *Varignonius* more ſuo maxime univerſalem reddidit in Commentariis Academiæ Regiæ ſcientiarum A. 1702. p. 87.

§. 5. *Joh. Alphonſus Borellus* in Tractatu de vi percuſſionis regulas motuum explicare aggreſſus eſt. Prodiit primum Bononiæ 1666 in 4, & cum Tractatu altero de motionibus naturalibus a gravitate pendentibus Lugd. Batav. A. 1686 in 4 (3 Alph. 18 plag. 21. Tabb. æn.) Idem in Opere eximio de motu animalium (Lugd. Batav. 1685. in 4. 3 Alph. 18 plag. 18 Tabb. æn.) regulas Staticorum ad motus animalium varios explicandos applicavit.

§. 6. Primi regulas motuum veras dedere eodem tempore *Walliſius*, *Hugenius* & *Chriſtophorus Wren*: ille quidem de Corporibus non elaſticis, hi vero de corporibus elaſticis. Extant regulæ *Walliſianæ* in Tranſactionibus Anglicanis n. 43. p. 864, *Wrennianæ* n. 43. p. 867. & *Hugenianæ* n. 46 p. 927 Conf. the Philoſophical Tranſactions abrig'd by *John Lowthorp* Vol. I. c. 5. p. 545. & ſeqq.

§. 7.

§. 7. *Hugenius* poſtea Tractatum peculiarem de motu corporum ex percuſſione conſcripſit, qui inter poſthuma opera habetur & in quo inventa ſua clarius explicat: *Walliſius* vero abſolutiſſimum de Mechanica ſeu motu opus perfecit, Oxonii A. 1669. in 4 primum editum, deinde Tomo primo Operum inſertum, in quo non ſolum inventa veterum & *Gallilæana*, *Wrenniana*, *Hugeniana* atque propria ope analyſeos plerumque demonſtrantur, verum etiam in prolixa de centro gravitatis pertractatione multa ad Geometriam ſubliniorem ſpectantia una evolvuntur. Sed quoniam opus præclarum captum tyronum tranſcendit; operæ pretium fecit Cl. *Joh. Keill.* hodie Aſtronomiæ Profeſſor in Academia Oxonienſi, quod in introductione ad Veram Phyſicam, quæ A. 1705 Oxonii in 8 reg. 19½ plag.) auctior recuſa, palmaria illius de motu dogmata ad captum tyronum ex elementis demonſtraverit, more veterum Geometrarum.

§. 8. Cel. *Philippus de la Hire* in Tractatu de Mechanica (Pariſ. 1695 in reg. 12 plag. 18) non modo ea demonſtrat, quæ ad praxin mechanicam uſui ſunt; verum etiam motuum doctrinam attingit: Unde merito in hoc genere commendatur.

§. 9. Proſtant etiam alia de motu corporum ex percuſſione Scripta particularia. Pertinet huc *Mariotti* Tractatus de percuſſione corporum (*du Choc des corps*,) qui Pariſiis 1673 in 12 editus Autore ſuo dignus; P. *Dechales* Tractatus Gallicus de motu (Lugd. Gall. 1682 in 8) P. *Pardies* diſcurſus de motu locali (Hag. Comit. 1692. in 12 tertia vice Gallice recuſus) non magni momenti. Inprimis vero hic nominanda ſunt Elementa Gallica Mechanicæ & Phyſicæ a *Parentio* Pariſ. 1700 in reg. 12 (plag. 22 Tabb. 12) edita, quamvis non ſatis perſpicua.

§. 10. *Hugenius* primum conſiderare cœpit in motu curvilineo, præſertim circulorum, vim centrifugam, & de ea aliquot theoremata, ſed ſuppreſſa demonſtratione, Tractatui de Horologio oſcillatorio (§. 4) ſubjunxit. Conſcripſit deinde Tractatum de vi centrifuga, qui inter poſthuma comparet, ubi theoremata iſta demonſtrantur. Sed antequam is in publicum prodiret, Cl. *Keillius* faciles ac elegantes eorundem theorematum demonſtrationes dedit ſub finem Introductionis ad veram Phyſicam modo laudatæ (§. 6)

§. 11. De motu, præſertim Curvilineo, inventa prorſus præclara & admiranda dedit Geometra Summus *Iſaacus Newtonus* in excellenti Principiorum Mathematicorum

rum Philoſophiæ Naturalis (Londini 1682 in 4. reg. 2 Alph. 18 plag.) Opere, quod hinc inde emendatum & auctum Cantabrigiæ 1713 in 4 reg. (2 Alph. 19 plag. ) & mox Amſtelodami 1714 eadem forma recuſum cum præfatione *Rogeri Cotes*, Aſtronomiæ & Philoſophiæ experimentalis Profeſſoris Plumiani in Academia Cantabrigienſi, qui operam dedit, ut opus præſtantiſſimum nitide inprimeretur.

§. 12. Excitavit illud attentionem Geometrarum primi ordinis, eosque incitavit, ut varia ad majorem univerſalitatem perducerent & ulterius proveherent: quos inter inprimis nominandus mihi eſt celeberrimus *Varignonius*, cujus præclara in hoc genere meditata in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum paſſim leguntur.

§. 13. Cæterum cum ad lectionem operis *Newtoniani* non admittantur, niſi in theoria Mathematica multum diuque verſati; *Guilielmus Whiſton*, Matheſeos tum Profeſſor in Academia Cantabrigienſi, in Prælectionibus Phyſico-Mathematicis philoſophiam *Newtoni* Mathematicam explicatius tradidit & facilius (quamvis ſubinde laxius) demonſtravit (Cantabrigiæ 1710 in 8. 1 Alph.) Forſan huc etiam tendit liber alius ab *Henrico Ditton* Londini 1706 ſub titulo *the general Laws of nature and motion wit their application to Mechanicks*, *alſo the doctrine of centripetal forces and velocities of bodies*, *deſcribing any of the Conick Sections* editus, quem nobis non viſum nomen Autoris ex aliis ſpeciminibus nobis noti commendat.

§. 13. Multa egregia de motu & reſiſtentia cum ſolidorum, tum fluidorum a celeberrimis ævi hujus Geometris detecta in Actis Eruditorum & Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, nec non in Tranſactionibus Anglicanis, paſſim extant: & præclarum de motu ſolidorum & fluidorum opus Geometræ inſignis *Jacobi Hermanni*, Mathematum Profeſſoris nuper Patavii, nunc Francofurti ad Oderam celeberrimi, Amſtelodami ſub prælo jam ſudat, in quo plurima inventa nova eaque egregia contineri mihi conſtat.

§. 14. Machinarum deſcriptiones dederunt *Jacobus de Strada*, *Ferdinandi*, *Maximiliani* & *Rudolphi II.* Imperatorum Antiquarius, A. 1618 a nepote *Octavio de Strada* in publicum emiſſas & A. 1629. recuſas; *Zeiſingius* in Theatro Machinarum Lipſiæ A. 1612 in 4 edito, *Jacobus Beſſon* in libro machinarum A. 1578. in lucem emiſſo; *Auguſtinus de Ramellis*, *de Maſanzana* in opere, quod ex Gallico in ſermo-

nem Germanicum tranſlatum Lipſiæ 1620. in fol. (7 Alph. 18. plag.) ſub titulo Schatz-Kammer Mechaniſcher Künſte prodiit, & *Georgius Andreas* Böckler in Theatro Machinarum novo (Norimb. 1673. in fol. plag. 11. Tabb. æn. 154.)

§. 15. Quoniam deſcriptiones machinarum, quas Autores iſti tradunt, omnes ſunt nimis breves, & inprimis dimenſionum rationes non exprimunt, ita ut adæquata machinarum idea inde hauriri nequeat; Mechanicus ingenioſus atque induſtrius *Jacobus Leopoldus* novum promiſit Theatrum machinarum & inſtrumentorum in Actis Eruditorum A. 1712. p. 366. ſed nihil ejus adhuc comparuit.

§. 16. Accuratas quarundam machinarum recentius inventarum deſcriptiones dedit *Perrault* in opuſculo Gallico, quod ſub titulo *Recueil de pluſieurs Machines de novelle invention.* Pariſiis 1700. in 4. (plag. 7. Tabb. 11.) prodiit, & *Hugenius* cum in Tractatu de horologio oſcillatorio horologium a ſe inventum, tum in operibus poſthumis automatum ſuum planetarium accurate deſcribit.

§. 17. Structuram horologiorum exponit Anglus Anonymus in Tractatu Anglico, qui auctior Londini A. 1700. in 12. reg. Sub titulo *The artificial Clockmaker* ($7\frac{1}{2}$ plag. Tabb. 2.) prodiit & A. 1708. in Germanicum idioma tranſlatus novæ editioni Gnomonicæ *Welperianæ* ſubjungitur: quod argumentum etiam attingit *Oughtredus* in poſthumis p. 68. & ſeqq. At *Petrus Limpergh* in libro Batavo de Molendinis (Moole-Book) (Amſtel. 1690. in fol. reg. 2. plag. Tabb. 32.) molendina apud Batavos uſitata repræſentat.

# CAPUT VII.
## De
# HYDROSTATICA, AEROMETRIA ET HYDRAULICA.

§. 1.

HYdroſtaticam primus docuit *Archimedes* in libris de inſidentibus humido, cujus dogmata ad experimenta applicavit *Marinus Ghetaldus* in Archimede promoto: unde ſua excerpſit *Oughtredus* (§. 19 cap. 1).

§. 2.

§. 2. *Mariottus* in Tractatu Gallico de motu aquarum & aliorum corporum fluidorum (Pariſiis 1686 in 12 reg. plag. 17½) propoſitionum hydroſtaticarum & hydraulicarum magnam partem & rationibus confirmavit, & experimentis comprobavit. Nec contemnenda habet *Robertus Boyle* cum in Paradoxis Hydroſtaticis (Genevæ 1680 in 4. plag. 15 Tabb. 3), tum in Medicina Hydroſtatica (Genevæ 1693 in 4. plag. 10½) : quod utrumque ſcriptum in uſum præſertim phyſicum legi meretur.

§. 3. *Franciſcus Tertius de Lanis*, e Societate Jeſu, Tomo tertio Magiſterii Naturæ & Artis (Parmæ 1692 in fol. 6 Alph. 14 plag. Tabb. XIII) lib. 25 f. 49 & ſeqq. dogmata hydroſtatica uberius expoſuit, quam alibi leguntur. Tomo autem primo & inprimis ſecundo paſſim Machinas Hydraulicas deſcripſit; quemadmodum etiam in primo Mechanicam multum illuſtravit. (Tom. I. Brixiæ 1684 in fol. 6 Alph. Tabb. 24. Tom. II. Brixiæ 1686. 6 Alph. 5 plag. Tab. 20).

§. 4. *Bernhardus Lamy* parte ſecunda Mechanicæ (§. 2. c. 6.) quæ inſcribitur *Traité de l'equilibre des liqueurs*, propoſitiones aliquot Hydroſtaticæ ac Hydraulicæ fundamentales explicavit: quod etiam fecere *Rohaltius* (§. *cit.*) & *Wallisius* in Mechanicis (§. 7.). Commendanda quoque tyronibus Hydroſtatica P. *Dechales* (§. 4.).

§. 5. Sublimiora dedit Geometra ſummus *Iſaacus Newtonus* in Principiis Philoſophiæ Naturalis Mathematicis Sect. 5 lib. 2 p. 260 & ſeqq.

§. 6. De Aërometria ſcriptum aliud non extat, niſi quod ſub titulo *Elementa Aerometriæ* Lipſiæ 1709 in 12 (16 plag. Tab. XII) edidi: paſſim tamen huc ſpectantia traduntur ab iis præſertim Autoribus, qui poſt *Guerickium*, Conſulem Magdeburgicum, antliæ pneumaticæ inventorem, aëris proprietates experimentis comprobarunt. Cæterum hic etiam locum meretur libellus Gallicus, qui ſub titulo: *Traitez des Barometres, Thermometres & Hygrometres* proſtant & barometrorum, thermometrorum atque hygrometrorum conſtructionem ac uſum edocet (Amſtelod. 1707. in 12 plag. 7 Tabb. 35).

§. 7. Ad hydraulicam perficiendam tendit *Johannis Cevæ*, Mediolanenſis, Geometria motus (Bononiæ 1692 in 4. plag. 12. Tabb. 9), in qua de motu tam ſimplici, quam compoſito traduntur, quæ ad motum aquarum explicandum utilia ſunt.

§. 8. *Joannes Baptiſta Balianus* lib. 3. 4 & 5 de motu naturali gravium, ſolidorum & liquidorum (§. 4. cap. 6.) de motu liquidorum, ca-

nalium ſectionibus & de foraminibus vaſis, ad praxin hydraulicæ utilia profert: quorſum etiam ſpectant Tractatus aliquot *Picardi*, *Rœmeri & Mariotti* ſupra recenſiti (§. 23. c. 1).

§. 9. *Dominicus Gulielmini* in Menſura Aquarum fluentium (Bononiæ 1690 & 1691 in 4. plag. 19. Tabb. 8.) theorias hydraulicas ſublimiores ad praxin revocare ſtudet. Nemo autem in theoria hydraulica ſublimiora dedit quam Geometræ celeberrimi *Newtonus* in Opere modo laudato (§. 5) lib. 2. ſect. 7. p. 294 & ſeqq. atque *Varignonius* in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum A. 1699 & 1703. Multa nova & egregia propediem exſtabunt de hoc argumento cura Geometræ inſignis *Hermanni* (§ 13).

§. 10. Inter veteres machinas hydraulicas deſcripſit *Heron Alexandrinus* in libro ſpiritalium a *Commandino* in Latinam linguam translatum Pariſiis 1583 in 4. Ex recentioribus ſimilem operam collocarunt *Salomon de Caux*, Architectus militaris Electoris Palatini in libro Gallico de Machinis, præcipue hydraulicis, qui A. 1615 prodiit: *Caſparus Schottus* in Mechanica Hydraulico-pnevmatica (Herbipoli 1658. in 4), *Dechales* in Mundo Mathematico Tom. III. (§. 4), *Georgius Andreas* Böckler in Architectura Curioſa Germanica (Norimbergæ 1704. in fol. plag. 21. Tabb. 200) qui ultra 70 fontium ſalientium & ultra 120 fontium artificialium formas deſcribit; & *Lucas Antonius Portius* in Nonnullis de fontibus naturalibus, quæ Nonnullis de motu corporum ſubjuncta, poſſibilitatem inprimis quorundam fontium adſtruens, qui a *Plinio* commemorantur. (Neapoli 1704. in 4. plag. 7. Tabb. 5).

## CAPUT VIII.
## De
# OPTICA, CATOPTRICA, DIOPTRICA ET PERSPECTIVA.

§. 1.

Opticæ & Catoptricæ elementa olim conſcripſit *Euclides*, quæ a *Johanne Pena*, Mathematico Regio, Latine verſa Pariſiis 1604. prodiere. Extant etiam in Curſu Ma-

Mathematico *Herigonii* (§. 1 cap. 1) & in editione *Gregoriana* operum *Euclidis* (§. 2 cap. 3).

§. 2. Circa annum Chriſti 1100. *Alhazen* Arabs ingens de Optica volumen compoſuit, quod in libros, capita & propoſitiones diſtinxit *Fridericus Riſnerus*. Uſus eſt ſcriptis veterum, præſertim *Ptolemæi* de Optica libris decem, qui hodie deſiderantur.

§. 3. Cum demonſtrationes *Alhazeni* ſint admodum intricatæ ac prolixæ; *Vitellio* Polonus circa A. 1270. aliud de Optica volumen conſcripſit in libros 10 digeſtum. Pleraque ex *Alhazeno* deſumſit, ſed demonſtrationum fundamenta ex *Apollonio*, *Theodoſio*, *Menelao*, *Theone*, *Pappo* & *Proclo* petiit. Ad hunc Autorem Paralipomena edidit *Johannes Keplerus*, quibus Aſtronomiæ pars optica traditur. (Francofurti 1604 in 4. 2. Alph. 15. plag.). Habentur tamen multa quoque alia in hiſce paralipomenis, & inter alia modum viſionis primus decente ratione explicat Autor.

§. 4. Compendium Opticæ antiquæ circa annum 1279 conſcripſit *Johannes Peccamus*, Archiepiſcopus Cantuarienſis & Primas Angliæ (Coloniæ Agrippinæ 1627. in 4. plag. 11.) quale etiam recentius dedit *Ambroſius Rhodius*, Profeſſor Mathematum Wittebergenſis, cujus Optica Witebergæ 1611. cum Tractatu de crepuſculis in 8. prodiit (1. Alph. 10 plag.). Uberius eandem expoſuit *Riſnerus* ante laudatus, cujus Opticæ libri quatuor Caſſellis 1606 in 4. prodiere.

§. 5. Opticam quoque illuſtrare aggreſſus eſt circa idem tempus *Rogerius Baccon*, Philoſophus ſuo tempore ſummus, anno 1284. Oxonii mortuus, & ob ſcientias Mathematicas magiæ accuſatus. Ejus Perſpectivam in lucem protraxit *Johannes Combachius*, Philoſ. Profeſſor Marpurgenſis, (Franc. 1714. in 4. 1. Alph. 5 plag.): parum tamen Mathematici ea continet, etſi lectu non indigna.

§. 6. Enimvero veteres ea, quæ viſionem directam & reflexam concernunt, potiſſimum explicant: quæ vero ad refractam ſpectant, nimis imperfecte tradunt. *Johannes Baptiſta Porta* libris novem de Refractione conſcriptis hanc doctrinam melius tradere conatus eſt (prodiere Neapoli 1593. in 4. 1. Alph. 6 plag.); ſed parum adhuc profecit. Primus qui Dioptricam meliori habitu induit & lentium ſphæricarum proprietates demonſtravit accurate, fuit *Johannes Keplerus*, cujus Dioptrica prodiit Auguſtæ Vindelicorum 1611. in 4. (plag. 14) & poſthac alibi recuſa. Præmittuntur epiſtolæ *Gallilæi* de iis, quæ poſt editionem Nuncii ſi-

derei ope perſpicilli nova & admiranda in cœlo deprehenſa ſunt, itemque Examen præfationis *Johannis Penæ* in Opticam *Euclidis* de uſu Opticæ in Philoſophia.

§. 7. *Carteſius* in Dioptrica, quæ principiis Philoſophiæ ſubjungi ſolet, veram refractionis legem a *Snellio* inventam, ſed ſuppreſſo inventoris nomine, affert & modum viſionis diſtinctius, quam ab aliis factum fuerat, explicat, lentium ellipticarum & hyperbolicarum proprietates recenſet & praxin poliendi vitra ita docet, ut in ea non ſatis verſatum judicent experti.

§. 8. Theoriam Dioptricæ magis excoluit, novis plerumque demonſtrationibus inventis, *Wilhelmus Molyneux* in dioptrica Nova Anglice conſcripta (Londini 1692. in 4. plag 16. Tab. 40.): omnium maxime hactenus perfecit *Hugenius*, cujus dioptrica maximam poſthumorum partem conſtituit. Eidem & praxis multum debet: de quo tractatus de poliendis vitris teſtatur, dioptricæ ſubjunctus. Prodiere opera poſthuma Lugduni Batav. 1703. in 4. (2. Alph. 19. plag. Tabb. 24.) Opus Hugenianum perfectiſſimum eorum, quæ in hoc genere proſtant; requirit autem lectorem in Geometria probe verſatum.

§. 9. Tyronibus adeo commendandum eſt *Dioptricæ* Tentamen Gallicum *Nicolai Hartſoeker* (Pariſ. 1694. 1. Alph. 10. plag.) ubi multa quoque ad Phyſicam ſpectantia traduntur. In ſplendidi Operis dioptrici *Cherubini*, Capucini, Tomo primo qui ſub titulo *Dioptrique oculaire* Pariſiis 1671. in fol. (5. Alph. 11. plag. Tabb. 16. prodiit) multa ad praxin ſpectantia reperiuntur. In altero Tomo, qui ſub titulo *La viſion parfaite* Pariſiis 1678. in fol. (3. Alph. 10. plag. Tabb. 23.) lucem adſpexit, argumentum palmarium eſt tubus binoculus, cujus ſub finem tomi primi mentionem injecerat.

§. 10. Opticam ſine Catoptrica & Dioptrica tradit *Chriſtophorus Scheinerus*, e Societate Jeſu, in Oculo (Oeniponti 1619. in 4. 1. Alph. 10. plag.) Vir ſummus *Newtonus* in egregio Optices opere novas luminis proprietates, ante nondum animadverſas, & quarum conſideratio (ceu ex *Hugenii* dioptrica apparet) maximi in Dioptrica momenti, per experimenta edocet (Londini 1704. in 4. reg. 2. Alph. 5. plag.) Ipſum in Latinam linguam tranſtulit *Samuel Clark* Autore approbante, & non nulla adjiciente (Londini 1706. in reg. 4. 2. Alph. 9. plag. Tab. 19.) Huc etiam referri poteſt *Mariotti* Tentamen de Coloribus (Pariſ. 1681. in reg. 12. Alph. 1. plag. 9. Tabb. 16.) quod Tentaminum Phyſicorum Gallice con-

conſcriptorum quartum eſt, atque *Hugenii* Tractatus Gallicus de Lumine (Lugd. 1690. in 4. 1. Alph. 2. plag.) cujus hypotheſi in explicandis phoenomenis opticis utitur *Petrus Ango* in Optica Gallica (Pariſ. 1682. in 12.)

§. 11. *Andreas Tacquet* in Optica Perſpectivæ fundamenta jecit & in Catoptrica ſpeculorum planorum & ſphæricorum proprietates bene demonſtrat. (§. *20. cap. 1.*) *Iſaacus Barrowius* in Lectionibus Opticis, quæ Lectionibus Geometricis præmittuntur (§. 14. c. 3.) theoriam Catoptricæ & Dioptricæ demonſtrat: cujus utriusque Compendium dedit *David Gregorius* in Elementis Dioptricæ & Catoptricæ ſphæricæ (Oxonii 1695. in reg. 8. plag. 7.)

§. 12. Opticam, Catoptricam & Dioptricam una expoſuit *Zacharias Traberus*, e Societate Jeſu, in Nervo Optico (Viennæ 1675. in fol. 2. Alph. 16. plag. Tabb. 28) Multa in praxi jucunda habet, ſed theoria exigui momenti. Quoad praxes opticas opus abſolutum cenſeri poteſt *Johannis Zahn* Oculus artificialis teledioptricus. Editio altera auctior, ſed vitioſior prodiit Norimbergæ 1702. in fol. (9. Alph. 8. plag.) cum figuris multis cum ligno, tum æri inciſis. Huc etiam ſpectat *Athanaſii Kircberi* Ars magna lucis & umbræ (Romæ 1646. in fol. 10. Alph. 16. plag. Tabb. 34.)

§. 13. *Johannes Chriſtophorus* Kolhans in Tractatu Optico (Lipſ. 1663. in 8. 1. Alph. 15. plag.) non contemnenda prorſus dedit excerpta cum ad theoriam, tum ad praxin opticam ſpectantia, retentis ipſorummet Autorum verbis. Omnes tres Opticæ partes diſcurſu vulgari recenſuit in gratiam artificum *Johannes Michaël Conradi* in Optica Germanica, quam ſub titulo Der dreyfach geartete Sehe-Strahl Coburgi 1710. in 4. edidit (plag. 17. Tabb. 25.)

§. 14. Scriptis opticis accenſeri merentur ea, in quibus microſcopicæ obſervationes recenſentur. Pertinent huc 1. *Roberti Hooke* Micrographia Anglice ſcripta (Londini 1667. in fol. 3. Alph. 8. plag. Tab. 38.) 2. *Antonii van Leeuwenhoek* ſcripta varia; nempe *α*) Arcana Naturæ detecta (Delphis 1695. in 4.) *β*) Continuatio Arcanorum Naturæ detectorum (Ibid. 1697. in 4.) *γ*) Arcana Naturæ ope & beneficio exquiſitiſſimorum microſcopiorum detecta (Lugd. Batav. 1696. in 4.) *δ*) Continuatio epiſtolarum datarum ad longe celeberrimam Regiam Societatem Londinenſem (Lugd. Batav. 1696. in 4.) 3. *Johannis Franciſci* Griendels von Aach Micrographia curioſa Germanica (Norimbergæ 1687. in 4. plag. 9.

Tab.

Tab. 35.) 4. *Philippi Bonanni* Micrographia curioſa, adjuncta obſervationibus circa viventia, quæ in rebus non viventibus reperiuntur (Romæ 1691. in 4. 2. Alph. 12. plag. Tab. 68.)

§. 15. Inter ſcriptores Perſpectivæ omnium maxime commendatur *Deſargues*, cujus methodum univerſalem exercendi Perſpectivam gallice conſcriptam edidit *Abrahamus Boſſe*, ex Gallico in Belgicum ſermonem tranſtulit J. *Bara*. Prodiit Amſtelod 1686. in 8. (plag. 12. & figurarum æri inciſarum 1. Alph.)

§. 16. Nec parum Perſpectivæ ſtudioſum juvant *Andreæ Alberti* Libri duo de Perſpectiva (Norimb. 1670 in fol. 19 plag. Tab. XV): primis vero tyronum conatibus reſpondet *Bernhardi Lamy* Perſpectiva Gallice conſcripta (Pariſiis 1701 in 8).

§. 17. Concinnas Praxium Perſpectivæ demonſtrationes dedit *Joh. Franciſcus Niceron* ex Ordine Minimorum, in hac arte excellens, in Thaumaturgo Optico, cujus tantum pars prima Pariſiis 1646 in fol. prodiit (2 Alph. 18 plag. Tab. 42). Poſt mortem ejus anno 1652. prodiit Perſpectiva curioſa Gallice conſcripta in 4. ſub ejusdem nomine, in qua plura continentur, quam in Thaumaturgo.

§. 18. Ad praxin properantibus & theoriam ſpinoſam averſantibus ſatisfacit Anonymus Gallus e Societate Jeſu in Perſpectiva practica Gallice Pariſiis 1642. in 4. publicata & a *Johanne Chriſtophoro Remboldo* Germanice verſa atque Auguſtæ Vindelicorum A. 1710. in 4. edita (1. Alph. 8. plag. cum 150 Tabulis æri inciſis atque textui inſertis).

§. 19. Praxin Perſpectivæ multis exemplis illuſtrat *P. Andreas Puzzo* in Architectura Pictorum & Sculptorum. Tomus prior prodiit Romæ 1693. in fol. poſterior ibidem A. 1700 in fol. uterque totidem continet Tabulas æneas, quot folia, nimirum prior 102; poſterior 120. Prior Germanice prodiit Auguſtæ Vindelicorum A. 1706. in fol. poſterior ibidem A. 1709.

§. 20. A. 1711 *G. J. Graveſandius*, Juris Doctor, Hagæ Comitum idiomate Gallico evulgavit Tentamen de Perſpectiva, in quo multiplices regulas ſeu methodos demonſtrat.

§. 21. Cæterum ſcriptoribus Opticis adhuc accenſendus eſt *Honoratus Fabri*, e Societate Jeſu, qui in Synopſi Optica (Lugd. 1667 in 4. 1. Alph. 8 plag.) illa omnia, quæ ad Opticam, Dioptricam & Catoptricam pertinent, breviter quidem, accurate tamen demonſtrat.

CA-

# CAPUT IX. De ASTRONOMIA.

§. 1.

SCripta aſtronomica ſunt varii generis. Aut enim obſervationes recenſent, aut calculos motuum cœleſtium trigonometricos & geometricos exponunt, aut tabulas Aſtronomicas complectuntur, aut uſum globi cœleſtis, aut denique corporum mundanorum rationem declarant.

§. 2. Veterum obſervationes, quas inter eminent obſervationes *Hipparchi*, conſervavit *Ptolemæus* in Almageſto. A. 882 apud Saracenos obſervationibus operam dedit *Albategnius*; ab A. 1457 Norimbergæ iisdem incubuit *Johannes Regiomontanus* (vero nomine Müller) / cui ſucceſſere diſcipuli *Johannes Wernerus* & *Bernhardus Waltherus*, ab A. 1475 usque ad A. 1504 obſervationes ſuas continuantes. *Regiomontani* atque *Waltheri* obſervationes prodiere Norimbergæ cum quibusdam aliis *Regiomontani* atque *Purbachii* ſcriptis A. 1544. in 4. (plag. 22). Titulus operis: Scripta *Johannis Regiomontani* de Torqueto, Aſtrolabio armillari, Regula magna Ptolemaica baculoque Aſtronomico & obſervationibus cometarum; item obſervationes motuum Solis ac ſtellarum tam fixarum, quam erraticarum; item libellus M. *Georgii Purbachii* de Quadrato Geometrico. Ab A. 1509. *Copernicus*, poſt eum *Wilhelmus* Haſſiæ Landgravius cum Mathematico *Chriſtophoro Rothmanno* & Mechanico ſuo *Juſto Byrgio* Caſſellis & *Tycho de Brahe* Uraniburgi obſervarunt. Incepit obſervationes ſuas *Tycho* A. 1582. easque continuavit usque ad A. 1601. majori & meliori inſtrumentorum apparatu, quam ante ipſum fecerat nemo. Omnes obſervationes hactenus recenſitæ continentur in *Hiſtoria cœleſti*, quæ juſſu *Ferdinandi III.* Imperatoris Ratisbonæ 1672 in fol. prodiit (12 Alph. 6 plag. Tab. III). Deſcribuntur quoque in eadem inſtrumenta *Tychonis*, una exhibentur obſervationes *Mæſtlini*, *Schickardi* aliorumque. Ipſe alias *Tycho* inſtrumenta ſua deſcripſit A. 1602 in Aſtronomiæ inſtauratæ Mechanica.

§. 3. Magis ſumtuoſo inſtrumentorum apparatu & majori ſtudio, quam *Tycho*, obſervationibus cœleſtibus vacavit *Johannes Hevelius*, Conſul Dantiſcanus. Inſtrumentorum apparatum deſcripſit Tomo primo

primo Machinæ cœleſtis (Gedani 1673. in fol. reg. 5. Alph. 4. plag. Tab. 30). Tomo vero ſecundo (Gedani 1679. in fol. 14. Alph. 6. plag.) obſervationes 48 annorum comprehendit. Dolendum vero, quod Tomi præſertim poſterioris exemplaria pleraque ferali flamma fuerint abſumta. Equidem *Robertus Hooke* in Animadverſionibus in Tomum primum Anglico ſermone editis Londini 1674. in 4. (plag. 11. Tab. æn. 3) inſtrumenta *Heveliana* reprehendit ceu minus exacta; ſed celeberrimus *Hallejus* conſenſu Societatis Regiæ Britannicæ Dantiſcum A. 1679. profectus & inſtrumentorum, & obſervandi accurationem approbavit. Obſervationes, quas in gratiam hoſpitis inſtituit, una cum aliis reperiuntur in Anno climacterico ſ. Rerum Uranicarum obſervationum quadrageſimo nono (Gedani 1685. in fol. 2. Alph. 6. plag. Tab. 8).

§. 4. In Anglia ſeculo ſuperiori obſervandi ſtudio clarus extitit *Jeremias Horoccius* ab A. 1636. usque ad A. 1640. Ejus obſervationes ex epiſtolis ad *Guil. Crabtrium*, ſuum in ſtudiis aſtronomicis ſocium, excerptæ leguntur in operibus poſthumis (Londini 1673. in 4. 3. Alph. 12 plag. Tab. 2). Adjiciuntur excerpta ex ſchediaſmatis *Guil. Crabtrii* de obſervationibus ab ipſo inſtitutis A. 1635. 36. 37. & 38.

§. 5. In Italia *Joh. Baptiſta Ricciolus* ſuperiori ſeculo obſervatorem egit, qui præcipuas obſervationes ſuas in Aſtronomia Reformata (Bononiæ 1665. in fol. 6. Alph. 5. plag.) cum ſelectis veterum & recentiorum obſervationibus contulit & de Aſtronomiæ perfectione inde judicium tulit.

§. 6. Selectæ celeberrimi *Caſſini* aliorumque obſervationes extant in præſtantiſſimo opere, cujus titulus: *Recueil d' obſervations faites en pluſieurs voyages par ordre de ſa Majeſté, pour perfectionner l' Aſtronomie & la Geographie, avec divers Traitez Aſtronomiques par Meſſieurs de l' Academie Royale des Sciences.* (Pariſ. 1693. in fol. 6. Alph. 12. plag. Tabb. 11.). Ejusdem *Casſini*, aliorumque Aſtronomorum Regiorum, *Caſſini junioris*, *Maraldi* atque *Philippi de la Hire* obſervationes complures extant in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, qui quotannis prodeunt. Habemus quoque obſervationes non contemnendas in Transactionibus Anglicanis, Miſcellaneis Berolinenſibus, Actis Eruditorum & Diario Trevoltienſi.

§. 7. In Anglia longa annorum ſerie obſervationes cœleſtes continuavit obſervator celeberrimus *Flamſtedius*. Quænam in hiſtoria ejus cœleſti, ab Aſtronomis dudum deſiderata, ſint comparitura, in

Miſ-

Miſcellaneis Berolinenſibus p. 263. & ſeqq. docetur. Optandum quoque foret, ut ſelectæ obſervationes Hafnienſes *Rœmeri*, Berolinenſes *Kirchii* ac viduæ ipſius, Norimbergenſes *Eimarti* atque *Wurtzelbaueri* lucem publicam adſpicerent.

§ 8 Aſtronomiam Geometricam inter veteres juſto volumine expoſuit *Claudius Ptolemæus* anno Chriſti 147. mortuus. Opus ejus, quod *μεγάλη Σύνταξις* inſcribitur, A. C. 827. juſſu *Maimonis* Regis Saracenorum in Arabicum translatum & A. 1528. ex Arabico in Latinum verſum a *Georgio Trapezuntio* & a *Luca Gaurico* Mathematum Profeſſore Neapolitano reviſum illoque anno primum editum. A. 1551. idem cum ejusdem *Ptolemæi* ſcriptis Aſtrologicis, libris nempe quatuor de judiciis, Centiloquio & ſignificationibus ſtellarum inerrantium ſub titulo Cl. *Ptolemæi omnia, quæ extant, Opera præter Geographiam*, Baſileæ in fol. (6. Alph.) opera *Eraſmi Oſwaldi* recuſum. Cum ipſum Aſtronomiam integram complectatur, ſed ad captum tyronum minime ſit accommodatum; *Georgius Purbachius* in commodiorem formam id redigere cœpit. Sed cum vix cœpto labore rebus humanis valedicere cogeretur; *Regiomontanus* diſcipulus ſuaſu Præceptoris telam pertextam abſolvit. Recuſi ſunt ejus Libri tredecim in *Ptolemæi* magnam compoſitionem, quam Almageſtum vocant, Norimbergæ 1550. in fol. (2 Alph. 11 plag.) & in iis univerſa doctrina de cœleſtibus motibus, magnitudinibus, eclipſibus &c. in epitomen redacta proponitur. Commendantur merito Aſtronomiæ ſtudioſis, præſertim ſi qui Aſtronomiam veterem cognoſcere in animum induxerint. Juxta formam *Almageſti* inter Arabes *Albategnius* opus de Scientia ſtellarum compoſuit, Norimbergæ 1537. & Bononiæ 1545. in 4. editum, in quo ex propriis obſervationibus Aſtronomiam perficere ſtudet.

§. 9. *Nicolaus Copernicus* in libris 6. Revolutionum cœleſtium aliquoties recuſis, circa A. 1566. reſuſcitato *Philolai* de motu Telluris dogmate, primus ad theoriam cœlo conſonam fundamenta poſuit: quem ſecutus *Philippus Lansbergius* theorias motuum cœleſtium faciles dedit (§. 18. cap. 1). *Chriſtianus* vero *Severinus Longomontanus* in Aſtronomia Danica, in qua integram Aſtronomiam pertractat & regulas exemplis veris illuſtrat, theorias intricatiores propoſuit, cum motum Telluris annuum circa Solem cum *Tychone* admittere nollet. (Amſtelod. 1640. in fol. 6. Alph.).

§. 10. Omnes omnino Aſtronomi usque ad *Keplerum* motum pla-

netarum circularem ſtatuerunt: unde theoriæ ipſorum cœlo non ſatis reſponderunt. Hanc Aſtronomiam circularem omnium optime expoſuit *Andreas Tacquet* in octo de Aſtronomia libris (§.20 cap. 1). Dolendum vero, quod præcepta nullis exemplis illuſtraverit.

§. 11. Enimvero vir acerrimi judicii ingeniique ſagaciſſimi *Johannes Keplerus* obſervationibus *Tychonis* (quas etiam adhibuerunt *Longomontanus* atque *Lansbergius*) feliciſſime uſus in Commentariis de motibus ſtellæ Martis ſeu Aſtronomia nova αἰτιολόγητῳ (A. 1609 in fol. (4 Alph.) theoriam planetarum ellipticam propoſuit & in Epitome Aſtronomiæ Copernicanæ (Franc. 1635. in 8. 2. Alph. 15. plag.) ad omnium planetarum motus ſupputandos adhibuit: quam & cauſis phyſicis convenientem demonſtravit *Newtonus* lib. 3. Princ. Mathem. Philoſ. Nat. (quod idem ſuo modo oſtendere conatus *Philippus Villemot* in Novo ſyſtemate motus Planetarum Lugduni 1707. in 12. [plag. 12. Tab. 12] edito) & phœnomenis rectius, quam cœteras hypotheſes, ſatisfacientem deprehenderunt Aſtronomi.

§. 12. Equidem *Kepleri* inventa ſprevit *Lansbergius* ſuaque iisdem antepoſuit: ſed optime illum contra hujus inſultus defendit *Horoccius* in poſthumis (§. 4). *Iſmaël Bullialdus* in Aſtronomia Philolaica (Pariſ. 1645 in fol. 7 Alph. 20 plag.) *Kepleri* theoriam emendare conabatur, ut ſcilicet calculus magis geometricus fieret, cum *Keplerus* regula poſitionum interdum uti cogatur (§. 628 *Aſtron.*); oſtendit vero *Sethus Wardus*, Aſtronomiæ in Academia Oxonienſi Profeſſor, in Inquiſitione in Aſtronomiam Philolaicam *Bullialdi*, quæ Tractatui de Cometis ſubjecta prodiit Oxonii A. 1653. in 4. (plag. 14), errores quosdam ab ipſo fuiſſe commiſſos: quos agnoſcens *Bullialdus* in Fundamentis Aſtronomiæ Philolaicæ clarius explicatis & aſſertis adverſus *VVardi* impugnationem (Pariſiis 1657 in 4. plag. 7) emendavit. Cæterum *Wardus* Ideæ quoque Trigonometriæ demonſtratæ, quæ cum prælectione de Cometis Oxonii 1654 in 4 (plag. 3) prodiit, inquiſitionem aliquam in *Bullialdi* Aſtronomiæ Philolaicæ fundamenta adjecit.

§. 13. *Sethus Wardus* in Aſtronomia Geometrica (Londini 1656. in 8. reg. 14½ plag.) methodum geometricam propoſuit motus ſiderum computandi; ſed a veris motuum regulis per *Keplerum* ſtabilitis recedit. Eandem anno ſequenti propoſuit *Comes de Pagan* in Theoria Planetarum Pariſiis 1657. in 4. idiomate patrio edita. Non ignoravit

vit eam *Keplerus*; ſed ex Epitome Aſtronomiæ Copernicanæ haud obſcure colligitur, quod ideo rejecerit, quia veris naturæ legibus adverſam reperit.

§. 14. *Bullialdi* hypotheſin excoluit *Vincentius Wing* in Aſtronomia Britannica (Londini 1669. in fol. 7. Alph. 5. plag.) ubi præcepta ſingula Aſtronomiæ practicæ veris exemplis illuſtrantur ad captum tyronum ſtudii Aſtronomici. *Wardianam* ad numeros revocavit *Johannes Newton* in Aſtronomia Britannica patrio ſermone conſcripta (Lond. 1657 in 4. 1 Alph. 20 plag.). Eandem excoluit *Thomas Streete* in Aſtronomia Carolina Londini 1661 in 4. (plag 29) primum edita & non ſine augmento ibidem 1710 in 4. (2 Alph. plag. 3) recuſa. Id peculiare habet, quod motum Apheliorum & Nodorum ſuſtulerit.

§. 15. Omnia Aſtronomorum tam veterum, quam recentiorum hypotheſes atque inventa in unum volumen congeſſit *Johannes Baptiſta Ricciolus* e Societate Jeſu in Almageſto Novo (Bon. 1651. in fol. 16½ Alph.). Contra *David Gregorius* in Elementis Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ (Oxoniæ 1702 in fol. 5. Alph. 12. plag.) recentiorem Aſtronomiam expoſuit, *Copernici*, *Kepleri* atque *Newtoni* inventis ſuperſtructam, quorum ille verum ſyſtema mundi, iſte veras planetarum orbitas ac motuum leges, hic tandem omnium cauſas phyſicas detexit. Multum præſtantiæ operis accederet, ſi numeris ex recentioribus obſervationibus illuſtraretur.

§. 16. Nucleum Aſtronomiæ recentioris exhibuit *Guilielmus Whiſton* in Prælectionibus Aſtronomicis (Cantabrigiæ 1707. in 8. reg. 1. Alph. plag.) ſolam tamen partem theoricam perſtingit. Tyronibus inprimis commendandæ ſunt *Nicolai Mercatoris* Inſtitutionum Aſtronomicarum Libri duo (Londini 1676. in 8. 1. Alph.) in quo & Sphærica, & theorica juxta hypotheſes tam veteres, quam recentiores breviter explicatur & exemplis illuſtratur, calculus quoque aſtronomicus perſpicue docetur.

§. 17. Quodſi cui volupe fuerit, theoricas veterum animi gratia cognoſcere; ei ſatisfaciet *Purbachius* in Theoricis Planetarum ſæpius editis. Recuſæ ſunt Baſileæ A. 1569. in 8. cum *Regiomontani* diſputationibus contra Cremonenſia in planetarum theoricas deliramenta & *Johannis Eſsleri* ſpeculo Aſtrologico (plag. 18.) Acceſſere huic editioni *Chriſtiani Wurſtiſii*, Mathematum Profeſſoris Baſileenſis, quæſtiones novæ in illas theoricas (1. Alph. 5. plag.) Explicat autem *Purbachius* in tyronum gratiam ſolas theoricas planetarum,

 for-

forma calculi geometrici neglecta, quæ ex *Regiomontani* Epitome Almageſti *Ptolemæi* hauriri debet. *Michaël Mæſtlinus* in Epitome Aſtronomiæ (Tubingæ A. 1610. in 8. 1. Alph. 12. plag.) non modo theoricas Planetarum, ſed & partem Aſtronomiæ ſphæricam explicat.

§. 18. Tabulæ Aſtronomicæ antiquiſſimæ ſunt *Ptolemaicæ*, in *Ptolemæi* Almageſto; ſed hodie cum cœlo non amplius conſentiunt. Eas A. 1252. corrigi curavit *Alphonſus* XI. Rex Caſtiliæ, uſus inprimis opera *Iſaaci Hazan* Judæi, impenſis 400000. aureorum factis. Hinc enatæ ſunt *Tabulæ Alphonſinæ*, quibus ipſe Rex præfationem præmiſit. Sed mox harum etiam defectum agnoverunt Aſtronomi periti *Purbachius* & *Regiomontanus*; unde *Regiomontanus* & poſt ipſum *Waltherus* atque *Wernerus* obſervationibus cœleſtibus incubuerunt: non tamen fata permiſere, ut iis emendandis manum admoverent.

§. 19. *Nicolaus Copernicus* in libris Revolutionum cœleſtium tabulis Alphonſinis alias ſubſtituit ex recentioribus & partim propriis obſervationibus a ſe ſupputatas; ſed ex Copernici obſervationibus & theoriis mox *Eraſmus Reinholdus* Tabulas Prutenicas procudit, aliquoties recuſas. Utor ego editione Tubingenſi A. 1571 (in 4. 2. Alph. 15. pl.)

§. 20. Tabularum Prutenicarum imperfectionem juvenis agnovit *Tycho de Brahe*: qua agnita permotus, ut tanto cum fervore obſervationes cœleſtes venaretur, Ipſe tamen nonniſi Solis ac Lunæ motus inde reſtituit Progymnaſmatum Tomo primo. Sed mox iisdem utebantur *Longomontanus*, qui in Aſtronomia Danica exemplo *Copernici* theoricis ſingulorum Planetarum tabulas motuum ſubjunxit, *Danicarum* nomine hodienum celebratas, & *Keplerus*, cujus opera prodiere *Tabulæ Rudolphinæ* (Ulmæ 1627. in fol. 2. Alph. 20. plag.) quæ hodienum magno in pretio habentur, cœteris omnibus prælatæ. Has in aliam formam transmutavit *Maria Cunitia*, cujus Urania propitia ſive Tabulæ Aſtronomicæ mire faciles, vim hypotheſium phyſicarum a *Keplero* proditarum complexæ, faciliimo calculandi compendio ſine ulla Logarithmorum mentione phœnomenis ſatisfacientes Latine & Germanice Olſnæ in Sileſia A. 1650. (in fol. 6. Alph. 4. plag.) prodiere, ut ſcilicet calculus *Rudolphinus* difficilis facilior redderetur. Idem inſtitutum fuit *Mercatoris* in Aſtronomicis Inſtitutionibus (§. 16.) & *Joh. Baptiſtæ Morini*, cujus Tabulas *Rudolphinas* in compendium redactas verſioni Latinæ Aſtronomiæ Carolinæ *Streetii* ſubjunctæ (Norimb. 1705. in 4. 1. Alp. 13. pl. Tab. 5.)

§. 21.

§. 21. Equidem *Lansbergius* Tabularum Rudolphinarum fidem ſubleſtam reddere tentavit & Tabulas motuum cœleſtium perpetuas, quas vocat, condidit (§. 18. c. 1.) ſed non ſolum *Horoccius* hominis arrogantiam retudit in Aſtronomia Kepleriana defenſa, quæ maximam poſthumorum partem abſolvit §. 4.) verum etiam reliqui Aſtronomi parum eidem tribuerunt. Similiter *Rudolphinarum* autoritatem non imminuere *Tabulæ Britannicæ Wingii* (§. 14.) & *Newtoni*, Gallicæ Comitis *de Pagan* (Pariſ. 1658. in 4. 1. Alph. 11. plag.) Novalmageſticæ, *Riccioli* (§. 5.) Philolaicæ *Bullialdi* (§. 12.) & Carolinæ *Streetii* (§. 14.) Inter meliores tamen cenſentur Philolaicæ & Carolinæ, ita ut ob benignum *Flamſtedii* optimi hac in re arbitri judicium Carolinas prælectionibus ſuis Aſtronomicis ſubjunxerit *Whiſton* (§. 16.)

§. 22 Novas quoque Tabulas ex datis *Keplerianis* & *Bullialdinis* juxta propriam hypotheſin Conoellipticam ſupputavit *Joh. Jacobus* Zimmermann Eccleſiæ Würtemberga-Bieticanæ Diaconus, in Prodomo Bicipite Cono-ellipticæ & a priori demonſtratæ Planetarum Theorices (Stutgardiæ 1679. in 4. plag. 15.) ſed nullam hactenus in foro Aſtronomico autoritatem adeptæ.

§. 23. Tabulæ omnium noviſſimæ ſunt Ludovicianæ, quas Aſtronomus præclarus *Philippus de la Hire* ex ſolis obſervationibus, citra ullius hypotheſeos ſubſidium, deduxit: quod ante inventa micrometra, tubos & horologium oſcillatorium impoſſibile habebatur. Prodiere Pariſiis A. 1702. in 4. (1. Alph. 4. plag. Tab. IV.) cum ante jam A. 1687. Tabulæ Solares & Lunares ſub titulo partis prioris Tabularum Aſtronomicarum (in 4. plag. 17.) lucem adſpexiſſent.

§. 24. *Johannes Hevelius* in Prodromo Aſtronomiæ (Gedani 1690. in fol. 4. Alph. 7. plag. Tab. I.) cum Catalogo fixarum ex propriis obſervationibus deducto Tabulas quoque Solares exhibuit domeſticis obſervationibus ſuperſtructas, quæ præſtantiſſimæ habentur. Optandum vero fuiſſet, ut fata permiſiſſent, quo reliquorum quoque Planetarum Tabulas conderet obſervationum ſuarum fructum laturus celeberrimus Autor.

§. 25. *Ptolemæus* fixarum Catalogum exhibuit in Almageſto lib. 7. *Tycho* Progymnaſmatum Tomo primo p. 257. & ſeqq. *Keplerus* in Rudolphinis; *Ricciolus* in Aſtronomia Reformata; Sed Tabulæ Longitudinis ac Latitudinis ſtellarum fixarum ex obſervatione *Ulugh Beighii*, Tamerlani Magni Nepotis, ex MSC. Perſicis Latine vertit, Commentariis illuſtravit & Oxo-

Oxonii 1665. in 4. (1. Alph. 13. plag.) edidit *Thomas Hyde.* Addidit *Muhammedis Tixini* Tabulas declinationum & Aſcenſionum rectarum. *Hevelius* in Prodromo catalogos fixarum omnes, qui hactenus proſtant, una exhibet atque inter ſe comparat.

§. 26. Aſtra deſcribunt & ſchematiſmis illuſtrant *Johannes Bayerus* in Uranometria (Ulmæ 1661. in fol. 13. plag. Tabb. 48) qua in citandis ſtellis utuntur Aſtronomi, & *Johannes Hevelius* in Firmamento Sobieſciano (Gedani 1690. in fol. plag. 6. Tabb. æn. 54.) Compendia uſibus tyronum ſervientia ſunt *Ægidii Strauchii* Aſtrognoſia (Witebergæ 1684. in 12. plag. 9. Tabb. 25.) & *Wilhelmi Schickardi* Aſtroſcopium (Lipſiæ 1698. in 12. plag. 6. Tabb. 2.)

§. 27. Uſum globi cœleſtis docent *Guilielmus Bleau* in Inſtitutione Aſtronomica de uſu globorum (Amſtel. 1690. in reg. 8. plag. 16.) & *Bion* in libro Gallico ejusdem argumenti, qui ſub titulo *Uſage des Globes celeſtes & terreſtres & des ſpheres* Pariſiis 1699. in 12. reg. (16. plag. Tabb. 26.) prodiit, ac nuper auctior recuſus.

§. 28. Ad naturam ſiderum & rationem univerſi cognoſcendam conducunt præter *Ricciolum* in Almageſto *Chriſtophori Scheineri* Roſa Urſina (Bracciani a. 1626. usque ad 1630. in fol. 11. Alph. cum figuris multis textui inſertis) opus de maculis ſolaribus abſolutiſſimum; ejusdem disquiſitiones Mathematicæ de controverſiis & novitatibus aſtronomicis (Ingolſtadii 1614. in 4.) opuſculum de refractionibus cœleſtibus (Ingolſtadii 1617. in 4.) *Gallilæi* Tractatus de maculis ſolaribus (Romæ 1613.) & Nuncius ſidereus aliquoties recuſus; ejusdem dialogi de Syſtemate mundi (Lugd. Bat. 1699. in 4. 3. Alph.) opus lectu digniſſimum; *Johannis Kepleri* Tractatus Germanicus de Cometa anni 1607. (Halæ 1608. in 4. plag. 5.) & de Cometis libelli tres (Auguſtæ Vindelicorum 1619. in 4 plag. 20. Tab. 1.): ejusdem Prodromus diſſertationum coſmographicarum, continens Myſterium coſmographicum de admirabili proportione orbium cœleſtium deque cauſis cœlorum numeri, magnitudinis motuumque periodicorum genuinis & propriis, demonſtratum per quinque regularia corpora Geometrica, cum Narratione *Georgii Joachimi Rhetici* de libris revolutionum *Nicolai Copernici* (Tubingæ 1596. in 4. 1. Alph.): ejusdem Somnium ſeu opus poſthumum de Aſtronomia lunari (Francof. 1634. in 4. 1. Alph.): ejusdem Harmonica Mundi (Lincii 1619. in fol. 3. Alph. 13. plag.) ejusdem Hyperaſpiſtes *Tychonis* (Franc. 1625. in-

in 4. plag. 28.) adverſus *Scipionis Claramontii* Antitychonem, in quo contra *Tychonem Brahe* demonſtrare ſatagit cometas eſſe ſublunares, non cœleſtes (Venetiis 1621. in 4. 2. Alph. 2. plag.) *Hevelii* Selenographia (Gedani 1647. in fol. 6. Alph. 10. plag. Tabb. 111) ejusdem Prodromus Cometicus, quo hiſtoria Cometæ A. 1664. exorti curſum faciesque diverſas capitis ac caudæ accurate delineatas complectens, nec non diſſertatio de Cometarum omnium motu, generatione variisque phænomenis exhibetur (Gedani 1665. in fol. plag. 17. Tab. 3.) ejusdem deſcriptio Cometæ A. 1664. (Gedani 1666. in fol. 2. Alph. 5. plag. Tab. 7.): ejusdem epiſtola de Cometa A. 1672. Gedani 1672. in fol. 2. plag. Tab. 1.); ejusdem Cometographia (Gedani 1668. in fol. 10. Alph. 19. plag. Tabb. 38.): ejusdem diſſertatio de nativa Saturni facie (Gedani 1656. fol. 12. plag. Tab. 9.): ejusdem Mercurius in Sole viſus cum *Horoccii* Venere in Sole viſa & Hiſtoria ſtellæ miræ (Gedani 1662. in fol. 2. Alph. 2. plag. 10. Tabb.) *Chriſtiani Hugenii* Syſtema Saturninum (Hagæ Comitis 1659. in 4. plag. 12.) & inprimis ejusdem Coſmotheoros (ibid. 1698. in 4. plag. 18. Tab. 5. it. Leoburgi 1704 in 8. plag. 8. Tab. 5.); *Jacobi Bernoulli* Conamen novi ſyſtematis Cometarum (Amſt. 1682. in 8. 6½. plag. Tab. 8.) *Joh. Baptiſtæ du Hamel* Aſtronomia Phyſica (Tom. I. Operum Philoſ. Norimb. 1681. in 4.) Huc etiam referendi ſunt Autores qui motuum cœleſtium cauſas phyſicas tradere aggreſſi ſunt, *Keplerus* in Phyſica cœleſti ſeu Commentariis de motibus ſtellæ Martis & in Epitome Aſtronomiæ (§. 11) & *Newtonus* in Principiis Philoſ. Natur. Mathem. cum *Gregorio* in Elementis Aſtronomiæ (§. *cit.* 15). & Cel. J. *Polenus* in dialogo de Vorticibus cœleſtibus (Patavii 1712. in 4. 1. Alph. 6. plag. 7. Tab.)

§. 29. Syſtema Copernicanum quoque defendunt præter *Gallilæum* ante laudatum peculiaribus ſcriptis *Petrus Megerlinus*, Profeſſor Mathematum Baſileenſis in Syſtemate mundi Copernicano argumentis invictis demonſtrato (Amſtelod. 1682. in 8.) *Bullialdus* in Philolao ab inferis reſuſcitato ſeu diſſertatione de vero ſyſtemate (Amſtelod. 1639. in 4.) & *Joh. Jacobus* **Zimmermann** in Scriptura Copernizante Germanice ſæpius edita. Utor editione Noribergenſi (A. 1709. in 8. plag. 8.)

§. 30. Aſtronomiam, quam in parte prima ſecundum proprias hypotheſes explicaverat, in ſecunda ad uſum concionatorum transfert *Antonius Maria Schyrlæus de Rheita* Capucinus, in Oculo *Enochi* atque *Eliæ*, ſeu Radio ſidereo myſtico (Ant-

(Antverpiæ 1665. in fol. 4. Alph. 9. plag.) qui etiam ſub finem partis primæ praxin dioptricæ explicat.

§. 31. Calculum eclipſium peculiaribus ſcriptis in uſum tyronum illuſtrarunt *Elias Moleras* in Opere novo Aſtronomico, in quo doctrina de ſupputandis deliquiis iuxta Tabulas Prutenicas explicatur (Lugduni 1687. in 4. 1. Alph. 4. plag.); *Johannes Hanke*, è Societate Jeſu, in Tenebris ſummatim illuſtratis, qui ſecundum Tabulas *Riccioli* computum inſtituit (Moguntiæ 1682. in 4. plag. 15.) & inprimis *Zimmermannus* modo laudatus in ſcripto Germanico, cui titulus: Auf alle und jede *Hypotheſes applicable fundamental*-Aufgaben von den Sonn und Mond-Finſterniſſen (Hamburgi, 1691. in 8. 15½. plag.) Eclipſeos ſolaris calculum quoque bene tradidit & exemplo eclipſeos anni præſentis illuſtravit Cl. *Johannes Bernhardus Wideburgius* (Hemlſtadii 1714. in 4. plag. 12. Tab. 4.)

§. 32. Plura nobis recenſenda eſſent ſcripta Aſtronomica, ſi omnia promiſcue in medium afferre liberet. Sed cum ea ex *Riccioli* Almageſto facile ſuppleri queant; potiora a nobis commemorata eſſe ſufficit. De *Tychonis* tantum Progymnaſmatibus Aſtronomiæ inſtauratæ, aliquoties laudatis, obſervamus, quod pars prima equidem inſcribatur de nova ſtella anni 1572. generaliter tamen de reſtitutione motuum ſolis & Lunæ ſtellarumque inerrantium tractet (Uraniburgi & Pragæ 1610. in 4. 4. Alph. 13. plag.) altera vero de Cometa A. 1577. agat (Pragæ 1610. in 4. 2. Alph. 14. plag.) Tomo ſecundo hujus editionis adjiciuntur *Tychonis de Brahe* epiſtolæ Aſtronomicæ (Uraniburgi 1610. in 4. 1. Alph. 16. plag.). Sola Progymnaſmata ſub titulo Operum *Tychonis de Brahe* poſtea Francofurti ad Mœnum in 4. recuſa. Dignum quoque eſt, cujus ſingularem mentionem injiciamus, Automatum Planetarium *Hugenii*, motus planetarum motu ſuo accurate indicans, deſcriptum ſub finem poſthumorum.

## CAPUT X.

# De SCRIPTIS CHRONOLOGICIS, GEOGRAPHICIS ET GNOMONICIS.

§. 1.

DOctrinam temporum primus in Scientiæ formam redegit *Joſephus Scaliger*, cujus de emendatione tem-

temporum libri primum A. 1587. lucem adſpexerunt, deinde quindecim annis elapſis prorſus immutati denuo prodierunt.

§. 2. Præclarum quoque in Chronologia opus eſt *Dionyſii Petavii* doctrina Temporum, Pariſiis 1627. in fol. primum edita; ſed A. 1703. tribus Tomis in fol. reg. (21. Alph. 7. plag.) Antverpiæ recuſa. Acceſſit editioni novæ integer tomus tertius, in quo continentur Uranologium ſive ſyſtema variorum auctorum, qui de Sphæra ac ſideribus eorumque motu Græce commentati ſunt, A. 1630. ſeorſim editum; Libri 8 variarum Diſſertationum Chronologiam illuſtrantium & libri tres epiſtolarum.

§. 3. Dogmata *Scaligeri* ad faciliorem intelligentiam propoſuit *Sethus Calviſius*, Cantor Lipſienſis, vir longe ultra ſortem ſui ſimilium eruditus, cujus Introductio ad Chronologiam ſæpius cum in 4. tum in folio recuſa.

§. 4. Triumviris iſtis jungi meretur *Johannes Baptiſta Ricciolus* in Chronologia Reformata, quæ Bononiæ 1669. in fol. prodiit.

§. 5. Tyronibus inſerviunt *Dionyſii Petavii* Rationarium temporum (Moguntiæ 1646. in 8. 2. Alph. 22. plag.) *Guilielmi Beveregii* Inſtitutiones Chronologicæ, quæ cum Arithmetica Chronologica recuſa Londini 1705. in 4. (1. Alph. 11. plag.) & *Ægidii Strauchii* Breviarium Chronologicum (Witebergæ 1664. in 12. 2. Alph. 10. plag.)

§. 6. Ad Calendariographiam ſpectant, quæ Tomo quinto operum *Clavii* habentur (§. 16. c. 1.); *Sethi Calviſii* Elenchus Calendarii Gregoriani (Franc. ad Mœn. 1612. in 4. plag. 27.); *Franciſci Vietæ* Relatio Calendarii vere Gregoriani & Calendarium Gregorianum perpetuum (§. 17. *cap. 1.*) *Blondelli* Hiſtoria Calendarii Romani Gallice conſcripta (Pariſiis 1682. in 4.); *Erhardi Weigelii* bürgerlicher Zeit-Spiegel/ ſeu ſpeculum temporis civile (Jenæ 1664. in 4. plag. 15.) *Guilielmi Bonjour* Calendarium Romanum (Romæ 1701. in fol. 21. plag.) *Franciſci Blanchini* Solutio Problematis paſchalis (Romæ 1703. in 4. plag. 13. Tabb. 5.); *Dominici Quartaironii* Reſponſiones ad aſſertiones *Dominici Caſſini* pro reformatione Calendarii Gregoriani (Romæ 1703. in reg. 4. plag. 4.); *Euſtachii Manfredii* epiſtola ad *Quartaironium*, qua *Caſſini* aſſertiones 16. vindicantur (Venetiis 1705. in 4. reg. plag. 8.); *Thomæ Pii Maphæi* Opus de Cyclorum Soli-Lunarium inconſtantia & emendatione (Venetiis 1706. in 4. 1½. Alph.)

§. 7. Calendarium Judaicum ex Hebræorum penetralibus edidit *Sebaſtianus Munſterus* Baſileæ A. 1527. in 4. (1 Alph. 5 plag.). *Rabbi*

*Ori* Calendarium Palæſtinorum & univerſorum Judæorum ex Hebræo ſermone in Latinum vertit & Francof. ad Mœnum publicavit *Jacobus Chriſtmannus*, in Academia Heidelbergenſi Profeſſor A. 1594. in 4. (plag. 20).

§. 8. Inter veteres Geographos eminet *Ptolemæus*, cujus tamen Geographiæ libri octo hiſtorici potius ſunt, quam Mathematici. Prodiere plus ſimplici vice, e. gr. A. 1542. in fol. Inter compendia vero maxime celebre fuit *Joannis de Sacro Boſco* libellus de ſphæra, ſæpius recuſus: in quem poſt alios commentatus eſt *Clavius* (§. 16. cap. 1.).

§. 9. Præſtantiſſimum in hoc ſcientiarum genere & fere unicum eſt *Johannis Baptiſtæ Riccioli* Geographia & Hydrographia Reformata (Venetiis 1662. in fol. 7. Alph. 17. plag.), ex quo *Erhardus Weigelius* ſcitu præ cœteris neceſſaria in tyronum gratiam in compendium miſit in ſpeculo Terræ, quod vocat, patrio idiomate conſcripto, (Jenæ 1665. in 4. 1. Alph. 3. plag.).

§. 10. Multa habet *Ricciolus*, quæ ad Geographiam proprie non ſpectant, ſed ab eo in eadem pertractantur, ne ea aliunde ſupponere habeat opus. Unde tyronum conatibus magis reſpondet Geographia, quæ in curſu Mathematico *Millieti Dechales* extat (§. 4. c. 1).

§. 11. Cæterum applauſum eruditorum dudum quoque meruit *Bernhardi Varenii* Geographia generalis, ſæpius recuſa. Elegans eſt editio Cantabrigienſis anni 1672. in 8. (1. Alph. 9. plag. Tab. 5.), juxta quam recuſa eſt Jenæ A. 1693. in 8. ſed præſtantiſſima omnium prodiit Cantabrigiæ A. 1712. in 8. reg. (1. Alph. 15. plag. 9. Tabb.) cum Appendice *Jacobi Jurin*, in qua nova habentur inventa, poſt obitum ſcilicet *Varenii* demum detecta. *Varenio* autem non ſolum mathematica, verum etiam phyſica curæ cordique ſunt.

§. 12. Laudantur quoque Elementa Geographiæ generalis Cl. *J. G. Liebknecht* Prof. Gieſſ. (Franc. 1712. in 8. 1. Alph. 10. plag. fig plag $3\frac{1}{8}$) & Cl. *Sturmius* in Compendio Geographico, quod idiomate vernaculo in gratiam tyronum Francof. A. 1705. in 8. edidit (plag. 10. Tab. 5) praxin inprimis conficiendi mappas Geographicas bene tradit, quamvis demonſtrationes omiſerit, utpote quæ non ſunt ad palatum tyronum.

§. 13. De Hydrographia ſeu arte navigandi commendatur Tractatus in Curſu Mathematico *Millieti Dechales* (§. 4. c. 1). Data opera omnium prolixiſſime ſcripſit de eadem *Georgius Fournier* e Societate Jeſu in Hydrographia Gallice edita Pariſiis A. 1653. in fol. (10. Alph. 10. plag.).

§ 14.

§. 14. Pars nauticæ difficillima eſt manuaria nautica, quia reconditam Geometriæ ſublimioris notitiam ſupponit. Agit autem manuaria nautica de diſpoſitione velorum, gubernaculi & navis. Equidem Vir & generis nobilitate, & experientia maritima præſtans A. 1689. libellum de ea ediderat; ſed mox *Hugenius* principium ejus unum, dein ex intervallo celeberrimus *Bernoullius* alterum impugnavit & theoriam aliam ſubſtituit in Tentamine novæ theoriæ nauticæ, quæ idiomate Gallico Baſileæ A. 1714. in 8. reg. (plag. 15. Tabb. 10) prodiit.

§. 15. Ad Geographiæ potiſſimum perfectionem tendunt obſervationes Mathematicæ & Phyſicæ in India & China factæ a R. P. *Franciſco Noël*, e Societate Jeſu ab A. 1684. usque ad A. 1708. (Pragæ, 1710. in 4. plag. 17. Tab. 2) & obſervationes argumenti ſimilis a R. P. *Franciſco Feuillée* juſſu Regis Chriſtianiſſimi in regionibus potiſſimum auſtralibus factæ, quarum Tomi duo anno ſuperiori 1714. Pariſiis in 4. reg. prodiere. Summæ harum obſervationum leguntur in Actis Eruditorum Anni præſentis.

§. 16. Theoriam atque praxin Gnomonicam more veterum rigidiſſime, ſed adeo intricate demonſtravit *Chriſtophorus Clavius* (§ 16. c. 1.) ut vix credibile ſit, ullum unquam ejus demonſtrationes omnes perlegiſſe. Faciliores vero exhibent *Dechales* atque *Ozanam* in curſibus (§. 4. 7. c. 1).

§. 17. Demonſtrationes quoque affert *Guarinus Guarini* in parte poſteriore Mathematicæ cœleſtis (Mediol. 1683. in fol. 1. Alph. 3. plag.). Pars prior, quæ una cum poſteriore prodiit (7. Alph. 5. plag.) integram Aſtronomiam complectitur.

§. 18. Novam methodum horologia ſolaria magna conficiendi, lineis horariis per calculum determinandis, invenit *Picardus*, quæ in Operibus Mathematicis Academicorum Gallicorum (§. 23. c. 1.) legitur. Et Cel. *Philippus de la Hire* in ſua Gnomonica, quam patrio ſermone Pariſiis 1683. in 12. reg. publici juris fecit, methodum Geometricam expoſuit, ex quibusdam punctis per obſervationem determinatis lineas horarias ducendi.

§. 19. Anno 1625. *Eberhardus Welperus*, Artium Magiſter, Argentorati propriis ſumtibus typis deſcribi curavit ſuum de Gnomonica tractatum vernaculum (in 4. plag. 8.) in quo ex facili fundamento horologia in planis primariis deſcribere docet. Idem fundamentum jam antea perſpicue expoſuit eodemque in deſcribendis horologiis uſus eſt *Sebaſtianus Munſterus* in Rudimentis Mathematicis, quorum liber prior prima elementa

Geometriæ, poſterior omnigenum horologiorũ gen9 delineare docet. (Baſileæ 1551. in fol. 2 Alph. 20. plag.).

§. 20. *Welperi* Gnomonicam A. 1672. Norimbergæ in 4. (plag. 21. Fig. plag. 14½) recudi curavit & integra parte ſecunda de horologiis inclinatis & declinatis ac figuris Zodiacalibus arcubusque diurnis & horis varii generis in ſcribendis auxit, notisque partem primam illuſtravit *Joh. Chriſtophorus Sturmius*, Math. Prof. Altorfinus. Addidit A. 1681. (Norimb. in 4. plag. 19. Fig. plag. 9.) partem tertiam de horologiis reflexis & portatilibus. Eadem Gnomonica cum inſigni augmento *Sturmiano* denuo recuſa Norimb. 1708. in fol. (2 Alph. 16. plag. Tab. 35). Acceſſit vero pars quarta, in qua methodi, *Picardiana & Lahiriana*, magna horologia deſcribendi exponuntur (§. 18). In hoc adeo opere plura continentur, quam ullibi in unum volumen congeſta reperire licet, ita ut inſtar omnium eſſe poſſit, niſi quis demonſtrationes exaſciatas praxium deſideret, theoriæ magis, quam praxi intentus.

§. 21. Solas praxes tradunt *Johannes Peterſon* Stengel / in Gnomonica univerſali, idiomate vernaculo (Ulmæ 1706. in 8. plag. 18. Tabb. 109) edita, rerum varietate commendanda; *Georgius Michaelis* in Praxi Gnomonica Germanice A. 1701 Jenæ in 8. edita (12 plag. fig. æn. plag. 1½), qui tamen tantum communiora exponit; *Joh. Ulricus* Müller in Indice horarum infallibili Germanice itidem Ulmæ 1702. in 8. edito (1 Alph. pl. 9. Fig. æn. plag. 9) & *Henricus Cœtſius* in Horologiographia plana (Lugd. Bat. 1689. in 4. plag. 12. Tab. 20), qui tamen inſcriptiones ſignorum & arcuum diurnorum negligit, nec ad horologia portatilia deſcendit.

§. 22. A. 1711. Auguſtæ Vindelicorum in 4. (2½ Alph. Tab. æn. 21¼ plag.) prodiit *Johannis Gauppenii* Gnomonica Mechanica univerſalis, ſermone vernaculo in eorum gratiam conſcripta, qui in theoria Mathematica parum verſati. Inſeruit operi ſuo Tractatum brevem, quem *Henricus Bierum*, Architectus militaris, A. 1676. (plag. 4) ediderat & ejus fundamento mechanice deſcribendi horologia utitur. Rerum varietate commendatur iis, qui variis horologiorum ſolarium generibus conficiendis delectantur.

§. 23. Horologiorum ſolarium omnis generis, præſertim portatilium deſcriptionem etiam tradit *Nicolaus Bion* in opere Gallico de conſtructione & præcipuis uſibus inſtrumentorum Mathematicorum (Pariſiis 1709. in 8. reg. 1. Alph. Tabb. 28.), quod unicum fere in hoc genere a Cl. J. G. *Doppelmeyero*

*ero* Prof. Math. Noribergenſi ex Gallico in Germanicum ſermonem verti meruit (Norībergæ 1712. in 4. Alph. 2. plag. 5. Tabb. 28.).

§. 24. Commendari quoque merentur Machinæ duæ, quæ pro deſcribendis horologiis ſolaribus publicavit aliquoties jam citatus *Ignatius Gaſton Pardies* (Hagæ Comitum 1691. in 12. 2. plag.). In hac editione tertia ſubjunguntur Elementis Staticæ.

## CAPUT XI.

## De

# ARCHITECTURA CIVILI.

§. 1.

INtegram Architecturam civilem tradidit *Vitruvius*, qui ſub *Auguſto* floruit, cui decem de Architectura libros dedicavit. Optima editio Latina prodiit Amſtelodami 1649. in fol. (6. Alph.). Acceſſere huic editioni novæ caſtigationes & obſervationes *Guil. Philandri* integræ, *Danielis Barbari* & *Claudii Salmaſii* excerptæ & paſſim inſertæ. Præmittuntur Elementa Architecturæ *Henrici Wottoni*, Equitis Angli, ſubjiciuntur Lexicon Vitruvianum *Bernhardi Baldi*, ejusdem Scamilli impares Vitruviani, de pictura libri tres *Leonis Baptiſtæ de Albertis*, de ſculptura excerpta ex Dialogo *Pomponii Gaurici* & Commentarius de ſculptura & pictura *Ludovici Demontioſii*.

§. 2. Reprehendunt in egregio alias opere *Vitruviano*, quod nullum ordinem tenuerit; quod obſcure ſcripſerit, nempe judice *Leone Baptiſta de Albertis* (a) Græcis Latine & Latinis Græce; quod denique multa ſuperflua ac aliena immiſcuerit. Hinc *Perault*, quemadmodum olim ſuaſerat *Philibertus de l' Orme*, regulas Architectonicas Vitruvianas ex opere prolixo excerpſit & in ordinem redactas ſub titulo *Architecture generale de Vitruve reduite en Abregé* publici juris fecit. (Amſtel. 1681. in 8. 16½. plag. & fig. æn. plag. 1½). Textum obſcurum *Vitruvii* in verſione Germanica & adjecta ſingulis Capitibus paraphraſi clariorem reddidit *D. Gualt. H. Rivius.* Recuſa eſt hæc verſio Baſileæ A. 1614. in fol. (7. Alph. 2. plag.). In paraphraſi

(a) lib. 6. c. 1. de re ædificatoria p. 89 & ſeq.

phraſi ſeu Commentario, ſi mavis, more *Vitruviano*, multa aliena admiſcuit. Magis commendanda eſt verſio Gallica, quam primum A. 1673. typis deſcribi, ſed A. 1684. auctiorem & emendatiorem recudi curavit *Perrault* adjectis notis ſelectis & figuris æri nitidiſſime inciſis (Pariſ. in fol. reg. 4. Alph. 5. plag.). Idem *Perrault* opus præclarum de Ordinibus A. 1684. in fol. addidit ſub titulo: *Ordonnance des cinq eſpeces de Colonnes ſelon la methode des anciens*, in quo præjudicia Architectorum refellit & quod inſtar ſupplementi Architecturæ *Vitruvii* haberi poteſt, qui doctrinam de Ordinibus imperfectam tradidit.

§. 3. Poſt *Vitruvium* libros decem de re ædificatoria edidit *Leo Baptiſta de Albertis* aliquoties recuſos & ex idiomate Latino in varias Linguas translatos. Prodiit Latine Pariſiis A. 1512. in 4. (2. Alph.) & Florentiæ A. 1585. Italice lucem adſpexit Venetiis A. 1546. in 8. (1. Alph. 9½ plag.); Gallice A. 1553. Multa habet utilia; ſed *Vitruvio*, quemadmodum intenderat, palmam præripere non potuit. Doctrinam de Ordinibus non ſatis perfectam tradidit.

§. 4. Mox ſecuti ſunt *Sebaſtianus Serlius* & *Andreas Palladius* coëtanei, quorum ille ſeptem, hic quatuor de Architectura libros compoſuit. Architecturæ *Serlianæ* libri quinque Italice Venetiis A. 1602. in fol. Germanice Baſileæ A. 1609. in fol. (4. Alph. 13. plag.) prodiere. Quinque tantum ordines cum variis ædificiorum generibus deſcribit; regulas ex *Vitruvio* ſupponit, a quibus recedere religioni duxit. Vid. lib. 3. f. 46. edit. Venetæ. Liber ſextus de ædificiis privatis in publicum nondum prodiit; Septimum de ædificiis publicis *Jacobus Strada* Latine & gallice Francofurti A. 1575. in fol. imprimi curavit.

§. 5. *Palladius* hanc laudem meruit, quod ſplendorem ordinibus ac operibus ſuis conciliaverit. Libro primo regulas fundamentales Architecturæ tradidit; reliquis varia ædificiorum & operum architectonicorum genera delineavit. Commendatur Architecturæ purioris ſtudioſis. Prodiere libri omnes Italice A. 1575. in fol. recuſi anno ſuperiore 1714. Venetiis in fol. adjecto ipſius de Antiquitatibus Romanis tractatu. Libros duos priores *Georgius Andreas* Böckler Germanice vertit & multis annotationibus auxit (Norimb. 1689. in fol. 1 Alph. 3. plag. Tab. 88.) Idem *Palladius* ſcripſit de Templis Romanis (A. 1554. in 8.)

§. 6. *Philibertus de Lorme*, Caroli IX. Conſiliarius, Eleemoſinarius & Architectus A. 1567. Pariſiis in fol. edi-

edidit novem de Architectura libros idiomate vernaculo. Architecturæ peritia adeo celebris erat, ut ad excitanda palatia Principum ex Gallia in exteras regiones evocaretur.

§. 7. *Jacobus Barozzius Vignola* A. 1631. Italice de quinque ordinibus ſcripſit, cujus liber in varias linguas translatus. Utor ego editione Gallica, quæ ſub titulo *Regles des Cinq ordres d' Architecture de J. B. de Vignole avec pluſieurs augmentations de Michel Ange Buonaroti* cura *Duræi de Champdoré* Lugduni Batavorum 1712. in 8. prodiit (plag. 9½.) Eundem prolixis additamentis locupletavit *Daviler* & idiomate Gallico Pariſiis in 4. edidit cum Lexico Architectonico. Mox recuſum eſt opus ſub titulo *Cours d' Architecture, qui comprend les Ordres de Vignole avec des Commentaires, les figures & deſcriptions des plus beaux batimens & de ceux de Michel Ange &c.* Amſtelodami 1694. in 4. (3. Alph. 20. plag. Tabb. 103. magnam partem textui inſertæ). *Leonhardus Chriſtophorus Sturmius* Germanice vertit & notis quibusdam auctum, omiſſo Lexico, Amſtelod. 1699. in 4. (2. Alph.) edidit, figurarum plagulis 3½. adjectis ultra eas, quæ in editione Gallica habentur. Prodiit nuper nova editio Gallica Pariſiis in 4. auctior.

§. 8. *Vincentius Scamozzi* A. 1615. Venetiis ſermone patrio edidit librum primum, ſecundum, tertium ſextum & ſeptimum Ideæ Architecturæ univerſalis in fol. Præſtantiſſima editio eſt, quæ idiomate Gallico Lugd. Bat. A. 1713. in fol. reg. (3. Alph. 5. plag. Tabb. 105. quorum 84. textui inſertæ) ſub titulo: *Oeuvres d' Architecture de Vincent Scamozzi* prodiit. Liber ſextus & tertius Germanice verſus ſub titulo: **Klårliche Beſchreibung der funff Såulen-Ordnungen und der gantzen Baukunſt** Norimb. 1697. in fol. (2. Alph. 6. plag. Tabb. 85.) lucem adſpexit.

§. 9. *Carolus Philippus Dieuſſart* in Theatro Architecturæ Civilis, quod vernaculo ſermone Bambergæ 1697. in fol. reg. (1. Alph. 3. plag. Tab. 95.) prodiit, non modo regulas Architectonicas explicavit, verum etiam Ordines juxta inſtitutum *Palladii, Vignolæ, Scamozzi, Petri Catanei, Sebaſtiani Serlii* & *Brancæ* inter ſe comparavit: quod idem executus eſt ante ipſum *Rol. Freard. de Chambray* in Paralleliſmo Architectonico Gallice Pariſiis A. 1650. in fol. publicato. Plurium Architectorum Ordines inter ſe confert *Johannes Chriſtianus* **Seyler** in Paralleliſmo Architectonico Germanice Lipſiæ in fol. edito.

§. 10. *Franciſcus Blondel* in Curſu Architecturæ Gallico (Pariſ. 1698.

in fol. reg 8. Alph. 14. plag. Tab. 24. cum figuris plurimis textui inſertis) parte prima Ordines *Vitruvii*, *Vignolæ*, *Palladii* & *Scamozzi* explicat; in cœteris quatuor ex omnium Architectorum celebrium ſcriptis congeſſit, quicquid circa ordinum uſum notatu dignum occurrit. Habentur etiam in eodem alia nonnulla ad Architecturam ſpectantia, v. gr. de feneſtris & ſcalis. Ejus aliquid jam A. 1675. prodierat.

§. 11. *Nicolaus Goldmannus*, Vratiſlavienſis, in Tractatu de Stylometris (Lugd. Bat. 1661. fol. Lat. & Germ. 9. plag. Tab. 40) oſtendit, quomodo Ordines Architectonici ab ipſo ad majorem perfectionis gradum deducti ope peculiarium quorundam inſtrumentorum facile delineari poſſint. In opere vero Architectonico, quod *Leonhardus Chriſtophorus Sturmius* ſub titulo: vollſtändige Anweiſung zu der *Civil*-Baukunſt (Guelpherbyti 1696. in fol. reg. 2. Alph. 4. plag. Tab. 74.) publici juris fecit, præter Ordinum doctrinam magna dexteritate tradidit, quicquid in *Vitruvii*, & Architectorum Italorum ſcriptis atque *Vilalpandi* Commentario in Prophetam Ezechielem boni continetur: ita ut hoc opus cœteris omnibus præferatur. Cl. Editor A. 1699. Appendicem ſub titulo Ausübung der *Civil*-Baukunſt des Goldmanns / in fol. (1. Alph. 14. plag. Tab. 19.) adjecit, in quibus ex aliis ſupplet, quæ in eo ſcitu neceſſaria deſiderantur. Ordinem quoque ſextum, quem Germanicum appellat, proponit; ſed hactenus in uſum non receptum.

§. 12. *Dominicus de Roſſi* in Studio Architecturæ civilis in ornamentis portarum & feneſtrarum, delineatis ex inſignioribus Romæ ædificiis A. 1702. ſeu potius 1712. Romæ in fol. reg. edito figuris æneis 143 celeberrimorum Architectorum monumenta circa ornatum portarum & feneſtrarum repræſentat. *Antonius* vero *Desgodetz* ædificia antiqua Romæ ex ruderibus nitidiſſime delineavit. Titulus operis: *Edifices antiques de Rome* (Pariſ. 1697. in fol. 3. Alph. 17. plag.)

§. 13. *Johannes Balthaſar* Lauterbach in Compendio Architecturæ (Amſt. 1699. in 8. Gall. 2. plag. Tab. 18.) ordines Architectonicos delineandi methodum facillimam proponit.

§. 14. Artem tignariam illuſtrant *Dechales* in curſu (§. 4. c. 1.) *Johannes* Wilhelm in Architectura civili (Norimberg. in fol. 5. plag. Tab. 74. German) & *Johannes* Vogel in Architectura moderna (Hamburgi 1707. in fol. 3. plag. Tab. 36.)

§. 15. Artem ſecandi lapides in uſum

uſum architectonicum docent *Dechales* in curſu (§. 4. c. 1.) & inprimis *des Argues*, cujus liber ex Gallico in Germanicum verſus ſub titulo: kunſtrichtige und prob-mäſſige Zeichnung zum Steinhauen in der Baukunſt Norimbergæ 1699. in 8. (15. plag. Tabb. 154.) prodiit.

§. 16. Ad architecturam aquarum ſpectant libri Italici ſequentes: 1. *Joh. Baptiſtæ Baratteri* Architectura d' Acque (Piacenza 1656. in fol. 3. Alph. 6. plag) 2. *Cornelii Meyeri*, Batavi, L' Arte di reſtituire a Roma la tralaſciata navigatione del ſuo Tevere (Romæ 1675. in fol. 2. Alph. 3. plag. cum multis figuris textui inſertis) & ejusdem Nuovi ritrovamenti (Romæ 1689. in fol. 8. plag. 8. & 1696. in fol. plag. 12. cum figuris plurimis) 3. *Dominici Gulielmini* della natura de fiumi Trattata (Bononiæ 1697. in 4. 2. Alph. 2. plag. 15. Tab.). Ex *Meyeri* libro inſigni plagio ſua omnia deſcripſit Anonymus Gallus in libello Amſtelodami 1696. in reg. 8. edito (6. plag. Tab. 12.) ſub titulo: Traite des moyens de rendre les Rivieres navigables.

## CAPUT XII.
## De
# PYROTECHNIA.

§. 1.

INter Noſtros, qui pyrotechniæ operam dant, maximi fiunt *Caſimirus Simienowitz*, Polonus, *Johannes Sigiſmundus Buchnerus* & *Erneſtus Braunius*. Illius opus a *Thoma Leonhardo* Beeren ex Latino idiomate in Germanicum translatum & a *Daniele* Elrich integra parte ſecunda auctum prodiit Francofurti ad Mœnum A. 1676. in fol. ſub titulo: vollkommene Büchſenmeiſterey-Kunſt. Ex eo ſua plerumque deſcripſit *Dechales* in Curſu (§. 4. c. 1.) Iſtius Theoria & praxis Artilleriæ Norimbergæ 1685. in fol. (2. Alph. 18. plag. Tab. 53.) hujus denique Noviſſimum Fundamentum & Praxis Artilleriæ Dantiſci 1687. in fol. (2. Alph. 16. plag. Tab. 60.) lucem adſpexit. Cœterum Autores iſti non tantum de iis agunt, quæ in bello uſui ſunt ſed ignium quoque feſtivorum rationem exponunt.

§. 2. *Michaël* Mieth in *Artilleriæ* recentiori praxi (Francof. 1684. in fol. 3. *A*lph. 10. plag. Tab. 60.) tormentorum & mortariorum deſcriptionem omnium exactisſimam dedit

dit & ignium nocivorum rationem declaravit, feſtivis omiſſis.

§. 3. Inter Gallos eminet *Surireus de S. Remigio*, cujus Commentarii Pyrotechnici (*Memoires d'Artillerie*) accuratam deſcriptionem continent omnium machinarum & inſtrumentorum bellicorum, hodie uſitatorum una cum rebus aliis eo pertinentibus. Optima editio eſt Pariſienſis A. 1707. in reg. 4. (4. Alph. 17. plag. Tab 196), quæ cœteris quoque longe auctior.

§. 4. Ob peritiam bellicam celeberrimus *Cœhornius* ſermone Batavo de Artilleria libellum brevem ſed autore ſuo dignum, conſcripſit, qui ſuppreſſo ejus nomine in Germanicum translatus ſub titulo: Der gründliche Unterricht von der Artillerie Hamburgi 1699. in 8. (10. plag. Tab. 23) prodiit.

§. 5. Tyronum uſui ſervit Fabrica *Vulcani*, quam *Eques de S. Juliano* (*Chevalier de Saint Julien*) Hagæ 1706. in reg. 8. (10. plag.) edidit. Titulus libri: *La Forge de Vulcain, ou l'Appareil des Machines de Guerre.*

§. 6. A. 1713 idiomate vernaculo prodiit Compendium Pyrotechnicum, pyrotechniæ ſtudioſis commendandum, ſub titulo: Gründlicher Unterricht von der *Theoria* und *Praxi* der heutigen Büchſenmeiſterey Francofurti A. 1713. in 8. (2. Alph. 4 plag. 29 Tab.). Si titulo fidem habemus, lingua Gallica ipſum conſcripſit *Eques de S. Juliano* modo laudatus, & inde in Germanicam tranſtulit *Auguſtinus* Brand. Sed diverſum non modo eſt a Fabrica *Vulcani* paulo ante laudata; verum etiam partem primam integram verbotenus ex *Miethii* Artilleria deſcriptam reperio, quod quomodo in verſione libri a Gallo Gallice conſcripti accidere potuerit, non ſatis apparet.

§. 7. Aliud compendium, ſed minoris pretii, ante dedit *Georgius Andreas* Böckler Tom. III. & IV. Manualis Architecturæ militaris (Francof. & Lipſ. 1689. in 16. Tom. III. 4. plag. Tab. XI & Tom. IV. 10. plag. Tab. 34.). Cum tamen *Coehornius*, *Eques de S. Juliano & Brandius* tantum tradant, quæ uſui bellico inſerviunt; *Bœcklerus* quoque de ignibus feſtivis tractat.

§. 8 Cæterum huc etiam referri debet *Blondelli* Tractatus de bombis jaciendis, qui ſub titulo: *L'Art de jetter les Bombes* Pariſiis 1683 in 4. prodiit & in Germanicam linguam translatus *Sulzbaci* 1686 in 8. recuſus. Scriptum Mathematico dignum.

CA-

## CAPUT XIII.

# De ARCHITECTURA MILITARI.

§. 1.

QUi de Architectura militari commentati ſunt, vel formas muniendi proprias, vel alienas exponunt.

§. 2. Primum forma muniendi Belgica admodum celebris extitit, de qua ſcripſit *Adamus* Freytag/Polonus, cujus Architectura militaris Germanice prodiit Amſtelod. 1665 in fol. 2. Al. 9. pl. Tab. 1½ Alph.). Eandem in numeris tantum immutavit *Gerhardus* Melder/ cujus Praxis fortificatoria Francof. 1666. in fol. lucem adſpexit (plag. 36. Tab. 8).

§. 3. Minori autem in pretio ſtatim haberi cœpit, cum A. 1645. Comes *de Pagan* ſuam muniendi formam publicaret Pariſiis in fol. (1. Alph. 6. plag. Tab. II.) ſub titulo: *Les Fortifications de Comte de Pagan*, poſtea in ſermonem Germanicum translatam. Cum eo in multis convenit *Henricus Ruſius Baro de Ruſenſtein*, cujus muniendi forma cum *Melderiana* prodiit (§. 2).

§. 4. Eidem quoque agnata eſt, magis tamen quam *Ruſiana* ab eadem diſſidet, quam *Blondellus* ſub titulo: *Nouvelle maniere de fortifier les places*, Pariſiis 1686. in 12. reg. (5. plag. Tab. XII.) in lucem emiſit, recuſam Hagæ Comitum A. 1686. in 8, bonam quidem, ſed ſumtuoſam nimis.

§. 5. Comes de *Vauban* duas muniendi formas invenit & ſecundum eas celebria munimenta exſtruxit; ſed neutram ipſemet deſcripſit. Priorem optime delineavit Abbas *du Fay*, qui eam ſub titulo: *La veritable maniere de bien fortifier de M. Vauban* in lucem publicam emiſit. (Amſtel. 1692. in 12. plag. 9.). Poſteriorem primus deſcripſit Autor Anonymus in libro Gallico, cujus titulus: *L'Ingenieur François* (Pariſ. 1691. in 8. reg. 13½ plag. Tab. 33) Utramque *Sturmius*, aliquoties jam laudatus, in libro Gallico ſub titulo: *Le Veritable Vauban* explanavit. (Hagæ Comitum 170) in reg. 8. plag. 14. Tab. 31). Recenſet idem regulas Architecturæ militaris fundamentales & principia Arithmeticæ ac Geometriæ practicæ more communi præmittit, ut adeo tyronum inſtituto inſerviat hic liber.

§. 6. *Cœhornius* ſuam muniendi methodum primum ſermone Batavo edidit Leeuwardiæ 1685 in fol. (45. plag. Tab. 14). Poſtea in ſer-

monem Gallicum translatus prodiit Hagæ Comitum A. 1706. in reg. 8. (19. plag. Tab. 14.) ſub titulo: *Nouvelle Fortification tant pour un terrain bas & humide, que ſec & elevé.*

§. 7. Singulares muniendi formas, a reliquis prorſus diſſidentes apud Italos dedere *Alexander de Grotte* & *Donatus Roſetti*. Prior prodiit Italice Venetiis A. 1617. (3. Alph. in fol.) anno ſequente Monachii Germanice recuſa; poſterior itidem Italice Auguſtæ Taurinorum A 1678. in fol.

§. 8. Similiter apud noſtros inuſitatam reliquis formam dedit *Bernbardus* Scheiter in libro Germanico, cui titulus: Neu vermehrte und verſtärckte Veſtungs-Bau- und Krieges-Schule (Brunſwigæ 1672. in fol. 11. Alph. 7. plag. Tab. 24). Eam cum anno ſequente oppugnaret *Chriſtianus* Neubauer eidemque aliam ſuam opponeret in libro Germanico cui titulus: Wohlmeinende Gedancken/ oder *Diſcurs* über ausgegangene Fortification des Tit. Herrn Joh. Bernhard Scheiters (Coloniæ ad Spream in 8); *Scheiterus* A. 1677. Argentorati in fol. (1. Alph. 2. plag. Tab. 8) Examen fortificatorium in lucem publicam emiſit, in quo *Neubauerianam* oppugnat, ſuam defendit, aliamque novam ſuperaddit. *Neubauerus* autem A. 1679. ſuam in vera praxi Architecturæ militaris (Stargardiæ 1679. in fol. plag. 19. Tab. 8.) uberius expoſuit.

§. 9. *Erneſtus Fridericus de Borgsdorf* novas muniendi methodos publicavit cum in Munimento inexpugnabili (Ulmæ 1682. in 8. plag. 7. Tab. 8), tum in ſcripto altero, cui titulus: Die befeſtigte Stütze eines Fürſtenthums/ oder neu erfundene *Defenſion* wieder das ſonſt Welt bezwingende Canoniren/ Bombardiren und Miniren. (Norimb. 1687. in 8. plag. 8. cum aliquot figuris)

§. 10. *Georgius Rimplerus* in libello Germanico, cui titulus: Die befeſtigte Feſtung (Franc. A. 1674 in 12. plag. 16.) hactenus uſitatas muniendi formas omnes rejicit, tanquam principiis ſpuriis nitentes, & axiomata prorſus nova ſubſtituit: quibus tamen convenientem muniendi formam ipſe non delineat. Nemo autem magis in ea delineanda deſudavit, quam Cl. *Sturmius* in libello, cui titulus: Entdeckung der unſtreitig allerbeſten Manier zu befeſtigen (Francof. ad Oderam 1704. in 8. plag. 12. Tab. 9). Alias quoque eandem operam ſumſit *Daniel* Suttinger in ſcripto Germanico Dresdæ in fol. edito (plag 14. & 9½ plag. fig.).

§. 11. *Rimpleri* principia probat J. H. *Landsbergius*, Germanus, Statuum Belgii fœderati Architectus mili-

militaris primarius, & iisdem conſonam muniendi formam delineat, cum tamen non ex aſſe ipſi ſatisfaciat, novam quandam aliam ſubſtituit in libro Gallico, cui titulus: *Nouvelle maniere de fortifier les places* (Hagæ Comitum, 1712. in 4. plag. 11. Tab. 8).

§. 12. Idem citatus *Landsbergius* una cum aliis Architectis militaribus peritis valde probat Architecturam militarem, quam *Daniel Speckle*, Architectus Argentoratenſis, jam A. 1589. in fol. (2. Alph. 10. plag. Tab. 36) publici juris fecit. Hinc etiam factum eſt, ut præclarum in hoc genere opus Dresdæ A. 1705. in fol. fuerit recuſum (2 Alph. 12 plag. Tab. 24).

§. 13. Sunt vero adhuc plures inter noſtros, qui ſingulares muniendi formas dedere, attentione Architectorum militarium non indignas. Huc refero *Johannem Franciſcum Griendel ab Aach*, qui ſeptem muniendi formis, utut eidem fundamento ſuperſtructis, inclaruit (Norimb. 1683. in fol. plag. 14. Fig. plag. 15) & *Chriſtophorum* Heer/ qui in Theoria & praxi Artis muniendi (Franc. 1689 in 4 plag. 16 Tab. 30) elegantes dedit ſibique proprias conſtructiones; in Speculo vero Artis muniendi (Lipſiæ 1694. in 4. plag. 17. Tab. 31) præterea varia munimenta celebria Europæ deſcribit, & *Chriſtophorum* Heidenmann/ cujus Architectura militaris una prodiit Monachii A. 1664. in fol. (1. Alph. 22. plag. & Fig. plag. 27), altera ibidem A. 1673. in fol. (plag. 10. & Fig. plag. 14).

§. 14. Nec forte e re eſſet *Wilhelmi Dilichii Peribologiam* (Franc. 1640. in fol 2. Alph. 2. plag. Tab. 409. ſeu 9. Alph. 11. plag.) in ſcenam adducere, quoniam Architecturæ militaris periti multa ad praxin proficua in ea reperient. Idem quoque edidit Scholam militarem (Franc. ad Mœn. 1689 in fol. 10. Alph. 13. plag. cum ingenti numero figurarum partim æri, partim ligno inciſarum), in qua omnia ad bellum tam veterum, quam noſtris moribus neceſſaria deſcribuntur & illuſtrantur.

§. 15. In eadem ſcena mimi vices adimplebit *Wendelinus* Schildknecht/ qui muniendi formam Batavam ſtylo hiſtrionico deſcribit (Stetini 1652. in fol. plag. 129. & fig. plag. 20½).

§. 16. Eclecticam quandam muniendi formam ex *Antonii de Ville*, *Comitum de Pagan & Vauban* methodis deductam propoſuit Autor Anonymus in libro, cui titulus *Nouvelle maniere de fortifier les places, tirée des methodes du chevalier de Ville &c.* (Amſtel. 1689. in reg. 12. plag. 10. Tab. 15), qui regulas Architecturæ militaris bene explicat ſimulque ideam exhibet, quomodo

modo diverſorum Architectorum muniendi formas una ad praxin transferre liceat. *Antonii de Ville* Ars muniendi prodiit *Amſtel.* A. 1675. recuſa juxta editionem Pariſinam. A. 1672. in 8. (1. Alph. 3. plag. cum figuris multis partim textui inſertis, partim ſeorſim excuſis). Multa hic diſtincte exponuntur, quæ alibi vel omittuntur, vel ſtrictim proponuntur.

§. 17. Hactenus recenſitas muniendi formas omnes, ſola Landsbergiana excepta, una cum aliis a nobis brevitatis ſtudio prætermiſſis atque propriis breviter deſcribit & ad examen revocat, vir in hoc ſtudiorum genere probe verſatus ſæpiusque jam nobis laudatus *Sturmius* in Architectura militari hypothetica & eclectica (Noribergæ 1702. in 8. plag. 10. & fig. plag. 6), ex quo adeo libro brevi temporis ſpatio cognoſcere licet, quæ alias ex vaſtis voluminibus cum multo ſumtuum & temporis diſpendio forent conquirenda.

§. 18. Reſtat ut de iis Autoribus dicamus, qui in gratiam Architecturæ militaris ſtudioſorum libros ediderunt. Commendandi hic nobis ſunt *Don Sebaſtian Fernandez de Medrano* in Architectura militari, quæ ſub titulo *Ingenieur practique* Bruxellis 1696. in 8. (1. Alph. Tab. 35) lucem adſpexit; Cl. *Ozanam*, cujus Tractatus de Architectura militari (Traité de Fortification) Pariſiis 1694. in 8. reg. (17. plag. Tab. 44.) prodiit; *Eques de S. Juliano* ſupra laudatus, cujus Architectura militaris publicata eſt ſermone Gallico, Hagæ Comitum 1705. in 8. (plag. 11. Tab. 25.). In eundem cenſum venit Anonymi Architectus militaris Gallicus ſupra laudatus (§. 5).

§. 19. In vernacula noſtra notiſſimi ſunt libri ſequentes: 1. *George Conrad Martii* Europäiſcher *Ingenieur* (Norimb. 1696. in 8. 2. Alph. 16. plag. Tab. 60.), qui præter *Architecturam* militarem etiam *Arithmeticam* & Geometriam practicam prolixe tradit: 2. *Joh. Heinrici* Behrs aufs neu verſchantzter Turenne oder gründlich-alt und neue Kriegs-Baukunſt (Franc. 1690. in 8. 1. Alph. 16. plag. Tab. 32.): 3. Johann Sebaſtian Grubers Friedens- und Krieges-Schule (Norimbergæ 1697. in 8. 2. Alph. 11½. plag.): 4. Ejusdem Examen Fortificatorium (Lipſiæ 1703. in 8. 1. Alph. 22. plag. Tab. 19.): 5. ejusdem neuer und gründlicher Unterricht von der heutigen *Fortification* und *Artillerie* (Norimb. 1700. in 8. 1. Alph. 17. plag. plag. 16.) aliique.

§. 20. Regulas fundamentales Architecturæ militaris qui cognoſcere avent, iis abunde ſatisfaciet *Johannes Jacobus* Wertmüller in Theatro regularum fundamentalium

um *Architecturæ* militaris tam veterum, quam recentiorum (Francof. ad Mœn. 1691. in 8. 1. *Alph*. 20. plag. Tab. 12.) & in Lapide Lydio *Architectorum* militarium (Franc. 1685. in 8. 16. plag. Tab. 4.) tum etiam in Apologia fortificatoria, in qua Belgicam muniendi formam defendit, quamvis eam aliqua emendatione indigere fateatur (Franc. 1691. in fol. 1. Alph. 15. plag. & Fig. plag. 16.)

§. 21. Quæ in excitatione munimentorum obſervari merentur, docent *Johannes* Faulhaber in Schola Architectorum militarium (Norimb. 1637. in 4.) Heer in Praxi Artis muniendi (§. 13) & inprimis *Lambertus Lambion* in Praxi Architectonica [Der Bau*Practica*] (Viennæ 1696, in 8. plag. 16. & Fig. plag 1½.)

§. 22. De praxi militari tam offenſiva quam defenſiva data opera ſcripſit *Goulon* in libello Gallico, cui titulus: *Memoires pour l'Attaque & pour la defenſe d'une Place* (Hagæ Comitum 1706. in 8. plag. 13. Tab. 4.) & qui eodem adhuc anno recuſus Weſelii in 8. reg. (plag. 5. Tab. 4.) poſtea in Germanicum idioma translatus (Norimb. 1709. in 8. plag. 5½. Tab. 4.)

§. 23. *Johannes Teyler* in Architectura militari (Rot. 1697. in 4. plag. 8. Tab. 41.) ad Architecturam militarem Algebram applicare cœpit: quale Specimen Algebræ ad Artem Fortificatoriam applicatæ, diverſum prorſus a *Teyleriano* etiam dedit Cl. *Joh. Matthias Haſius* (Lipſiæ 1707. in 4. plag. 3½. Tab. 1.)

# FINIS.

# INDEX
## RERUM ET VERBORUM.

### A.

*AB*, 722. 724. 725
*Abalphatus Aſphabanenſis* 1023
*Aben meh* 722
*Aberratio radiorum* teleſcopiis nociva 283
*Acceſſus* in obſidione urbium 927 & ſeqq.
*Acclivitas* in Architectura militari quid denotet 885
*Acronyctus occaſus*. Definitio, 428. ſupputatio 429.
*Acronyctus ortus*. Definitio, 427. ſupputatio 429
*Actiaca æra*, 748
*Actiacus* annus, 721
*Acus magnetica*. Definitio, 676. declinatio, 676. 678. 679. fabrica, 677
*Adar*, 722. *prior* & *poſterior* 724.
*Adar meh*, 722
*Adnata*, 6
*Adſpectus*. Definitio, 565. ſigna, 565. ſupputatio, 566.
*Ædificium*. Commoditas, 936. Firmitas, 936. Fundamentum, 976 & ſeqq. Ornatus, 936. 937. Utilitas, 936
*Ægyptiacus*, annus, 721.
*Æqualia* quænam appareant, 10. 38. quando inæqualia appareant, 47. 53
*Æquator*. Definitio, 377. Elevatio ſeu altitudo, 382. 383. 404. Poli, 378. Profunditas, 382. 383. Uſus in metiendo tempore 407 & ſeqq.
*Æquatio* centri, 508. epactarum, 762. temporis, 519.
*Æquatio menſtrua*. Definitio, 546. ſupputatio, 548.
*Æquinoctialia puncta*, 399.
*Æquinoctialis* circulus, 378. 612.
*Æquinoctiorum* Colurus, 403
*Æquinoctium*. Definitio, 399. Obſervandi modus, 508. Species, 399.
*Æra*. Definitio, 717. Species, nempe Actiaca, 748. Græcorum eccleſiaſtica, 739. Hegiræ, 741. Hiſpanica, 748. Judaica, 739. Martyrum, 740. Perſica, 746. Yezdegerdica, 746
*Aerei globi*. Definitio, 851. Compoſitio, 855
*Aerometrica* ſcripta. 1043
*Æſtas*. Definitio, 629. Initium, 634. 635. Numerus, 634
*Æſtimatio* itineris marini, 688
*Æſtiva* ſigna, 399
*Æſtivum* punctum, 399. Solſtitium, 399
*Æthiopicus* annus, 721. 722
Aeuſſere Polygon/ 885
*Affirer meh*, 722
*Afrudia meh*, 722
*Africus*, 658. 659
*Aiyar*, 722
*Ala*. Definitio, 883. Figura, 888. Lon-

Longitudo, 888. Retractio, 889.
*Ala ſecundaria*, 884
*Albategnius*, 1049. 1051
*Alberti* (Andreas), 1048
(Leo Baptiſta) 1063. 1064
*Alcor*, 420
*Alhazen*, 1045
*Alphonſus XI*, Rex Caſtiliæ, 1054
*Alſanus*, 658. 659
*Altitudines apparentes* quando æquales, 383
*Altitudo* 379. apparens, 379. vera, 379. Menſura, 382. Parallaxis, 451. 452. 453.
*Altitudo æquatoris* quomodo obſervetur, 397. 398. quomodo ſupputetur, 382. 383. 404.
*luminoſi*, 25
*meridiana*. Obſervatio, 392. 394. 395. ſupputatio, 405. Uſus, 392
*nonageſimi*. Definitio, 413. Menſura, 413
*objecti*, e data diſtantia viſibilis, 621 quomodo inveniatur, 27. 28. 31 & ſeqq.
*oculi*, 91
*poli*, 397
*Solis* quomodo ſupputetur, 26. 409. quomodo per globum reperiatur, 663. 442.
*Stellæ*, quomodo ſupputetur, 433. 434 quomodo per globum inveniatur, 442.
*valli*, 890
*Ambulacrum* valli, 882.
*Amphibleſtroides*, 7
*Amphiſcii*, 645
*Amplitudo occidua*. Definitio, 404. ſupputatio, 406. 425, per globum inventio 440. 441. 660
*ortiva*. Definitio, 404. ſupputatio, 406. 425. per globum inventio, 440. 441. 660
*Analemma ſigniferum*. Definitio, 810. conſtructio, 811. Uſus, 811 & ſeqq.
*Analytica* ſcripta. 1027 & ſeqq.
*Anamorphoſis* Definitio 113. Delineatio, pro oculo nudo, 113. 114. polyedro, 253. ſpeculo conico, 184. cylindrico, 180 & ſeqq. pyramidali, 185
*Anamorphoticæ* machinæ, 182. 184.
*Andromeda*, 420.
*Angle* diminué, 885.
de l' epaule, 885.
du flanc, 885
flanquant exterieur, 885
interieur, 885
flanqué, 885
*Ango* (Petrus), 1047
*Anguli* ſpecies in triangulo ſphærico quomodo determinetur, 354
*Anguloſa*, quando appareant rotunda, 35
*Angulus* ad Solem, 533. ad Terram, 533. centri, 884. Commutationis, 533. defendens exterior, 884. interior, 884. Eclipticæ cum Meridiano, 405. elongationis, 533. 536. humeri, 884. imminutus, 884. incidentiæ, 122. 192. inclinationis, 192. loxodromiæ ſeu loxodromicus, 681. obliquitatis eclipticæ, 401. opticus ſeu viſorius, 38. orientis, 414. 430.

431. parallacticus, 451. polygoni, 884. propugnaculi, 883. 884. 890. reflexionis, 122. refractus, 193. 195. 197. refractionis, 192. 195. 197. ſphæricus, 319. 324. 327. 328,
*Annuli ſolares* particulares, 824. 825. univerſales, 822.
*Annulus* Saturni, 477
*Anni gratiæ*, 740. 741
*Annus*. Definitio. 716. Character, 767. Principium. 717. Reductio ab epocha una ad alteram, 717. Species, nempe aſtronomicus Solaris, 716. lunaris 716. & civilis, 716. bisſextililis, ſeu embolimæus aut intercalaris, 716. 720. communis, 716. fixus, 716. vagus, 716.
*Annus confuſionis*, 720.
*Annorum civilium* formæ diverſæ, 718 & ſeqq. nempe Annus Actiacus, 721. Ægyptiacus Nabonaſſareus, 721. Æthiopicus, 721. 722. Arabum, 725. Gelaleus, 722. Græcorum, 722. Gregorianus, 720. Hebræorum antiquus & recens, 724. Judaicus ordinarius vel embolimæus, 767. abundans, 763 vel deficiens, 767. Julianus, 720. Macedonicus antiquus & recentior, 723. Numæus, 718. 719. Perſicus, 722. Romanus vetus, 718. Romulæus, 718. Syriacus, 722. Turcarum, 725. 776. Yezdergedicus, 722
*Annuus* telluris motus evictus, 505 & ſeqq.
*Anomalia media* ſ. *ſimplex*. Definitio, 508. ſupputatio, 514
*Anomalia eccentri*. Definitio, 508. ſupputatio, 516. 517.
*Anomalia vera*, vel *coæquata*. Definitio, 508. ſupputatio, 515. 516.
*Anomalia ſecundo æquata* ☽ quomodo inveniatur 549
*Anomaliæ* motus, 542
*Anomaliſticus menſis*. Definitio, 514. quantitas, 544.
*Anta*, 945
*Antares*, 420
*Antarcticus* polus, 377 polaris circulus, 403
Ανθεςηριών, 723.
*Anticuniculus*, 893
*Antinous*, 420.
*Antipodes*. Definitio. 651. proprietates, 664. ſtatus, 651 & ſeqq. quomodo per globum reperiantur, 663.
*Antœci*. Definitio. 651. proprietates, 664. ſtatus 651 & ſeqq. quomodo per globum reperiantur, 663
*Apeliotes*, 658
Απελλαῖος, 723. 724.
*Apertura* lentis in teleſcopio, 282. 283.
*Aphelium*. Definitio, 507. locus, 528. 529. 530. motus, 528. 530
Αφροδίσιος, 724
*Apis*, 420.
*Apogæum*. Definitio, 507. inventio, 512 & ſeqq. motus, 517 & ſeqq.
Απογονικός, 724
*Apollodorus*, 1013.
*Apollonius Pergæus*, 1005. 1022. 1023. 1026. 1027. 1028.
*Apophygis*. Definitio, 948. Delineatio, 950.

tio,

*Apparens magnitudo.* Definitio, 38. Ratio, 39.
ſtellarum quotuplex 421.
*Apparentia* quid ſignificet in Perſpectiva, 91
*Apparentia* lineæ, plani, ſolidi, 91. umbræ, 107 & ſeqq.
*Approches*, 927
*Aprilis*, 718. 720.
*Apſidum linea*, 507
*Aquarius*, 420
*Aquaticus* globus, 856.
pyrobolus, 851. 856
*Aqueum* microſcopium, 294. 295
*Aqueus* humor, 7
*Aquila*, 420
*Aquilo*, 657. 659
*Ara*, 420
*Arabum* annus, 725.
*Arachnoides*, 7
*Aræoſtylon*, 963
*Aranea*, 7
Ἀρχιερεύς, 724
*Archimedes*, 1015. 1021. 1037. 1042
*Architecti* requiſita, 935
*Architectonica* membra, 947. 953
*Architectura civilis.* Definitio 935. Regulæ quomodo inveniantur, 935. Scriptores 1063 & ſeqq.
*Architectura militaris.* Definitio, 881. Principia, 881 & ſeqq. uſus, 880. Scriptores, 1069 & ſeqq.
*Arctapeliotes*, 657
*Arcticus* polus, 377
*Arcticus* polaris circulus, 403
*Arcturus*, 420
*Arcus* circulorum Sphæræ ſimiles, 320.
*Arcus inter centra.* Definitio, 569. ſupputatio, 569.
*Arcus* inter columnas delineatio, 970. 971.
*Arcus* quando inſtar rectæ appareat, 54.
*Arcus viſionis.* Definitio, 428. Obſervatio, 429. quantitas, 430
*Ardihasht meh*, 722
Ἀρεῖος, 724
*Argeſtes*, 658. 659
*Argo* navis, 420.
*Argumentum menſtruum* latitudinis, 552.
longitudinis, 546.
*Aries*, 420
*Ariſtæus*, 1018
*Ariſtarchus* Samius, 1015
*Arithmetica* ſcripta, 1016 & ſeqq.
*Armillaris* ſphæra, 403
*Arnaldus*, 1021
Ἀρτεμίσιος, 723. 724
*Artificiales* characteres in chronologia, 726
*Artificialis* dies, 707
oculus, 11
*Artilleria*, 837.
*Arx*, 921
*Aſcendens* nodus, 533
*Aſcenſionalis differentia.* Definitio, 404. Supputatio pro Sole, 406. pro fixis, 425
*Aſcenſio obliqua.* Definitio, 404. Supputatio pro Sole, 406. pro fixis, 425. inventio per globum, 439. 441. 663.
*Aſcenſio recta.* Definitio, 403. Differen-

ferentia, 415. ſupputatio pro Sole, 405. pro fixis, 423. 424. inventio per obſervationem, 416. per globum, 439. 441. 663. refractio, 449. 450
*Aſcii*, 645. 648
*Aſini*, 420
*Aſteriſmi*. Nomina, 420. 421. Ortus, 420
*Aſtragalus*. Definitio, 948. Altitudo, 956. Delineatio, 948.
*Aſtrognoſia*, 421.
*Aſtronomia*. Definitio, 373. Uſus, 371. 372. ſpecies, nempe Sphærica 373. Theorica, 373. Scriptores, 1049 & ſeqq.
*Aſtronomicæ* horæ, 709.
  obſervationes, 373. 1049. 1050
*Aſtronomici* characteres, 726.
  Quadrantis conſtructio, 384.
  tubi in terreſtrem converſio, 271. 281
*Aſtronomicus* menſis, 715
  tubus. Definitio, 262. campus, 273. Conſtructio & ratio 269. Contractio, 104 & ſeqq. effectus, 271 & ſeqq. fulcra, 277
*Athenæus*, 1013.
*Athyr*, 721.
*Atlantes*, 945.
*Atmoſphæra* Lunæ evicta, 471.
Αυδυναῖος, 723. 724
*Auguſtus*, 720
*Aureus numerus*. Definitio, 731. Inventio, 731. Uſus, 753
*Auriga*, 420
*Aurora*, 454
Auſſen-Wercke / 893
*Auſter*, 656. 658. 659
*Auſtrale* hemiſphærium, 378
  triangulum, 420
*Auſtralia* ſigna, 399
  Nodus 533
*Auſtralis* piſcis, 420
  polus, 377
*Auſtro-Africus*, 658
*Autumnale* æquinoctium, 399
  punctum, 399
*Autumnalia* ſigna, 399
*Autumnus*. Definitio, 629. Initium, 635
*Auzout*, 1014
*Axis* incidentiæ, 191
  lentis, 192
  mundi, 377
  opticus, 65
  refractionis, 191.
  ſphæræ, 320.
  telluris, 612
*Azimuthum*. Definitio, 404. Supputatio, 405. per globum inventio, 440. 441. 663

B.

*Babylonicæ* horæ, 709
*Bachetus* (Caſpar), 1028
*Bacon* (Rogerius), 1045
*Baculus* horodicticus, 821
  pyroboliſticus, 853
*Baker* (Thomas), 1029
*Baldus* (Bernhardinus), 1013. 1063
*Balianus* (Johannes Baptiſta) 1039. 1043.
*Banquette*, 886.
*Baptiſmus* globi incendiarii, 847
*Bara* (J.), 1048

*Baratteri* (Johannes Baptiſta), 1067.
*Barbarus* (Daniel), 1063
*Barlaamus* Monachus, 1017
*Barrow* (Iſaacus), 1020. 1025. 1026. 1029. 1047.
*Bartholinus* (Eraſmus) 1029.
*Bartſchius* (Jacobus) 1036.
*Baſe*, 859
*Baſis* columnæ, 947. 957
ſtylobatæ, 947. 957
tabulæ, 90
*Baſtion*, 885.
*Batarde*, 859
Batterie /925
*Bayerus* (Johannes Hartmannus), 1018. (1026.
(Johannes), 1056.
de *Beaune* (Florimundus), 1029
Bedeckter Weg/ 886
Beer (Thomas Leonhardus), 1067
*Behen meh*, 722
*Behr* (Johannes Henricus), 1072
*Beigh* (Ulugh), 1055
*Belgica* muniendi forma, 896 & ſeqq.
*Bellici* ignes, 842. & ſeqq.
Βενδιδαῦος, 724
*Berme*, 886
*Berenices* coma, 420
*Bernoulli* (Jacobus), 1030. 1057
(Johannes), 1033. 1061
*Beſſon* (Jacobus), 1041
Beſtrichener Winckel/ 885
*Beveregius* (Guilielmus), 1059
*Bierum* (Henricus), 1062
de *Billy* (Jacobus), 1025
*Binoculus* tubus, 284
*Bion* (Nicolaus), 1056. 1062
*Biquintilis*, 566
*Biton*, 1013
*Blanchini* (Franciſcus), 1059
*Bleau* (Guilielmus), 1056
*Blondellus* (Franciſcus), 1059. 1065. 1068. 1069
*Boethius* (Anitius Manlius Severinus), 1017
*Bœcklerus* (Georgius Andreas), 1026. 1042. 1044. 1064. 1068
Böſchung / 885
Βοὴ δρομιῶν, 723
Bollwerck/ 885
Bollwercks-Winckel/ 885
*Bomba.* Definitio, 842. Compoſitio, 843
*Bonanni* (Philippus), 1048
*Bonjour* (Guilielmus), 1059
*Bootes*, 420
*Borapeliotes*, 657
*Boreale* hemiſphærium, 378
*Borealia* ſigna, 399
*Boreas*, 657. 659
*Borellus* (Johannes Alphonſus), 1039.
*Borgsdorf* (Fridericus Erneſtus), 1070
*Borolibycus*, 658
de Sacro *Boſco* (Johannes), 1060
*Boſſe* (Abraham), 1048
*Boyle* (Robertus), 1043
*Branca*, 1065
*Brandius* (Auguſtinus), 1068
*Braunius* (Erneſtus), 1067
*Breviſſima* linea in ſuperficie Sphæræ, 329
*Briggius* (Henricus) 1019. 1036
Brille/ 893
*Brumale* punctum, 399
ſignum, 399

ſol-

ſolſtitium, 389
Bruſtwehre/ 886
*Buchnerus* (Johannes Sigiſmundus), 1067
*Bul*, 724
*Bullialdus* (Iſmaël), 1025. 1031. 1052. 1055. 1057.
*Burgundiæ* Dux, 1021
*Byrgius* (Juſtus), 1027. 1033. 1036. 1049.

C.

*Cæcias*, 658. 659
*Calculus* eclipſium, 843 & ſeqq. 1058
*Calendæ*, 719
*Calendarium* correctum, 765. Gregorianum, 755. Judaicum, 766. Julianum, 748. 751. Muhamedanum, 776.
quomodo conſcribatur, 765. 766
*Calibra*, 859.
*Calibræ Regula*. Definitio, 860. Structura, 860. Uſus, 861
*Calippica* periodus, 732
*Calviſius* (Sethus), 1059
*Camera obſcura*. Demonſtratio, 21. inventor, 13. ſtructura, 243 & ſeqq. uſus, 245
*Camera obſcura* imagines erectas repræſentans, 242. 243
*Camini* exſtructio, 996
*Campeſtria* munimenta. Definitio, 923 Delineatio, 923 & ſeqq.
*Cancer*, 420
*Cancri* tropicus, 613
*Candalla* (Franciſcus Fluſſates), 1019.
*Candelæ* imago reflexa a ſpeculo concavo, 168
*Canes* venatici, 420
*Canis* major, 420
minor, 420
*Canon*, 859
*Cantzlerus* (Bernhardus), 1026
*Canun* prior & poſterior, 722
*Capella* cum hœdis, 420
*Capitale*, 885
*Capitalis* linea, 883
*Capitulum*. Definitio, 947. Altitudo, 957
*Capricornus*, 420
*Capricorni* tropicus, 613
*Caput Draconis*, 541
*Carbas*, 658 659
*Carbones* ad pulverem pyrium utiles, 838. 839
*Cardanus* (Hieronymus), 1028
*Cardi* meh, 722
*Cardinales* plagæ, 656
venti, 657
*Cardo* meridiei, 380. quomodo inveniatur, 390 391. mundi, 380
occidentis, 380. quomodo inveniatur, 392
Orientis, 380. quomodo inveniatur, 391
Septentrionis, 380. quomodo inveniatur, 390. 391
*Carré*, 1031
des Cartes (*Renatus*), 1029
Carthaune/ 858
*Caryatides*, 945
*Caſatus* (Paulus), 1038
*Casleu*, 724. 725
*Casſini* (Dominicus), 1050. 1059
filius, 1050

*Caſſiopea*, 420
*Caſtellum*, 921 & ſeqq.
*Caſtor*, 420
*Caſus* ſcrupula, 571.
*Caſwellus* (Johannes), 1015.
*Catalogi* fixarum hiſtoria, 419. 1055
*Cataneo* (Petrus), 1065
*Cathetus* incidentiæ, 122. oculi, 122. obliquationis, 122. reflexionis, 122.
*Catini* ad poliendum vitra, 307
*Catoptrica*. Definitio, 121. Uſus, 120
*Catoptrica machina*, imagines multiplicans & deformans, 142. 145. 147.
*Catoptricæ ciſtulæ*, 143. 145. 147. 173
*Catoptrico-Dioptrica* machina, 302.
*Catoptrico-Dioptricum* teleſcopium, 276 & ſeqq.
*Cavalerius* (Bonaventura), 1022. 1037
*Cavallier*, 897
*Cavarum* lentium proprietates, 254 & ſeqq.
*Cauda Draconis*, 541
*Caurus*, 658. 659
*Cauſticarum* lentium effectus & ratio, 236
*Cauſtica ſpecula*. Effectus, 166. Hiſtoria, 165. 166. Materia, 167. Ratio, 164
de *Caux* (Salomon), 1044
*Celeritas* diverſa quando appareat eadem, 67. quando major videatur, 68
*Centaurus*, 420
*Cepheus*, 420
*Cetus*, 420
*Ceva* (Thomas), 1014. 1043
a *Ceulen* (Ludolphus), 1025
*Chaldaicum* ſcrupulum, 713
*Chamberus* (Johannes), 1017
de *Chambray* (Roland Freard), 1065
*Champdore* (Duræus), 1065
*Character* anni 767. enneadecaëteridos, 767. menſis, 767
*Characteres chronologici* artificiales, 726. hiſtorici, 726. naturales, 726
*Charta* pergamena quomodo pellucida reddatur, 143
*Charta* reductionis, 691
*Chemin convert*, 886
*Cherubin* d'Orleans, 1046
*Cheynæus* (Georgius), 1032
*Chojac*, 721
*Chorda*, 883
*Choroides*, 7
*Chriſtmannus* (Jacobus), 1060
*Chronologia*. Definitio, 707. Scriptores, 1058. uſus, 706.
*Ciliare* ligamentum, 7
*Ciliares* proceſſus, 7.
*Circius*, 659
*Circumvallatio*, 927
*Circularis* navigatio, 695. 701
*Circuli* figura vera quando appareat, quando non, 56
in ſphæra polus, 320
projectio, 46
*Circuli* excurſuum, 403. horarii, 789. polares 403. 613. ſphæræ mundanæ, 377. 380 & ſeqq. quinam in ſphæra paralleli, 326. 327.
*Circulus* æquinoctialis, 378. 612. declinationis, 380. diurnus, 378. eccentricus, 507. immotus, 377. latitudinis, 417. mobilis, 377. ſphæræ maximus, 320 & ſeqq. verticalis, 379

*Circulus* quando videatur oblongus, 56
*Ciſtulæ catoptricæ*, 143. 145. 147. 173.
*Civilis* dies, 707.
menſis, 715. 716
*Clark* (Samuel), 1046
*Claramontius* (Scipio), 1057.
*Clavius* (Chriſtophorus), 1011. 1020. 1027. 1060. 1061
*Clima*. Definitio. 636. Finis, 636. initium & medium, 636. numerus, 641. 645
*Cochlidium*. Definitio, 999. delineatio, 999
de *Coehorn* (Minno Baro), 1063. 1068
*Cæleſte* ſignum, 399
*Cæli* mediatio. Definitio, 426. Supputatio, 426. Inventio per globum, 439
*Cætſius* (Henricus), 1062
*Coitus* ſtellarum, 480
*Collaterales* plagæ & venti, 657
*Collins* (Johannes), 1015
*Collum*. Definitio, 883. Quantitas, 889. 890
*Colorum* geneſis, 34 & ſeqq.
in Luna ecclipſata cauſæ, 468
*Columellæ*, 945
*Columna*. Definitio, 947. Altitudo, 957. conjugatio, 967. contractio, 946. erectio ſuper aliis, 974. 975. Scenographia, 945
*Columna parietina* 945
*Coluri*. Definitio & ſpecies, nempe Colurus æquinoctiorum & ſolſtitiorum, 403
*Coma* Berenices, 420
*Combachius* (Johannes), 1045
*Cometa*. Definitio, 595. Diſtantia a Sole, 597. & a terra, 600. 601. longitudo & latitudo 595. 596. motus proprius 598. orbita, 598 & 599. parallaxis 599. phœnomena, 602 & ſeqq. Scriptores, 1056. 1057
*Commoditas* ædificii, 936
*Communicationis* linea, 927
*Communis* motus. Definitio, 375. phœnomena, 403 424
*Commutationis* angulus, 533
*Compaſſus* nauticus, 677
*Computus cyclicus* paſchatis Julianus 754 & Gregorianus 764
*Concava* ſpecula. Definitio, 121. fabrica, 161 & ſeqq. proprietates & phœnomena 163 & ſeqq.
vitra. Definitio, 192. proprietates, 254 & ſeqq.
politura, 312
*Conclavia* ſpecularia, 148
*Conclavium* regulæ, 989 & ſeqq.
ſcenographia, 104
*Concurſus* punctum, 192
*Conicum ſpeculum*. Definitio, 121. Fabrica, 174. anamorphoſes, 184
*Coni* ſcenographia, 102
*Conjunctæ partes* in triangulis, præſertim ſphæricis, 341
*Conjunctio*. Definitio 480. ſpecies, nempe centralis, corporalis, magna, maxima, platica, 566
*Conradi* (Johannes Michaël), 1047
*Conſtantinopolitana* periodus, 732
*Contigua* quænam appareant, 11
quando appareant disjuncta, 59

*Continua* quænam appareant, 11
quando appareant, 59. 60
*Continui* notio, 60
*Contreguarde*, 893
*Contremine*, 893
*Contreſcarpe*, 886
*Convexa* lens. Definitio, 192. Diameter quomodo indagetur, 242. effectus & phœnomena, 231. 242 & ſeqq. tritura 309. 310. politura, 311 & ſeqq.
*Convexum* ſpeculum. Definitio, 121. Fabrica, 140. proprietates, 149. 160. uſus in arte pictoria, 156
*Copernicus* (Nicolaus), 1034. 1049. 1051. 1053. 1054. 1056
*Coriacea* tormenta, 865
*Corinthius* Ordo, 955. 963
*Cor Leonis*, 420.
*Cornea*, 6
*Cornutum opus*. Definitio, 893. Delineatio, 904
*Coronæ*, lucida, 420.
*Corona* meridionalis & ſeptentrionalis, 420
*Coronatum* opus. Definitio, 893. Delineatio, 904
*Coronis*. Definitio, 947. Altitudo, 957
*Coronix*. Definitio, 947. Altitudo, 957
*Corporum* mundi totalium ortus ac interitus, 595
*Corpus* illuminatum, 5. lucidum, 5. opacum, 5
quando ſuperficies appareat, 54
*Cor* Scorpii, 420
*Corus*, 658. 659
*Corvus*, 420
*Coſmicus* occaſus. Definitio, 427. ſupputatio, 429
ortus. Definitio, 427. ſupputatio, 429
*Cotes* (Royerus), 1041
*Coulevrine*, 859
*Courtine*, 885
*Crabtrius* (Guilielmus), 1050
*Craige* (Johannes), 1032
*Crates*, 420
*Craticula* ectypi & prototypi, 182
architectonica, 978
*Crepuſculum*. Definitio, 454. Calculus, 456. 457. Geneſis, 455. Inventio per globum, 458. 663
*Crux* gnomonica, 822
*Cryſtallinus humor*. Definitio, 7. Effectus 10. Figura 8
*Cubi* Scenographia, 100
*Culminatio*. Definitio, 393. Inventio, 393. 425
*Culverin*, 859
*Cunette*, 893
*Cuniculi ſubterranei*, 874 & ſeqq.
*Cunitia* (Maria), 1054
*Cupula*, 893
*Curtatio*. Definitio, 533. Supputatio, 536
*Curvæ* verſus eandem rectam cavæ, 328
*Cyclicus* computus paſchalis, 754. 764
*Cyclus* magnus paſchalis, 732
*indictionum*. Definitio, 731. ſupputatio, 731. 735
*Lunæ*. Definitio, 730. Quantitas, 730. 731. Supputatio, 735
*Solis*. Definitio, 727. Supputatio,

tatio, 728. 735. Tabula, 728 & ſeqq.
*Cygnus*, 420
*Cylindricum* horologium, 817 & ſeqq.
  inclinatum, 822
*Cylindri* ſectio obliqua, 177
  ſcenographia, 100
*Cylindricum ſpeculum.* Definitio, 121. effectus & phœnomena, 178 & ſeqq. fabrica, 174. anamorphoſes, 180 & ſeqq.
  cavum, 182. 183
*Cylindrus* pyrotechnicus, 843
*Cymatium doricum.* Definitio, 948. Altitudo, 956. Delineatio, 949
*Cymatium Lesbium.* Definitio, 948. Altitudo, 956. delineatio, 950

D.

Δαίσιος, 723. 724
*Daſypodius* (Conradus), 1020
*Daviler*, 1065
*December*, 718. 720
*Dechales* (Claudius Franciſcus Milliet) 1007. 1020. 1026. 1037. 1040. 1043. 1044. 1060. 1061. 1066. 1067
*Decilis*, 566
*Declinatio.* Definitio, 380. Mutabilitas, 398. obſervatio, 398. inventio per globum, 438. 439. Parallaxis, 452. 454. Refractio, 449. 450. Supputatio, 404. 423
  *acus magneticæ.* Definitio, 676. obſervatio, 678. 679
  *eclipticæ maxima.* Mutabilitas, 400. obſervatio, 399. 642. Quantitas, 401
*Declinationis* circulus, 380
*Declinatorium inſtrumentum.* Definitio, 800. Fabrica, 801. Uſus, 801 & ſeqq.
*Defenſio* munimenti unde petenda, 886
*Defenſionis* linea, 884. 886
  quantitas, 886
*Deformes* fœminæ cur e longinquo appareant pulchræ, 56
*Dehors*, 893
*Delineatio* objecti mechanica, 89
*Delineatoria* regula, 965
*Delphinus*, 420
Δημαρχεξάσιος, 724
*Demilune*, 893
*Demontioſius* (Ludovicus), 1063
*Denticuli.* Definitio, 952. Delineatio, 966
*Deſargues*, 1048. 1067
*Deſcenſio obliqua.* Definitio, 404. Inventio per globum, 441. Supputatio, 406. 425
*Desgodez* (Antonius), 1066
*Dettonvillæus*, 1023
*Diameter apparens* Solis, quomodo obſervetur, 483 & ſeqq. quanta 484. 485
  Lunæ, quanta ſit 485
  Planetarum & fixarum quomodo obſervetur, 484. quanta, 486
*Diaſtylon*, 968
*Dies.* Definitio, 636. inæqualitas, 529 Longitudinis ſupputatio, 408. 409 & per globum inventio, 440. 663. Nomina, 711. ſpecies, nempe civilis & naturalis, 707. Viciſſitudines per terram, 638 & ſeqq.

*Dies*

*Dies* iidem ubi locorum æquales, 640.
ubi datarum horarum, 666
*Dies longiſſimus.* Incrementa per terram, 640. Supputatio, 643
*rejicula*, 7·8
*Dieuſſart* (Carolus Philippus), 1065
*Differentia aſcenſionalis.* Definitio, 401
Supputatio, 406. 425
aſcenſionum rectarum quomodo reperiatur, 415
*deſcenſionalis*, 404
horaria meridianorum, 580. 581
*Digiti ecliptici.* Definitio, 570. Supputatio, 587
*Dilichius* (Wilhelmus), 1071
*Διμήτριος*, 724
*Di meh*, 722
*Diocletiana* Epocha, 740
*Dionyſiana* periodus, 732
*Diophantus*, 1028
*Dioptrica.* Definitio, 191. Principia, 195. 196. uſus, 190
*Δῖος*, 723. 724
*Directa* viſio, 5
*Directus* planeta, 480
radius, 5
*Diſperſus* punctum, 193
*Diſtantia* curtata. Definitio, 533. ſupputatio, 535
fixarum a vertice an variet, 489
geodætica locorum quomodo inveniatur 614
geographica quid ſit, 621. quomodo determinetur, 626 & ſeqq. quomodo per globum reperiatur, 668
Lunæ an variet 485
a terra quomodo inveniatur, 555 & quanta, 556
an variet, 485
objectorum unde colligatur, 60
Planetarum a Sole, 537
a Terra 536. 559. 560
Satellitum a ♄ & ♃, 554. 565
Solis ab apogæo Lunæ, 546
a Nodo Lunæ 546
a Terra, 556. 557. 558
Stellarum fixarum a ſe invicem 414. 415
a terra, 591. 592
*Diſtantiæ*, linea, 90
punctum, 91
*Diſtincta* viſio minutorum, 81
*Ditton* (Henricus), 1041
*Divergentes* radii quando ad ſenſum paralleli, 15. 16
*Diurnus* circulus, 378
motus Telluris evictus, 505 & ſeqq.
*Dominicalis* litera, 726. 727
*Doppelmeyer* (J. G.), 1062
*Dorado*, 420
*Doricum* Cymatium, 948. 949. 956
*Doricus* Ordo, 955. 959
*Draco*, 420
*Draconticus* menſis, 541
*Dulheggia*, 725
*Δύστρος*, 723. 724

E.

*Eccentricitas.* Definitio, 507. Supputatio pro Sole, 511 & ſeqq. pro Planetis ſuperioribus, 526 & ſeqq. pro inferioribus 530. 531 & Luna, 546.

546. Quantitas in Sole, 513. in Planetis, 537
*Eccentricus* circulus, 507
locus planetæ, 532
*Ecchellenſis* (Abrahamus), 1023
*Echinus.* Definitio, 948. Altitudo, 956. Delineatio, 948. 949
*Ecliptica.* Definitio, 398. 613. Diviſio, 399. ſymptomata, 401 & ſeqq.
*Eclipticæ* punctum cum ſtella culminans quomodo determinetur, 441
cum ſtella oriens, quomodo reperiatur, 412. 428. 441
*Eclipſis Lunæ & Solis.* Definitio, 567. 581. calculus; 577 & ſeqq. 589 & ſeqq. 1058. cauſa, 467. 465. duratio, 587. obſervatio, 589. 590. phœnomena, 465 & ſeqq. quantitas, 570. termini, 568. 582. typus, 578. 589
*Eclipſis partialis*, 567. 570
*totalis* cum vel ſine mora, 567. 570
Chriſto patiente præternaturalis, 581
*Ecphora*, 955
*Eimartus* (Georgius Chriſtophorus), 1051
*Eiſenſchmid* (Johannes Caſpar), 1036
*Elevatio* æquatoris & poli, 404
*Ellipticum ſpeculum.* Definitio, 121. effectus & ratio, 186
Ellrich (Daniel), 1067
*Elongationis* angulus, Definitio, 533. Supputatio, 536
*Elul*, 722. 724. 725
*Embraſures*, 893
*Engyſcopium*, 284
*Enneadecaeteris Judaica.* Character, 767. Definitio, 767
*Epactæ.* Æquatio, 762. Calculus, 573. Definitio, 573. Diviſio in annuas, 760. 763. 764 & menſtruas, 760. Tabula, 761. 762. Uſus, 764
*Epagomenæ*, 721
*Epiphi*, 721
*Epiſtylium.* Altitudo, 957. Epiſtylium, 947
*Epocha.* Definitio, 717. diverſæ ſpecies, nempe Chriſti vulgaris, 736. 737. Diei civilis, 708. Diocletiana, 740. Juliana, 747. mediorum motuum, 520. Muhamedana, 741. mundi conditi Alexandrina, 738. 739. Euſebiana, 739. 740. Græcorum hiſtoricorum, 738. Græcorum recentiorum & Ruſſorum, 737. Judæorum, 739. Nabonaſſarea, 743 & ſeqq. Olympiadum, 741 & ſeqq. Urbis conditæ, 742
*Equuleus*, 420
*Eratoſthenes*, 1028
*Eridanus*, 420
Ἔθανιμ, 724
*Eſplanade*, 886
*Eſslerus* (Johannes), 1053
*Eteſiæ*, 659
*Ethanim*, 724
*Euclides*, 1005. 1007. 1017. 1019. 1044. 1027. 1028
*Euroauſter*, 658
*Euronotus*, 659

*Eurus*, 658. 659
*Euſtylon*, 968
*Eutocius* 1015
*Excurſuum* circuli, 403

F.

*Faber* Stapulenſis (Jacobus), 1017
*Fabri* (Honoratus), 1048
*Face*, 885
*Facies* una cum tergo quomodo videatur, 146
*Facies*. Definitio, 883. Longitudo, 887
*Faculæ* ſolares, 462
*Falcon*, 859
*Falconet*, 859
*Famulus* pyrotechnicus. Definitio, 843. Compoſitio, 849
*Faſciæ* Jovis, 474
*Faucon*, 859
*Fauconneau*, 859
*Favonius*, 658. 659
*Faulhaber* (Johannes), 1033. 1073
*Fauſſebraye*, 886
du *Fay*, 1069
*Februarius*, 718. 720
Feld-Schlange, 858
*Feneſtra*. Definitio, 983. Delineatio, 987. Ornatus, 985. Regulæ, 983 & ſeqq. 987. 988. Scenographia, 105
*Fermatius*, 1029
*Feſta* immobilia, 748. 749
Judaica, 775. 776
mobilia, 750
*Feſtivi* ignes, 851
*Feu illée* (Franciſcus), 1061
*Figura* alarum, 888. irregularis quomodo ad regularitatem reducenda, 917. munimenti, 887. Solis, 461. 465. Solis a ſpeculo plano reflexi, 128. Terræ, 611. Theatrorum optima, 42. vera quando videatur, 56
*Finæus* (Orontius), 1019.
*Finitor*, 614
*Firmitas* ædificii, 936
*Fixæ ſtellæ*. Definitio, 376. Catalogi hiſtoria, 419. Declinatio, 417. Diſtantia a terra, 590. 591. figura in occultatione mutata, 469. locus quomodo determinetur, 414 & ſeqq. magnitudo apparens, 591. magnitudo vera, 590. motus communis, 424 & ſeqq. motus proprius, 422. 423. natura, 593. numerus, 591. occultationes, 481. parallaxis, 453
*Flammæ* e longinquo viſæ figura, 59
magnitudo, 52
*Flamſtedius* (Johannes), 1015. 1050. 1055
*Flanc*, 885
*Fluſſates Candalla* (Franciſcus), 1019
*Foci* exſtructio, 557
*Focus*. Definitio. 193. Locus in lentibus convexis, 231 & ſeqq. in ſpeculis concavis, 163 & ſeqq.
*Focus virtualis*. Definitio, 193. Locus in vitris concavis, 254 & ſeqq.
*Fomahant*, 420
*Forcipula compoſita*. Definitio, 892. Delineatio, 903
*ſimplex*. Definitio, 892. Delineatio, 903
*Forium* apertarum ſcenographia, 106

*Fornacum* exſtructio, 994 & ſeqq.
*Fornicum* exſtructio, 994
*Foſſa.* Dimenſionum ratio, 882. Latitudo, 883. Margo, 883
*Fournier* (Georgius), 1060
*Frenicle*, 1013
Freytag (Adam), 1067
*Friſius* (Gemma), 1018
*Frontiſpicium.* Definitio, 973. Delineatio, 973. 974. Regulæ, 973
*Fulcrum.* Definitio, 945. Regulæ, 946
*Fumans* globus. 843. 850
*Fumarii* regulæ, 997
*Fundamentum ædium.* Definitio. 976. Regulæ, 976 & ſeqq quale excitandum in loco aquoſo, 979. congeſtitio & paluſtri, 877. Structura, 978. 979

G.

*Gallicus*, 659
*Galilæanus* tubus, 262. 265 & ſeqq.
*Galilæus Galilæi*, 1027. 1039. 1045. 1056. 1057
Γαμηλιὼν, 723
*Gangeticus*, 658
*Gauppenius* (Johannes), 1062
*Gauricus* (Lucas), 1051
(Pomponius), 1063
*Gelaleus* annus, 722
*Gellibrand* (Henricus), 1036
*Geminatum* quando objectum appareat, 66
*Gemini*, 420
*Gemma* coronæ, 420
*Friſius*, 1018
*Geographia.* Definitio, 611. Scriptores, 1057
*Geographica mappa.* Definitio, 669. Conſtructio, 669 & ſeqq.
*Geometriæ* Scriptores, 1019
Geſichts-Linie / 885
*Ghetaldus* (Marinus), 1005. 1029. 1042
*Ginbat*, 722
*Girardus* (Albertus), 1010
*Glacis*, 886
*Globus aereus.* Definitio, 851. Compoſitio, 855
*aquaticus.* Definitio, 856. Compoſitio, 856
*cæleſtis.* Definitio, 434. Directio ad plagas mundi & ſitum cœli, 439. fabrica, 434 & ſeqq. uſus, 438
*fœtens.* Definitio, 843. Compoſitio, 850
*fumans.* Definitio, 843. Compoſitio, 850
granatis manualibus repletus, 847. 848.
*incendiarius.* Definitio, 843. baptiſmus, 847. ligatura, 846
*lucens.* Definitio, 843. 851. Compoſitio, 850. 854
*terreſtris.* Definitio, 851. Compoſitio, 857.
Definitio, 662. Fabrica, 662. Finis, 662. Uſus, 663 & ſeqq.
*Gnomonica*, 787
*Gnomonis* conſtructio & uſus, 394 & ſeqq.
*Goldmannus* (Nicolaus), 1027. 1066

Gooden

*Gooden* (Jacobus), 1037
*Gorge*, 885
Γορπιαῖ☉, 723. 724
de *Gottignes* (Ægidius Franciſcus), 1050
de *Graaf* (Abrahamus), 1008. 1030
*Graduum* æquatoris in tempus converſio, 408
in tellure quantitas, 617
*Græcorum* annus, 722
eccleſiaſtica æra, 739
*Græcus*, 657
*Granata*, 842
*Grando pyrotechnica.* Definitio, 843. Compoſitio, 845
*Graveſand* (G. J.), 1048
*Gravitas* verſus æquatorem decreſcit, 488. 489
*Gregorianus* annus, 720
*Gregorius* a S. *Vincentio*, 1023
*Gregorius* (David), 1019. 1032. 1047. 1053
Griendel *ab Aach* (Johannes Franciſcus), 1049. 1071
de *Grotte* (Alexander), 1070
Gruber (Johannes Sebaſtianus), 1072
*Grus*, 420
*Guarinus Guarini*, 1061
*Guiſnée*, 1030
*Guldinus* (Paulus), 1024
*Gulielmini* (Dominicus), 1044. 1067
*Guttæ.* Definitio, 952. Delineatio, 966

H.

*Habaſe*, 722
*Hallejus* (Edmundus), 1023. 1026. 1028. 1050
Halber-Mond / 893
du *Hamel* (Johannes Baptiſta), 1057
*Hamle*, 722
*Hanke* (Johannes), 1058
*Harriot* (Thomas), 1028
*Harris* (Johannes), 1010
*Hartſæker* (Nicolaus), 1046
Hauptlinie / 885
*Hayes* (Carolus), 1033
*Hazan* (Iſaacus), 1054
*Haziram*, 722
*Hebdomas*, 713
*Hebræorum* annus, 724
Ἑκατομβαιών, 723
Heer (Chriſtophorus), 1071
*Hegiræ* æra, 741
Heidenmann (Chriſtophorus), 1071
*Heliacus occaſus.* Definitio, 428. ſupputatio, 431. per globum inventio, 443
*ortus.* Definitio, 428. Supputatio, 431. per globum inventio, 443
*Heliocentricus* locus, 532
*Helioſcopium.* Definitio, 303. Conſtructio, 303. 304
*Helleſpontius*, 658
*Hemiſpærium* auſtrale ſeu meridionale, 378. boreale ſeu ſeptentrionale, 378. inferius, 379. ſuperius, 379
totum quando videatur, 81. quando non, 82
*Heniſchius* (Georgius), 1018. 1028
Ἡράκλει☉, 724
*Herberſtein* (Ferdinandus Erneſtus Comes), 1025
*Hercules*, 420

Ἥρ@, 724
*Herigonius* (Petrus), 1005. 1020. 1045
*Herlinus* (Chriſtianus), 1020
*Hermannus* (Jacobus), 1033. 1041. 1044
Ἥρμι@, 724
*Heron* Alexandrinus, 1044. 1013
*Herwart ab Hohenburg* (Georgius), 1019
*Heſperus*, 376
*Heteroſcii*, 645
*Hevelius* (Johannes), 1049. 1055. 1056. 1057
*Hiems*. Definitio, 629. Initium, 634. 635
*Hipparchus*, 1049
*Hipparchi* periodus, 732
de la *Hire* (Philippus), 1024. 1027. 1030. 1040. 1050. 1055. 1061
*Hiſpanica* æra, 748
*Hædi*, 420
*Hollandicus* tubus, 262. 265 & ſeqq.
*Hooke* (Robertus), 1047. 1050
*Hora*. Definitio 708. inventio per altitudinem Solis 410. 411. 663. & ſtellarum, 432. 433. atque per globum, 442. Species, nempe Babylonica, antiqua, ſ. planetaria, aſtronomica, Europæa, Italica, Judaica, Norimbergenſis, 709
*Horarii* circuli, 789
*Horarius Lunæ a Sole viſus*. Definitio, 582. Calculus, 585
*Horarum* converſiones, ſeu transmutationes, 710. 711. 712
numerus, quibus planum datum a Sole illuſtratur, 807
*Horizon*. Definitio, 614. Diviſio in occiduum & ortivum, 379. rationalem ſ. verum & ſenſibilem, phyſicum ſ. apparentem, 378. 379. 614. Poli, 379. 381
*Horizontale* planum, 90
*Horizontalis* linea, 91
Hornwerck / 893
*Horoccius* (Jeremias), 1050. 1052. 1055. 1057
*Horodicticus* baculus, 821
cylindrus, 817 & ſeqq.
quadrans, 820
*Horologiographia*, Definitio, 787. Scriptores, 1061 & ſeqq.
*Horologium Solare* ſeu *ſciatericum*. Definitio, 787. deſcriptio in baculo, 821 in ſuperficie globi, 815 & cylindri, 817 & ſeqq. 822. in quadrante, 820. atque in trunco, 799. inſcriptio horarum babylonicarum & Italicarum, 815. ſignorum Zodiacalium, 810 & ſeqq. & parallelorum, 814 & ſeqq. Uſus inſtar lunaris, 829
*æquinoctiale inferius*. Definitio, 787. Deſcriptio, 790. inſcriptio ſignorum, 813. Uſus, 787
*æquinoctiale ſuperius*. Definitio, 787. Deſcriptio, 789. inſcriptio ſignorum, 813. Uſus, 787
*æquinoctiale univerſale*. Deſcriptio, 790. Uſus, 791
*cylindricum* convexum, 817 & ſeqq. inclinatum, 822
*declinans*. Definitio, 800. Deſcri-

ſcriptio, 802. 803
*Declinans a Zenith*, 804
*deinclinatum.* Definitio, 800. deſcriptio, 805
*horizontale.* Definitio, 78. Deſcriptio, 79. inſcriptio ſignorum, 811. Uſus, 788
*horizontale* univerſale, 826
ſine centro, 808. 809
ſub ſphæra parallela, 809. recta, 810
*inclinatum.* Definitio, 800. Deſcriptio, 804. 805
*lunare.* Definitio, 828. Deſcriptio, 829
*meridionale.* Definitio, 788. Deſcriptio, 794. Uſus, 788
*nocturnale*, 828
*occidentale.* Definitio, 789. Deſcriptio, 798. Uſus, 789
*orientale.* Definitio, 789. Deſcriptio, 797. uſus, 789
*primarium.* 787.
*polare.* Definitio, 789. Deſcriptio, 798. 799. Inſcriptio ſignorum, 812. Uſus, 789
*portatile* lunare, 830
univerſale, 827
*reclinatum*, 805
*ſecundarium*, 800
*ſeptentrionale.* Definitio, 788. Deſcriptio, 797. uſus, 788
*ſidereum.* Definitio, 828. Deſcriptio, 830. 831
*ſine centro.* Definitio, 807. Deſcriptio, 808 & ſeqq. inſcriptio ſignorum, 812. 813
*verticale.* Definitio, 788. Deſcriptio ſub ſphæra recta, 810. ſub ſphæra parallela, 810. inſcriptio ſignorum, 802. 803
*Horopter.* Definitio, 65. planum, 65. ratio, 65
*Hortenſius* (Martinus), 1035
de l' *Hoſpital* (Marchio), 1030. 1031
*Hoſtus*, 1013
*Huddenius* (Johannes), 1029
*Hugenius* (Chriſtianus), 1013. 1023. 1025. 1030. 1039. 1040. 1042. 1046. 1047. 1057. 1058. 1061
*Hulſius* (Levinus), 1027
*Humor* aqueus, 7
cryſtallinus, 7. 8. 10
vitreus, 8
*Hyades*, 420
*Hyperbolicum* ſpeculum, 121
*Hydar*, 722
*Hyde* (Thomas), 1056
*Hydra*, 420
*Hydraulicæ* Scriptores, 1042 & ſeqq.
*Hydrographia.* Definitio, 611. Scriptores, 1042
*Hydrographicæ mappæ.* Definitio, 691. Conſtructio, 692 & ſeqq. ſpecies, 691. uſus, 695 & ſeqq.
*Hydromantica* machina, 208
*Hydromanticum* vas, 303. 304
*Hydroſtatica* ſcripta, 1042 & ſeqq.
*Hydrus*, 420
*Hylaoides*, 8
*Hypafricus*, 658
*Hypaquilo*, 657
*Hypargeſtes*, 658

*Hyperbolicarum* lentium præſtantia, 261
*Hyperboreas*, 657
ὑπερβερεταῖ@, 723. 724
*Hypeurus*, 608
*Hypocircius*, 658
*Hypocœcias*, 658
*Hypocorus*, 658
*Hypolibonotus*, 658
*Hypolibs*, 658
*Hypophœnix*, 658
*Hypothraſcias*, 658

I.

*Jacatit*, 722
*Jactuum* e tormentis longitudo, 869. 870
numerus diurnus, 869
*Janua*. Definitio, 982. Delineatio, 987. ornatus, 985. regulæ, 982, 983. ſcenographia, 104
*Januarius*, 718. 720
*Japyx*, 658
*Ichnographia* ædium, 1001. geometrica, 91. munimenti, 901. perſpectiva, 91. 92
*Idus*, 719
*Ignes* bellici ſeu nocivi, 842 & ſeqq.
feſtivi, 851 & ſeqq.
*Iiar*, 724. 725
*Illuminationis* menſis, 715
*Illuminatio* ſphærarum, 18. 19
*Illuminatum* corpus, 5
*Imago* erecta in camera obſcura, 242. 243
in aëre pendula, 173. 183
in foco lentis convexæ, 242. 246. 247
in oculo, 10
in pariete, 11
in ſpeculo concavo, 168 & ſeqq. 171
convexo, 151 & ſeqq. 170
cylindrico, 176
plano, 135 & ſeqq. 144
teſſelata, 60
*Inæqualia* quando appareant æqualia, 47
*Inæqualitas* prima motus planetarum, 534. 542
ſecunda motus planetarum, 544. 542
ſoluta Lunæ, 542
menſtrua Lunæ, 542
*Incendiarius* globus. Definitio, 843. baptiſmus, 847. ligatura, 846
*Incidens* radius, 191. 122
*Incidentiæ* angulus, 191. 122. axis, 191. cathetus, 122. linea, 122. punctum, 19. 122
*Inciſuræ*, 893
*Inclinata* quando appareant erecta, 62
*Inclinatio* acus magneticæ, 676. 679. limitis menſtrui, 552. orbitæ planetarum, 533. 535. radii incidentis & reflexi, 122
*Inclinationis* angulus, 192
*Inclinationum* Tabulæ, 535
*Incolarum* Jovis magnitudo, 479
*Incumba*, 969. 970
*Indus*, 420
*Indictionum cyclus*. Definitio, 7[illegible]. quomodo inveniatur, 731. 735
*Informes* ſtellæ, 420
Innere Polygon/ 885
*Inſititium tormentum*. Definitio, 873. oneratio, 873

*Inſtru-*

*Inſtrumenta* ad tormenta onerandum neceſſaria, 867
*Inſulæ* lunares, 470
*Intentio* videndi amplificat objectum, 287
*Intenſitas luminis.* Definitio, 13. quando varietur, 13. quando & quomodo decreſcat, 13. 14. 15
*Intercolumnium.* Definitio, 967. Quodnam conveniat ſingulis ordinibus, 968
*Interitus* corporum mundi totalium, 595
*Intermediæ* plagæ, 657
*Johannes* de Sacro Boſco, 1060
Peccamus ſ. Cantuarienſis, 1045
*Jomada* prior & poſterior, 725
*Jones* (Wilhelmus), 1032. 1033
*Jonicus* Ordo, 955. 960
*Jordanus*, 1017
*Iris* in oculo, 6
*Irregularis* munitio, 917 & ſeqq.
*Italicæ* horæ, 709
*Itineris* marini æſtimatio, 688
*Judaica* æra, 739
hora, 709
*Judaicus annus.* Quantitas, 767. reductio ad Julianum, 773. 774. ſpecies, 767. 768. 771
*Juliana* periodus, 732
*Julianus* annus. Definitio, 719. 720. Quantitas, 720. uſus, 732
de Saint *Julien* (Chevalier), 1068. 1072
*Julius*, 720
Africanus, 1013
Cæſar, 720
Ἰῦλος, 724
Jungenickel (Andreas), 1038
*Junius*, 718. 720
*Jupiter.* Definitio, 376. Natura, 478. Incolarum magnitudo, 479
*Jurin* (Jacobus), 1060

K.

Καισάρειος, 724
Katze/ 893
*Kebiæ*, 768
Kehle/ 885
*Keill* (Johannes), 1040
*Keplerus* (Johannes), 1022. 1036. 1045. 1052. 1053. 1054. 1056. 1057.
*Kerſey* (Johannes), 1029
Keſſel/ 925
*Kircherus* (Athanaſius), 1047
*Kirchius* (Godofredus), 1051
*Kinckhuyſen* (Gerard), 1030
Kohlhanß (Johannes Chriſtophorus), 1087
Kronwerck/ 893

L.

*Lagenæ* pyrotechnicæ, 843
*Lalovera* (Antonius), 1025
*Lamy* (Bernhardus), 1021. 1030. 1038. 1043. 1048
*Landsberg* (J. H.), 1070. 1071
de *Lanis* (Franciſcus Tertius), 1043
*Lansbergius* (Philippus), 1012. 1051. 1052. 1055
*Laquearis* regulæ, 993. 994
*Laterales* partes trianguli, præſertim ſphærici, 355
*Laterna magica.* Definitio, 303. Conſtructio, 305. 306
*Latitudo loci.* Definitio, 621. inventio

tio per globum, 663 & per obſervationes, 622. 643. Quantitas, 621. Tabulæ, 623
*lunæ.* Argumentum menſtruum, 552. motus, 544. 545. ſcrupula, 552. 553. ſpecies, nempe ſimplex 551. menſtrua, 551. vera, 551. viſa, 581. Supputatio, 583 & ſeqq. 586. 589. 553. Tabulæ, 544
*maris*, quomodo obſervetur, 686 & ſeqq. quomodo per mappas reperiatur, 697 & ſeqq.
*planetarum.* Definitio, 533. Argumentum, 533. obſervatio, 487. ſupputatio, 537. 538 & ſeqq. Tabulæ, 536
*ſtellarum.* Definitio, 417. Circulus, 417
immutabilitas, 421
inventio per globum, 438. parallaxis, 452. 454. refractio, 449. ſupputatio, 418. 423. 424
*Latus* exterius, 883
interius, 883
mecodynamicum, 681. 695
Lauffgraben/ 927
Lauterbach (Johannes Balthaſar), 1066
van *Leeuwenhœk* (Antonius), 1047
*Leibnitius* (Godofredus Guilielmus), 1015. 1018. 1030. 1031. 1033. 1039
*Lens.* Definitio, 92. axis, 92
cauſtica glacialis, 236
Tſchirnhuſiana, 236
cauſtica vitrea, 236
cava. Definitio, 192. proprietates, 254 & ſeqq.
convexa. Definitio, 192. ratio & effectus, 231. 242 & ſeqq. hyperbolica & elliptica. 261 magna præclari effectus. 283
*Leotaudus* (Vincentius), 1018
*Leo*, 420
*Lepus*, 420
*Lesbium Cymatium.* Definitio, 948. delineatio, 950. altitudo, 956
*Leuconotus*, 658
*Leupoldus* (Jacobus), 1042
*Lexica* mathematica, 1009 & ſeqq.
*Leyborn* (Wilhelmus), 1008
*Libonotus*, 658. 659
*Libra*, 420
*Librationis* motus, 503
*Libs*, 658
*Liebknecht* (Johannes Georgius), 1060
*Ligamentum* ciliare, 7.
*Limpergh* (Petrus), 1042
*Linea*, 926. 927. apſidum, 507. breviſſima in ſuperficie ſphæræ, 329. capitalis, 883. communicationis, 927. defenſionis major & minor, 884. 886. diſtantiæ, 90. fundamentalis, 90. horizontalis, 91. in hydrographia, 612. meridiana, 380. 390. 391. 392. incidentiæ, 191. objectiva, 91. reflexionis, 122. refractionis, 191. ſubſtylaris, 802. terræ, 90.
*Lineæ* projectio, 91
*Litera* dominicalis, 726. 727
*Literæ* ardentes, 856
*Liſiere*, 886
*Locus fixarum*, quomodo determinetur, 414 & ſeqq.
*Locus imaginis* in ſpeculo plano, 128
cavo,

cavo, 169
convexo, 151
*Lunæ* fictus, 550. prope verus, 550. verus, 551.
*opticus.* Definitio, 64. diviſio in apparentem & verum 451. ratio 64
*phyſicus* ſideris, 450
*planetæ* eccentricus in orbita & ecliptica, 532. ad eclipticam reductus, 532. geocentricus, 533. heliocentricus, 532. verus quomodo ſupputetur, 538 & ſeqq.
*radiaturæ*, 6
*Solis.* Obſervatio, 405. Supputatio, 521
*viſionis*, 65. 66
*Longitudines* quasnam viſus comprehendat, 46
*Longitudo diei* quomodo per calculum, 408. 409. per globum, 440. 663 & per horologia ſolaria, 814. determinetur; diei maximæ quomodo inveniatur, 643
*loci.* Definitio, 621. inventio, 621. per globum, 663. tabulæ, 623.
*Lunæ.* Definitio, 582. calculus, 583 & ſeqq. argumentum, 546. ſcrupula menſtrua, 546. 547
*maris*, quomodo inveniatur, 685. 689. 697. quid ſint milliaria ejus, 681 & quomodo reperiantur, 695
*ſtellæ.* Definitio, 413. Calculus, 418. 424. inventio per globum, 438. immutabilitas, 421. parallaxis, 452. 454. refractio, 449. 450
*planetæ.* Obſervatio, 487. ſupputatio, 538 & ſeqq.
*Umbræ* quando corpori æqualis, 26. quamnam habeat ad alias rationem, 26. 27. 28
*terreſtris* quomodo inveniatur, 567
*Longomontanus* (Chriſtianus Severinus), 1051. 1052. 1054
Λῶϑ, 723. 724
*Lorica.* Definitio, 882. altitudo & craſſities, 882
*transverſa.* Definitio, 893. uſus, 895
*Lowthorp* (Johannes), 1039
*Loxodromia.* Definitio, 680. proprietates, 680 & ſeqq.
*Loxodromicæ* Tabulæ, 683. 684
*Loxodromicus* angulus, 681
F. *Lucas* de Burgo S. ſepulchri, 1017. 1028
*Lucens* globus. Definitio, 843. 851. Compoſitio, 850. 854
*Lucerna* ad magnam diſtantiam lumen projiciens, 237
*Lucida* coronæ, 420
*Lucidum* corpus, 5
*Lucifer* ſeu Phoſphorus, 376
*Ludolphus* a Ceulen ſeu Colonienſis, 1025
*Ludovicus* Ferrarienſis, 1028
*Lumen.* Definitio, 5. debilitatio artificialis, 255. intenſitas, 13. 14. 15. propagatio artificialis per parallelos radios, 236. 237. propagatio naturalis,

lis, 8. 16. 17. 18. radiatio per foramen, 57. 58. reflexio, 8. 550. refractio, 8. 9.
*Luna.* Atmoſphæra, 471. diſtantia a terra, 555. 556. incolæ, 471. lumen, 467. montes, 470. motus periodicus, 542. motus horarius verus, 574. natura, 470. 471. parallaxis, 555. 556. theoria, 545 & ſeqq.
*Lunaris* menſis periodicus, 714
ſynodicus, 715
*Lunatio*, 541
*Lunette*, 893
*Lunula.* Definitio, 892. delineatio, 903
*Lupus*, 420
*Lux* clarior quibus non conveniat, 74.
debilior quibus conveniat, 73. 76.
nimia officit, 73
*Lynx*, 420.
*Lyra*, 420
Αυτοκρατορικός, 724

M.

*Macedonicus* annus antiquus & recentior, 723
*Machina* anamorphotica pro ſpeculis cylindricis, 182. & conicis, 184
catoptrica, imagines multiplicans & deformans, 142. 145. 147
catoptrico-dioptrica, 302
hydromantica, 208
politoria ſpeculorum, 126
*Maculæ* in Sole, 459 & ſeqq.
Luna, 468. 469
Venere, 474
Satellitibus Jovis 475
*Magabit*, 722
*Magna* quænam videantur, 10
*Magnetica* acus, 676. 677
*Magnitudinis* datæ quando appareat objectum, 50. 51
*Magnitudinum* viſio qualis, 42
*Magnitudo apparens.* Definitio, 38. ratio, 39. ſtellarum quotuplex, 421.
Μαιμακτηριών, 723
*Majus*, 718. 720
*Majus* quodnam videatur, 38. quando fieri appareat objectum, 71
*Mallet* (Allain Maneſſon), 1026
*Manfredius* (Gabriel), 1031
*Manfredus* (Euſtachius), 1059
*Maphæus* (Thomas Pius), 1059
*Mappa Geographica.* Definitio, 669. Conſtructio, 669 & ſeqq.
particularis. Definitio, 669. Conſtructio, 673 & ſeqq. uſus, 675.
ſpecialiſſima. Conſtructio, 675.
univerſalis. Definitio, 669. Conſtructio, 669. 671
*hydrographica.* Definitio, 691. Conſtructio, 692 & ſeqq. uſus, 695 & ſeqq. compoſita per rhombos & diſtantias, 692
Mercatoris, 692
plana, 691. 692
reducta, 691. 693. 694
*Maraldi*, 1050
*Marcheſwan*, 724. 725
de *Marchettis* (Angelus), 1021
*Margo* foſſæ, 883
*Mariotte*, 1014. 1040. 1043. 1044. 1046
*Maria* in Luna, 470
*Maris* longitudo quomodo inveniatur, 685. 689. 697

*Mars*,

*Mars*, 376. 478
*Martis* parallaxis quomodo obſervetur, 557. quanta, 558
*Martius*, 718. 720
*Martius* ſ. Stahl (George Conrad), 1072
*Martyrum* æra, 740
*Maſcaram*, 722
*Materia incendiaria* 846
*Mathematici* Naturæ interpretes, 505
*Maurolycus* (Franciſcus), 1014. 1018
*Mechanica* Scenographia, 106
perſpectiva, 89
*Mecheir*, 721
*Mediatio* cœli. Definitio, 426. inventio per globum, 439. ſupputatio, 426
de *Medrano* (Don Sebaſtian Ferdinandez), 1072
*Megerlinus* (Petrus), 1057
*Mehar* meh, 722
Melder (Gerhardus), 1068
*Membra* architectonica. Definitio, 947. regulæ, 953. quænam eſſentialia, 951. 952
*Menelaus*, 1045
*Meniſcus*. Definitio, 1092. proprietates, 257. æquipollentia cum lentibus concavis & convexis, 288. 289.
*Menſis* aſtronomicus, ſeu naturalis, 715
civilis, 715. 716
Judaicus, 967
lunaris anomaliſticus, 541. 544
draconticus, 541
periodicus, 541. 542. 714
ſynodicus, 541. 542. 715
Numæus, 719
Romulæus, 719
Solaris, 714
Turcicus, 778 & ſeqq.
*Menſura* altitudinis, 382
*Mercator* (Nicolaus), 1032. 1053. 1054
*Mercatoris navigatio*, 695
*Mercurius*. Definitio, 376. in Sole apparentia, 473. natura, 478. phaſes, 473. 481
*Merded* meh, 722
*Meridies*. Definitio, 658. cardo, 380. determinatio, 390. 391. ubi locorum una, 613
*Meridiana linea*. Definitio, 380. inventio, 390. 391. Uſus, 391. 392.
*Meridianorum* differentiæ horariæ, 580. aliarum civitatum quomodo horologiis ſolaribus inſcribantur, 815
*Meridianus*. Definitio, 379. 613. poli, 381. 383
*Meridianus primus*, 613. 614
*Meſaquilo*, 657
*Meſargeſtes*, 658
*Meſeurus*, 658
*Meſoboreas*, 657
*Meſocæcias*, 658
*Meſocircius*, 659
*Meſocorus*, 658
*Meſolibonotus*, 658
*Meſolibs*, 658
*Meſophœnix*, 658
*Meſori*, 721
*Meſozephyrus*, 658
Μεταγειτνιών, 723
*Metius* (Adrianus), 1018
*Metopa*, 952
Μητρῷος, 724

*Meyer* (Cornelius), 1067
*Michael Angelus Buonaroti*, 1065
*Michaelis* (Georgius), 1062
*Micrometri* conſtructio, 482
*Microſcopium*. Definitio, 284.
aqueum, 294. 295
Compoſitum. *Definitio*. 284. inventor, 285. ratio, 295 & ſeqq. ſtructura, 299 & ſeqq.
ex ſphærulis vitreis, 292 & ſeqq.
Demonconiſii, 298.
Muſchenbrockianum majus, 287
minus, 292
reflectens, 302
ſimplex. Definitio, 284. Conſtructio, 287 & ſeqq. ratio, 285. 290
Teleſcopicum, 302
Teuberianum, 293
**Mieth** (Michaël), 1067
*Mijazia*, 722
*Milliaria longitudinis*. Definitio, 681. quomodo inveniantur, 695
*Milnes* (Jacobus), 1024
*Minion*, 859
*Minui* quando videatur objectum, 71
*Minus* quodnam videatur, 38
*Minutum* primum & ſecundum, 713
*Modulus*, 955
*Mæſtlinus* (Michaël), 1049. 1054
*Molad Tohu*, 766
*Molerus* (Elias), 1058
*Molyneux* (Wilhelmus), 1046
de *Monmort* (Remundus) 1030
*Monſtroſa* projectio, 113
*Montes* in Venere, 473
*Moore* (Jonas), 1007
*Mora* Solis in diverſis eclipticæ ſemicirculis & quadrantibus, 509. 510
ſtellarum ſuper horizonte quomodo ſupputetur, 425
*Morinus* (Johannes Baptiſta), 1054
*Morlandus* (Samuel), 1018
*Mortarium*. Definitio, 870. delineatio, 870 & ſeqq. directio, 872. fulcrum, 871 & ſeqq. oneratio, 872. ſuggeſtus, 925
*Motum* quando quieſcere videatur, 69
*Motus* viſio, 10. 67 & ſeqq.
*Motus* anomaliæ, 542
communis, diurnus, primus, primi mobilis, 375. 394
latitudinis, 542
Lunæ, 542
a Sole, 142
horarius verus, 574
medius, 544
nodorum, 544
medius, 508
planetarum, 430 & ſeqq. 487 & ſeqq.
Secundus ſeu proprius, 376
Solis communis, 403 & ſeqq. medius, 511. verus, 521. horarius verus, 574
Telluris motus diurnus & annuus, 502. 493 & ſeqq. 407
vertiginis Solis, 461
planetarum, 474. 492. (493
verus, 508
*Muhammedes* Tixinus, 1056
*Muhamedana* triacontaëteris, 776
*Muharram*, 725

**Müller** (Ulricus), 1062
*Mundi* axis, 377. cardines, 380. poli, 377.
conditi epocha, 739
*Muniendi* forma Belgica, 896 & ſeqq. Blondelliana, 907 & ſeqq. Comitis de Pagan, 905 & ſeqq. Scheiteriana, 914 & ſeqq. Vaubaniana prior, 910 & ſeqq. poſterior, 913
*Munimentum*. Figura, 887. ichnographia, 901. orthographia, 901. defenſio, 886. irregularitas, 917. regularitas, 896
*Munimentum* campeſtre, 923 & ſeqq. ſtellatum, 924
*Munſterus* (Sebaſtianus), 1059. 1061
*Μανυχιων*, 723
*Murorum* regulæ, 980. 981
*Muſteraka*, 722
*Mutuli*. Definitio, 952. delineatio, 966. 967
*Mydorgius* (Claudius), 1023
*Myops*, 72. 75

N.

*Nabonaſſarea* epocha, 743. 744. 745
*Nabonaſſareus* annus, 721
*Naturæ* interpretes Mathematici, 505
*Naturalis* dies, 707
*Navis* Argo, 420
via, 685
*Navigatio* circularis, 695. Mercatoris, 695 & ſeqq. plana, 695
**Nebenſtreiche**/ 885
*Nebuloſæ* ſtellæ, 421
*Neomenia* Tiſri quomodo inveniatur, 768. 769. 770. menſium ſingulorum quomodo reperiatur, 771
*Neperus* (Johannes), 1019
*Neubauer* (Chriſtian), 1070
*Newton* (Johannes), 1037. 1053. 1055
(Iſaacus), 1015. 1032. 1040. 1043. 1044. 1046. 1052. 1053
*Niceron* (Johannes Franciſcus), 1048
*Nicomachus*, 1016
*Nieuwentiit* (Bernhardus), 1033
*Niſan*, 722. 724. 725
*Nitri* defœcatio, 837
proprietates, 839
*Nocturlabium*, 687
*Nocturna* caligo quamdiu ſub polis duret, 639
*Nodus*. Definitio, 533. diviſio in aſcendentem vel borealem & deſcendentem vel auſtralem, 533. locus & motus, 534. obſervatio, 534
*Noel* (Franciſcus), 1061
*Nonæ*, 719
*Nonageſimus*. Definitio, 413. altitudo, 413. diſtantia a vertice, 414
**Nord**/ 657
**Nord gen Weſten**/ 659
**Nord gen Oſten**/ 657
**Nord-Nord-Oſt**/ 657
**Nord-Nord-Weſt**/ 658
**Nord-Oſt**/ 657
**Nord-Oſt gen Norden**/ 657
**Nord-Oſt gen Oſten**/ 658
**Nord-Weſt**/ 658
**Nord-Weſt gen Norden**/ 658
**Nord-Weſt gen Weſten**/ 658
*Norimbergenſes* horæ, 709
*Norwood* (Richardus), 1037
*Notapeliotes*, 658

*Notolybicus*, 658
*Notozephyrus*, 658
*Notus*, 658
*November*, 718. 720
*Novilunii* medii, 572. veri, 575. viſi, 585. calculus.
*Nox.* Definitio, 636. 707. longitudo ſupputanda, 408. 409. per globum invenienda, 440. 663. quando diei æqualis, 639
*Numerus* annus, 718. 719
*Numæus* aureus. Definitio, 731. inventio, 731. uſus, 753

O.

*Objectivum* vitrum, 262
*Objectum* quando acceſſiſſe propius videatur, 71. quando non amplius videatur, 48. 49. quando in diverſis locis, videatur, 63. quando & quomodo alterum tegat, 48. 49. 77 & ſeqq.
*Obtutu* uno quænam viſus comprehendat, 42
*Obſi ionis* deſcriptio, 929
*Obliqua* ſphæra, 636. 637
*Obliquationis* cathetus, 122
*Obliquitas* eclipticæ, 401
*Occaſus.* Definitio, 374. Solis quomodo computetur, 665. quomodo per globum inveniatur, 440
 acronyctus. Definitio, 428. ſupputatio, 429
 Coſmicus. Definitio, 427. ſupputatio, 429
 heliacus. Definitio, 428. inventio per globum, 443. ſupputatio, 431
*Occidens*, 656. 658
*Occidentis* cardo, 380. 391
*Occultationes* fixarum, 481
 planetarum, 481
*Octilis*, 566
*October*, 718. 720
*Oculare* vitrum, 262
*Oculus.* Definitio, 6. ſtructura & ratio, 11.
 artificialis, 11
 tauri, 420
 valens, 72. 73. 75. 76
*Oculi* cathetus, 122
 punctum, 90
*Olympiadum* Epocha, 741. 742. 743
*Olympias*, 658. 741. 742
de *Omerique* (Hugo), 1031
*Opacum*, 5
*Opera externa*, 891
*Ophiuchus*, 420
*Oppoſitio*, 480
*Optica*, 5
*Optica pyramis*, 90
*Optici* radii, 90
*Opticus* axis, 65
*Opus* cornutum, 104
 coronatum, 893. 904
 ruſticum, 981
*Orbis* parallaxis. Definitio, 533. ſupputatio, 536
*Orbita* planetarum. Figura, 507. ordo, 495
*Ordo* architectonicus Definitio, 946. Compoſitio, 954. numerus, 954. 955 origo, 953. 954 & ſeqq. dimenſiones,

nes, 957. delineatio, 965. 966
Compoſitus ſeu Romanus, 955. 961
Corinthius, 955. 963
Doricus, 955. 959
Ionicus, 955. 960
Tuſcanus, 955. 958
*Ori* (Rabbi) 1060
*Oriens*. Definitio, 656. Cardo, 380. 392
*Orion*, 420
de l' *Orme* (Philibertus), 1063
*Ornatus* ædificii, 936. 937
*Ornithias*, 659
*Orthographia* ædium, 1001. 102
*Ortus*. Definitio, 374
Solis quomodo ſupputetur, 204 665. quomodo per globum inveniatur, 440
ſtellarum acronyctus, 427. 429
coſmicus, 427. 429
heliacus, 428. 431. 443
*Ortus* corporum mundi totalium, 595
Oſt / 658
Oſt gen Norden / 658
Oſt gen Süden / 658
Oſt-Nord-Oſt / 658
Oſt-Süd-Oſt / 658
*Oſwaldus* (Eraſmus), 1057
*Otho* (Valentinus), 1034
*Oughtred* (Guilielmus), 1012. 1028. 1037. 1038. 1042
*Ouvrage* a Corne, 893
a Couronne, 893
*Ozanam*, 1008. 1010. 1016. 1020. 1024. 1027. 1037. 1038. 1039. 1061. 1072.

P.

*Pachon*, 721
*Paciolus* (Lucas), 1028
*Pagan* (Comes de), 1025. 1052. 1055. 1069
*Pagomen*, 722
*Palilitium*, 420
*Palladius* (Andreas), 1064
*Palma* (Johannes Baptiſta), 1025
Πάνεμος, 723. 724
*Paophi*, 721
*Pappus* Alexandrinus, 1015. 1024. 1026. 1027. 1038. 1045
*Parabolica* ſpecula, 121. 185. 186
*Parallaxis* altitudinis. Definitio, 451. effectus, 455. inventio, 453. ſymptomata, 452
aſcenſionis & deſcenſionis. Definitio, 452. inventio, 454
declinationis. Definitio, 452. inventio, 454
Latitudinis. Definitio, 452. inventio, 454
Longitudinis. Definitio, 452. inventio, 454
Lunæ, 555
Lunæ a Sole, 582
Martis, 557
Orbis. Definitio, 533. ſupputatio, 539
Veneris, 558
*Parallela* ſphæra, 636. 637
*Parallelæ* lineæ quando convergere videantur, 41
*Paralleli* locorum quomodo horologio inſcribantur, 815
*Parapet*, 945
*Paraſtata*, 886

*Pardies* (Ignatius Gaſton), 1021. 1038. 1040. 1063
*Parent*, 1040
Parietum, Scenographia, 104
*Parmula*. Definitio, 892. Delineatio, 903
*Pars* conjuncta in triangulo ſphærico, 341
lateralis in triangulo ſphærico, 355
media in triangulo ſphærico, 341
ſejuncta in triangulo ſphærico, 342
*Particula* exſors. Definitio, 546. ſupputatio, 548
*Parva* quænam videantur, 10
*Paſcalius*, 1023. 1030
*Paſchales* termini, 754. 763
*Paſchalis* computus Gregorianus, 754. Judaicus, 774. Julianus, 764
Cyclus magnus, 732
*Paſchatis* celebrandi lex, 750
*Pavimentum*. Projectio, 46. regulæ, 991
*Pauni*, 721
*Pavo*, 420
*Pegaſus*, 420
*Peletarius* (Jacobus), 1019
*Pena* (Johannes), 1044. 1046
*Pentagoni* regularis projectio, 49
*Perfectio* ædificii, 936
Περιέπτι@, 724
*Perigæum*, 507
*Perihelium*, 507
*Periodus* Calippica, 732. Conſtantinopolitana, 732. Dionyſiana, 732. Hipparchi, 732. Juliana, 734. Metonica, 732. Victoriana, 732. 733
*Periœci*. Definitio, 651. Proprietates, 664. ſtatus, 655. quomodo in globo reperiantur, 663
*Periſcii*, 645. 648. 649
Περίτι@, 723. 724
*Perrault*, 1063. 1064. 1042
*Perſeus*, 420
*Perſica* æra, 746
*Perſicus* annus. Forma, 723. Converſio in annum Chriſti 746
*Perſpectiva*. Definitio, 89. Tabula, 90. Uſus, 87. 88
*Perſpicillum*, 893
*Petavius* (Dionyſius), 1059
*Phamenoth*, 721
*Pharmuthi*, 721
*Philander* (Guilielmus), 1063
*Philo*, 1013
*Philolaus*, 1051
*Phœnicias*, 658
*Phœnix*, 420. 658
*Phoſphorus*, 376
*Photoſciaterica*, 787
*Phyſicus* horizon, 614
*Picardus*, 1014. 1044. 1061
*Pictorum* principia, 61
*Pila*. Definitio, 945. Scenographia, 104
*Piſces*, 420
*Piſcis* borealis & auſtralis, 420
volans, 420
*Pitiſcus* (Bartholomæus), 1034. 1035
*Places* d' Armes, 893
*Plaga*. Definitio, 656. determinatio, 659. diviſio in Cardinales & collaterales, primarias & ſecundarias ſeu intermedias, 656. 657

*Pla-*

*Planetæ.* Definitio, 376. diametri apparentes, 486. diſtantia a Sole, 537 & a terra, 559. 560. 536. directio, 480. diviſio in inferiores & ſuperiores, 473. in primarios & ſecundarios, 480. retrogradatio, 480. ſtatio, 480. ſynodus, 480. theoria. 507. an moveantur circa fixas, 593. ubi dato tempore verticales, 667.
*Planetariæ* horæ, 709
*Planetarium* ſyſtema, 480
*Plana* vitra. Proprietates, 199 & ſeqq. politura, 312
*Plano-concava* vitra. Definitio, 192. proprietates, 254. politura, 312
*Plano-convexa* vitra. Definitio, 192 proprietates, 231. politura, 309.
*Planum* geometricum, 90. horizontale, 90. horopteris, 65. objectivum, 91. Perſpectivum, 90. refractionis, 191. verticale, 90
*Platea* militum, 893
*Plejades*, 420
*Plenilunii* medii calculus, 572
veri calculus, 575
πληϑύτατος, 724
*Pluvia* pyrotechnica. Definitio, 843. Compoſitio, 848. 849
*Poivre*, 1024
*Polares* circuli, 403. 613
*Polaris* ſtella, 420
arcticus circulus, 403
antarcticus circulus, 403
*Polemoſcopium.* Definitio, 303. conſtructio, 304
inventor, 303
*Polenus* (Johannes), 1018. 1057
*Poli* altitudo, 397
*Poli* æquatoris, 378. horizontis ſenſibilis, 381 & veri 379. ſphæræ, 320 & ſeqq. telluris, 612.
*Poliendorum* vitrorum ratio, 307 & ſeqq.
*Polioptrum*, 304
*Pollux*, 420
*Polus* arcticus ſive borealis, 377
antarcticus, ſive auſtralis, 377
circuli in ſphæra, 320
*Polyedrum.* Phœnomena & rationes, 250 & ſeqq. anamorphoſis, 253. poliendi ratio, 312. 313
Polygon-Winckel / 885
*Polynier* (Petrus). 1021
*Porta* (Johannes Baptiſta), 1045
*Portius* (Lucas Antonius), 1044
Ποσειδεών, 723
*Poſtes*, 945
*Præſepe* cum aſinis, 420
*Presbyta.* Definitio, 72. ratio, 74
*Preſtet* (Johannes), 1030
*Principale* punctum, 90
*Priſmatis* cavi ſcenographia, 100, 103
*Proceſſus* ciliares, 7
*Proclus*, 1045
*Profunditas.* Definitio, 379. menſura, 382. æquatoris 382 & ſeqq.
*Projectio* in architectura, 947. in perſpectiva, 91. lineæ, plani & ſolidi, 91. monſtroſa, 113. ſphæræ orthographica & ſtereographica, 669
*Projectura*, 947
*Propugnaculi* exterius vallum, 892
*Propugnaculum.* Definitio, 883. partes, 887

*Pſellus*, 1017
*Ptolemæus* (Claudius), 1034. 1045. 1049. 1051. 1054. 1055. 1060
*Pulchra* cur placeant, 936
cur videantur, quæ non ſunt, 936
*Pulchritudo*, 936
*Pulvis pyrius*. Definitio, 837. Compoſitio, 840. 841. inventor, 837. examen, 841. 842. ratio, 840
*Punctum* æquinoctiale, 399. æſtivum, 399. autumnale, 399. concurſus, 192. diſperſus, 193. diſtantiæ, 91. eclipticæ culminans, 441. oriens & occidens, 412. 428. hibernum ſeu brumale, 399. incidentiæ, 122. 11. oculi, 90. objectivum 91. 93. principale, 90. reflexionis, 122. refractionis, 191. ſolſtitiale, 399. 401. vernale, 399. viſus, 90
*Pupilla*. Definitio, 7. contractio & dilatatio alterna, 9
*Purbachius* (Georgius), 1049. 1053. 1054. 1057
*Puzzo* (Andreas), 1048
Πυανεψιών, 723
*Pycnoſtylon*, 968
*Pyramidalia* ſpecula. Anamorphoſes, 185. fabrica, 174
*Pyramidis* ſcenographia, 101
truncatæ Scenographia, 102
*Pyrobologia*, 837
*Pyrobolus*. Definitio, 851. Compoſitio, 852. 853. formæ, 851
*Pyrotechnia*. Definitio, 837. Scriptores, 1067. uſus, 835
*Pyxis* nautica. Definitio, 676. Conſtructio, 677 & ſeqq.

Q.

*Quadrans* aſtronomicus, 384
*Quadrans* horodicticus, 820
*Quadrati* projectio, 94. 95. 96
geometrici conſtructio, 30 & uſus, 31 & ſeqq.
*Quadratum* quando trapezium appareat, 51
*Quartaironius* (Dominicus), 1059
*Quieſcens* quando moveri videatur, 70. 71
*Quincunx*, 566
*Quintilis*, 718

R.

*Rabia* prior & poſterior, 725
*Rabinet*, 859
*Radiatio*, 5
*Radiaturæ* locus, 6
*Radius*. Definitio, 5. aberratio teleſcopiis nociva, 283. divergentia, 9. parallelismus apparens, 15. 16
*Radius* coloratus, 34. directus, 5. incidens, 122. major, 883. minor, 883. perpendicularis obliquo fortior, 13. reflexus, 122. refractus, 191
*Rajab*, 725
de *Ramellis* (Auguſtinus), 1041
*Ramus* (Petrus), 1020
*Raphſon* (Joſephus), 1030
*Rationalis* horizon, 378
*Ravelin*, 893
*Recedere* quando objectum videatur, 55
*Recta* ſphæra, 636

*Rectangulum* quando triangulum appareat, 70
*Reductio* ad eclipticam. Definitio, 533. ſupputatio, 535. Tabula, 535
*Reductionis* charta, 691
*Reductus*, 924
  dimidius, 925
*Refracta* viſio, 191
*Refractio* altitudinis, 449. aſcenſionis ac deſcenſionis, 449. 450. declinationis, 449. 450. luminis, 8. 9. in lentibus cavis, 254 & ſeqq. & convexis, 231. in ſuperficiebus planis, 199 & ſeqq. & ſphæricis, 208. Solis, 643. ſtellarum, 443 & ſeqq.
*Refractionis* angulus, 192. 195. 197. axis, 191. lex, 193. 194. 196. linea, 191. planum, 191. punctum, 191
*Refrangibilitas* radiorum definitur, 34. probatur, 35 & ſeqq. vindicatur, 37
*Refringens* ſuperficies, 191
*Reflexa* viſio, 121
*Reflexibilitas* radiorum definitur, 34. probatur, 36
*Reflexio* luminis, 8. in ſpeculis planis, 123 & ſeqq. cavis, 163 & ſeqq. conicis, 183 & ſeqq. convexis, 159. cylindricis, 177 & ſeqq. parabolicis, 185. in ellipticis, 186
*Reflexio luminis* in theoria lunæ, 550
*Reflexionis* angulus, 122. cathetus, 122. lex, 122. 123. linea, 122. punctum, 122. via in ſpeculis planis, 146
*Regel*, 420
Regiments-Stücke / 859
*Regiomontanus* (Johannes), 1034. 1049. 1051. 1053. 1054
*Regula* in Architectura civili, 947. 956
*Regula* calibræ, 860. 861
  delineatoria, 965
*Regulus*, 420
*Reinholdus* (Eraſmus), 1027. 1054
*Rembold* (Joh. Chriſtophorus), 1048
de S. *Remigio* (Suriræus), 1068
*Remota* quomodo appareant, 60. quando videantur dexteriora vel ſiniſteriora, 63
*Remotorum* motus quomodo appareat, 67. 68
*Repræſentatio* in Perſpectiva, 9
*Retina*, 7
*Retrogradatio* planetæ, 480
  Solis, 649
  terreſtrium objectorum, 70
*Reynau* (Carolus), 1033
de *Rheita* (Antonius Maria Schyrlæus), 1057
*Rheticus* (Joachimus), 1034. 1056
*Rhodius* (Ambroſius), 1045
*Rhombi*, 676
*Ricciolus* (Johannes Baptiſta), 1050. 1053. 1055. 1056. 1059. 1060
*Richardus* (Claudius), 1022
*Riccius* (Michaël Angelus), 1032
*Rimplerus* (Georgius), 1070
*Riſnerus* (Fridericus), 1045
*Rivius* (Gualth. H.), 1063. 1064
*Robervallius*, 1013. 1029
*Rœmerus*, 1014. 1044. 1051
*Rohault* (Jacobus), 1038. 1043
*Rolle*, 1030
Ρωμαιος, 724
*Romanorum* veterum annus, 728
*Romanus* ordo, 955. 961

*Romulæus* annus, 718
*Rondelli* (Geminianus), 1037
*Roſa* nautica, 676
*Roſetti* (Donatus), 1070
de *Roſſi* (Dominicus), 1066
*Rotæ* pyroboliſticæ, 853
*Rothmannus* (Chriſtophorus), 1049
*Rotunditatis* telluris phœnomena, 612
*Ruderatio* quomodo fiat, 992. 993
de Ruſſenſtein (Henricus Ruſius Baro), 1069
*Ruyſchiana* tunica dubia, 7

S.

*Sabbat*, 714. 724
*Saccorum* pro globis incendiariis delineatio, 845. 846
*Saccus* pyrotechnicus, 843
*Sagittarius*, 420
*Saker*, 859
*Salmaſius* (Claudius), 1063
*Samadan*, 725
*Saphar*, 725
*Sappa*, 927. 926
*Satellites* Jovis. Diſtantiæ a ♃, 554. 565. eclipſes, 475. figura, 475. maculæ, 476. natura, 475. nomina & numerus, 474
Saturni. Diſtantiæ a ♄, 554. 565. numerus, 477
*Saturnus*. Definitio, 376. natura, 478. phaſes, 477
*Scala*. Definitio, 998 & ſeq. delineatio, 999. regulæ, 998
ad ordines delineandos, 994
*Scaliger* (Joſephus), 1058
*Scamozzi* (Vincentius), 1065
*Scapus*, 947. 957
*Scarpe*, 886
*Scenographia*. Definitio, 91. fundamentum, 98. 99. praxis, 99
*Schabarir* meh, 722
Scheere / 893
*Scheffelt* (Michaël), 1027
Scheiter (Bernhardus), 1070
*Scheinerus* (Chriſtophorus), 1046. 1056
*Scheubelius* (Johannes), 1020
*Schickardus* (Wilhelmus), 1049. 1056
Schildknecht (Wendelinus), 1071
Schieß-Scharten / 893
*Schmidius* (Johannes Andreas), 1021
*Schonerus* (Lazarus), 1020
*Schooten* (Franciſcus), 1025. 1029
*Schottus* (Caſparus), 1006. 1015. 1018. 1044
Schulter-Winckel / 885
Schwenter (Daniel), 1016. 1026
*Sciaterica*, 787
*Scintillæ* pyrotechnicæ, 854
*Scipio* Ferreus, 1028
*Sclerotica*, 6
*Scorpius*, 420
*Scrupula* Chaldaica, 713
defectus, 570. 587
incidentiæ, ſeu caſus, 571
durationis dimidiæ, 570. 571. 587
emerſionis, 571
moræ dimidiæ, 570. 572
Σεβαςός, 728
*Second flanc*, 885
*Sectio* in Perſpectiva, 90
cylindri obliqua, 177. 178
ſphæræ, 320
*Seculum*, 885
*Selenitæ*, 471

*Semi-*

*Semidiameter* telluris quomodo reperiatur, 615 & ſeqq. quanta ſit, 619
umbræ terreſtris quomodo ſuppuputetur, 568
*Semiſextus*, 566
*Senſibilis* horizon, 379
*September*, 718. 720
*Septentrio*, 656. 657. 659
*Septentrionis* cardo, 380
*Septimana*, 713
*Serenus*, 1023
*Serlius* (Sebaſtianus), 1064
*Serpentarius*, 859
Serpentinel, 859
*Seſquadrus*, 566
*Sextilis*, 565. 718
Seyler (Johannes Chriſtianus), 1065
*Shaaban*, 725
*Shabat*, 722
*Shebat*, 724. 725
*Shawall*, 725
*Siban*, 724
*Signa cœleſtia.* Definitio, 399. Diviſio in auſtralia vel meridionalia & borealia vel ſeptentrionalia, in æſtiva, autumnalia, brumalia & vernalia, 399. inſcriptio in horologiis ſolaribus, 811 & ſeqq.
*Sima.* Altitudo, 956. definitio, 948. delineatio, 951
*Simienowitz* (Caſimirus), 1067
*Sirius*, 420. num interdiu diebus canicularibus in ſpeculo videatur, 156
*Situs* viſio, 66
*Sivan*, 724. 725
Σκιρροφοριών, 723
*Sluſius* (Renatus), 1019
*Snellius* (Willebrordus), 1025. 1035
*Sol.* Diſtantia a terra, 556. 557. 558. figura, 461. 465. maculæ parallaxis, 555. 556. Subſtantia ignea, 463. magnitudo, 364. quando non occidat verſus polum, 644. ubi dato tempore oriatur vel occidat, 650. & verticalis exiſtat, 650. 664. in oculo, 9.
*Solanus*, 658. 659
*Soli* conditio quomodo exploretur, 977
*Solidi* projectio, 91
*Soliditas* telluris, 619
*Solis* cyclus, 727. 728 & ſeq. 735
*Solſtitialia* puncta, 399. 401
*Solſtitiorum* colurus, 403
*Solſtitium.* Definitio, 399. Diviſio in æſtivum & brumale, 399. modus obſervandi, 509
*Soſigenes*, 720
*Specillum*, 192
*Speckle* (Daniel) 1071
*Specularia*, 121
*Speculum*, 121
*Speculum cauſticum.* Effectus, 166. hiſtoria, 165. 166. materia, 167. optima figura, 186. ratio, 166
chartaceum, 167
ligneum, 167
ſtramineum, 167
parabolicum, 186
Tſchirnhuſianum, 166
Conicum. Definitio, 121. anamorphoſes, 184. fabrica, 174
Concavum. Definitio, 121. fabrica, 161 & ſeqq. proprietates, 163 & ſeqq.
Convexum. Definitio, 121. effectus,

fectus, 160. fabrica, 140 proprietates, 149. Uſus, 156
Cylindricum. Definitio, 121. effectus, 178. fabrica, 174. ratio, 178 & ſeqq. anamorphoſes, 180 & ſeqq.
Cavum. Effectus, 183. Ratio, 182. 183
ellipticum. Definitio, 121. effectus, 186. ratio, 186
hyperbolicum, 121
parabolicum, 121. 185
planum. Definitio, 121. fabrica, 125 & ſeqq. magnitudo, ut quis ſe totum contueatur, 128. proprietates, 128 & ſeqq.
Sphæricum, 121
pyramidale. Fabrica, 174
anamorphoſes, 185
*Sphæra.* Definitio & proprietates, 319 axis, 320. portio uno obtutu comprehendenda, 45. projectio, 669. quando inſtar circuli appareat, 54. ſectio, 320
armillaris, 403
obliqua, 636. 637
recta, 636
*Sphærica*, 319
Aſtronomia, 373
*Sphærulæ* microſcopicæ, 290. 291. 292
*Spica* virginis, 420
*Sporades*, 420
*Statio* planetæ, 480
vallaris, 882
*Stellæ* erraticæ, 376
fixæ. Apparentia, 482. altitudo, 433. 434. 442. diſtantiæ mutuæ, 414. 415. diſtantia a terra, 591. 592. magnitudo apparens, 421. & vera, 593. quomodo ope globi agnoſcantur, 440
pyrotechnicæ, 853. 854
novæ, 594. 595
*Stella* polaris, 420
Stengel (Johannes Peterſon), 1062
*Stevinus* (Simon), 1010. 1038
*Stifelius* (Michaël), 1017. 1028
de *Strada* (Jacobus), 1049. 1064
Στρατήγιον, 724
*Strauchius* (Ægidius), 1059. 1056
*Streete* (Thomas), 1053. 1054. 1055
Streiche / 885
Streich-Winckel / 885
*Structura* fundamenti, 978. 979
*Sturmius* (Johannes Chriſtophorus), 1022. 1062.
(Leonhardus Chriſtophorus), 1060. 1065. 1066. 1069. 1070. 1072
*Stupa* pyrotechnica, 848
*Stylobata*, 946. 957
*Stylobatæ* minores, 971. 972
*Sublimiora* cur appareant remotiora, 61. 62. quando depreſſiora, 61. 62
*Subſolanus*, 658
*Subſtylaris* linea, 802
*Subveſperus*, 658. 659
Süd / 658
gen Oſten / 658
gen Weſten / 658
Süd-Oſt / 658
gen Oſten / 658
gen Süden / 658

Süd-

Süd-Süd-Oſt / 658
Süd-Süd-Weſt / 658
Süd-Weſt / 658
gen Süden / 658
gen Weſten / 658
*Suggeſtus* altior, 893
mortariorum, 926
tormentorum, 925. 929
*Sulphur.* Depuratio, 838. proprietates, 839
*Superficies* quando linea videatur, 54
*Supernas*, 657. 659
*Suppedaneum*, 886
Suttinger (Daniel), 1070
*Syne*, 722
*Synodus* planetarum, 480
*Syriacus* annus, 722
*Syſtema* planetarium, 480
Copernicanum, 505
Tychonicum, 505
*Syſtylon*, 968

T.

*Tabula* æquationis epactarum 761. æquationum centri, 516. Curtationum, 536. Cyclorum Solis perpetua, 728. 729. 730. differentiarum horariarum meridianorum, 581. epactarum expanſa, 761. 762. latitudinariæ, 536. latitudinum Lunæ, 544. loxodromicæ, 683. 684. mediorum motuum Lunæ, 544. planetarum ſuperiorum, 526 & inferiorum, 532 atque Solis, 511. munimentorum, 901 & operum externorum orthographica, 902. 912. parallaxium Lunæ, 556. reductionum, 535. ſemidiametrorum apparentium Solis & Lunæ, 577. umbrarum ſolſtitialium pro diverſis parallelis, 647
*Tacquet* (Andreas), 1012. 1018. 1020. 1021. 1027. 1047. 1052
*Talud*, 885
*Tamuz*, 722. 724. 725
*Tartaglia* (Nicolaus), 1017. 1019
*Taurus*, 420
*Taylor* (Jacobus), 1009
*Tebeth*, 724. 725
*Tectorum regulæ*, 1000
*Tekuphæ.* Definitio, 768. ſupputatio, 774. 775
*Teleſcopium.* Definitio, 261. converſio in microſcopium, 302. fulcrum, 371. liberatio a tubi molimine, 279. tubus ductitius, 263. 264. vis in amplificando objecto, 283. 284
*Tellus* ſeu Terra. Æquator, 612. axis, 612. motus annuus 493 & ſeqq. & diurnus, 492. 493. pars dato tempore illuminata, 667. ſemidiameter, 615 & ſeq. 619. ſoliditas, 619
*Tempeſtatum* ſtatarum ratio, 633 ſeqq. vagarum cauſæ, 661
prædictio vana, 662
*Tempora* periodica planetarum circa Solem quomodo ſe habeant, 538. ſecundariorum circa primarios quanta, 554
*Tempus.* Definitio, 707. Converſio in gradus æquatoris, 408
*Tenaille*, 893
*Terminus* viſionis in planitie, 620
*Terreplein*, 886
*Tetraedri* ſcenographia, 103
*Tetragonus*, 565

*Teyler* (Johannes), 1073
*Θαργηλιών*, 723
*Theodoſius*, 1005. 1007. 1022. 1026. 1045
*Theon*, 1045
*Theoria* Lunæ, 545 & ſeqq. planetarum & Solis, 507 & ſeqq.
*Theorica* Aſtronomia, 373
*Thot*, 721
*Thraſcias*, 659
*Tisbri*, 722. 724. 725
*Torricellius* (Evangeliſta), 1013. 1022. 1039
*Tormentum*. Definitio, 858. delineatio, 862 & ſeqq. directio, 868 869. fulcra, 865 & ſeqq. longitudo, 863. 864. materia, 864. oneratio, 868. onerationi neceſſaria inſtrumenta, 867. retroceſſio, 870
*Tormentum* coriaceum, 865
 inſititium, 873
*Torus*. Altitudo, 956. Definitio, 948. delineatio, 948
*Toucan*, 420
*Trabeatio*. Altitudo, 957. Definitio, 947
*Traberus* (Zacharias) 1047
*Trapezuntius* (Georgius), 1051
*Traverſe*, 893
Trew (Abdias), 1027
*Trianguli* projectio, 94
*Triangulum* auſtrale, 420. cœleſte, 420.
 ſphæricum. Definitio, 319. ſymptomata, 330
*Triangulorum* ſphæricorum rectangulorum, 348 & ſeqq. & obliquangulorum ſolutio, 361 & ſeqq.
*Tridecilis*, 566
*Triglyphi*. Definitio, 952. delineatio, 966
*Trigonometriæ* ſcriptores, 1034
*Trigonometria* ſphærica. Definitio, 319. fundamentum, 342 & ſeqq. 345 & ſeqq. 357 & ſeqq. regula catholica, 348. uſus, 317.
*Trigonus*, 565
*Trinus*, 565
*Trioctilis*, 566
*Tritura* vitrorum, 309
*Trochilus*. Altitudo, 956. definitio, 948. delineatio, 949
*Tropici* terreſtres, 613
*Tropicus* cancri, 402. 613
 Capricorni, 402. 613
*Truncus*. Altitudo, 957. definitio, 947
*Tubus*. Definitio, 261. inventor, 262.
 Aſtronomicus. Conſtructio & ratio, 269. Converſio in terreſtrem, 271. 281. contractio, 264 & ſeqq. definitio, 262. effectus, 271 & ſeqq. fulcrum, 277. longitudo, 273.
 Batavus ſeu Hollandicus, item Gallilæanus. Conſtructio & ratio, 265 & ſeqq. definitio, 262. effectus, 267. 268. longitudo, 269
 binoculus, 284
 ductitius. 263. 264.
 Terreſtris. Conſtructio & ratio, 280 & ſeqq. converſio in aſtronomicum, 281. definitio, 263. longitudo, 282
*Tuſcanus* Ordo, 955. 958
*Turcarum* annus. Definitio, 725. quomodo

modo ſupputetur, 776. quomodo initium ejus definiatur, 777. 778
*Tybi*, 721
*Tycho* de Brahe, 1049. 1054. 1055. 1057. 1058
*Tykymt*, 722
*Tyr*, 722
*Tyshas*, 722

U.

*Ubaldus* (Guidus), 1038
*Vallum*. Altitudo, 890. ambulacrum, 882. definitio, 882. neceſſitas, 882
humilius, 886
*Varenius* (Bernhardus), 1060
*Variatio*. Definitio, 550. maximæ inventio, & quantitas, 550. ſupputatio, 550
*Varcinus* (Amatus), 1007.
*Varignon*, 1039. 1041. 1044
*Vaſtitas* univerſi, 593
de *Vauban* (Comes), 1069
*Veadar*, 725.
*Ventus*. Definitio, 657. diviſio, 657. nomina, 657. qualitates, 660 & ſeqq.
*Venus*. Definitio, 376. natura, 478. phaſes, 480. 481. viſa in Sole, 473
*Venuſtas*, 936
*Ver*. Definitio, 629. initium, 635
*Vernale* æquinoctium & punctum, 399
*Verſorium*, 677
*Verſurarum* delineatio, 987
*Verticale* planum, 90
*Verticalis* circulus, 379
primarius, 379
*Victoriana* periodus, 732
*Vieta* (Franciſcus), 1005. 1011. 1028. 1059
*Vignola* (Jacobus Barozzius), 1065
*Vilalpandus* (Johannes Baptiſta), 1066
de *Ville* (Antonius), 1072
*Villemot* (Philippus), 1066
*Vindemiatrix*, 420
*Vinea*, 927. 928. 929
*Virgo*, 420
*Viſibilia* e longinquo quomodo appareant, 56.
*Viſio* confuſa, 9. directa, 5. diſtincta, 8. 11. refracta, 191. terminus in planitie, 620.
quando eadem 11. nulla, 8.
quomodo ſe habeat, 11
*Viſus* fallaciæ, 61
*Vitalis* (Hieronymus), 1010
*Vitellio*, 1045
*Vitrum* concavum, 192. 312. convexum, 192. 309 & ſeqq. objectivum, 262. oculare, 262. planum, 312. plano-concavum, 192. plano-convexum, 192. politura, 307 & ſeqq. Quid ſignificet in perſpectiva, 90.
*Vitruvius*, 1063
*Viviani* (Vincentius), 1014. 1023. 1025.
*Vlacq* (Adrianus) 1036. 1038
*Ulugh Beigh*, 1055
*Umbra*. Definitio, 22. figura, 23. 24. longitudo, 25. 26. projectio ſeu apparentia, 107 & ſeqq. num videatur, 22. quando corpori æqualis 647. 648.
Recta. Definitio, 28. ratio, 29. 646. 647. Uſus, 31 & ſeqq.
Solis quanta in ſolſtitio, 647. quando retrograda, 649
Verſa. Definitio, 29. ratio, 30. 647.

647. uſus, 31 & ſeqq.
Vogel (Johannes), 1066
Voigtel (Nicolaus), 1027
*Voluta.* Definitio, 952. delineatio, 953 & ſeqq.
*Urna* pyrotechnica, 843
*Urſa* major & minor, 420
*Urſinus* (Benjamin), 1035
*Utilitas* ædificii, 936
*Uvea*, 6.
*Vulturnus*, 653. 659

W.

Waffenplätze/ 893
Wall/ 885
Wallgang/ 886
*Walliſius* (Johannes), 1014, 1018, 1031. 1039. 1040. 1043
*Waltherus* (Bernhardus), 1049. 1054
*Wardus* (Sethus), 1037. 1052
*Warnerus* (Waltherus), 1028
*Weigelius* (Erhardus), 1059 1060
*Wells* (Eduardus), 1018
*Weiperus* (Eberhardus), 1042. 1061. 1062
*Wernerus* (Johannes), 1049. 1054
Weſt/ 658
gen Norden/ 658
gen Süden/ 658
Weſt-Nord-Weſt/ 658
Weſt-Süd-Weſt/ 658
Wertmüller (Johannes Jacobus), 1072
*Whiſton* (Guilielmus), 1020. 1030. 1041. 1053. 1055
*Wideburgius* (Johannes Bernhardus), 1058
*Wilhelmus* Haſſiæ Landgraſius, 1049
Wilhelm (Johannes) 1066
*Willichius* (Jodocus), 1017
*Wing* (Vincentius), 1053. 1055
de *Witt* (Johannes), 1029
*Wolfius* (Chriſtianus), 1009. 1010. 1038. 1043
*Wotton* (Henricus), 1063
*Wren* (Chriſtophorus) 1039
*Wurſtiſius* (Chriſtianus), 1053
*Wurtzelbauer*, 1051

X.

Χάνδικος, 723. 724
*Xylander* (Guilielmus), 1024. 1028

Y.

*Yezdegerdi* (*æ* æra, 746
*Yezdegerdicus* annus, 722

Z.

Zahn (Johannes), 1047
Zeiſing/ 1041
*Zenith*, 378
*Zephyroboreas*, 658
*Zephyrus*, 658
Zimmermann (Johannes Jacobus), 1055. 1057. 1058
*Zius*, 724
*Zodiacus*, 403
*Zona* frigida. Definitio & diviſio in auſtralem & borealem, 629. latitudo, 629. magnitudo, 631. proprietates, 631 & ſeqq.
temperata. Definitio & diviſio in auſtralem & borealem, 628. latitudo, 628. 629. magnitudo, 630. proprietates, 631 & ſeqq.
torrida. Definitio, 628. latitudo, 628. 629. 630. proprietates, 631 & ſeqq.
*Zophorus.* Altitudo, 957. Definitio, 947
Zwiſchen-Wall/ 885

F I N I S.